

---

# PROJETO E IMPLEMENTAÇÃO DE UM CONTROLADOR DE CORRENTE ROBUSTO PARA INVERSORES COM FILTRO LCL CONECTADOS À REDE COM INCERTEZAS PARAMÉTRICAS

**Ivan Jorge Gabe\***

ivangabe@gmail.com

**Vinícius Foletto Montagner\***

vfmontagner@gmail.com

**Jorge Rodrigo Massing\***

jorgemassing@mail.ufsm.br

**Felipe Bovolini Grigoletto\***

grigoletto@gmail.com

**Humberto Pinheiro\***

humberto@ctlab.ufsm.br

\*Grupo de Eletrônica de Potência e Controle - GEPOC

Universidade Federal de Santa Maria - UFSM

Santa Maria, RS, Brasil

---

## ABSTRACT

This paper addresses the design and implementation of a discrete controller for grid connected voltage source inverters with *LCL*-filter usually found in wind power generation systems. First a theorem that relates the controllability of the discrete dynamic equation of the inverter with *LCL*-filter and the sampling frequency is derived. Then, a condition to obtain a robust partial state feedback controller based on linear matrix inequalities is proposed. This controller guarantees the stability and damping of the *LCL*-filter resonance for a large set of grid conditions without requiring self-tuning procedures. Finally, an internal model controller is added to ensure asymptotic reference tracking and disturbance rejection, therefore reducing significantly the impact of grid background voltage distortion on the output currents. Simulation and experimental results are presented to support the theoretical analysis and to demonstrate the system performance.

**KEYWORDS:** Grid Connected Inverters, *LCL* Filters, PWM converters, Partial State Feedback, Linear Matrix Inequalities.

## RESUMO

Este artigo trata do projeto e implementação de um controlador discreto de corrente para um inversor trifásico alimentado em tensão e conectado à rede através de um filtro *LCL*, geralmente encontrado em sistemas de geração eólica. Primeiramente, é desenvolvido um teorema que relaciona a controlabilidade da equação dinâmica discreta, que representa o comportamento do conversor conectado à rede, aos parâmetros do filtro e a frequência de amostragem do sistema. Então é derivada uma condição para a obtenção dos ganhos de retroação parcial robusta de estados baseada em desigualdades matriciais lineares. Este controlador garante a estabilidade e o amortecimento ativo da ressonância do filtro *LCL* conectado à rede, mesmo com incertezas paramétricas no ponto de conexão sem a necessidade de procedimentos de auto-sintonia ou algoritmos adaptativos. Finalmente, um controlador com modelo interno é adicionado a fim de prover rastreamento assintótico da referência e rejeição do distúrbio, diminuindo significativamente o impacto dos distúrbios harmônicos de baixa frequência da tensão da rede nas correntes de saída. Resultados experimentais e de simulação são apresentados para dar suporte a análise teórica desenvolvida bem como para demonstrar o desempenho do sistema.

**PALAVRAS-CHAVE:** Inversores Conectados à Rede, Filtros

---

Artigo submetido em 30/10/2007 (Id:827)

Revisado em 04/06/2008, 05/09/2008, 27/11/2008

Aceito sob recomendação do Editor Associado Prof. Enes Gonçalves Marra

## 1 INTRODUÇÃO

Turbinas eólicas de velocidade variável utilizam conversores estáticos para processar a potência entregue para a rede elétrica. Os fabricantes de turbinas eólicas devem garantir a operação estável das malhas internas de corrente destes conversores independentemente das características da rede no ponto de conexão. Além de garantir a estabilidade da malha de corrente, o fabricante também deve atender os requisitos técnicos que limitam as amplitudes das harmônicas das correntes geradas pelo conversor. As harmônicas de baixa ordem, relacionadas com a distorção da tensão no ponto de conexão, podem ser atenuadas pelo adequado projeto dos controladores. Entretanto, para atenuar as harmônicas de alta frequência oriundas da comutação dos conversores são utilizados filtro passivos. Estas harmônicas geralmente se localizam em bandas laterais em torno das múltiplas da frequência de comutação. Atualmente, em turbinas eólicas de grande porte, a frequência de comutação dos conversores é escolhida em algumas unidades de kHz, para limitar as perdas de comutação.

Dois tipos de filtros passivos são geralmente considerados para a conexão de conversores PWM à rede elétrica: os filtros de terceira ordem *LCL* e os filtros de primeira ordem *L*. Filtros *LCL* possibilitam uma maior atenuação das harmônicas de alta frequência quando comparados ao filtro *L*. Logo, a principal limitação do filtro *L* é a necessidade do uso de uma alta frequência de comutação para assegurar a atenuação das harmônicas de corrente. Dessa forma, são usualmente empregados filtros *LCL* que resultam em um melhor desempenho com um consumo reduzido de reativos (Liserre et al., 2005) (Lindgren e Svensson, 1998).

Entretanto os filtros de terceira ordem do tipo *LCL* apresentam uma ressonância em uma frequência que depende dos seus parâmetros e da impedância da rede no ponto de conexão. Assim, alguma técnica de amortecimento da ressonância deve ser empregada. Uma delas é o amortecimento passivo (Liserre et al., 2005), que consiste em introduzir elementos passivos, geralmente resistores em série com o capacitor do filtro. Já o amortecimento ativo consiste na introdução de um compensador digital no controle da malha de corrente. As perdas resultantes do amortecimento passivo são indesejadas em sistemas de geração eólicas de alta potência, sendo assim o amortecimento ativo é o mais indicado nestas aplicações (Gabe, 2008; Wang et al., 2003). Entretanto, o amortecimento ativo geralmente é projetado para uma condição específica de rede (fraca ou forte). Assim, incertezas sobre a impedância equivalente da rede no ponto de conexão fazem com que a frequência de ressonância do conjunto filtro-*LCL*

e rede não seja bem conhecida. Para evitar a instabilidade da malha de corrente, as incertezas associadas a impedância da rede devem ser consideradas no projeto do controlador (Liserre et al., 2006).

Para o projeto dos controladores de corrente, um modelo dinâmico nominal que represente o conversor conectado à rede com filtro-*LCL* deve ser desenvolvido. Devido a grande gama de fenômenos associados à conexão de geração eólica aos sistemas de potência, geralmente a decomposição em escala de tempo é utilizada para obter modelos de ordem reduzida que capturam as dinâmicas relevantes para os estudos em questão. Por exemplo, para o estudo de estabilidade de tensão e estabilidade angular, são geralmente usados modelos RMS de sequência positiva da turbina. Como exemplo deste procedimento, pode-se citar (Slootweg, 2003), onde foram utilizados modelos de turbinas eólicas em sistemas de potência que cobrem os fenômenos numa banda de frequência entre 0.1 e 10Hz para o estudo do impacto da penetração da geração eólica no sistema de potência. Neste caso, as variáveis associadas aos fenômenos em bandas inferiores são assumidos constantes, enquanto aqueles em bandas de frequência superiores são considerados em seus valores de regime permanente. Esta prática é legitimada por métodos rigorosos de decomposição de sistemas dinâmicos em escalas de tempo, como a teoria de perturbações singulares e de redução de modelos encontradas em (Cutsem e Vournas, 1998; Sedighizadeh e Rezazadeh, 2008). A banda de frequência de interesse para o projeto dos controladores de corrente para os conversores conectados à rede, compreende a frequência da fundamental até a metade da frequência de comutação, tipicamente de 60 a 6kHz.

Com este artigo pretende-se fornecer condições de projeto relacionando a escolha da frequência de amostragem aos parâmetros do filtro *LCL*. Essas condições asseguram a controlabilidade das equações dinâmicas discretas que descrevem um inversor conectado à rede mesmo com incertezas paramétricas no ponto de conexão comum (PCC). Então, um controlador discreto por meio de retroação parcial robusta de estados é obtido utilizando condições na forma de desigualdades matriciais lineares (do inglês, *Linear Matrix Inequalities* – LMIs, (Boyd et al., 1994). Esse controlador é capaz de promover o amortecimento da ressonância do filtro *LCL* por meio da alocação dos pólos do sistema em malha fechada em uma região pré-definida contida no círculo de raio unitário, para uma faixa pré-definida de incerteza na impedância da rede no ponto de conexão. A retroação de estados é dita parcial pois a corrente de saída não é utilizada. Assim, não há um aumento no número de sensores a serem empregados. Por fim, um controlador baseado no princípio do modelo interno é utilizado para obter o rastreamento assintótico da referência e rejeição dos distúrbios de baixa frequência provenientes da rede. A metodologia de obtenção do controlador é

nova para a aplicação em questão e se mostra eficiente teórica e experimentalmente.

## 2 CONTROLABILIDADE DE SISTEMAS DE TEMPO DISCRETO

Considere o inversor conectado à rede mostrado na Figura 1. Esse inversor trifásico com filtro-*LCL* de saída pode ser representado por dois circuitos desacoplados utilizando a transformação de coordenadas *abc* para eixos estacionários  $\alpha\beta$  (Botterón e Pinheiro, 2006). A rede elétrica é modelada por uma indutância em série com uma resistência e uma fonte de tensão. Cada um dos circuitos equivalentes podem ser representados por um modelo de espaço de estados linear e invariante no tempo da forma:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Fw(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (1)$$

em que  $x$  é o vetor de estados normalizado  $[i_{L1}/I_{base} \quad v_C/V_{base} \quad i_{L2}/I_{base}]^T$ ,  $u$  é a tensão de saída do inversor normalizada,  $w$  é a tensão da rede e  $y$  é a corrente do indutor  $L_1$  normalizada em coordenadas  $\alpha\beta$ .  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $F$  são matrizes com dimensões apropriadas, mostradas no Apêndice. Note na Figura 1 que o impacto da tensão do barramento CC, no ganho da malha, pode ser eliminado dividindo-se a ação de controle  $u$  pelo  $V_{cc}$ , desde que o inversor não opere na região de sobre-modulação. Esta consideração é razoável uma vez que, nas turbinas eólicas que utilizam geradores síncronos, existe um conversor entre o gerador e o barramento CC que mantém esta tensão regulada.

Considerando que as tensões PWM são sintetizadas por um controlador digital,  $\mu$ -controlador ou *DSP*, é conveniente analisar e projetar o sistema no domínio de tempo discreto. A representação de (1) no domínio de tempo discreto com um período de amostragem  $T_s$ , sendo  $\omega(t) = 0$ , é dada por

$$\begin{aligned} x((k+1)T_s) &= Gx(kT_s) + Hu(kT_s) \\ y(kT_s) &= Cx(kT_s) \end{aligned} \quad (2)$$

$G$  e  $H$  são matrizes mostradas no Apêndice.

O modelo (2) é modificado para incluir o atraso de transporte usualmente presente na implementação de um controlador digital. Dessa forma, tem-se

$$\begin{aligned} \bar{x}((k+1)) &= \bar{G}\bar{x}(k) + \bar{H}u(k) \\ y(k) &= \bar{C}\bar{x}(k) \end{aligned} \quad (3)$$

em que  $\bar{x} = [x \quad u_d]^T$  e  $\bar{G}$ ,  $\bar{H}$  e  $\bar{C}$  são matrizes mostradas no Apêndice. Note que  $u_d$  é uma variável de estado adicional que é incluída no vetor de estados para representar o atraso associado à implementação digital.

Tabela 1: Parâmetros em valores absolutos e pu.

Turbina Eólica de 500kW			
Filtro- <i>LCL</i>	$L_1$	0.2mH	23%
	$L_2$	0.03mH	
	$C_f$	83 $\mu$ F	
Rede	Valor Máximo $L_o$	0.03 $\Omega$ (indutivo)	10%
	Valor Mínimo $L_o$	0.003 $\Omega$ (indutivo)	1%
Valores Base	Tensão base	380V <sub>rms</sub>	
	Corrente base	750A <sub>rms</sub>	

A fim de amortecer os modos oscilatório de (1) com um controlador discreto, a controlabilidade de (3) deve ser mantida para toda a faixa de indutâncias considerada. Com esse propósito, um teorema que relaciona a controlabilidade do sistema dinâmico discreto e sua frequência de amostragem  $f_s$  é apresentado a seguir.

**Teorema 1** : assuma que a equação dinâmica dada em (1) é controlável e que a matriz  $A$ , escrita na forma canônica de Jordan, possui autovalores distintos. Uma condição necessária e suficiente para que a equação dinâmica em tempo discreto, dada em (3), seja controlável é que  $Im[\lambda_i(A) - \lambda_j(A)] \neq 2\pi\delta/T_s$  para  $\delta = \pm 1, \pm 2, \dots$ , sempre que  $Re[\lambda_i(A) - \lambda_j(A)] = 0$ .

**Prova 1** Se  $\lambda_1$  é um autovalor de  $A$ , então  $\bar{\lambda}_1 = e^{\lambda_1 T_s}$  é um autovalor de  $\bar{G}$ . Se  $\lambda_1 = \sigma + j\omega$  e  $\lambda_2 = \sigma - j\omega$  formam um par de autovalores complexos de  $A$ , sempre que  $\omega = \delta\pi/T_s$  para  $\delta = \pm 1, \pm 2, \dots$ , tem-se  $\bar{\lambda}_1 = \bar{\lambda}_2$ . Como resultado,  $\bar{G}$  possuirá dois blocos de Jordan associados ao mesmo autovalor, portanto o par  $\{\bar{G}, \bar{H}\}$  não é controlável.

Para uma ilustração do uso do Teorema 1 será considerado o exemplo dado em (Liserre et al., 2006), que trata de uma turbina eólica de 500kW cujos parâmetros são fornecidos na Tabela 1.

A indutância da rede é assumida como um parâmetro incerto, que pertence ao intervalo pré-definido como:

$$7,9\mu H \leq L_g \leq 79\mu H \quad (4)$$

os autovalores complexos da matriz  $A$  são dados por

$$\lambda_{1,2} = \pm j \sqrt{\frac{L_1 + (L_g + L_2)}{L_1(L_g + L_2)C_f}} \quad (5)$$

Quando um período de amostragem igual a  $T_s = 1/5000$  s e a indutância total da rede  $L_g$  alcança 64.6 $\mu$ H, a condição  $Im[\lambda_i(A) - \lambda_j(A)] = 2\pi\delta/T_s$  é satisfeita. A matriz de controlabilidade do sistema discreto (3), dado por  $[\bar{H} \quad \bar{G}\bar{H} \quad \bar{G}^2\bar{H} \quad \bar{G}^3\bar{H}]$ , para este valor de indutância

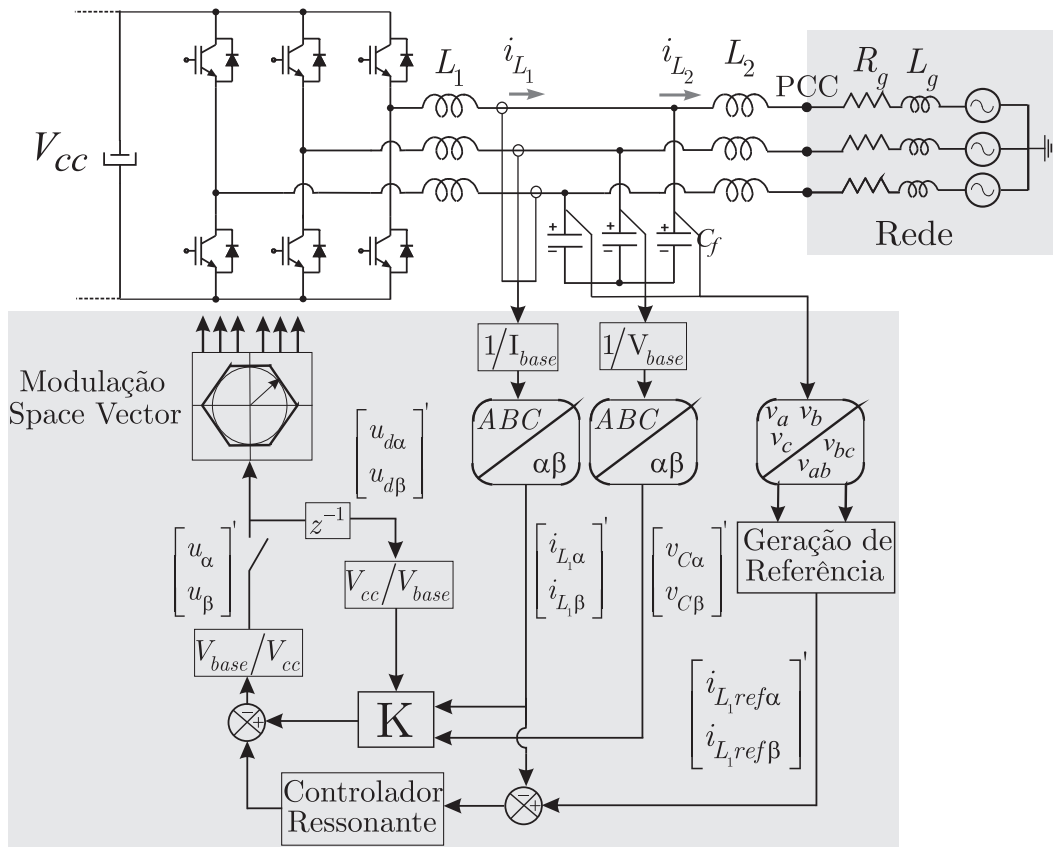


Figura 1: Inversor trifásico com filtro  $LCL$  conectado à rede.

total, não é de posto completo, indicando que o sistema discreto não é controlável. Dessa forma, com a finalidade de tornar possível amortecer os modos oscilatórios associados ao filtro  $LCL$  utilizando um controlador discreto, propõe-se que a seguinte desigualdade deve ser satisfeita

$$f_s > \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{L_1 + L_o}{L_1 L_o C_f}} \quad (6)$$

sendo  $L_o = L_2 + L_g$  e  $f_s = 1/T_s$ .

Uma maneira de assegurar que a controlabilidade não será perdida é escolher um valor mínimo de  $L_2$  de tal maneira que, mesmo com a incerteza da rede, a desigualdade (6) seja satisfeita para todo  $L_o$  considerado. Como exemplo, para o caso anterior, o valor mínimo de  $L_2$  deve ser maior que  $64.6\mu H$ . De (6) é possível concluir que quanto menor a frequência de amostragem, maior será o valor mínimo de  $L_2$  para assegurar a controlabilidade do sistema. Note que uma vez que a controlabilidade da equação discreta é assegurada, o modo oscilatório associado com o filtro  $LCL$  pode ser ativamente amortecido. Na próxima seção é desenvolvido um projeto robusto de retroação parcial de estados para o sistema discreto (3).

### 3 RETROAÇÃO PARCIAL ROBUSTA DE ESTADOS

Um dos objetivos do controlador a ser obtido é alocar os pólos do sistema dinâmico discreto de modo a amortecer a ressonância associada ao filtro  $LCL$  na malha de controle de corrente, dada na Figura 2. Outra característica pretendida para o sistema em malha fechada é que todos os pólos estejam dentro do círculo de raio unitário para qualquer valor de indutância da rede pertencente a um intervalo dado. Esse intervalo caracteriza a operação desde a condição de rede fraca até a condição de rede forte. Uma restrição ao controle é que o estado ( $i_{L_2}$ ) não estará disponível para realimentação, portanto, tratar-se-á de um problema de retroação parcial de estados. Isso leva à redução da quantidade de sensores na implementação do controle, porém dificulta o projeto do controlador.

Para obter um controlador por meio de retroação parcial de estados robusto as incertezas em  $L_o$  devido a  $L_g$ , serão utilizadas condições de projeto baseadas em LMIs (Boyd et al., 1994), (Gahinet et al., 1995).

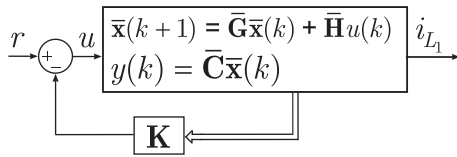


Figura 2: Diagrama de Retroação de Estado.

Reescrevendo a equação (1) em função de  $L_o$  tem-se

$$\dot{x}(t) = A(L_o)x(t) + Bu(t) + F(L_o)w(t) \quad (7)$$

A incerteza em  $L_g$  produz como impacto incertezas em todos os elementos das matrizes  $G$  e  $H$  do modelo discreto, que é então descrito por

$$\bar{x}(k+1) = \bar{G}(\alpha)\bar{x}(k) + \bar{H}u(k) \quad (8)$$

sendo que  $\bar{G}(\alpha)$  pertence a um politopo (Boyd et al., 1994) dado por

$$\mathcal{P} = \bar{G}(\alpha) \in \mathbb{R}^{4 \times 4} : \bar{G}(\alpha) = \sum_{i=1}^N \alpha_i \bar{G}_i, \quad \sum_{i=1}^N \alpha_i = 1, \alpha_i \geq 0, i = 1, \dots, N \quad (9)$$

Note que a representação (8) é uma versão da representação (3) incluindo incertezas paramétricas (vetor  $\alpha$ ).

Seja a lei de controle por retroação parcial de estados dada por

$$u(k) = K\bar{x}(k), \quad K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & 0 & k_{14} \end{bmatrix} \quad (10)$$

O objetivo aqui é buscar  $k_{11}$ ,  $k_{12}$  e  $k_{14}$  dentro do conjunto

$$\mathcal{S} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{14} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3$$

com

$$\underline{k}_{11} \leq k_{11} \leq \bar{k}_{11}, \quad \underline{k}_{12} \leq k_{12} \leq \bar{k}_{12}, \quad e \quad \underline{k}_{14} \leq k_{14} \leq \bar{k}_{14}$$

definido pelo projetista. Esse conjunto pode ser discretizado em função de restrições de precisão da plataforma digital a ser utilizada na implementação. O vetor de ganhos  $K$  deve garantir que o sistema em malha fechada

$$\bar{x}(k+1) = \bar{G}_{cl}(\alpha)\bar{x}(k), \quad \bar{G}_{cl}(\alpha) = \bar{G}(\alpha) + \bar{H}K, \quad \bar{G}(\alpha) \in \mathcal{P} \quad (11)$$

seja estável e que os autovalores de  $\bar{G}_{cl}(\alpha)$  (pólos de malha fechada) estejam posicionados dentro do círculo  $\mathcal{C}$ , com centro  $d$  e raio  $r$  escolhidos *a priori* pelo projetista, localizado dentro do círculo de raio unitário, mostrado na Figura 3.

O próximo teorema fornece uma condição LMI suficiente para solução do problema acima descrito.

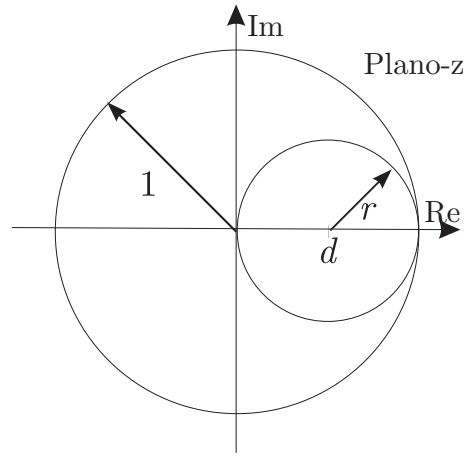


Figura 3: Círculo com raio  $r$  e centro  $d$ , para alocação de pólos.

**Teorema 2** : dados os valores de  $r$  e  $d$  do círculo  $\mathcal{C}$  para alocação de pólos e dados os ganhos  $k_{11}$ ,  $k_{12}$  e  $k_{14}$  do controlador pertencentes a  $\mathcal{S}$ , se existir uma matriz simétrica definida positiva  $P \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$  tal que

$$\begin{bmatrix} rP & (\bar{G}_i + \bar{H}K)'P - dP \\ P(\bar{G}_i + \bar{H}K) - dP & rP \end{bmatrix} > 0, \quad i = 1, \dots, N \quad (12)$$

então  $\bar{G}_{cl}(\alpha)$  é estável e seus autovalores pertencem a  $\mathcal{C}$ .

**Prova 2** Se o Teorema 2 é satisfeito, por complemento de Schur e por convexidade (Boyd et al., 1994), tem-se

$$\frac{(\bar{G}(\alpha) + \bar{H}K - dI)'}{r} P \frac{(\bar{G}(\alpha) + \bar{H}K - dI)}{r} - P < 0 \quad (13)$$

o que assegura a estabilidade com a localização dos pólos no círculo  $\mathcal{C}$  para o sistema em malha fechada (Montagner et al., 2003).

É importante mencionar que a condição do Teorema 2 é uma condição de análise. Dado um candidato a controlador extraído do conjunto  $\mathcal{S}$ , a factibilidade do Teorema 2 certifica que esse controlador garante a alocação robusta dos pólos para o sistema em malha fechada. Condições convexas de síntese de retroação parcial de estados estão disponíveis na literatura utilizando restrições de estrutura nas variáveis matriciais do problema, conforme dado por exemplo na seção 3.1 de (Montagner et al., 2003). Entretanto, as condições da literatura baseadas em estabilidade quadrática com e sem variáveis de folga foram testadas para o problema em questão neste artigo, não resultando controlador factível para o conjunto  $\mathcal{S}$  sendo o  $\mathbb{R}^3$ . Por outro lado, o Teorema 2 permite

obter mais de uma solução para o problema, mostrando-se uma alternativa viável para a validação de controladores estabilizantes robustos com desempenho garantido em termos de alocação de pólos para a aplicação sob investigação.

Considere novamente o sistema de 500kW descrito na Tabela 1. A Figura 4(a) mostra a localização dos autovalores do sistema sem a retroação parcial de estados. As linhas destacadas indicam como os autovalores de (3) mudam de localização de rede fraca para forte. Os pontos 1 e 3 indicados por ● mostram os autovalores para condição de rede forte, 2 e 4 indicados por ★ mostram os autovalores para rede fraca. O autovalor associado com o tempo de atraso é indicado por 5 e o terceiro autovalor associado com o filtro *LCL* é indicado por 6. A Figura 4(b) mostra que todos os autovalores são bem amortecidos quando a indutância da rede varia na ordem de 0.01pu and 0.1pu. O Teorema 2 certifica que os ganhos de controle  $K = [ 1.78 \ 1.10 \ 0 \ -0.50 ]$  garantem a alocação dos pólos de malhada fechada no círculo centrado em  $d = 0$  e um raio  $r = 0.95$ .

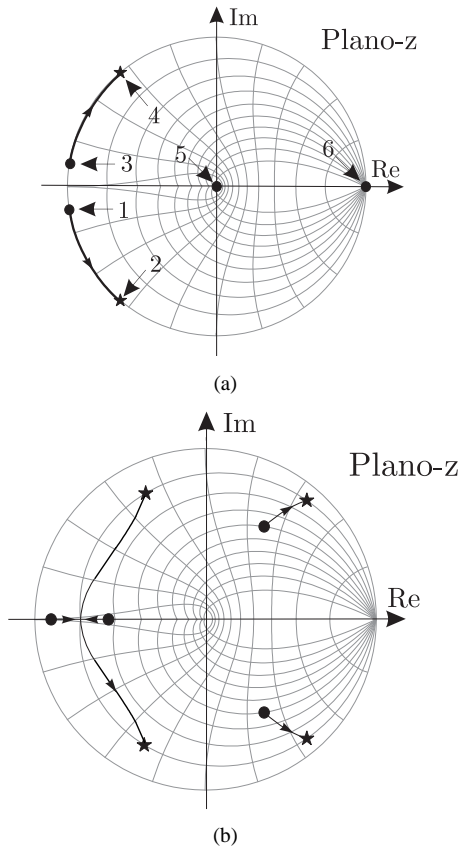


Figura 4: (a) Localiza o dos autovalores sem retroa o de estados para condi o de rede forte ● até fraca ★ (b) Localiza o dos autovalores com retroa o de estados para condi o de rede forte ● até fraca ★.

Na próxima se o   apresentada a inclusão de controladores

utilizando o princípio de modelo interno.

## 4 CONTROLADORES DE BAIXA FREQUÊNCIA

O controlador por retroa o parcial robusta de estados assegura a estabilidade com aloca o robusta de pólos. Para garantir um bom rastreamento da referência e rejei o de d st rbo de baixa frequência será utilizado um controlador segundo o princípio do modelo interno (Botterón e Pinheiro, 2006), (Zmood e Holmes, 2003) e (Lisserre et al., 2006). Isto   equivalente   estrutura proporcional+ressonante considerada em (Zmood e Holmes, 2003) e (Lisserre et al., 2006). A estrutura do controlador discreto utilizada para eliminar a distor o harmônica   dada por (14). O método de discretiza o do tipo *matched*, que mant m a posi o dos pólos e zeros em tempo contínuo no domínio discreto,   usado para assegurar desempenho de regime permanente do controlador discreto. A malha de controle de corrente proposta pode ser vista na Figura 5.

$$G_c(z) = \frac{N(z)}{\phi(z)} = \mathcal{Z} \left\{ \sum_k k \frac{s}{s^2 + (i\omega)^2} \right\} \quad (14)$$

em que  $i$    a ordem da harmônica compensada.

O ganho  $k$  determina, em termos de desempenho, o quão rápido os controladores de modelo interno seguem a referência e eliminam o d st rbo harmônico. A referência de corrente   gerada a partir de um algoritmo de extra o de sequência positiva descrito em (de Camargo e Pinheiro, 2006).

## 5 INTERA O ENTRE OS CONTROLADORES DE ALTA E BAIXA FREQUÊNCIA

Os ganhos de retroa o parcial pertencentes ao conjunto  $S$  são testados interativamente na condi o LMI do Teorema 2.

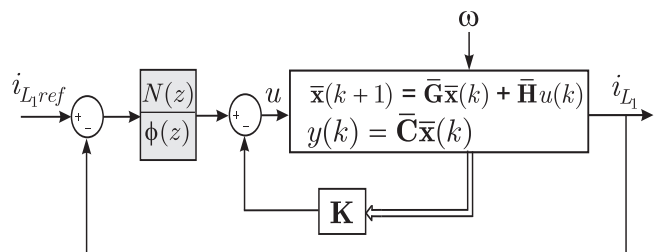


Figura 5: Diagrama de blocos completo do sistema em malha fechada com controlador estabilizante por retroa o parcial de estados e com controlador dinâmico baseado no princípio do modelo interno.

Logo, possivelmente, mais de um vetor de ganhos  $K$  aloca os pólos de malha fechada dentro do círculo com raio  $r$  e centro em  $d$  escolhidos *a priori*. Seja  $\mathcal{Q}$  o conjunto de todos os vetores de ganho  $K = [k_{11} \ k_{12} \ 0 \ k_{14}]$ , com  $[k_{11} \ k_{12} \ k_{14}] \in \mathcal{S}$  encontrados que satisfazem as LMIs em (12). O problema agora é selecionar um vetor de ganho pertencente a  $\mathcal{Q}$  que, mesmo com a inclusão dos controladores de modelo interno não comprometa a alocação de pólos.

Aqui o impacto dos pólos de malha fechada associados com  $G_c(z)$  em  $G_{cl}(z)$  e vice-versa serão analisados. Logo, é importante considerar tanto os pólos quanto os zeros do controlador e do filtro *LCL* com retroação parcial de estados.

Assumindo inicialmente que  $G_{cl}(z)$  não possui dinâmica, isto é,  $G_{cl}(z) = 1$ . Dessa forma, é possível encontrar ganhos  $k$  para o controlador de tal forma que o sistema de malha fechada com o controlador de modelo interno seja estável. Neste caso, como mostrado na Figura 6, o lugar das raízes dos pólos complexos do controlador de modelo interno apontam em direção ao interior do círculo unitário. Entretanto,  $G_{cl}(z) \neq 1$ . Isso significa que, para o projeto dos ganhos do controlador ressonante, assim como para selecionar o vetor de ganhos  $K$  do conjunto  $\mathcal{Q}$ , a contribuição angular de  $G_{cl}(z)$  em  $G_c(z)$  pode ser considerada. É plausível assumir que, na frequência do controlador de modelo interno, a fase de  $G_{cl}(z)$  decresce com o aumento da frequência. Como resultado, assegurando que o ângulo de partida do lugar das raízes dos pólos complexos vá em direção ao interior do círculo unitário para todas as condições da rede, é possível garantir a estabilidade dos pólos de malha fechada associados com o modelo interno para algum ganho  $k$ .

O ângulo de partida do lugar das raízes dos pólos complexos do controlador ressonante é:

$$\theta_p = \phi + \pi \quad (15)$$

em que  $\phi$  é dado por

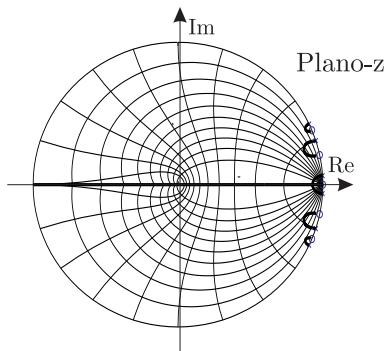


Figura 6: Lugar das raízes para  $G_{cl}(z) = 1$ .

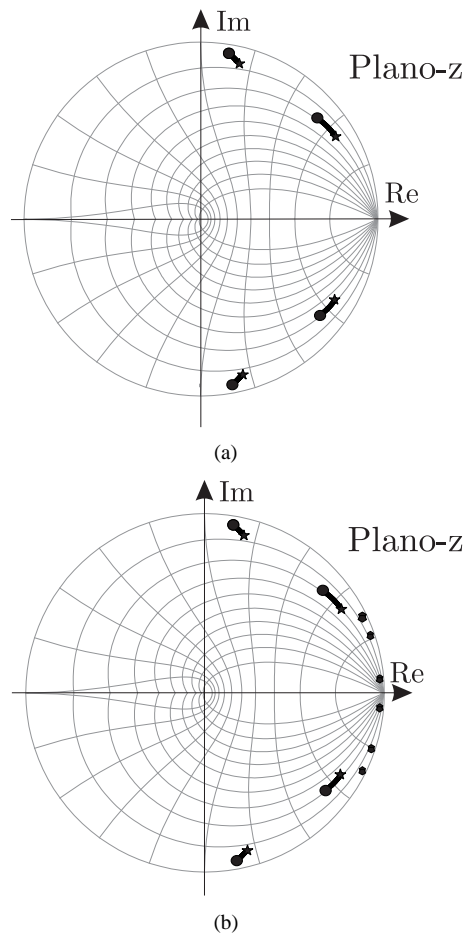


Figura 7: (a) Localização dos autovalores de  $G_{cl}(z)$  para condições de rede forte  $\bullet$  para fraca  $\star$  com  $K = [1.8 \ -0.9 \ 0 \ 0.4]$ , (b) Lugar das raízes da malha fechada  $G_c(z)G_{cl}(z)/(1 + G_c(z)G_{cl}(z))$  com  $k_{1,5,7} = 250$  para condições de rede forte  $\bullet$  para fraca  $\star$  (sistemas com parâmetros dados na Tabela 2).

$$\phi = \angle G_c(z)(z - e^{-j(i\omega)T_s})G_{cl}(z) \quad (16)$$

Para garantir que o ângulo de partida do lugar das raízes aponte para o interior do círculo unitário,  $\theta_p$  deve pertencer ao intervalo dado por

$$\left( \angle(e^{j(i\omega)T_s}) + \frac{\pi}{2} \right) < \theta_p < \left( \angle(e^{j(i\omega)T_s}) + \frac{3\pi}{2} \right) \quad (17)$$

Aqui, um critério de seleção do vetor de ganho  $K$  pertencente a  $\mathcal{Q}$  é proposto. O vetor  $K$  selecionado será aquele que maximiza a diferença angular  $\phi_d$ , dada por:



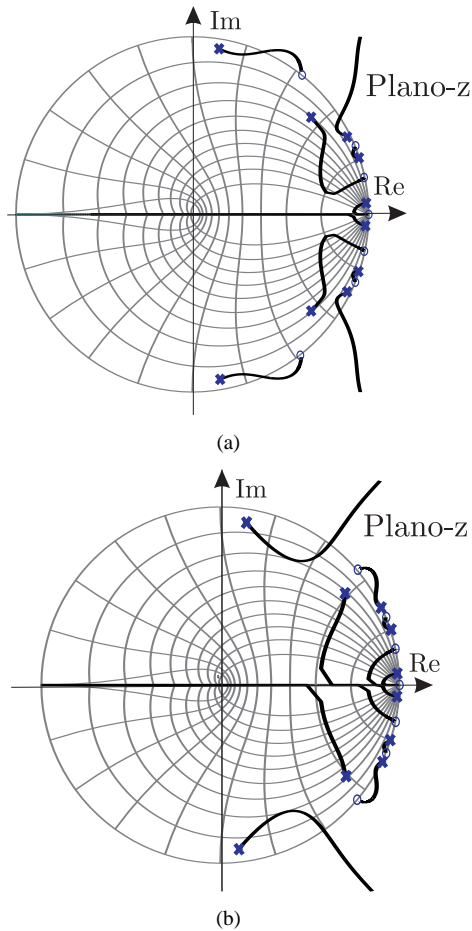


Figura 8: Lugar das raízes do sistema para condições de rede (a) forte e (b) fraca para um ganho  $k_{1,5,7} = 250$  e  $K = [1.8 \ -0.9 \ 0 \ 0.4]$ .

$$\phi_d = \min\{\phi_1, \phi_2\} \quad (18)$$

$$\phi_1 = \left( \left| \theta_p - \left( \angle(e^{j(i\omega)T_s}) + \frac{\pi}{2} \right) \right| \right) \quad (19)$$

$$\phi_2 = \left( \left| \theta_p - \left( \angle(e^{j(i\omega)T_s}) + \frac{3\pi}{2} \right) \right| \right) \quad (20)$$

A Tabela 2 mostra os parâmetros do protótipo utilizados na parte experimental deste trabalho. Para esses parâmetros, o vetor de ganhos  $K$  que resulta numa margem angular maior em todas as condições da rede é dado por  $K = [1.8 \ -0.9 \ 0 \ 0.4]$ . Para uma condição de rede forte a diferença angular é  $\phi_d = 36.05^\circ$ , no meio da faixa de impedância considerada é  $\phi_d = 29,22^\circ$  e para condição de rede fraca a diferença angular é  $\phi_d = 22^\circ$ . Então, uma rede fraca representa o pior caso.

Agora, o impacto dos ganhos do controlador de modelo

Tabela 2: Parâmetros em valores absolutos e pu do protótipo experimental.

Protótipo Experimental 11kVA			
Filtro-LCL	$L_1$	1.25mH	13%
	$L_2$	0.5mH	
	$C_f$	70 $\mu$ F	
Rede	Valor Mínimo $L_o$	0.5mH	$S_k = \text{Infinito}$
	Valor Máximo $L_o$	0.88mH	$S_k = 15$
Valores Base	Tensão base	220V	
	Corrente base	30A	
Inversor PWM	$F_s$	6kHz	
	$F_c$	6kHz	
	Controlador Modulação	5th, 7th Space vector	

interno nos pólos de malha fechada é investigado. A Figura 7(a) apresenta o lugar das raízes de  $G_{cl}(z)$ , enquanto a Figura 7(b) apresenta o lugar das raízes com a inclusão do modelo interno. Nesse caso, é possível ver que a inclusão do controlador de modelo interno não afeta significativamente a localização dos pólos associados ao filtro LCL com retroação parcial de estado para o intervalo de impedância da rede considerada. A Figura 8(a) mostra o lugar das raízes do sistema para condições de rede forte para  $k > 0$ . Na Figura 8(b) o mesmo diagrama do lugar das raízes para condição de rede fraca é mostrado. É possível ver que a condição de rede fraca limita a margem de ganho em  $k = 1.54$ . O ganho dos controladores ressonantes é normalizado em  $k = 250$ , assim para evitar a instabilidade de todas as condições de rede o ganho  $k$  deve ser menor que  $250 \times 1.54 = 385$ , ou seja,  $k < 385$ .

## 6 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Nesta seção serão apresentados alguns resultados de simulação para demonstrar o desempenho dos controladores ressonantes na rejeição de distorções harmônicas de baixa frequência presentes na tensão da rede. Como demonstrado na análise das seções anteriores, a condição de rede fraca é o pior caso para o projeto do ganho do controlador ressonante. Portanto uma rede fraca, com potência de curto-circuito inferior a 15pu será considerada. As simulações foram realizadas em *Matlab/Simulink*®.

A Figura 9 mostra um exemplo de fazenda eólica com quatro unidades geradoras de 1MVA cada. Além disso, a carga-I formada por uma ponte retificadora com carga fortemente indutiva é conectada na barra B-1 com o intuito de provocar distorções de baixa ordem no PCC da fazenda. A tensão no ponto de conexão comum da fazenda eólica é de 13.8kV. Para a realização destas simulações foi considerado que a potência de saída de cada uma das turbinas é constante.



Na Figura 10 é mostrada a forma de onda da tensão no ponto de conexão da turbina antes e após o acionamento da carga-I. O conteúdo harmônico da tensão apresenta componentes de 6% na quinta harmônica e 7% na sétima, além de outras componentes como a 11<sup>ª</sup> e 13<sup>ª</sup>. A Figura 11 mostra a corrente sintetizada pelo inversor, como foram incluídos apenas controladores ressonantes de quinta e sétima harmônica, as harmônicas de maior ordem não são rejeitadas. Como demonstrado na seção anterior, a inclusão de mais controladores ressonantes é limitada pela frequência de amostragem e pela garantia de estabilidade em todo o intervalo de incertezas de indutância considerado.

Na Figura 12 são mostrados os espectros da corrente no indutor  $L_1$ , com e sem controladores ressonantes de quinta e sétima harmônica na malha de controle. Na Figura 12(a) é mostrado o espectro da corrente quando não são utilizados os controladores ressonantes. Note que todas as componentes harmônicas que aparecem na forma de onda da tensão são reproduzidas na corrente sintetizada pelo inversor. Na Figura 12(b) é mostrado o espectro da corrente quando são incluídos os controladores de quinta e sétima. Como resultado, a componente de quinta harmônica na corrente baixou de 4% para 0.2% e a de sétima de 5% para 0.4%.

## 7 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Nesta seção serão demonstrados resultados experimentais que demonstram o desempenho do controlador dentro do intervalo de impedâncias considerado em projeto. Os resultados foram obtidos utilizando um protótipo de 11kVA controlado por um DSP TMS320F2812 de ponto fixo, com os parâmetros dados na Tabela 2. A impedância da rede é considerada  $L_g = 0$ ,  $S_k = \infty$  para a condição ideal de rede forte. Já para a condição de rede fraca, tem-se uma rede com capacidade de curto-circuito no ponto de conexão comum de 15 vezes a potência do protótipo, ou seja,  $S_k = 15$ . Os parâmetros do filtro LCL foram projetados para satisfazer (6).

Os ganhos da retroação parcial de estado foram obtidos conforme descrito na seção anterior, resultando em

$$K = \begin{bmatrix} 1.8 & -0.9 & 0 & 0.4 \end{bmatrix} \quad (21)$$

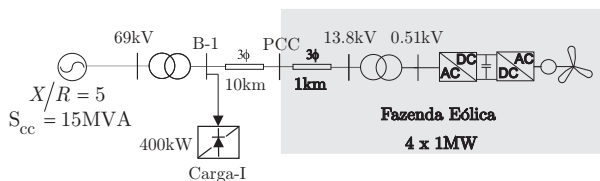


Figura 9: Diagrama unifilar da fazenda eólica conectada ao sistema de potência.

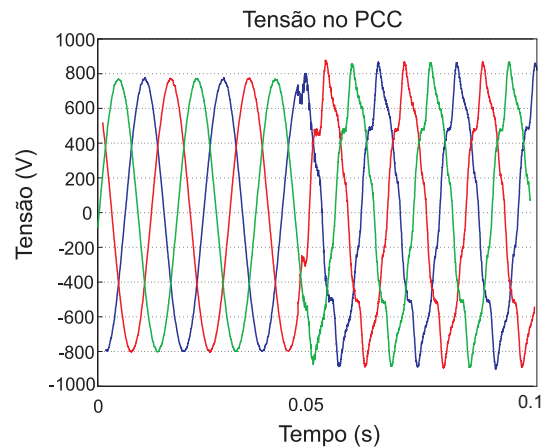


Figura 10: Tensão da rede no PCC antes e depois do acionamento da carga-I.

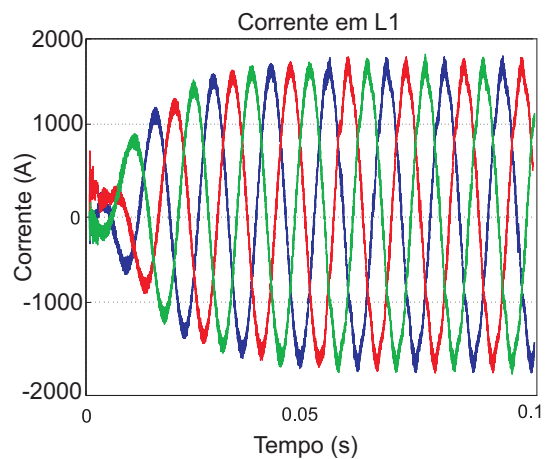
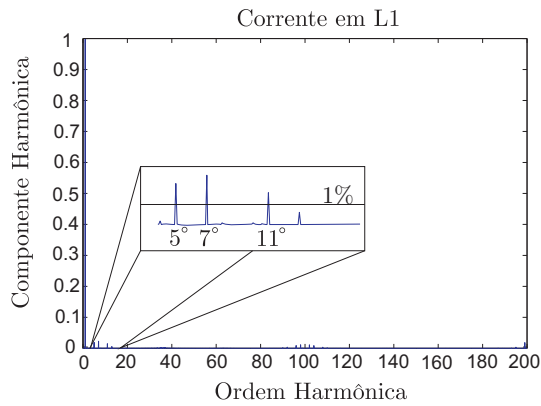


Figura 11: Corrente no indutor  $L_1$  antes e depois do acionamento da carga-I.

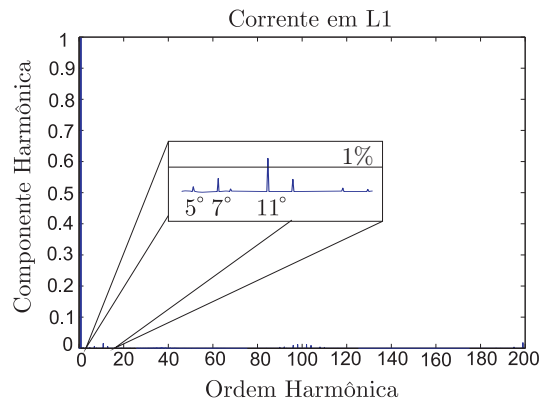
Os ganhos do controlador de modelo interno nesta implementação para o controlador da fundamental, quinta e sétima harmônica são  $k_{1,5,7} = 250$ , de acordo com o projeto teórico.

Primeiramente, observou-se que os resultados experimentais corroboram o comportamento dinâmico obtido na análise teórica. Sempre que a indutância da rede no ponto de conexão estiver dentro do intervalo pré-definido em projeto, um bom desempenho dinâmico é assegurado. Na Figura 13(a), é apresentada a resposta transitória ao salto de 5A para 25A na referência de corrente no indutor do lado do conversor para o caso em que  $L_o = 750\mu H$ .

Fora do intervalo da indutância considerada, notou-se que o sistema ficará instável quando  $L_o > 925\mu H$ , em caso de rede fraca, o que corresponde a um  $S_k = 14$ . Nessas condições,



(a)



(b)

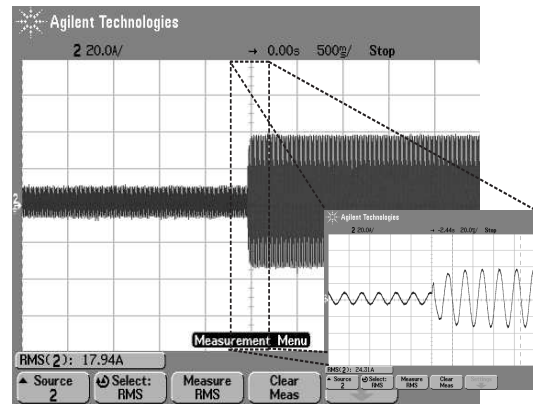
Figura 12: (a) Conteúdo harmônico da corrente operando sem os controladores ressonantes forte, (b) Com a inclusão dos controladores ressonantes na quinta e sétima harmônicas.

alguns dos pólos de malha fechada associados ao controlador de modelo interno ficam instáveis. Na Figura 13(b) é mostrada a corrente para  $L_g = 1000\mu H$ , uma oscilação de baixa frequência relacionada com o controlador ressonante sintonizado na sétima harmônica.

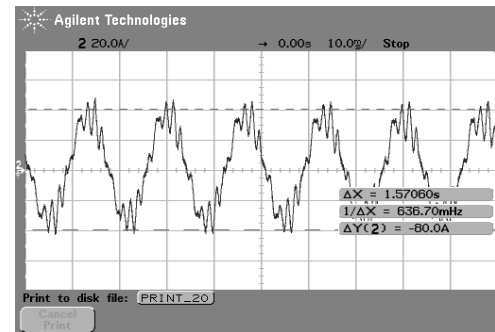
Por outro lado, a instabilidade devido a limites inferiores de indutância de saída é evitado pelo projeto adequado de  $L_2$ . Logo para condições de rede forte, o projeto adequado de  $L_2$  tem papel importante no efetivo amortecimento da ressonância.

## 8 CONCLUSÃO

Condições para o projeto apropriado do indutor do lado da rede e para a seleção adequada da frequência de amostragem são fundamentais para assegurar a estabilidade da malha de corrente nos inversores com filtro  $LCL$  de saída conectados à rede. Restrições de projeto que garantem a controlabilidade de um sistema de tempo discreto sob uma grande variação da



(a)



(b)

Figura 13: (a) Resposta transiente da corrente do indutor boost para um salto na referência para  $L_o = 750\mu H$ , (dentro da intervalo de projeto), escala vertical:20A/div, Escala Horizontal:500ms/div. (b) Corrente do indutor Boost para  $L_o = 1000\mu H$  (valor acima da intervalo de projeto), escala vertical:20A/div, escala horizontal:10ms/div.

indutância são derivadas neste artigo. Uma vez que a controlabilidade é garantida, uma retroação parcial robusta de estados é obtida utilizando condições LMI suficientes para garantir a estabilidade para todo o conjunto de valores da impedância da rede com um único vetor de ganhos fixos, amortecendo os modos de oscilação do filtro  $LCL$  sem a necessidade uso de algoritmos de controle mais complexos, como algoritmos adaptativos. Um controlador ressonante é incluído para eliminar a distorção harmônica introduzida pela rede fornecendo o desempenho desejado em regime permanente. A alternativa de projeto proposta neste trabalho é viável para a aplicação em questão, conforme demonstram a análise teórica realizada e os resultados experimentais obtidos. Perspectivas de estudos estão sobre a avaliação do efeito da saturação dos controladores de baixa frequência provocados em situações de contingência.

## APÊNDICE

### Matrizes

As matrizes do modelos de espaço de estado contínuo e discreto do inversor trifásico com filtro LCL conectado à rede em coordenadas  $\alpha\beta$  são dadas por:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L_1} \frac{V_{base}}{I_{base}} & 0 \\ \frac{1}{C_f} \frac{I_{base}}{V_{base}} & 0 & -\frac{1}{C_f} \frac{I_{base}}{V_{base}} \\ 0 & \frac{1}{L_o} \frac{V_{base}}{I_{base}} & 0 \end{bmatrix}$$
$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \frac{V_{base}}{I_{base}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = [ 1 \ 0 \ 0 ] \quad F = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{L_o} \frac{V_{base}}{I_{base}} \end{bmatrix}$$

$$G = e^{AT_s} \quad H = \int_0^{T_s} e^{A(T_s-\tau)} B d\tau \quad \bar{G} = \begin{bmatrix} G & H \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{H} = [ 0 \ 0 \ 0 \ 1 ]', \quad \bar{C} = [ C \ 0 ]$$

### AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq pelo apoio financeiro e a aluna Luzia Lux Lock pela colaboração na edição deste artigo.

### REFERÊNCIAS

- Botterón, F. e Pinheiro, H. (2006). Discrete-time internal model control for three-phase PWM inverter with insulator transformer, *IEE Proc. Electronic Power Applications* **153**: 53–57.
- Boyd, S., Ghaoui, L. E., Feron, E. e Balakrishnan, V. (1994). *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*, SIAM Studies in Applied Mathematics, Philadelphia, PA, USA.
- Cutsem, T. V. e Vournas, C. (1998). *Voltage Stability of Electric Power Systems*, Klumer Academic Publishers.
- de Camargo, R. F. e Pinheiro, H. (2006). Synchronisation method for three-phase pwm converters under unbalanced and distorted grid, *Electric Power Applications IEE Proceedings* **153**: 763 – 772.

Gabe, I. J. (2008). *Contribuição ao controle de inversores pwm alimentados em tensão conectados à rede através de filtro-lcl*, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Maria.

Gahinet, P., Nemirowskii, A., Laub, A. J. e Chilali, M. (1995). *LMI Control Toolbox User's Guide*, The MathWorks Inc., Natick, MA.

Lindgren, M. e Svensson, J. (1998). Control of a voltage-source converter connected to the grid through an lcl-filter-application to active filtering, *Power Electronics Specialists Conference, 1998. PESC 98 Record. 29th Annual IEEE* **1**: 229–235 vol.1.

Liserre, M., Blaabjerg, F. e Hansen, S. (2005). Design and control of an LCL-filter based active rectifier, *IEEE Transactions on Industry Applications* **41**(5): 1281–1291.

Liserre, M., Blaabjerg, F. e Teodorescu, R. (2006). Stability of photovoltaic and wind turbine grid-connected inverters for a large set of grid impedance values, *IEEE Transactions on Power Electronics* **21**(1): 263–272.

Montagner, V. F., Leite, V. J. S. e Peres, P. L. D. (2003). Discrete-time switched systems: Pole location and structural constraints, *IEEE Proc. of the 42nd Conference on Decision and Control*, Maui, HI, USA, pp. 6242–6247.

Sedighizadeh, M. e Rezazadeh, A. (2008). A wind farm reduced order model using integral manifold theory, *Proceedings of World Academy of Engineering and Technology Science* **27**: 263–268.

Slootweg, J. G. (2003). *Wind Power Modelling and Impact on Power System Dynamics*, PhD thesis, Technische Universiteit Delft.

Wang, T. C., Ye, Z., Sinha, G. e Yuan, X. (2003). Output filter design for a grid-connected three-phase inverter, *Power Electronics Specialist Conference, 2003. PESC '03*, Vol. 2, pp. 779–784.

Zmood, D. N. e Holmes, D. G. (2003). Stationary frame current regulation of PWM inverters with zero steady-state error, *IEEE Transactions on Power Electronics* **18**(3): 814–822.