
REPRESENTAÇÃO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO POR MEIO DE VARIÁVEIS DE ESTADO LEVANDO EM CONSIDERAÇÃO O EFEITO DA FREQUÊNCIA SOBRE OS PARÂMETROS LONGITUDINAIS

Sérgio Kurokawa*

kurokawa@dee.feis.unesp.br

Afonso José do Prado*

afonsojp@dee.feis.unesp.br

Fábio Norio Razé Yamanaka*

fabioyamanaka@gmail.com

Luiz Fernando Bovolato*

bovolato@dee.feis.unesp.br

José Pissolato†

pisso@dsce.fee.unicamp.br

*Departamento de Engenharia Elétrica,
Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, UNESP, CP 31, CEP 15385-000,
Ilha Solteira, SP, Brasil

†Departamento de Sistemas e Controle de Energia,
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP, CP 6101, CEP 13081-970,
Campinas, SP, Brasil

RESUMO

O objetivo deste trabalho é determinar as matrizes de estado que representam uma linha de transmissão cujos parâmetros são considerados variáveis em relação à frequência. Inicialmente a linha é representada por meio de uma cascata de circuitos π , sendo que o efeito da frequência sobre os parâmetros longitudinais da linha é sintetizado por meio de uma associação série e paralela de resistores e indutores que é inserida em cada um dos circuitos π . Esta cascata é então descrita por meio de variáveis de estado. O modelo será utilizado para representar uma linha monofásica, levando em consideração que os parâmetros da mesma são dependentes da frequência. As simulações serão realizadas no ambiente Matlab. Para conferir a regra de formação das matrizes de estado, os resultados obtidos com a representação proposta serão comparados com os resultados obtidos com o Micro-

tran.

PALAVRAS-CHAVE: Transitórios eletromagnéticos, Parâmetros dependentes da frequência, Domínio do tempo, Modelos de linhas de transmissão.

ABSTRACT

The main objective of this paper is to show the formulation rule of state matrices when the state-space approach is used to represent a transmission line taking into account its frequency dependent parameters. First, the line is represented through a cascade of π circuits and the frequency dependence of the longitudinal parameters is synthesized with series and parallel resistors and inductors that are inserted in each π circuit. After that the cascade is described through state equations. The model will be used to represent a single-phase line taking into account that its parameters are frequency dependents. The simulations are carried out by using Matlab and the results obtained will be compared with results obtained with Microtran.

Artigo submetido em 14/09/2006

1a. Revisão em 23/11/2006

2a. Revisão em 27/03/2007

Aceito sob recomendação do Editor Associado

Prof. Denis Vinicius Coury

KEYWORDS: Electromagnetic transients, Frequency dependence parameters, Time domain, Transmission line models.

1 INTRODUÇÃO

Os modelos de linhas de transmissão de energia elétrica podem ser desenvolvidos no domínio do tempo ou no domínio da frequência, sendo que a mesma é mais facilmente representada no domínio da frequência.

No entanto o sistema elétrico, no qual as linhas de transmissão estão inseridas, possui diversos elementos não lineares que são de difícil representação no domínio da frequência. Deste modo dá-se preferência por modelos de linha que são desenvolvidos diretamente no domínio do tempo (Marti, 1988).

Um outro fato que faz com que os modelos de linhas desenvolvidos diretamente no domínio do tempo serem mais utilizados, é que a maioria dos programas que realizam simulações de transitórios eletromagnéticos em sistemas elétricos requerem que os componentes do sistema estejam representados no domínio do tempo.

Um dos primeiros modelos a representar a linha de transmissão diretamente no domínio do tempo foi desenvolvido por H. W. Dommel e baseou-se no método das características ou método de Bergeron e consiste em combinar o método das características com o método numérico de integração trapezoidal, resultando em um algoritmo que é capaz de simular transitórios eletromagnéticos em redes cujos parâmetros são discretos ou distribuídos (Dommel, 1969). Este algoritmo sofreu sucessivas evoluções e atualmente é conhecido como *Eletromagnetic Transients Program*, ou simplesmente EMTP (Dommel, 1986).

Em situações em que se deseja simular a propagação de ondas eletromagnéticas resultantes de operações de manobras e chaveamento realizadas nas linhas de transmissão, pode-se representar a mesma como sendo uma cascata de circuitos π . Nesse modelo cada segmento é constituído de uma associação série e paralela de resistores e indutores que resultam em uma resistência e uma indutância, variáveis em função da frequência, que representam o efeito solo e o efeito pelicular (Tavares *et alii*, 1999). Este modelo, que é desenvolvido diretamente no domínio do tempo, é então implementado em softwares do tipo EMTP.

Devido ao fato de que programas do tipo EMTP não são de fácil utilização, diversos autores tais como Nelms *et alii* (1989), Mamis (2003), Mamis e Nacaroglu (2003) e Mácias *et alii* (2005) sugerem descrever as correntes e tensões na cascata de circuitos π por meio de variáveis de estado. As equações de estado são então transformadas em equações de

diferenças e podem ser resolvidas utilizando qualquer linguagem computacional.

A representação da linha por meio de variáveis de estado pode ser utilizada no ensino de conceitos básicos de propagação de ondas em linhas de transmissão (Nelms *et alii*, 1989), na análise da distribuição de correntes e tensões ao longo da linha (Mamis e Nacaroglu, 2003) e na simulação de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão que tenham elementos não lineares (Mamis, 2003).

Apesar da técnica de variáveis de estado ser amplamente utilizada na representação de linhas de transmissão, pode-se verificar em publicações recentes (Mamis, 2003; Mamis e Nacaroglu, 2003; Mácias *et alii*, 2005) que a mesma somente foi utilizada, até o presente momento, para representar linhas cujos parâmetros longitudinais possam ser considerados constantes e independentes da frequência.

No entanto, reconhece-se atualmente que a utilização de parâmetros constantes para representar a linha em toda a faixa de frequência, presente nos sinais durante a ocorrência de distúrbios na mesma, pode resultar em respostas em que as componentes harmônicas de alta frequência possuam amplitudes maiores do que são na realidade (Marti, 1982).

Deste modo, este artigo pretende inserir o efeito da frequência em uma linha representada através de circuitos π conectados em cascata e obter as correntes e tensões na linha a partir da utilização da técnica de variáveis de estado.

O método será aplicado em uma linha monofásica em que se considera a presença dos efeitos solo e pelicular.

Esta linha será aproximada por uma cascata de circuitos π que, e em seguida, será representada por meio de equações de estado. As equações de estado, que são as tensões e correntes ao longo da linha, serão então simuladas no ambiente Matlab. A cascata também será implementada no Microtran (Dommel, 1986), que é um software do tipo EMTP utilizado para simulações de transitórios eletromagnéticos em sistemas de potência. Em seguida os resultados obtidos com o Matlab e com o Microtran serão comparados entre si.

2 EFEITO DA FREQUÊNCIA SOBRE OS PARÂMETROS DA LINHA

Os parâmetros longitudinais de linhas de transmissão com retorno através do solo são fortemente dependentes da frequência. A descrição do efeito solo foi desenvolvida por Carson e por Pollaczek (Dommel, 1986). Ambos modelos apresentam resultados iguais quando aplicados em linhas aéreas. No entanto, em se tratando de cabos subterrâneos, as equações de Pollaczek apresentam melhores resultados.

A impedância interna resulta do efeito do campo eletromagnético no interior do condutor. Esta impedância própria é constituída de uma resistência e de uma indutância cujos comportamentos em função da frequência pode ser calculada através de fórmulas derivadas das equações de Bessel. Devido ao efeito pelicular, o valor desta resistência aumenta à medida que a frequência aumenta enquanto que a indutância diminui com o aumento da frequência (Marti, 1983).

3 LINHAS DE TRANSMISSÃO

Sabe-se que uma linha de transmissão, cujos parâmetros possam ser considerados independentes da frequência, pode ser representada, de maneira aproximada e obedecendo a uma série de restrições, como sendo uma cascata de circuitos π (Nelms *et alii*, 1989; Mácias *et alii*, 2005).

A figura 1 mostra uma linha de transmissão monofásica de comprimento d representada através de n circuitos π conectados em cascata.

Na figura 1 os parâmetros R e L são, respectivamente, a resistência e a indutância longitudinais da linha e os parâmetros G e C são, respectivamente, a condutância e a capacitância transversais. Estes parâmetros são escritos como sendo:

$$R = R' \frac{d}{n} ; L = L' \frac{d}{n} \quad (1)$$

$$G = G' \frac{d}{n} ; C = C' \frac{d}{n} \quad (2)$$

Nas equações (1) e (2) os termos R' , L' , G' e C' são os parâmetros, da linha, por unidade de comprimento.

A representação da linha por meio de uma cascata de circuitos π , conforme mostrado na figura 1, permite que as correntes e tensões ao longo da linha sejam calculadas diretamente no domínio do tempo.

Quando se leva em conta os efeitos solo e pelicular, os parâmetros longitudinais, por unidade de comprimento, de um segmento de uma linha de transmissão resulta em uma impedância $Z(\omega)$ escrita como sendo:

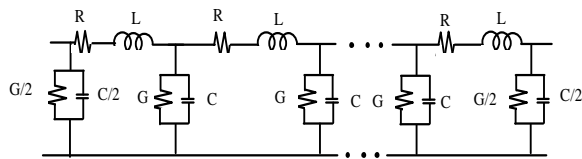


Figura 1: Linha representada por meio de uma cascata de circuitos π

$$Z(\omega) = R(\omega) + j\omega L(\omega) \quad (3)$$

Na equação (3) $R(\omega)$ e $L(\omega)$ são, respectivamente, a resistência e a indutância longitudinal do segmento de linha.

Geralmente não existe uma função que descreva a impedância $Z(\omega)$ pois os parâmetros $R(\omega)$ e $L(\omega)$ são obtidos por meio de séries numéricas. No entanto, a impedância $Z(\omega)$ pode ser descrita, de maneira aproximada, por meio de uma função racional $F(\omega)$ cujos pólos são todos reais negativos e os resíduos são números reais positivos. Deste modo, a impedância $Z(\omega)$ pode ser escrita como sendo (Sarto *et alii*, 2001):

$$Z(\omega) = F(\omega) = Z_0 + \sum_{i=1}^m \frac{K_i}{1 + j\omega Q_i} \quad (4)$$

Na equação (4) têm-se:

$$K_i = -\frac{r_i}{p_i} ; Q_i = -\frac{1}{p_i} \quad (5)$$

Sendo p_i e r_i os pólos e os resíduos, respectivamente, da função racional $F(\omega)$.

A função $F(\omega)$ mostrada na equação (4) descreve a impedância do circuito mostrado na figura 2.

Na figura 2 $R_0, R_1, R_2, \dots, R_m$ são resistores enquanto que $L_0, L_1, L_2, \dots, L_m$ são indutores.

Sarto *et alii* (2001) mostra que a impedância equivalente do circuito mostrado na figura 2 é dada por:

$$Z(\omega) = R_0 + j\omega L_0 + \sum_{i=1}^m \left(j\omega \frac{K_i}{1 + j\omega Q_i} \right) \quad (6)$$

sendo

$$R_i = -\frac{K_i}{Q_i} ; L_i = K_i \quad (7)$$

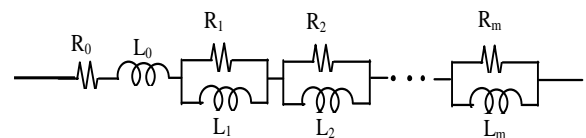


Figura 2: Circuito cuja impedância é descrita pela função $F(\omega)$

Portanto, se os valores dos resistores e indutores do circuito mostrado na figura 2 forem escolhidos adequadamente, este circuito pode representar a impedância longitudinal de uma linha de transmissão. Neste caso, diz-se que os parâmetros da linha foram sintetizados pelo circuito mostrado na figura 2.

Conforme mostrado em Sarto *et alii* (2001) e em Lima *et alii* (2005), existem diversos métodos que podem ser utilizados para determinar os resistores e indutores do circuito mostrado na figura 2. No entanto, estes métodos de ajustes não serão explorados neste artigo.

Considerando que os parâmetros de uma linha de transmissão podem ser sintetizados por meio de um circuito do tipo mostrado na figura 2, pode-se utilizar uma cascata de circuitos π para representar uma linha de transmissão levando em conta o efeito da frequência sobre os parâmetros longitudinais da mesma.

A figura 3 mostra um circuito π de uma cascata que representa uma linha de transmissão, quando se considera o efeito da frequência sobre os parâmetros longitudinais da mesma.

Na figura 3 as associações RL paralelas são tantas quantas forem necessárias para representar a variação dos parâmetros em cada década de frequência que será considerada.

A representação de linhas de transmissão por meio de cascatas de circuitos π geralmente é utilizada nas simulações de transitórios eletromagnéticos oriundos de operações de manobras e chaveamento de linhas (Tavares *et alii*, 1999).

4 REPRESENTAÇÃO DA LINHA POR MEIO DE VARIÁVEIS DE ESTADO

A representação de linhas de transmissão por meio de cascatas de circuitos π , levando em consideração o efeito da frequência, geralmente é implementado em programas do tipo EMTP. No entanto o EMTP é um programa de custo elevado cuja utilização requer por parte do usuário um vasto conhecimento referente a análise de sistemas de potência.

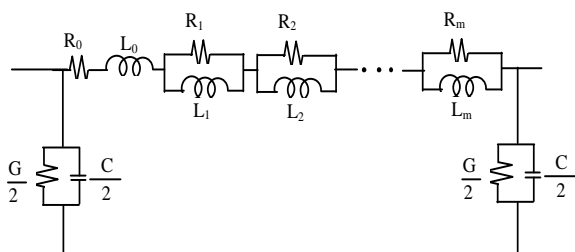


Figura 3: Inserção do efeito da frequência nos circuitos que representam a linha

Um outro inconveniente dos programas do tipo EMTP é que os mesmos limitam a quantidade de circuitos π que podem ser utilizados para representar a linha. Deste modo, dependendo do comprimento da linha a ser representada, a qualidade dos resultados obtidos a partir das simulações podem ficar comprometidos.

Para contornar as dificuldades mencionadas nos dois parágrafos anteriores, Nelms *et alii* (1989), Mamis (2003) e Mamis e Nagaroclu (2003) sugeriram descrever a cascata de circuitos π por meio de equações de estado. No entanto, estes autores desprezaram o efeito da frequência sobre os parâmetros longitudinais da linha.

Este artigo têm como principal objetivo tornar o modelo proposto por Nelms *et alii* (1989), Mamis (2003) e Mamis e Nagaroclu (2003) mais completo, inserindo no mesmo o efeito da frequência sobre os parâmetros longitudinais da linha.

O efeito da frequência sobre os parâmetros longitudinais da linha será representado, em cada um dos circuitos π da cascata que representa a linha, por meio de um circuito do tipo mostrado na figura 2. Em seguida, as correntes e tensões ao longo da linha serão escritas na forma equações de estado. As soluções das equações de estado poderão então ser obtidas por meio de métodos numéricos, sem o uso de programas do tipo EMTP.

Inicialmente serão mostradas as matrizes de estado para uma linha representada por um único circuito π , considerando que o efeito da frequência é sintetizado por meio de m associações RL conforme mostrado na figura 2. Em seguida, os resultados serão estendidos para uma linha representada por meio de uma cascata de n circuitos π , considerando m associações RL para sintetizar o efeito da frequência.

4.1 Linha representada por um circuito π

Antes de determinarmos as equações de estado para uma linha representada por uma cascata de n circuitos π , vamos mostrar detalhadamente o desenvolvimento das equações de estado considerando somente um circuito π . Em seguida, o desenvolvimento feito para um único elemento π poderá ser estendido para uma cascata com uma quantidade genérica de circuitos π .

Considere, conforme mostrado na figura 4, uma linha de transmissão representada por meio de um único circuito π , onde o efeito da frequência sobre os parâmetros longitudinais é representado por meio de m associações RL.

Na linha mostrada na figura 4 as tensões nos terminais A e B são $u(t)$ e $v_1(t)$, respectivamente. Considere também que nos indutores $L_0, L_1, L_2, \dots, L_m$ circulam as correntes $i_{10}(t), i_{11}(t), \dots, i_{1m}(t)$, respectivamente.

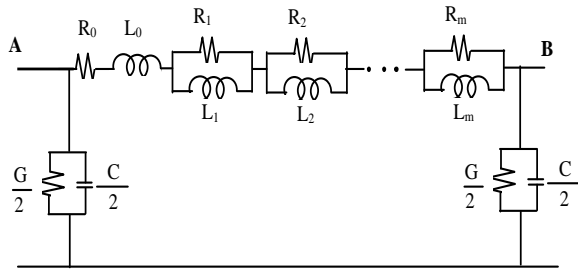


Figura 4: Linha representada por um único circuito π

A partir das correntes e tensões definidas nos elementos do circuito mostrado na figura 4 é possível escrever:

$$[A] = \begin{bmatrix} -\frac{\sum_{j=0}^m R_j}{L_0} & \frac{R_1}{L_0} & \frac{R_2}{L_0} & \dots & \frac{R_m}{L_0} & -\frac{1}{L_0} \\ \frac{R_1}{L_1} & -\frac{R_1}{L_1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \frac{R_2}{L_2} & 0 & -\frac{R_2}{L_2} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{R_m}{L_m} & 0 & 0 & \dots & -\frac{R_m}{L_m} & 0 \\ \frac{2}{C} & 0 & 0 & \dots & 0 & -\frac{G}{C} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\frac{d i_{10}}{dt} = \frac{i_{10}}{L_0} \left(-\sum_{j=1}^m R_j \right) + \frac{1}{L_0} \left(\sum_{j=1}^m R_j i_{1j} \right) + \frac{1}{L_0} u(t) - \frac{1}{L_0} v_1(t) \quad (8)$$

$$[B]^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_0} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$[X]^T = [i_{10} \quad i_{11} \quad i_{12} \quad \dots \quad i_{1m} \quad v_1(t)] \quad (16)$$

$$\frac{d i_{11}}{dt} = \frac{R_1}{L_1} i_{10} - \frac{R_1}{L_1} i_{11} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \dot{[X]} &= \frac{d[X]}{dt} = \\ &= \left[\frac{d i_{10}}{dt} \quad \frac{d i_{11}}{dt} \quad \frac{d i_{12}}{dt} \quad \dots \quad \frac{d i_{1m}}{dt} \quad \frac{d v_1(t)}{dt} \right]^T \end{aligned} \quad (17)$$

$$\frac{d i_{12}}{dt} = \frac{R_2}{L_2} i_{10} - \frac{R_2}{L_2} i_{12} \quad (10)$$

$$\frac{d i_{1m}}{dt} = \frac{R_m}{L_m} i_{10} - \frac{R_m}{L_m} i_{1m} \quad (11)$$

$$\frac{d v_1(t)}{dt} = \frac{2}{C} i_{10} - \frac{G}{C} v_1(t) \quad (12)$$

Nas equações (8)-(12) os termos i_{10} , i_{11} , ..., i_{1m} são notações simplificadas para as correntes $i_{10}(t)$, $i_{11}(t)$, ..., $i_{1m}(t)$, respectivamente.

As equações (8)-(12), que descrevem o circuito mostrado na figura 4, podem ser escritas na forma:

$$\dot{[X]} = [A][X] + [B]u(t) \quad (13)$$

sendo

$$[A] = \begin{bmatrix} [A_{11}] & [A_{12}] & \dots & [A_{1n}] \\ [A_{21}] & [A_{22}] & \dots & [A_{2n}] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [A_{n1}] & [A_{n2}] & \dots & [A_{nn}] \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$[X]^T = [[X_1] \quad [X_2] \quad \dots \quad [X_n]] \quad (19)$$

Nas equações (15) e (16) $[B]^T$ e $[X]^T$ correspondem a $[B]$ e $[X]$ transpostos, respectivamente.

Os resultados obtidos mostram que o vetor $[X]$ possui $(m + 2)$ elementos e que a matriz $[A]$ é uma matriz quadrada de ordem $(m + 2)$.

4.2 Linha representada por n circuitos π

Os resultados obtidos para a linha representada por um único circuito π podem ser estendidos para a linha representada por uma cascata de n circuitos π . Neste caso, a matriz $[A]$ será uma matriz de ordem $n(m + 2)$ e o vetor $[X]$ terá dimensão $n(m + 2)$ e serão escritos na forma:

Na equação (18) [A] é uma matriz tridiagonal cujos elementos são matrizes quadradas de ordem $(m + 2)$. Um elemento $[A_{kk}]$ genérico da diagonal principal da matriz [A] é escrito sob a forma:

$$[A_{kk}] = \begin{bmatrix} -\frac{\sum_{j=0}^{j=m} R_j}{L_0} & \frac{R_1}{L_0} & \frac{R_2}{L_0} & \dots & \frac{R_m}{L_0} & -\frac{1}{L_0} \\ \frac{R_1}{L_1} & -\frac{R_1}{L_1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \frac{R_2}{L_2} & 0 & -\frac{R_2}{L_2} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 \\ \frac{R_m}{L_m} & 0 & 0 & \dots & -\frac{R_m}{L_m} & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 & \dots & 0 & -\frac{G}{C} \end{bmatrix} \quad (20)$$

Um elemento qualquer da subdiagonal superior na equação (18) é uma matriz quadrada de ordem $(m + 2)$ cujo único elemento não nulo se situa na primeira coluna da última linha e possui valor $(-1/L_0)$.

Os elementos da subdiagonal inferior na equação (18) são matrizes quadradas de ordem $(m + 2)$. Estas matrizes possuem um único elemento não nulo que se situa na última coluna da primeira linha cujo valor é $(1/L_0)$.

Considerando que a linha é representada por uma cascata de n circuitos π , o vetor [B] possui dimensão $n(m + 2)$. Para o caso de $u(t)$ ser uma fonte de tensão conectada no início da linha [B] possui um único elemento não nulo, que é o primeiro elemento da matriz, e possui valor $(1/L_0)$.

Um vetor $[X_k]$ genérico, na equação (19), é escrito como sendo:

$$[X_k]^T = [i_{k0} \quad i_{k1} \quad i_{k2} \quad \dots \quad i_{km} \quad v_{k1}(t)] \quad (21)$$

Na equação (21), os elementos do vetor $[X_k]$ são:

- i_{k0} Corrente no indutor L_0 , do k -ésimo circuito π
- i_{k1} Corrente no indutor L_1 , do k -ésimo circuito π
- i_{k2} Corrente no indutor L_2 , do k -ésimo circuito π
- i_{km} Corrente no indutor L_m , do k -ésimo circuito π
- v_k Tensão no capacitor no lado direito do k -ésimo circuito

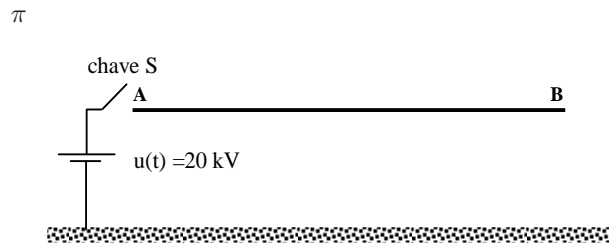


Figura 5: Linha monofásica com terminal B aberto

A equação de estado, que descreve uma linha representada por uma cascata de n circuitos π , pode então ser resolvida por meio de métodos numéricos.

5 TESTE DO MODELO

Para verificar a performance do modelo desenvolvido, o mesmo foi utilizado para simular a energização da linha monofásica mostrada na figura 5.

A linha mostrada na figura 5 é uma linha monofásica de 10 km de comprimento. No terminal A desta linha é aplicada uma tensão constante de 20 kV no instante de tempo $t = 0$.

Está sendo considerado que os parâmetros longitudinais da linha, por unidade de comprimento, podem ser perfeitamente sintetizados por um circuito constituído de um bloco RL série conectado em série com 4 blocos RL paralelos, conforme mostra a figura 6.

Os valores dos elementos R e L utilizados para sintetizar o efeito da frequência sobre os parâmetros longitudinais da linha foram obtidos utilizando o método proposto por Tavares (1998) e são mostrados na tabela 1.

Neste artigo foi considerado que os elementos mostrados na tabela 1 sintetizam perfeitamente os parâmetros unitários da linha. Portanto, não estão sendo levados em conta os erros entre as curvas que descrevem o comportamento dos parâmetros e as curvas sintetizadas com as associações R e L.

Os parâmetros transversais unitários da linha mostrada na figura 5 são $G' = 0,556 \mu S/km$ e $C' = 11,11 nF/km$.

As figuras 7 e 8 mostram os parâmetros unitários da linha

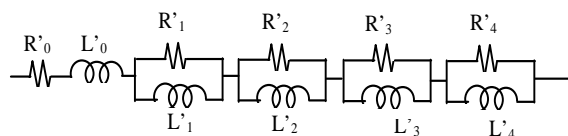


Figura 6: Circuito utilizado na síntese dos parâmetros unitários da linha

Tabela 1: Valores dos elementos R e L utilizados na síntese dos parâmetros unitários da linha

Resistências (Ω)		Indutâncias (mH)	
R'_0	0,026	L'_0	2,209
R'_1	1,470	L'_1	0,74
R'_2	2,354	L'_2	0,12
R'_3	20,149	L'_3	0,10
R'_4	111,111	L'_4	0,05

que foram sintetizados pelo circuito mostrado na figura 6.

Utilizando os dados mostrados na tabela 1 é possível montar a cascata de circuitos π que representa a linha mostrada na figura 5.

5.1 Comparação com o Microtran

Uma vez que os valores dos elementos R e L da cascata de circuitos π que descrevem a linha são conhecidos, pode-se montar as equações de estado que descrevem o comportamento das correntes e tensões ao longo da mesma. Estas equações de estado constituem então o modelo que está sendo proposto neste artigo.

A mesma cascata de circuitos π foi também inserida no Microtran. Deste modo foi possível comparar os resultados obtidos com o modelo proposto com os resultados obtidos a partir de um programa de referência que é o Microtran.

As simulações utilizando o modelo proposto neste artigo foram realizadas no ambiente Matlab, utilizando o método de integração trapezoidal (Nelms, 1989).

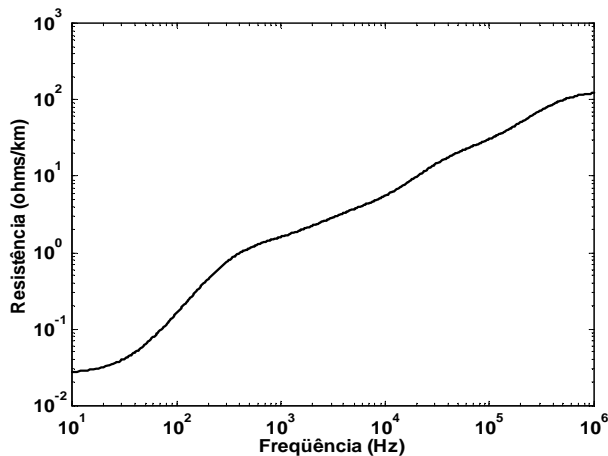


Figura 7: Síntese da resistência unitária da linha

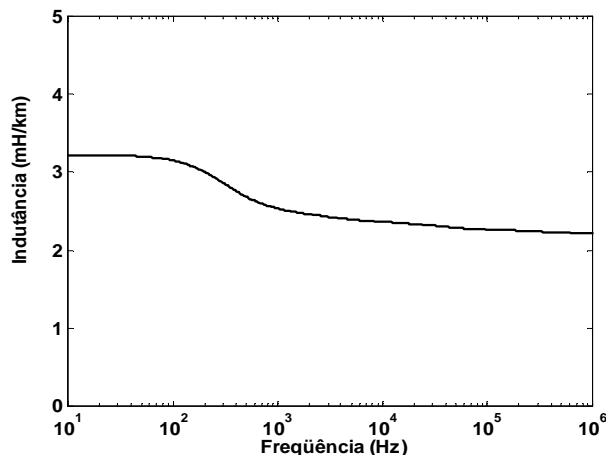


Figura 8: Síntese da indutância unitária da linha

A versão do Microtran que foi utilizada permitiu a utilização de somente 166 circuitos π para representar a linha mostrada na figura 5. Portanto, neste teste foram utilizados 166 circuitos π para representar a linha.

Então, substituindo os dados da tabela 1 na equação (1), é possível determinar os valores dos elementos R e L que constituem cada um dos 166 circuitos π que representam a linha.

A tabela 2 mostra os valores dos elementos R e L que constituem cada um dos 166 circuitos π utilizados para representar a linha.

Tabela 2: Valores dos elementos R e L para a linha representada por 166 circuitos π

Resistências (Ω)		Indutâncias (mH)	
R_0	0,00157	L_0	0,13307
R_1	0,08854	L_1	0,04458
R_2	0,14181	L_2	0,00723
R_3	1,21380	L_3	0,00602
R_4	6,69343	L_4	0,00301

Os valores da condutância G e da capacitância C em cada um dos 166 circuitos π , calculados a partir da equação (2), são $G = 0,03349 \mu S$ e $C = 0,66928 \eta F$, respectivamente.

A energização da linha ocorreu em duas situações: Na primeira situação considerou-se que o terminal B da linha estava em aberto (conforme mostra a figura 5) e, na segunda situação considerou-se que o terminal B da linha estava conectado a um transformador em vazio.

Em estudos de transitórios eletromagnéticos resultantes de

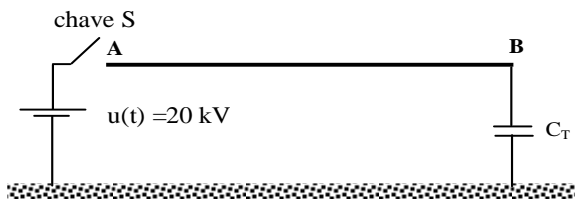


Figura 9: Linha conectada a um transformador

operações de manobras e chaveamentos de linhas de transmissão, um transformador pode ser representado por uma capacitância conectada entre a linha e o solo (Nelms, 1989) conforme mostra a figura 9.

Foi utilizado um transformador que, durante as operações de manobras e chaveamentos da linha, pode ser representado por uma capacitância $C_T = 6 \eta F$ (Nelms, 1989).

As figuras 10 e 11 mostram a tensão no terminal B da linha aberta e da linha conectada a um transformador em vazio, respectivamente, durante o processo de energização da mesma. A curva 1 mostra os resultados obtidos com o modelo desenvolvido e a curva 2 mostra os resultados obtidos com o Microtran.

Observa-se, nas figuras 10 e 11, que os resultados obtido com o modelo proposto são praticamente coincidentes com os resultados obtidos com o Microtran. Este fato constata que o modelo proposto está correto.

5.2 Visualização da propagação de ondas

Para que seja possível visualizar a propagação da onda de

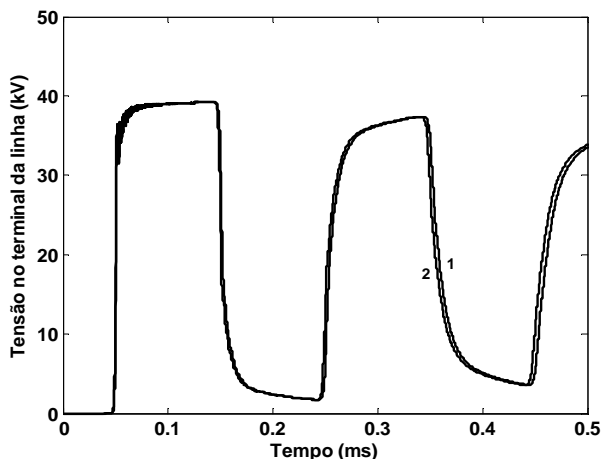


Figura 10: Tensão no terminal B da linha aberta - modelo Proposto (1) e Microtran (2)

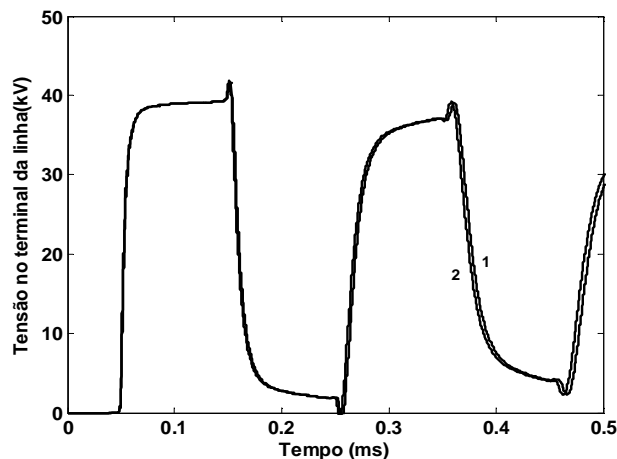


Figura 11: Tensão no terminal B da linha conectada a um transformador - modelo proposto (1) e Microtran (2)

tensão ao longo da linha, deve-se mostrar, em um dado instante de tempo, o valor da tensão em cada ponto da linha, sendo que, para que se tenha uma boa visualização do fenômeno, é necessário a utilização de uma grande quantidade de circuitos π . No entanto, os programas computacionais do tipo EMTP limitam a quantidade de circuitos π que podem ser implementados sendo que, para o caso de linhas longas, nem sempre é possível mostrar, com boa resolução, a distribuição da tensão ao longo da linha.

Uma vez que o modelo proposto no artigo não restringe a quantidade de circuitos π a ser utilizada, o mesmo poderia ser utilizado para mostrar a distribuição da onda de tensão ao longo da linha.

Como ilustração o modelo desenvolvido foi utilizado para mostrar a distribuição da tensão ao longo da linha em aberta, mostrada na figura 5, durante o processo de energização da mesma. Neste caso, a linha foi representada por meio de 500 circuitos π .

A tabela 3 mostra os valores dos elementos R e L que constituem cada um dos 500 circuitos π utilizados para representar a linha. Estes valores foram obtidos a partir da substituição dos dados da tabela 1 na equação (1).

Os valores da condutância G e da capacitância C em cada um dos 500 circuitos π , calculados a partir da equação (2), são $G = 0,01112 \mu S$ e $C = 0,2222 \eta F$, respectivamente.

Serão mostrados somente os resultados obtidos com o modelo desenvolvido pois o Microtran permite a utilização de somente 166 circuitos π .

A figura 12 mostra a distribuição da tensão ao longo da linha nos instantes de tempo $t = 15 \mu s$, $t = 25 \mu s$, $t = 35 \mu s$ e

Tabela 3: Valores dos elementos R e L para a linha representada por 500 circuitos π

Resistências (Ω)		Indutâncias (mH)	
R_0	0,00052	L_0	0,04418
R_1	0,02940	L_1	0,00148
R_2	0,04708	L_2	0,00240
R_3	0,40298	L_3	0,00200
R_4	2,22222	L_4	0,00100

$t = 45 \mu s$ após a energização da linha com uma tensão de 20 kV.

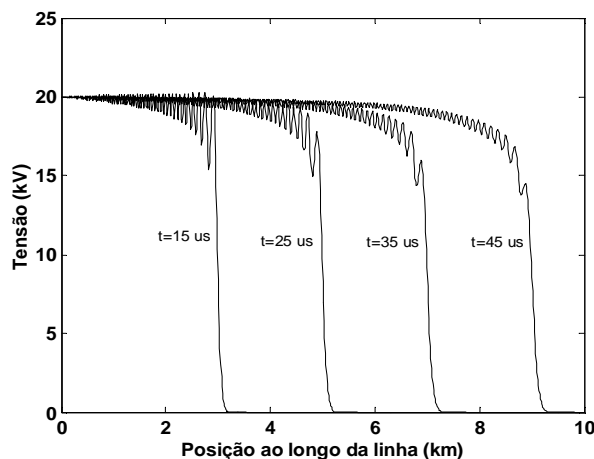


Figura 12: Distribuição da tensão ao longo da linha

A figura 12 mostra que decorridos um intervalo de tempo de $15 \mu s$ após a energização as posições ao longo da linha que encontram-se a menos de 3 km (aproximadamente) medidos em relação ao terminal A encontram-se energizados, enquanto que as posições situadas a mais de 3 km em relação ao terminal A possuem tensão nula. Decorridos $25 \mu s$ após o fechamento da chave, observa-se que a tensão propagou-se até a posição 5 km (aproximadamente). Após $35 \mu s$ a onda de tensão encontra-se a 7 km medidos em relação ao ponto A e após $45 \mu s$, um trecho de 9 km de linha já se encontra energizado. A onda continuará sua propagação até alcançar o terminal B da linha, com uma amplitude de 20 kV.

A figura 13 mostra a distribuição da tensão ao longo da linha nos instantes de tempo $t = 65 \mu s$, $t = 75 \mu s$, $t = 85 \mu s$ e $t = 95 \mu s$ após a energização da linha.

A figura 13 mostra que após a onda de tensão alcançar o terminal B da linha a mesma retorna para o terminal A, tendo seu valor aumentado. Decorridos um tempo de $65 \mu s$, após a energização da linha, a onda de tensão já alcançou o terminal

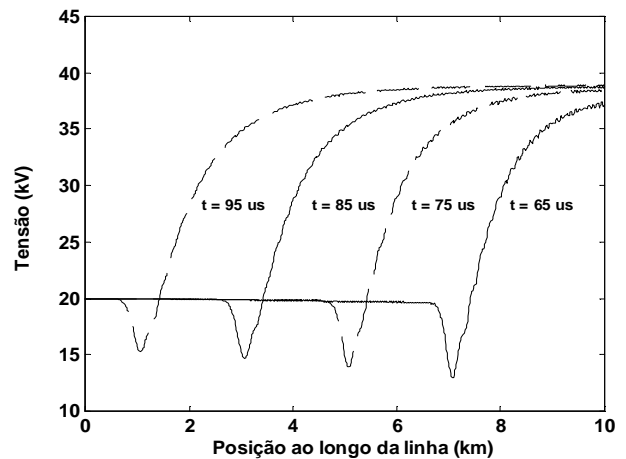


Figura 13: Distribuição da tensão ao longo da linha

B e agora se encontra a 7 km (aproximadamente) do terminal A. Em um tempo $t = 75 \mu s$ a onda de tensão está na posição 5 km em relação ao terminal A. No instante de tempo $t = 85 \mu s$ a onda de tensão se encontra a 3 km do terminal A e no instante de tempo $t = 95 \mu s$ a onda se encontra a uma distância de 1 km do terminal A.

6 CONCLUSÕES

Neste trabalho os autores se propõem a representar a cascata de circuitos π que representa uma linha de transmissão, cujos parâmetros são considerados variáveis em relação à frequência, por meio de variáveis de estado. Este modelo é então implementado no Matlab.

Para verificar o desempenho do modelo proposto, uma linha monofásica de 10 km foi representada por uma cascata de circuitos π . Esta cascata foi descrita por variáveis de estado e também foi inserida no Microtran que é um programa do tipo EMTP. Foi feito então a simulação da energização da linha utilizando o Matlab e o Microtran e verificou-se que os resultados são praticamente idênticos.

A vantagem do modelo proposto é que o mesmo dispensa o uso de programas do tipo EMTP, podendo ser facilmente implementado no Matlab que é um aplicativo mais amigável que o Microtran. A representação por meio de variáveis de estado pode ser utilizada no ensino de conceitos básicos de propagação de ondas em linhas de transmissão, na análise da distribuição de correntes e tensões ao longo da linha e na simulação de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão que tenham elementos não lineares. Uma outra vantagem é que o Matlab permite o uso de uma quantidade de circuitos π maior que o permitido pelo Microtran. Esta maior capacidade do Matlab permite representar linhas trifásicas (decompostas em seus modos) de grande comprimento.

A quantidade de circuitos π utilizada provavelmente pode ser aumentada se o modelo for implementado em linguagens como FORTRAN ou C.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à FAPESP (Fundação de Amparo à pesquisa) a concessão verbas para compra de equipamentos e de bolsas de estudos (de Iniciação Científica e de Pós-Doutorado) que possibilitaram o desenvolvimento deste trabalho.

REFERÊNCIAS

- Dommel, H. W. (1969). Digital Computer Solution of Electromagnetic Transients in Single and Multiphase Networks. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-88, No. 4; pp. 388-399.
- Dommel, H. W. (1986). Electromagnetic Transients Program Reference Manual, Department of Electrical Engineering, University of British Columbia, Vancouver, Canada.
- Lima, A. C. S., A. B. Fernandes and S. Carneiro (2005). Rational Approximation of Frequency Domain Responses in the S and Z Planes. *Proc. of the 2005 IEEE Power Engineering Society General Meeting*, San Francisco, California, USA.
- Mácias, J. A. R., A. G., Expósito and A. B. Soler (2005). A Comparison of Techniques for State-Space Transient Analysis of Transmission Lines. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 20, No. 2; pp. 894-903.
- Mamis, M. S. and A. Nacaroglu (2003). Transient Voltage and Current Distributions on Transmission Lines. *IEE Proceedings Generation, Transmission and Distribution*, Vol. 149, NO. 6; pp. 705-712.
- Mamis, M. S. (2003). Computation of Electromagnetic Transients on Transmission Lines with Nonlinear Components. *IEE Proceedings Generation, Transmission and Distribution*, Vol. 150, NO. 2; pp. 200-203.
- Marti, J. R. (1982). Accurate Modelling of Frequency-Dependent Transmission Lines in Electromagnetic Transient Simulations. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-101, No. 1; pp. 147-155.
- Marti, L. (1983). Low-Order Approximation of Transmission Line Parameters for Frequency-Dependent Models. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-102, No. 11; pp. 3582-3589.
- Marti, L. (1988). Simulation of Transients in Underground Cables with Frequency-Dependent Modal Transformation Matrices. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 3, No. 3; pp. 1099-1110.
- Nelms, R. M., G. B. Sheble, S. R. Newton and L. L. Grigsby (1989). Using a Personal Computer to Teach Power System Transients. *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 4, No. 3; pp. 1293-1297.
- Sarto, M. S., A. Scarlatti and C. L. Holloway (2001). On the Use of Fitting Models for the Time-Domain Analysis on Problems with Frequency-Dependent Parameters. *Proc. of the 2001 IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, Montreal, Canada, pp. 588-593.
- Tavares, M. C. (1998). Modelo de Linha de Transmissão Polifásico Utilizando Quase-Modos, Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.
- Tavares, M. C., J. Pissolato and C. M. Portela (1999). Mode Domain Multiphase Line Model-Use in Transients Studies. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 14, No. 4; pp. 1533-1544.