

Situações de Expressões Numéricas em Livros Didáticos de 6º ano: uma análise segundo a Teoria dos Campos Conceituais

Numerical Expressions Situations in 6th Grade Textbooks: an analysis according to the Theory of Conceptual Fields

Rita de Cássia de Souza Soares **Ramos***

 ORCID iD 0000-0002-7842-4300

João Alberto da **Silva****

 ORCID iD 0000-0002-5259-7748

Vanessa Silva da **Luz*****

 ORCID iD 0000-0002-9042-7387

Simone Machado **Firme******

 ORCID iD 0000-0002-0409-1857

Douglas Ribeiro **Saraiva*******

 ORCID iD 0000-0002-2217-8665

Resumo

Este estudo teve por objetivo analisar como as situações envolvendo expressões numéricas são retratadas nos livros didáticos do sexto ano do Ensino Fundamental, a partir do enfoque da Teoria dos Campos Conceituais. Foram selecionadas sete coleções de livros didáticos utilizadas nas escolas de rede pública em um Município do interior do Rio Grande do Sul. Trata-se de um estudo documental com um corpus de análise de 47 atividades no formato de problemas. Foram analisados enunciados e resoluções de expressões numéricas, sua escrita e representação por diagrama, em problemas aditivos, multiplicativos e mistos. Os problemas abordam os campos conceituais de forma diversificada, com maior frequência de situações multiplicativas de proporção simples. Sugere-se que o trabalho com expressões numéricas seja realizado com o uso de diagramas e situações variadas, a fim de proporcionar a construção do conceito de operação e a compreensão das regras de prevalência e a necessidade da escrita dos sinais de associação pelos estudantes.

* Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Luterana do Brasil (ULBRA). Professora na Universidade Federal de Pelotas (UFPEL), Pelotas, Rio Grande do Sul, Brasil. E-mail: rita.ramos@ufpel.edu.br.

** Pós-doutorado em Educação Matemática pela Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). Professor na Universidade Federal do Rio Grande (FURG), Rio Grande, Rio Grande do Sul, Brasil. E-mail: joaosilva@furg.br.

*** Mestre em Educação em Ciências pela Universidade Federal do Rio Grande (FURG). Estudante de Doutorado no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde pela Universidade Federal do Rio Grande (FURG), Rio Grande, Rio Grande do Sul, Brasil. E-mail: vanessaluz@furg.br.

**** Mestre em Educação em Ciências pela Universidade Federal do Rio Grande (FURG). Estudante de Doutorado no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde pela Universidade Federal do Rio Grande (FURG), Rio Grande, Rio Grande do Sul, Brasil. E-mail: simonemachadofirme@gmail.com.

***** Estudante de Pedagogia pela Universidade Federal do Rio Grande (FURG), Rio Grande, Rio Grande do Sul, Brasil. E-mail: drskcd@gmail.com.

Palavras-chave: Expressões Numéricas. Livro Didático. Teoria dos Campos Conceituais.

Abstract

This study aimed to analyze how the situations involving numerical expressions are portrayed in the textbooks of the sixth year of Elementary School, according to the Theory of Conceptual Fields. Seven collections of textbooks used in public schools in a city in the countryside of Rio Grande do Sul were selected. This is a documental study with a corpus of analysis of 47 activities in the format of problems. We analyzed task instructions and resolutions of numerical expressions, their writing, and representation by diagram, in addition, multiplicative, and mixed problems. The problems approach the conceptual fields in a diversified way, with greater frequency of multiplicative situations of simple proportion. It is suggested that the work with numerical expressions be carried out with the use of diagrams and manifold situations, in order to provide the construction of the operation concept and the understanding of the rules of prevalence and the need for students to write association signs.

Keywords: Numerical Expressions. Textbook. Theory of Conceptual Fields.

1 Introdução

Este trabalho articula o tema das expressões numéricas e suas formas de apresentação nos livros didáticos. Ao longo dos anos, o livro didático se constituiu como um importante material no exercício da docência, se destacando como um dos recursos mais utilizados pelos docentes da Educação Básica (SANTOS; ALBUQUERQUE, 2014). Diante desse contexto, Santos e Lima (2010) chamam a atenção para as circunstâncias em que o livro didático ocupa o papel central do planejamento pedagógico. Para os autores, o livro didático deve ser compreendido como “portador de escolhas do saber a ser ensinado” (ibid, p. 14) e ser visto como um elemento a mais no diálogo entre os professores e os estudantes. O livro didático serve, portanto, como potencializador do processo investigativo dos estudantes de modo a ampliar, consolidar e integrar os conhecimentos; e para os professores, como subsídios para o aprimoramento de seu processo didático-pedagógico.

Por conseguinte, no campo da Matemática, em que significativa parte dos conhecimentos expostos nos livros didáticos são representados por símbolos, a utilização desse material se torna um aliado para contextualizar e integrar as diferentes representações matemáticas ao cotidiano dos estudantes. Além disso, a forma que os livros didáticos apresentam alguns conteúdos, bem como o desenvolvimento das atividades, pode contribuir para a compreensão dos estudantes sobre os processos que envolvem a tradução da linguagem natural à representação algébrica, diagramas, tabelas e outras representações presentes nas situações envolvendo expressões numéricas, as quais, no início dos Anos Finais do Ensino Fundamental, sintetizam o estudo das quatro operações aritméticas. O livro de Matemática do sexto ano inaugura a coleção do Ensino Fundamental – Anos Finais, etapa na qual se espera,

dentre os conceitos aprendidos pelos estudantes, que as quatro operações façam parte de seu repertório de esquemas já organizados.

Salienta-se ainda que no sexto ano, após as quatro operações serem trabalhadas e antes da apresentação formal às equações, é o momento quando os estudantes ampliam seus conhecimentos acerca tanto dos procedimentos e regras operacionais, quanto sobre as motivações e justificativas para tais (OTTES; FAJARDO, 2017), organizando esquemas necessários à construção de estratégias de resolução das expressões numéricas, as quais compreendemos, assim como Silva (2009, p. 60), como a “representação do valor de uma quantidade sobre a forma algébrica com ou sem a pontuação. Então, expressão numérica é toda expressão que envolve uma ou mais operações com números”. Sendo o livro didático um aliado para o professor pensar o seu planejamento, interessa-nos investigar como as abordagens dadas às expressões numéricas se apresentam nos mesmos. Assim, temos como objetivo analisar como as situações envolvendo expressões numéricas são retratadas nos livros didáticos do sexto ano do Ensino Fundamental, a partir do enfoque da Teoria dos Campos Conceituais. Para tanto, o *corpus* da pesquisa se constituiu de livros didáticos utilizados nas escolas da rede pública de uma cidade do interior do Rio Grande do Sul. O estudo foi desenvolvido com base na análise documental, procurando evidenciar diferentes possibilidades de ensino.

2 Livro didático

Partimos da reflexão de que o livro didático é um “compêndio especificamente organizado para fins de educação escolar e que pode ou não abranger diferentes áreas de conhecimento, com propósito formativo, segundo valores que se deseja sejam veiculados” (CORRÊA, 2000, p. 23). Dentre esses valores, destacamos as escolhas dos autores sobre a abordagem dos problemas nos capítulos ou itens que se referem a expressões numéricas.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) destaca, para os Anos Finais do Ensino Fundamental, “a importância da comunicação em linguagem matemática com o uso da linguagem simbólica, da representação e da argumentação” (BRASIL, 2018, p. 298), apresentando diferentes representações de um mesmo problema. Os livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental seguem tais orientações, contendo em seu corpo as propostas pedagógicas que os autores inserem, respeitando as legislações e propostas

curriculares dos órgãos competentes¹. Dentre os assuntos do sexto ano, as expressões numéricas são tradicionalmente contempladas, por serem a síntese do estudo das quatro operações básicas da aritmética; anunciar uma escrita e resolução que envolve regras e passos específicos; e ser uma forma de comunicação em linguagem matemática.

3 Expressões numéricas

Em Matemática podemos utilizar modelos para traduzir, descrever e expressar situações do cotidiano, as quais podem ser representadas por expressões que envolvam uma ou mais operações matemáticas e que podem ou não estar agrupadas por sinais de associação, resultando em uma quantidade numérica (FREITAS, 2014).

Nesse contexto, uma maneira de apresentar situações aritméticas é por meio das expressões numéricas, as quais compreendemos como o ato de expressar uma situação problema em linguagem matemática, podendo utilizar números, operações e sinais de associação, respeitando uma ordem de prevalência e propriedades operatórias, resultando em apenas um número, apresentando o problema de forma concisa, permitindo economia de esforço e tempo (ARRAIS, 2006; FREITAS, 2014; PAIM, 2018; SALOMÃO, 2013; SILVA; ARRUDA, 2011; SILVA, 2009).

Os enunciados de problemas de expressões numéricas trazem em si propostas de pensamento em estruturas de operações, que se diversificam na redação do problema, e envolvem passos que podem levar à construção correta da escrita da expressão na forma algébrica (forma simbólica da expressão numérica), bem como de sua resolução. A Teoria dos Campos Conceituais classifica tais estruturas e propõe um olhar minucioso que permite a análise das mesmas, como viés de pesquisa e ensino.

4 Teoria dos Campos Conceituais

A Teoria dos Campos Conceituais é uma teoria didática e psicológica que leva em

¹ Diante da dimensão e funcionalidade do livro didático, foi criada uma política pública para legislar sobre as questões e regramentos concernentes ao livro didático. O Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) é destinado a avaliar e disponibilizar obras didáticas, pedagógicas e literárias, entre outros materiais de apoio à prática educativa, de forma sistemática, regular e gratuita, às escolas públicas de Educação Básica das redes federal, estaduais, municipais (BRASIL, 2020). Atualmente, a garantia do acesso ao livro didático é um direito do estudante brasileiro da Educação Básica, pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. De acordo com os dados estatísticos fornecidos pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), no ano de 2020, o PNLD distribuiu em todo país mais de 172 milhões de exemplares de livros didáticos, beneficiando mais de 32 milhões de estudantes de toda a Educação Básica (BRASIL, 2020).

conta o desenvolvimento do sujeito, bem como a aprendizagem em longo prazo dos conhecimentos. Essa teoria compreende que o saber forma-se a partir de situações, as quais devem ser enfrentadas e representadas, sendo que para os alunos mudarem suas concepções erradas, eles precisam entrar em conflito com situações que tais concepções não permitem tratar, ou seja, para que as novas situações e conceitos tenham sentido para os alunos, precisam adaptá-los aos seus conhecimentos anteriores (VERGNAUD, 1986, 2017).

A conceitualização está no centro da Teoria dos Campos Conceituais, e consiste em identificar os objetos do mundo, suas propriedades, relações e transformações de forma a produzir uma construção de conhecimento (VERGNAUD, 2007), que está organizado em campos conceituais, definidos como “um conjunto de situações cujo domínio requer uma variedade de conceitos, de procedimentos e de representações simbólicas em estreita conexão” (VERGNAUD, 1986, p. 90).

Assim, mediante uma tarefa (situação²), são postas em ação uma variedade de conceitos, e para a construção de cada conceito, uma variedade de situações são necessárias, sendo um conceito definido como uma terna de três conjuntos: “(S, I, R). O S: conjunto de situações que dão sentido ao conceito; I: o conjunto de invariantes que constituem as diferentes propriedades do conceito; R: o conjunto das representações simbólicas que podem ser utilizadas” (VERGNAUD, 1986, p. 83). Trazemos como enfoque os Campos Conceituais Aditivos e Multiplicativos e suas imbricações, por meio da análise de expressões numéricas.

O campo conceitual aditivo, ou das estruturas aditivas, corresponde ao “conjunto das situações cujo tratamento implica uma ou várias adições ou subtrações, e o conjunto de conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações como tarefas matemáticas” (VERGNAUD, 1990, p. 141), ou seja, “estruturas cujas relações em jogo são formadas exclusivamente por adições ou subtrações” (VERGNAUD, 2009, p. 197). Tais relações caracterizam classes de acordo com as ações subjacentes nas situações a serem resolvidas.

A classe dos problemas de composição envolve as ideias de juntar, separar ou completar partes entre si para compor o todo, ou ainda separar uma parte do todo para encontrar a outra parte. Seu diagrama é representado pela composição das partes para formar o todo, conforme Figura 1(1). A classe dos problemas de transformação envolve a ideia de acrescentar ou diminuir, em contextos em que a ideia temporal está sempre envolvida, com um estado inicial, que tem uma quantidade que se transforma, chegando ao estado final com outra

² Assim como Santana e Lima, “usamos o termo situação como sinônimo de problema, situação-problema e tarefa” (SANTANA; LIMA, 2017, p. 15).

quantidade, conforme Figura 1(2). A classe dos problemas de comparação, como o termo já indica, envolve a ideia de comparar duas quantidades: referente e referido, sendo a comparação entre dois grupos, parte-se do grupo de referência (referente) A, para chegar, mediante a relação de comparação, ao valor do outro grupo (referido) B, visto na Figura 1(3) (FUNDAÇÃO VALE, 2015; MAGINA *et al.*, 2008).

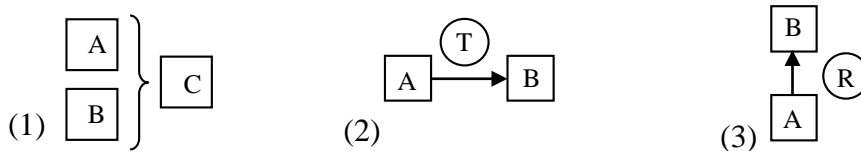


Figura 1 – Diagrama da Estrutura Aditiva – Classes: Composição(1), Transformação (2) e Comparação (3)
 Fonte: Vergnaud (2009)

As classes de composição, transformação e comparação permitem descrever a situação de um ponto de vista de estrutura representativa, no entanto, nem sempre uma situação aditiva possui apenas uma dessas classes, necessitando pensamentos mais elaborados para sua resolução. Um exemplo é a classe das composições de transformações, denominada problema complexo³, com mais de uma transformação (T1, T2, ...), sendo a transformação total das mesmas (TT) uma composição de estados relativos. A Figura 2(1) apresenta, em duas partes, seu diagrama, sendo o primeiro o da transformação propriamente dita e o segundo da composição de suas relações. A classe de composição de comparações envolve múltiplas comparações entre as partes, sendo a junção das mesmas a composição que resulta no todo. A Figura 2(2) apresenta o diagrama que, além das relações de comparação (R1 e R2, apresentadas no interior das elipses), contempla a composição.

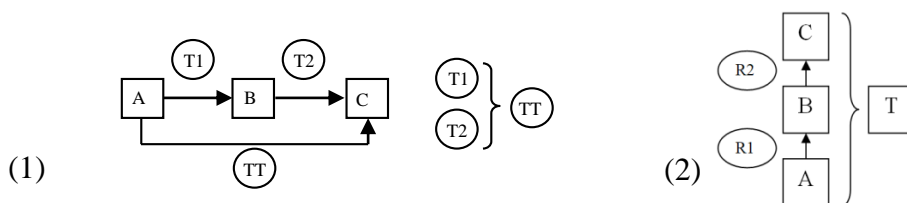


Figura 2 – Diagrama da Estrutura Aditiva – Classe composição de transformações (1) e Classe composição de comparações (2)
 Fonte: Adaptado de Magina *et al.* (2018, p. 60)

O campo conceitual multiplicativo, ou estruturas multiplicativas, segundo Vergnaud (1990, p. 142) compreende “tanto o conjunto das situações cujo tratamento implica uma ou

³ Magina *et al.* (2008, p. 61) classificam como problemas mistos os que envolvem “mais de um raciocínio aditivo na mesma situação”. Vergnaud (2009) denomina de problemas complexos aqueles que, dentro de uma estrutura, possuem mais de uma relação elementar envolvida, e de problema misto o que envolve relações aditivas e multiplicativas ao mesmo tempo. Arrais (2006) chama de estruturas mistas a uma classe particular de problemas, nos quais “teremos Estrutura Aditiva e Estrutura Multiplicativa ocorrendo concomitantemente” (ARRAIS, 2006, p. 6). Nós seguiremos a nomenclatura de Vergnaud (2009).

várias multiplicações ou divisões e o conjunto de conceitos e teoremas que permitem analisar estas situações”, contemplando relações ternárias e quaternárias, cujas classes são esquematizadas no Quadro 1.

Estrutura multiplicativa							
Relações	Quaternária			Ternária			
Eixos	Proporção simples	Proporção dupla	Proporção múltipla	Comparação multiplicativa		Produto de medidas	
Classes	Um para muitos ou Muitos para muitos			Relação desconhecida	Referente ou referido desconhecido	Configuração retangular	Combinatória
Tipos	Discreto ou Contínuo			Discreto ou Contínuo		Contínuo	Discreto

Quadro 1 – Esquema do Campo Conceitual Multiplicativo
Fonte: Adaptado de Santos (2015, p. 105)

Relações quaternárias “entre quatro quantidades, duas medidas de um tipo e duas medidas de outro tipo” (VERGNAUD, 2009, p. 239), abrangem os eixos de proporção simples, no qual quatro medidas relacionam-se duas a duas; proporção dupla, no qual pelo menos três grandezas são comparadas, sendo duas independentes, relacionadas à terceira, e proporção múltipla, no qual pelo menos três grandezas se relacionam entre si. Ao se comparar medidas de mesma grandeza, obtém-se a constante de proporcionalidade chamada operador escalar, sem dimensão; e comparando-se duas grandezas diferentes, o operador funcional, com uma dimensão traduzida pela razão das que o compõem. No diagrama para a proporção simples, Figura 3, está ilustrada na vertical a razão que resulta no operador escalar e na horizontal o operador funcional.

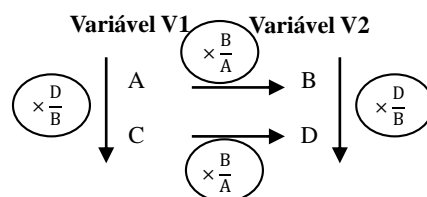


Figura 3 – Diagrama da Estrutura Multiplicativa – Eixo proporção simples
Fonte: Adaptado de Vergnaud (2009)

O operador funcional terá a unidade v_2/v_1 , e o operador escalar, por ser a razão entre duas medidas de mesma grandeza, não tem unidade, podendo ser pensado como estratégia (SANTOS, 2015).

Os problemas de relações ternárias englobam produto de medidas e comparação multiplicativa, cujas situações remetem a quantas vezes mais e quantas vezes menos, com referente, referido ou relação desconhecida. O diagrama é análogo à comparação aditiva, porém o sinal \times ou \div aparece junto à relação. Os problemas de produto de medidas envolvem

“três quantidades, das quais uma é o produto das outras duas ao mesmo tempo no plano numérico e dimensional” (VERGNAUD, 2009, p. 253). São divididas entre combinatória (discreto), a qual, segundo Magina, Merlini e Santos (2016, p. 75), trata da “noção de produto cartesiano entre dois conjuntos disjuntos” e configuração retangular (contínuo), cujos fatores remetem às medidas do lado de um retângulo.

Vergnaud (2009) chama de problemas mistos as situações que contemplam problemas multiplicativos e aditivos ao mesmo tempo, estes são formados, segundo Santos (2015), pelas classes, eixos e relações, contidas em cada estrutura.

5 Estudos que problematizaram as expressões numéricas e o livro didático

As expressões numéricas, além de aglutinar as operações conhecidas pelos estudantes em problemas, iniciam um caráter simbólico no qual as operações são escritas de forma algébrica e resolvidas como tal. A mudança na linguagem, na técnica de resolução e a necessidade de respeitar a hierarquia das operações são abordadas por pesquisas que estudam o livro didático e as expressões numéricas.

Costa, Nascimento e Santos (2019) identificaram as argumentações nos livros didáticos de Matemática de quarto, quinto e sexto anos a respeito de expressões aritméticas, segundo Balacheff (1988), identificando a argumentação explicativa ou justificativa. Concluíram que as coleções utilizaram a argumentação explicativa, não justificando os motivos da ordem das operações ou do uso dos sinais.

Freitas (2014) investigou a abordagem dada às expressões numéricas em livros de 6º ano de uma escola. Tratou as expressões numéricas como técnica de cálculo algébrico que pode ser usada para resolver diversas situações e as analisou segundo o que chamou de dois gêneros de organização matemática: sendo o primeiro como os livros definiram a noção de expressões numéricas, concluindo que as expressões numéricas são apresentadas por problemas rotineiros; e o segundo como um “estudo específico das expressões numéricas com as quatro operações e os símbolos (), [] e { }” (FREITAS, 2014, p. 103), no qual as técnicas de cálculo mental, resolução de problema e algoritmos foram as mais frequentes.

Ottes (2016) disserta a respeito da hierarquia das quatro operações matemáticas nas expressões numéricas e aborda de forma sucinta como três coleções de livros desenvolvem a ideia de tal hierarquia, concluindo que as coleções analisadas não apresentam justificativa nem para a ordem das operações, nem para os sinais de associação.

Silva (2009) apresentou um pequeno relato a respeito de como os livros didáticos

historicamente abordam as expressões numéricas, com exercícios de aplicação ou técnicas e regras a serem seguidas, o que, segundo a autora, impacta na prática dos professores, que majoritariamente utilizam o livro didático como ferramenta em sala de aula.

Este estudo se diferencia das pesquisas já realizadas, pois contempla, para além dos significados propostos, uma análise das situações dos capítulos de expressões numéricas, contidos em livros didáticos do sexto ano, sob a perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1990).

A Teoria dos Campos Conceituais é de grande relevância para a educação brasileira, em particular para a Educação Matemática, cujos estudos contemplando as Estruturas Aditivas e Multiplicativas servem de sustentáculo para grande parte do que hoje se pensa em ensino e aprendizagem de Matemática no Brasil. Projetos educacionais, livros didáticos e documentos oficiais, assim como pesquisas envolvendo estratégias de resolução de problemas por crianças e propostas de professores em sala de aula são largamente difundidas, constantemente revisadas e ampliadas.

Este trabalho toma por aporte uma rede que se entrelaça nos movimentos referentes a essas produções e visa ampliar a discussão no que se refere às representações das situações de expressões numéricas. Para além de organizar excertos de livros didáticos conforme suas possíveis estratégias de resolução, buscamos pensar sobre como as representações de situações na forma de expressões numéricas sintetizam o estudo de quatro operações, conquanto essas sofrem releituras permeadas de sentidos pela Teoria dos Campos Conceituais.

6 Metodologia

O desenvolvimento da pesquisa ocorreu a partir da análise de livros didáticos de Matemática do sexto ano do Ensino Fundamental, sobre expressões numéricas. Dessa forma, caracteriza-se por um estudo descritivo/explicativo, de abordagem qualitativa quanto ao processo de investigação, pois objetiva descrever como as expressões numéricas são retratadas nos livros didáticos do sexto ano do Ensino Fundamental. Caracteriza-se como um estudo documental cujo *corpus* de análise compôs-se por livros didáticos utilizados no 6º ano do Ensino Fundamental referentes ao Programa Nacional do Livro Didático 2020, das escolas da rede pública de um município do interior do Rio Grande do Sul.

Os títulos dos livros foram selecionados a partir de uma busca no Portal do Ministério da Educação (MEC) com os seguintes critérios: escolas municipais (44) e estaduais (32) do

Município em estudo; livros didáticos de Matemática utilizados no 6º ano pelas escolas. A busca resultou nos títulos apresentados na Tabela 1.

Para eleger as questões presentes nos livros didáticos, adotamos o seguinte critério: capítulo ou tópicos sobre expressão numérica nos livros. Os livros apresentam as expressões numéricas no capítulo ou unidade referente a operações com os números naturais, com diferentes dinâmicas de desenvolvimento. As coleções “Teláris” (DANTE, 2015) e “A Conquista da Matemática” (GIOVANNI JÚNIOR, 2018) trazem um capítulo somente para expressões numéricas, sendo que a primeira aborda somente o formato algébrico, com exemplo e exercício, seguidos de outros capítulos com problemas sobre operações; e a segunda inicia com situações e as desenvolve passo a passo, com resolução comentada, seguida de exercícios e problemas, finalizando com questionamentos sobre a importância dos sinais de associação e regras de prevalência.

As coleções “Araribá” (GAY; SILVA, 2018), “Bianchini” (BIANCHINI, 2018), “Trilhas” (SAMPAIO, 2018) e “Compreensão e Prática” (SILVEIRA, 2018) abordam as expressões numéricas para cada operação, diluindo entre as seções, iniciando com situações, desenvolvidas através de exemplos nos quais são explicadas as regras de prevalência e os sinais de associação, e seguidas de problemas; a coleção “Apoema” (LONGEN, 2018) menciona em um exemplo as expressões numéricas, em seu enunciado, com um balão explicativo, e segue um exercício com uma expressão na forma simbólica. Com isso, o *corpus* inicial para a análise foi de 271 excertos. A fim de delimitar o *corpus* de análise, foi realizada uma triagem, sendo listados os trechos que abordassem apenas as operações aritméticas fundamentais: adição; subtração; multiplicação e divisão, resultando em 186 excertos.

Sigla	Nome do Livro Didático	1ª Triagem	2ª Triagem
A	A Conquista da Matemática – Editora S. A	48	41
B	Araribá Mais – Matemática – Editora Moderna LTDA	43	34
C	Matemática – Bianchini – Editora Moderna LTDA	61	32
D	Matemática – Compreensão e Prática – Editora Moderna	47	41
E	Teláris Matemática – Editora Ática S.A	34	18
F	Trilhas da Matemática – Saraiva Educação S.A	35	17
G	Apoema – Editora do Brasil S.A	3	3
H	Matemática Essencial – Editora Scipione S.A	Não tivemos acesso	–
I	Matemática Realidade & Tecnologia – Editora FTD S.A	Não tivemos acesso	–
Total		271	186

Tabela 1 – Síntese do delineamento do corpus

Fonte: Elaborada pelos autores 2021

A partir desse conjunto, classificamos os trechos em quatro tipos de classe: (a) definição/conceito/apresentação; (b) exemplos; (c) problemas e (d) exercícios. A classe (a) definição/conceito/apresentação, contemplou toda a parte escrita e buscou explicar ou contextualizar o que seriam as apresentações produzidas pelos autores sobre expressões

numéricas. A classe (b) exemplo abarcou todas as explicações que se utilizaram de um modelo para explicar o pensamento ou a forma de resolução. As classes (c) problemas e (d) exercícios foram definidas com base nos estudos de Dante (2009), para o qual problema se diferencia de exercício, pois, ao se deparar com um problema, o estudante é confrontado por um obstáculo a ser resolvido, que lhe exigirá o pensar consciente, requisitando o estabelecimento de relações para chegar a uma solução; enquanto que, ao resolver um exercício, o estudante geralmente é levado a aplicar um determinado algoritmo que pode ser resolvido passo a passo, com o objetivo de treinar habilidades para reforçar conhecimentos já explorados. O total de excertos a partir da pré-análise e classificação: (a) Definição/conceito/apresentação (18); (b) Exemplo (29); (c) Problema (55) e (d) Exercício (84).

Para compreender a abordagem das situações referentes às expressões numéricas nas coleções analisadas, a partir de diferentes estruturas das operações, definimos que as atividades analisadas seriam apenas as classificadas como (c) problemas. Esta escolha se justifica porque o foco do estudo são as situações, ou seja, os exercícios, exemplos e definições tornam-se menos interessantes porque prescindem de um contexto. Com isso, o *corpus* de análise resultou em um conjunto com 55 problemas selecionados, dos quais oito eram de manipulação matemática, restando 47 situações⁴, as quais foram classificadas, em estruturas aditivas ou multiplicativas e problemas mistos, aqui denominados imbricações entre estruturas aditivas e estruturas multiplicativas (VERGNAUD, 2009), mediante categorias *a priori*, conforme as operações necessárias para sua resolução. Além da figura que retrata cada um dos excertos e o código para identificar o mesmo, foram agrupados em: a representação da expressão numérica em sua forma algébrica ou simbólica, o diagrama que representa a classe e a sua descrição, como apresentamos a seguir.

7 Resultados e discussão

As abordagens das expressões numéricas, nos livros analisados, são estruturadas através de exemplos de como resolver uma expressão e da explicação passo a passo de como efetuar as operações, respeitando a ordem, tanto das regras de prevalência, quanto dos sinais

⁴ Para essa sistematização foram criados códigos para identificar cada problema, de modo que o código foi constituído por uma letra em maiúscula do alfabeto latino para identificar o livro, seguido de um número indo arábico para indicar a ordem do excerto, mais um número em romano para identificar a classe e ainda um número indo arábico representando a página. Por exemplo B20III4, significa que o excerto é do livro Araribá, ocupa a 20ª posição, é classificado como problema e está na página 4 do livro.

de associação. Elas são dispersas pelos livros de formas diferenciadas, algumas durante o desenvolvimento das operações, outras ao final do capítulo, com problemas, e ainda como procedimento a ser realizado, sem aplicação imediata em problemas.

Distinguimos que os livros didáticos apresentam mais atividades no formato de exercícios do que de problemas, corroborando com Freitas (2014) e Salomão (2013). A partir da Teoria dos Campos Conceituais, identificamos quais classes/eixos compõem as expressões numéricas nas atividades no formato de problemas. A tabela 2 apresenta uma síntese dessa organização, cuja maior frequência se encontra nas situações de proporção simples para a multiplicação, principalmente nos problemas mistos.

Transformação	Estrutura Aditiva					Estrutura Multiplicativa					Frequência
	Composição	Comparação	Composição de transformações	Composição de comparações	Proporção simples	Proporção dupla	Proporção múltipla	Comparação multiplicativa	Combinatória		
8	14	10	7	1	31	1	4	2	2	80	
10%	17,5%	12,5%	8,75%	1,25%	38,75%	1,25%	5%	2,5%	2,5%	100%	

Tabela 2 – Síntese da classificação das situações
Fonte: Elaborado pelos autores 2021

Nas situações aditivas classificadas como transformação simples, ocorreu a apresentação do estado inicial e estado final, para calcular a relação (transformação), como também a apresentação do dado em estado final e a relação (transformação) para descobrir o estado inicial, em ambos os casos sendo necessário realizar a subtração. O Quadro 2 apresenta uma situação de composição de transformações, E153III130. Seu enunciado solicita tanto a representação da expressão numérica, quanto a solução da mesma. Seu estado inicial é conhecido assim como suas relações parciais. O estado intermediário e o estado final são desconhecidos. A relação composta (transformação total – TT) é desconhecida, oriunda de composição de dois estados relativos dados. As relações são menores que zero, na estrutura aditiva, ambas obtidas pelo verbo tirar, originando duas subtrações. Na composição dos estados relativos, obtém-se, a partir de duas relações menores que zero, a soma das mesmas, também menor que zero.

Situação	Expressão simbólica	Diagrama
Na quitanda de Júlia, havia 60 peras no início do dia, e foram vendidas 28 peras de manhã e 20 à tarde. Quantas peras sobraram? Escreva as duas expressões numéricas que traduzem essa situação e calcule seus valores.	$60 - (28 + 20)$ $60 - 28 - 20$	

Quadro 2 – Representações da expressão numérica E153III130
Fonte: elaborado pelos autores a partir de Dante (2015)

Para o Quadro 2, existem duas possibilidades de escolha, comparando o diagrama e a expressão simbólica: a primeira refere-se a uma repetição de procedimentos, a saber, primeiro retira 28 depois retira 20, como na parte superior do diagrama, resultando na expressão $60-28-20$, e a segunda opção $60-(28+20)$. Aqui temos, em comparação com a primeira expressão, a mudança de sinal dos números dentro dos parênteses (distributividade da multiplicação em relação à adição). Podemos observar na composição das transformações, presente na parte direita do diagrama, a operação feita à parte, resultando em uma transformação total de -48 , possibilitando outro caminho de resolução da situação. Tais processos apontam para uma diversidade de opções para a resolução do mesmo problema, o que, segundo Magina *et. al* (2008), é relevante ser considerado pelo professor para que haja o processo de aprendizagem.

O Quadro 3 traz uma composição de comparações, na qual conhecemos uma parte e as relações comparativas entre esta e as demais e queremos saber o todo. A composição das relações resulta na relação de comparação entre a primeira e a última parte, mas não na composição das partes comparadas, chegando ao 4400, mas não ao 14000, pois as medidas são estáticas, característica das comparações.

Situação	Expressão simbólica	Diagrama
(UECE) Numa corrida de 5000 metros, o primeiro colocado vence o segundo por 400 metros, e o segundo colocado vence o terceiro por 200 metros. Qual a soma das distâncias percorridas, em metros, pelos três corredores no instante em que o primeiro colocado atinge a marca de chegada? 14000 metros.	$5000+(5000-400)+[(5000-400)-200]$	

Quadro 3 – Representações da expressão numérica A31III73
 Fonte: Elaborado pelos autores a partir de Giovanni Júnior (2018)

Para os problemas multiplicativos, encontramos cinco situações envolvendo a relação quaternária proporção simples e uma situação envolvendo relação ternária produto de medidas – combinatória, cujo verbo de comando era identificar, como expresso no Quadro 4.

Situação	Expressão simbólica	Diagrama
Entre as situações a seguir, identifique as que correspondem a problemas que envolvem proporção. situações b e c a) Em uma sorveteria, estão disponíveis 6 sabores de sorvete e 2 sabores de calda (chocolate e caramelo). Dessa maneira, é possível escolher 12 possibilidades diferentes, sendo um sabor de sorvete e uma calda. b) Um ingresso de cinema custa R\$ 24,00. Então, 3 ingressos custarão R\$ 72,00.	a) 6×12 b) 24×3	a) Produto cartesiano $P_{6 \times 2}(\text{sorvete} \times \text{calda})$ $6 \times 2 = 12$ b)

Quadro 4 – Representações da expressão numérica D145III68
 Fonte: Elaborado pelos autores a partir de Silveira (2018)

Com base nas informações do Quadro 4 podemos compreender que no item a) temos uma situação ternária, produto de medidas, combinatória, sendo as mesmas os sabores de

sorvete (6 possibilidades) e os sabores de calda (2 possibilidades), resultando em um produto cartesiano 6×2 , comparemos ordenados, originando 12 possibilidades de montagem de sorvete, o que Santos (2015) relata com duas representações: a primeira por meio de uma árvore de possibilidades, causando aderência ao campo aditivo, por representar $6 + 6$, ou a segunda como representação em produto cartesiano, causando ruptura com o campo aditivo. No item b) temos uma situação quaternária de proporção simples, um para muitos, discreta, com operador escalar 3 e operador funcional 24 reais por ingresso. A situação A30III72, disposta no Quadro 5, representa uma proporção múltipla.

Situação	Expressão simbólica	Diagrama
<p>(Vunesp-SP) Um determinado medicamento deve ser ministrado a um doente três vezes por dia, em doses de 5 mililitros cada vez, durante 10 dias. Se cada frasco contém 100 mililitros do medicamento, quantos frascos são necessários? <i>Alternativa b.</i></p> <p>a) 1 d) 4 b) 2 e) 5 c) 3</p>	<p>$[(5 \times 3) \times 10]$ 150 mL, sendo necessária a compra de dois frascos</p>	

Quadro 5 – Representações da expressão numérica A30III72
Fonte: Elaborado pelos autores a partir de Giovanni Júnior (2018)

No Quadro 5, apresentamos um caso de proporção múltipla, a qual “envolve pelo menos duas proporções simples. Esse eixo refere-se às situações que envolvem uma situação quaternária entre mais de duas grandezas relacionadas duas a duas” (MAGINA; MERLINI; SANTOS, 2016, p. 72). Neste eixo, conforme Santos (2015), todas as quantidades envolvidas possuem relação de dependência: doses por dia estão ligadas a doses e também ao dia, e a quantidade, em ml, do medicamento consumido por vez ao dia, depende do número de dias. A análise dimensional dessa situação leva em conta as taxas com as quais a função opera, resultando em uma função linear descrita como: quantidade em ml = (vez/dia) x (ml/vez) x dia, cuja simplificação resulta na taxa $(3 \times 5 \times \text{dia})$ para o problema dado.

O que diferencia uma proporção múltipla de uma proporção dupla é a relação entre as grandezas: enquanto na proporção múltipla todas as variáveis se relacionam entre si, na proporção dupla elas se relacionam duas a duas (MAGINA; MERLINI; SANTOS, 2016). Santos (2015) afirma que a proporção dupla é uma função bilinear e que uma quantidade é diretamente proporcional a outras duas quantidades. Na situação exposta no Quadro 6, além da proporção dupla, temos uma composição, oriunda da fragmentação da resolução da situação em duas partes: a primeira referente aos dias em que as máquinas funcionam normalmente; e a segunda sobre os dias em que duas delas estão no conserto.

Situação	Expressão simbólica	Diagrama																												
Em uma fábrica há 9 máquinas para rotular garrafas de água mineral. Cada máquina rotula 720 garrafas por hora e funciona 8 horas por dia, durante 5 dias na semana. Em determinada semana, 2 dessas máquinas quebraram e ficaram em conserto durante 3 dias. Elabore uma expressão numérica para calcular quantas garrafas foram rotuladas nessa semana.	$9 \times 720 \times 8 \times 2 + 7 \times 720 \times 8 \times 3$	<table border="0"> <tr> <td>horas x dias</td> <td>1</td> <td>7</td> <td>9</td> <td>máquinas</td> <td></td> </tr> <tr> <td>8 x 1</td> <td>8</td> <td>720</td> <td></td> <td></td> <td rowspan="3">} 224640</td> </tr> <tr> <td>8 x 2</td> <td>16</td> <td></td> <td>103680</td> <td>103680</td> </tr> <tr> <td>8 x 3</td> <td>24</td> <td></td> <td>120960</td> <td>120960</td> </tr> <tr> <td>tempo (h)</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>garrafas</td> <td></td> </tr> </table>	horas x dias	1	7	9	máquinas		8 x 1	8	720			} 224640	8 x 2	16		103680	103680	8 x 3	24		120960	120960	tempo (h)				garrafas	
horas x dias	1	7	9	máquinas																										
8 x 1	8	720			} 224640																									
8 x 2	16		103680	103680																										
8 x 3	24		120960	120960																										
tempo (h)				garrafas																										

Quadro 6 – Representações da expressão numérica B75III55
 Fonte: Elaborado pelos autores a partir de Editora Moderna (2018)

Optamos por inserir no diagrama a análise que descreve as relações entre as variáveis tempo, máquinas e garrafas. Trata-se de uma função bilinear cuja descrição das relações pode ser escrita como $g = 720.m.t$, no qual g é a quantidade de garrafas, 720 é a quantidade de garrafas por hora, m a quantidade de máquinas trabalhando, e t o tempo em horas por dia. Neste caso, o tempo se relaciona com as garrafas, e as garrafas com o número de máquinas, mas o tempo não se relaciona com o número de máquinas, essa é a principal diferença entre a proporção múltipla e a proporção dupla.

No caso da expressão numérica na forma simbólica, cabe dizer que, dentre várias possibilidades de escrevê-la, o uso dos parênteses pode deixá-la mais elegante e expressar a organização do pensamento ao representar a situação: ao escrevermos $(9 \times 720 \times 8 \times 2) + (7 \times 720 \times 8 \times 3)$ dizemos que durante dois dias as máquinas funcionaram completamente e, durante os outros três dias da semana (composta de 5 dias, pelo enunciado), sete máquinas funcionaram, e proceder uma composição na qual se conhece o valor das partes e se quer saber o todo. No entanto, se escrevermos $(9 \times 720 \times 8 \times 5) - (2 \times 720 \times 8 \times 3)$, estamos afirmando que dos 5 dias em que as máquinas funcionam, precisamos retirar o número de garrafas que não são etiquetadas por 2 máquinas em 3 dias, procedendo uma composição na qual se sabe o todo e se quer conhecer uma das partes.

O suporte do operador escalar permite, através da construção da resolução, perceber o sentido de replicar (NUNES; BRYANT, 1997). Com a construção dos diagramas é possível perceber os passos dados para tal resolução e a necessidade de compreendê-los separadamente resultando na expressão numérica simbólica com a presença de sinais de associação $()$ e $[\]$. Pode ser discutida a necessidade de tais sinais, pois dentro da mesma estrutura, não há regras de prevalência de operações, sendo as mesmas realizadas da esquerda para a direita na ordem em que aparecem (OTTES; FAJARDO, 2017), sendo a estrutura de organização visual baseada nos passos descritos no diagrama um facilitador para a compreensão da situação. Como a situação solicita a identificação da expressão numérica, tais passos apoiam esta tarefa.


Um exemplo de problema misto é o problema A21III70 apresentado no Quadro 7. O

mesmo aborda uma composição, sendo que as partes são resultantes de proporção simples cujo escalar equivale à pontuação fixada na competição para cada partida. É um problema de composição cujas partes são conhecidas e se busca o valor do todo.

Situação	Expressão simbólica	Diagrama												
<p>Veja o número de pontos que uma equipe marca de acordo com a sua classificação em cada fase de uma gincana:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="4">Pontuação por fase</th> </tr> <tr> <th>Posição</th> <th>1º lugar</th> <th>2º lugar</th> <th>3º lugar</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Número de pontos</td> <td>25</td> <td>15</td> <td>10</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center; font-size: small;">Fonte: Dados fictícios.</p> <p>Nessa gincana a equipe azul chegou 5 vezes em 1º lugar, 8 vezes em 2º lugar e 2 vezes em 3º lugar.</p> <p>Nessas condições: $5 \times 25 + 8 \times 15 + 2 \times 10$</p> <p>a) Escreva uma expressão numérica para representar quantos pontos a equipe marcou nessa gincana.</p> <p>b) Quantos pontos ela marcou? 265 pontos.</p>	Pontuação por fase				Posição	1º lugar	2º lugar	3º lugar	Número de pontos	25	15	10	$5 \times 25 + 8 \times 15 + 2 \times 10$ $(5 \times 25) + (8 \times 15) + (2 \times 10)$	<p>Primeiro lugar</p> <p>Vitórias: $\begin{matrix} 1 \\ \downarrow \\ 5 \end{matrix}$ Pontuação: $\begin{matrix} 25 \\ \downarrow \\ 125 \end{matrix}$ (x 5)</p> <p>Segundo lugar</p> <p>Vitórias: $\begin{matrix} 1 \\ \downarrow \\ 8 \end{matrix}$ Pontuação: $\begin{matrix} 15 \\ \downarrow \\ 120 \end{matrix}$ (x 8)</p> <p>Terceiro lugar</p> <p>Vitórias: $\begin{matrix} 1 \\ \downarrow \\ 2 \end{matrix}$ Pontuação: $\begin{matrix} 10 \\ \downarrow \\ 20 \end{matrix}$ (x 2)</p> <p>Diagrama de composição: $\left. \begin{matrix} 125 \\ 120 \\ 20 \end{matrix} \right\} 265$</p>
Pontuação por fase														
Posição	1º lugar	2º lugar	3º lugar											
Número de pontos	25	15	10											

Quadro 7 – Representações da expressão numérica A21III70
Fonte: Elaborado pelos autores a partir de Giovanni Júnior (2018)

O problema apresenta relação quaternária de proporção simples com quarto elemento desconhecido, resultando em multiplicação. São três passos semelhantes conforme a pontuação de cada fase, cuja adição na classe de composição resulta no número de pontos da equipe. Como exemplo de um problema misto complexo apresentamos o problema C105III74 que é composto de uma transformação, uma comparação e uma proporção simples. No Quadro 8 apresentamos seu detalhamento.

Situação	Expressão simbólica	Diagrama
<p>Isabel adquiriu um televisor em cores, pagando uma entrada de 180 reais e mais três parcelas de 160 reais. À vista, ela teria pago 595 reais. Qual é a diferença entre o preço a prazo e o preço à vista?</p> 	$180 + 3 \times 160 - 595$ $\{ [180 + (3 \times 160)] - 595 \}$	<p>Diagrama de composição: $180 \rightarrow 660$ (Entrada de 180, total de 660)</p> <p>Diagrama de transformação: $\begin{matrix} 160 \\ \downarrow \\ 480 \end{matrix}$ (x 3)</p> <p>Diagrama de comparação: $\begin{matrix} 660 \\ \uparrow \\ 595 \end{matrix}$ (Diferença de 65)</p>

Quadro 8 – Representações da expressão numérica C105III74
Fonte: Elaborado pelos autores a partir de Bianchini (2018)

Com as informações presentes no Quadro 8, compreendemos que o problema apresenta transformação com estado inicial e relação conhecida, maiores que zero, resultando em um referente maior que zero. Segundo passo necessário para a obtenção do valor total de prestações: relação quaternária de proporção simples um para muitos, com operador escalar 3 e operador funcional 160 reais por prestação. Quarto elemento desconhecido, o que leva à multiplicação. Terceiro passo necessário para calcular a diferença entre o preço à vista e o preço a prazo: comparação com referido e referente conhecidos e relação desconhecida, sendo

necessária uma subtração.

Já o problema C92III74, apresentado no Quadro 9, traz uma situação de composição de transformações, cujas relações são dadas por proporções simples envolvendo operadores funcional e escalar.

Situação	Expressão simbólica	Diagrama
<p>Em um tanque havia 2.400 litros de água. Dele foram retirados 12 baldes com 18 litros cada um. Abriu-se, então, uma torneira que derrama 32 litros de água por minuto até que o tanque ficasse totalmente cheio, isto é, com 5.000 litros.</p> <p>a) Durante quantos minutos a torneira ficou aberta?</p> <p>b) Sabendo que 1 hora é igual a 60 minutos, determine quantas horas e quantos minutos essa torneira ficou aberta.</p>	$\{[5000 - (2400 - 12 \times 18)] \div 32\}$ <p>60 + 88 - 60 = 60 + 28 1 hora e 28 minutos</p>	

Quadro 9 – Representações da expressão numérica C92III74

Fonte: Elaborado pelos autores a partir de Bianchini (2018)

Com as informações presentes no Quadro 9, destacamos que a situação é de composição de transformações, com relação desconhecida e proporção simples. Relações parciais desconhecidas. Referente parcial desconhecido. Estado inicial e estado final conhecidos. Uma relação menor que zero e outra maior que zero. Na composição dos estados relativos, obtém-se um valor de estado maior que zero. Relação quaternária. Proporção simples, um para muitos, discreta, com operador escalar 12 e operador funcional 18 litros por balde. Relação quaternária. Proporção simples, um para muitos, com operador escalar 88 e operador funcional 32 litros por minuto, com terceiro elemento desconhecido, necessitando de uma divisão para chegar ao resultado.

Embora nem todas as representações na forma algébrica dessas situações necessitem de sinais de associação, todas precisam de regras de prevalência, pois se trata de problemas mistos, compostos pelos campos conceituais aditivo e multiplicativo (VERGNAUD, 2009). O Quadro 8 apresenta uma transformação e uma proporção, descritas como duas etapas do problema, sendo a transformação que resulta no preço da TV, em que o estado inicial é o preço, a transformação a entrada e o estado final o saldo a pagar, este que será dividido em um número fixo de prestações, calculado pela proporção.

A importância dos parênteses nessa expressão se dá pela necessidade de iniciar pela subtração e depois efetuar a divisão, contrariando as regras de prevalência que instituem que primeiro se faz a multiplicação e a divisão. Destacamos tal importância na perspectiva de ensino, pois tanto a representação por diagrama, como a “conta armada” podem ser passos para a construção da forma simbólica, na análise e escrita da expressão numérica na forma

algébrica para sua posterior resolução.

A representação do diagrama do Quadro 8 apresenta uma transformação, uma proporção simples e uma comparação (aditiva). Não há necessidade do uso de sinais de associação, assim tanto a primeira, quanto a segunda expressão numérica estão corretas, observa-se, no entanto, que a segunda diferencia os passos necessários para a resolução da situação. A regra de prevalência de efetuar primeiro a multiplicação dá sentido multiplicativo ao número 3 como repetição do número de parcelas iguais (NUNES; BRYANT, 1997; SANTOS, 2015).

A situação do Quadro 9 envolve uma composição de transformações e duas proporções simples, sendo que os elementos presentes na transformação são oriundos tanto da composição das transformações, quanto da proporção entre número de baldes e litros. O diagrama apresenta o passo a passo da resolução, sendo que o sentido dado a cada grandeza e às operações realizadas entre suas medidas é ponto de partida para pensar as regras de prevalência. O problema diz que “abriu-se uma torneira que derrama 32 litros de água por minuto” (BIANCHINI, 2018, p. 74), o que leva à percepção de uma grandeza formada por duas outras, que é o sentido do operador funcional em uma proporção simples. O problema tem os dados em litros e litros por minutos e pergunta sobre as horas, levando quem o resolve a buscar relações entre as grandezas. Os sentidos atribuídos a essas relações na escrita da expressão numérica exigem o uso de sinais de associação e de regras de prevalência.

Com a análise realizada identificamos que os problemas envolvendo as expressões numéricas apresentam distintas representações bem como exploram diferentes níveis de dificuldade, corroborando com os estudos de Vergnaud (2009) sobre o campo aditivo em que o autor relata que existem diferentes tipos de relações aditivas e, conseqüentemente, diferentes níveis de dificuldades; e com a diversidade de situações os estudantes serão capazes de resolver diversos tipos de problemas.

8 Considerações Finais

Com o estudo identificamos que as atividades envolvendo expressões numéricas são apresentadas nos livros didáticos na forma de exercícios e situações, sendo os primeiros bem mais frequentes. Ao direcionarmos a análise para as situações, classificamos as diferentes representações com base na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (2009), constatando que as estruturas apresentadas foram do campo multiplicativo e aditivo, e suas imbricações em problemas mistos, identificando mais situações simples do que complexas. Em relação às

operações, apresentam maior quantidade de situações envolvendo a multiplicação, seguida da subtração, divisão e adição.

Os livros didáticos apresentam uma variação na abordagem e, ainda que a maioria cumpra o itinerário explicação com exemplo, exercícios de calcular para depois inserir os problemas, a apresentação das expressões numéricas se dá também no corpo do capítulo, atrelada a situações sobre as quatro operações.

As escritas das expressões numéricas em situações ajudam a construir o pensamento envolvendo as regras de prevalência, pois as mesmas auxiliam na compreensão do sentido das operações, de forma que, diante da organização da situação na expressão simbólica, há o dar-se conta de que o sentido da operação, e dos números envolvidos na mesma, precisam seguir regras nas quais as operações entre as grandezas sejam possíveis. Para que a operação na situação faça sentido, para as grandezas apresentadas no problema, tanto os sinais de associação na forma de separadores de operação, como as regras de prevalência, devem ser compreendidos, assim como a organização das informações no diagrama possibilita perceber a sistematização da situação, de forma a auxiliar no processo de resolução, sendo possível uma análise separada de cada etapa.

As expressões numéricas são trabalhadas como síntese das quatro operações aritméticas fundamentais nos livros didáticos analisados. Ainda que em grande parte sejam abordadas como exercícios, possuem grande quantidade e diversidade de situações com variadas classes referentes aos campos conceituais aditivo e multiplicativo, bem como suas imbricações. Como o livro didático é ferramenta fundamental nas práticas docentes e amplamente divulgado nas escolas, as expressões numéricas a partir das situações, cuja resolução envolva a construção de diversas representações, podem contribuir com a construção do conceito de operação e de número.

Agradecimentos

O presente estudo foi desenvolvido com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) – BRASIL, Código de financiamento 001, através da concessão de bolsas de estudo de Doutorado. E também com o apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) através da concessão de bolsas de estudo de pesquisa.

Referências

- ARRAIS, U. B. **Expressões Aritméticas: Crenças, Concepções e Competências no entendimento do professor polivalente**. 2006. 178f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.
- BALACHEFF, N. **Une étude des processus de preuve en mathématique chez des élèves de Collège**. 1988. 620f. Tese (Doutorado em Didática da Matemática) – Université Joseph Fourier, Grenoble, 1988.
- BIANCHINI, E. **Matemática Bianchini**. 9. ed. São Paulo: Moderna, 2018.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação Básica**. Dados estatísticos. Brasília: MEC, 2020. Disponível em: <https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/pnld/dados-estatisticos>. Acesso em: 14 ago. 2020.
- CORRÊA, R. L. T. O livro escolar como fonte de pesquisa em História da Educação. **Cad. CEDES**, Campinas, v. 20, n. 52, p. 11-23, nov. 2000. Disponível em: https://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0101-32622000000300002&script=sci_abstract&tlng=pt. Acesso em: 14 ago. 2020.
- COSTA, M. B. L.; NASCIMENTO, E. S.; SANTOS, M. M. Argumentação no processo de ensino e aprendizagem de expressões aritméticas nos livros didáticos. *In: COLÓQUIO EDUCAÇÃO E CONTEMPORANEIDADE – EDUCON*, 13., 2019, Sergipe. **Anais[...]**. Sergipe: Editora UFS, 2019. p.1-11. Disponível em: <https://ri.ufs.br/bitstream/riufs/13178/49/48.pdf>. Acesso em: 17 ago. 2020.
- DANTE, L.R. **Projeto Teláris: Matemática/Ensino Fundamental**. 2.ed. São Paulo: Ática, 2015.
- DANTE, L. C. **Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática**. São Paulo: Ática, 2009.
- FREITAS, H. S. **Expressões numéricas e suas abordagens em livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental adotados por uma escola pública de Cuiabá-MT**. 2014. 111 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2014.
- FUNDAÇÃO VALE. **Formação de professores: Matemática Ensino Fundamental II**. São Paulo: VALE, 2015. Disponível em: <http://www.fundacaovale.org/Documents/CadernoMat-mat-efi-caderno-bimestral-ii-resolucao-problemas-campo-aditivo.pdf>. Acesso: 28 out. 2020.
- GAY, M. R. G.; SILVA, W. R. (Eds.). **Araribá mais: Matemática**. São Paulo: Moderna, 2018. Manual do professor.
- GIOVANNI JÚNIOR, J. R. **A conquista da matemática**. Ensino Fundamental: anos finais. 4. ed. São Paulo: FTD, 2018.
- MAGINA, S.M.P. *et al.* **Repensando adição, subtração: contribuições da teoria dos campos conceituais**. 3. ed. São Paulo: PROEM, 2008.
- MAGINA, S. M. P.; MERLINI, V. L.; SANTOS, A. A estrutura multiplicativa a luz da teoria dos campos conceituais: uma visão com foco na aprendizagem. *In: CASTRO FILHO, J. A. et al. Matemática, Cultura e Tecnologia: perspectivas internacionais*. Curitiba: CRV, 2016. p. 66-82.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças Fazendo Matemática**. Porto Alegre: Artmed, 1997.

OTTES, A. B.; FAJARDO, R. Um olhar sobre a hierarquia das quatro operações aritméticas nas expressões numéricas. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 1, n. 2, maio/ago. 2017. Disponível em: <https://www.periodicos.unimontes.br/index.php/emd/article/view/30/20>. Acesso em: 21 ago. 2020.

OTTES, A. B. **Expressão numérica**: a hierarquia das quatro operações matemáticas. 2016. 75 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2016.

PAIM, M. A. S. **Um objeto de aprendizagem como propositadidática para a aprendizagem das expressões numéricas com decimais**. 2018. 100 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Gestão e Tecnologias Aplicadas à Educação) – Universidade do Estado da Bahia, Salvador, 2018.

SALOMÃO, C. A. R. **A passagem de textos em língua materna para expressões aritméticas, mediada pelo uso de uma calculadora**. 2013. 172 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2013.

SAMPAIO, F. A. **Trilhas da Matemática**, 6º ano: Ensino Fundamental, anos finais. São Paulo: Saraiva, 2018.

SANTANA, E. R. S.; LIMA, D. C. Capítulo 1. *In*: LAUTERT, S. L. *et al.* (Org.). **Repensando Multiplicação e Divisão do 1º ao 3º ano**. Bahia: Via Litterarum, 2017. p. 15- 44.

SANTOS, M. C.; LIMA, P. F. Considerações sobre a matemática no ensino fundamental. *In*: SEMINÁRIO NACIONAL CURRÍCULO EM MOVIMENTO – PERSPECTIVAS ATUAIS, 1., 2010, Belo Horizonte. **Anais[...]**. Belo Horizonte: [s. n.], 2010. p. 1-19. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/docman/dezembro-2010-pdf/7166-3-2-consideracoes-matematica-marcelo-camara-e-paulo/file>. Acesso em: 14 ago. 2020.

SANTOS, V. M. A.; ALBUQUERQUE, A. R. C. O uso do livro didático como instrumento pedagógico para o ensino de Geografia. **Estação Científica (UNIFAP)**, Macapá, v. 4, n. 1, p. 63-77, jan./jun. 2014. Disponível em: <https://periodicos.unifap.br/index.php/estacao/article/view/1314>. Acesso em: 17 ago. 2020.

SANTOS, A. **Formação de professores e as estruturas multiplicativas**: reflexões teóricas e práticas. Curitiba: Apris, 2015.

SILVA, G. C. M. **O ensino e aprendizagem de expressões numéricas para 5ª série do Ensino Fundamental com a utilização do jogo CONTIG@ 60**. 2009. 118 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

SILVA, G. C. M.; ARRUDA, M. R. M. F. As expressões numéricas, o Contig 60 e a formação de professores do ensino fundamental I. *In*: MONTEIRO, S. A. I.; RIBEIRO, R.; LEMES, S. S.; MUZZETI, L. R. (Orgs.). **Educação na contemporaneidade**: reflexões e pesquisa. São Carlos: Pedro e João, 2011. p. 23-42.

SILVEIRA, E. **Matemática**: compreensão e prática. 5. ed. São Paulo: Moderna, 2018.

VERGNAUD, G. Prenunciando a Teoria dos Campos Conceituais. *In*: VERGNAUD, G. **Piaget e Vygotski em Gérard Vergnaud**: Teoria dos Campos Conceituais. Porto Alegre: GEEMPA, 2017. p. 63-70.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade**: problemas do ensinoda matemática na



escola elementar. Curitiba: Editora da UFPR, 2009.

VERGNAUD, G. ¿Enqué sentido la Teoría de los Campos Conceptuales puede ayudarnos para facilitar Aprendizaje Significativo? **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v. 12, n. 2, p. 285-302, 2007.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Paris, v. 10, n. 2, p. 133-170, 1990.

VERGNAUD, G. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didáctica das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. **Análise Psicológica**, Lisboa, v. 1, p. 75-90, 1986.

Submetido em 04 de Fevereiro de 2021.
Aprovado em 20 de Julho de 2021.