

# Área como Grandeza Geométrica: uma metanálise de produções *stricto sensu* sob ponto de vista cognitivo dinâmico (2007-2018)<sup>1</sup>

## Area as a Geometric Greatness: a meta-analysis of *stricto sensu* productions from a dynamic cognitive point (2007-2018)

Juliana Gabriele Kiefer\*

 ORCID iD 0000-0003-4912-5747

Rita de Cássia Pistóia Mariani\*\*

 ORCID iD 0000-0002-8202-8351

### Resumo

O objetivo deste artigo é analisar produções *stricto sensu* brasileiras, disponíveis na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e no catálogo de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), que desenvolveram sequências didáticas sobre áreas de figuras planas com o apoio de *software* de geometria dinâmica no contexto da Educação Básica, com ênfase em situações de comparação. Para tanto, toma-se como aporte teórico o modelo de área como grandeza geométrica, situações que dão sentido ao conceito de área e pressupostos dos registros de representação semiótica. A pesquisa caracteriza-se como qualitativa e segue procedimentos metodológicos da metanálise qualitativa. Para a produção de dados são analisados os itens das sequências didáticas sobre área que envolvem a utilização de *software*, de 11 pesquisas mapeadas no período entre 2007 e 2018. As categorias de análise constituem-se a partir de situações de: comparação, medição, conversão de unidade de medida e produção de área e utilizam-se descritores a partir das apreensões figurais e das atividades cognitivas dinâmicas. Os resultados indicam que todas as situações são privilegiadas, sendo de forma expressiva as que envolveram a comparação de áreas. No que tange as de comparação, mostraram-se indícios de mobilização de apreensões perceptiva, discursiva e operatória, bem como a conversão dinâmica de descrição através de justificativas e/ou relações do que se observa a partir dos tratamentos dinâmicos de reconfiguração (composição, decomposição e deformação).

**Palavras-chave:** Área. Grandeza. Situações. Registro de Representação Semiótica. *Software*.

### Abstract

The objective of this article is to analyze Brazilian *stricto sensu* productions, available in the Brazilian Digital Library of Theses and Dissertations (BDTD) and in the catalog of thesis and dissertations of the Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel (CAPES), on the area of flat figures that they developed didactic sequences with the support of dynamic geometry software in the context of Basic Education, with emphasis on comparison situations. For this purpose, the theoretical model is the model of area as a geometric greatness,

<sup>1</sup> O presente artigo está embasado em um dos manuscritos que compõe a dissertação da primeira autora, vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física (PPGEMEF) da Universidade Federal de Santa Maria.

\* Mestre em Educação Matemática e Ensino de Física pela Universidade Federal de Santa Maria (UFSM). Doutoranda em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Franciscana (UFN), Santa Maria, Rio Grande do Sul, Brasil. E-mail: [juliana\\_kiefer@hotmail.com](mailto:juliana_kiefer@hotmail.com).

\*\* Doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP). Docente do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), Santa Maria, Rio Grande do Sul, Brasil. E-mail: [rcpmariani@yahoo.com.br](mailto:rcpmariani@yahoo.com.br).

situations that give meaning to the concept of area and assumptions of the semiotic representation records. The research is characterized as qualitative and follows methodological procedures of qualitative meta-analysis. For the production of data, the items of the didactic sequences on an area that involve the use of software are analyzed, from 11 surveys mapped between 2007 and 2018. The categories of analysis are constituted from situations of: comparison, measurement, conversion of measurement unit, and area production and descriptors are used based on figurative apprehensions and dynamic cognitive activities. The results indicate that all situations are privileged, being those that involve the comparison of areas significantly more. In addition, such situations were the ones that most showed signs of mobilizing perceptual, discursive, and operative apprehensions, as well as the dynamic conversion of description through justifications and/or relationships of what is observed from the dynamic reconfiguration treatments (composition, decomposition, and deformation).

**Keywords/Palabras clave:** Area. Geometric Greatness. Situations. Semiotic Representations Register. Software.

## 1 Introdução

Desde as últimas décadas, estudos mencionavam a pouca ênfase em sala de aula de conceitos/conteúdos geométricos (LORENZATO, 1995; PAVANELLO, 1989, 1993). Entretanto, com a crescente produção de pesquisas em Educação Matemática, percebe-se maior ênfase nesse campo da Matemática nos últimos anos (CLEMENTE *et al.*, 2015; PASSOS; ANDRADE; ARRUDA, 2013; ROSA, 2009; SENA; DORNELES, 2013; SOARES; FERNER; MARIANI, 2018).

Durante a década de 90, alguns motivos podem ter contribuído para o “abandono” desses conceitos/conteúdos nas escolas: ênfase às estruturas e aos conceitos algébricos, falta de tempo, pois muitos daqueles professores que continuaram a incluir a geometria em seus conteúdos programáticos a deixavam para ser ensinada no final do ano, apego excessivo ao livro didático, etc. (LORENZATO, 1995; PAVANELLO, 1993). Transcorridas mais de duas décadas desses apontamentos, observa-se crescimento no número de produções relacionadas à geometria tanto em artigos publicados em periódicos (CLEMENTE *et al.*, 2015; PASSOS; ANDRADE; ARRUDA, 2013; SOARES; FERNER; MARIANI, 2018), quanto dissertações ou teses das áreas de Educação e Ensino (ROSA, 2009; SENA; DORNELES, 2013).

A temática geometria foi investigada entre 1976 e 2010 no Boletim do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (Boletim Gepem) por Passos, Andrade e Arruda (2013), enquanto que Clemente *et al.* (2015) investigaram o ensino e aprendizagem de geometria durante o período de 2000 a 2014 no Boletim de Educação Matemática (Bolema), Boletim Gepem e Zetetiké. Já o ensino e aprendizagem da geometria com o uso de *software*, a partir de periódicos de Educação Matemática com *Qualis* variando entre A1 e B3, disponíveis no portal da Sociedade de Educação Matemática (SBEM), abrangendo o período de 2000 a 2017, foi investigado por Soares, Ferner e Mariani (2018).

Considerando que, geralmente, artigos publicados em periódicos também estão

relacionados a trabalhos de mestrado e doutorado, Rosa (2009) e Sena e Dorneles (2013) investigam, respectivamente, teses e dissertações em Educação Matemática da PUC/SP no período de 1994 a 2007, que fizeram uso de ambientes computacionais no contexto da geometria e teses no banco de dados da CAPES no período 1991-2011, cuja temática faz referência à geometria. A partir dos resultados obtidos pelas autoras, nota-se pertinência de se abordar o estudo da geometria com a utilização de tecnologias digitais, pois uma das linhas de investigação mais privilegiadas nas pesquisas mapeadas por Sena e Dorneles (2013) foi a informática educativa. Rosa (2009) também indica que a maioria das pesquisas que utilizou ambientes computacionais estão relacionadas à geometria.

Desse modo, neste artigo objetiva-se analisar produções *stricto sensu* brasileiras, disponíveis na BDTD e no catálogo de teses e dissertações da CAPES, desenvolveram sequências didáticas sobre área de figuras planas com o apoio de *software* de geometria dinâmica no contexto da Educação Básica, com ênfase em situações de comparação.

## 2 Percursos metodológicos

Esta pesquisa caracteriza-se como qualitativa e utiliza o procedimento metodológico da metanálise qualitativa. Bicudo (2014, p. 9) destaca que é uma investigação que vai além daquelas já realizadas, sendo “[...] pautada em comparações e análises dos dados primários de pesquisas, tomadas como significativas em relação ao tema posto sob foco”. É importante, uma vez que busca contribuir para a qualificação do conhecimento já produzido, permitindo investigar um fenômeno, aprofundar seu entendimento sobre ele, iluminando um caminho e abrindo horizontes de compreensões sobre o tema (BICUDO, 2014).

O *corpus* de análise constitui-se a partir de um levantamento de teses e dissertações brasileiras no campo de Ensino (área 46 da CAPES, grande área multidisciplinar) no catálogo de teses e dissertações da CAPES e na BDTD. A primeira busca foi realizada entre os meses de agosto e outubro de 2019. A fim de atualizar os dados, em maio de 2020 foi realizada outra busca com os mesmos critérios. No catálogo de teses e dissertações da CAPES foi inserido o termo “área” e selecionados os filtros: multidisciplinar (grande área) e ensino e ensino de ciências e matemática (área do conhecimento). Na BDTD foram utilizadas as seguintes palavras de busca: “área” (no título) e “educação matemática” (todos os campos).

Considerando um total expressivo de produções mapeadas e o fato de muitas delas não pertencerem aos programas de Pós-Graduação em Ensino/Educação Matemática, utilizou-se dois outros critérios de refinamento: produções que possuem o objeto matemático “área” no

título e possíveis para *download*. Desse modo, foram identificadas 54 pesquisas.

A partir da leitura dos resumos de tais investigações, foram verificadas como fontes de produção de dados: atividades orientadoras de ensino (2), cadernos de aula de alunos e/ou professores (3), documentos curriculares oficiais (4), entrevistas (7), livros e/ou materiais didáticos (11), micromundo (1), observações e/ou registros de aulas e/ou gravações e/ou fotografias (11), processos formativos (3), sequências didáticas (30), projetos (5), questionários (14), teses e/ou dissertações (2) e testes (11).

Assim, nota-se que um número expressivo de produções desenvolveu sequências didáticas. Além disso, foi identificado o uso de recursos didáticos, como: jogos, malha quadriculada, materiais manipuláveis, lápis e papel, textos históricos, instrumentos de medição, *softwares*, técnicas de pesagem e planimetria. Dentre as 15 pesquisas que utilizaram *software*, constatamos apenas duas que não são caracterizados como de geometria dinâmica, sendo que as outras 13 pesquisas fizeram uso do GeoGebra, Cabri-Géomètre ou Apprenti- Géomètre 2.

No entanto, uma delas, embora tenha feito uso de sequência didática e do *software*, este foi utilizado posteriormente, numa atividade de Modelagem Matemática e outra pesquisa, por sua vez, desenvolveu o estudo no Ensino Superior. Diante de tais dados optou-se por restringir à análise aqueles estudos que atendem a dois critérios: desenvolveram atividades da sequência didática com apoio de um *software* de geometria dinâmica e foram executados na Educação Básica, contemplados, assim, em 11 investigações (Quadro 1).

P	Ano	Autor (a)	Título	IES	Orientador (a)
P1	2007	SECCO, Anderson	Conceito de área: da composição e decomposição de figuras até as fórmulas	PUC-SP	Vincenzo Bongiovanni
P2	2011	MACHADO, José P. de A.	A significação dos conceitos de perímetro e área, na ótica do pensamento reflexivo, trabalhando em ambientes de geometria dinâmica	UFOP	Dale William Bean
P3		NUNES, Jose M. V.	A prática da argumentação como método de ensino: o caso dos conceitos de área e perímetro de figuras planas	PUC-SP	Saddo Ag Almouloud
P4	2012	REIS, Helder P. dos	Compreensão dos conceitos perímetro da circunferência e área do círculo com o auxílio do GeoGebra	UEPB	Abigail Fregni Lins
P5	2015	ASSUMPCÃO, Paula. G. S. de	Perímetro e área: uma engenharia didática utilizando o GeoGebra sob o olhar das representações semióticas	UFMS	Inês Farias Ferreira
P6		BALLEJO, Clarissa C.	Aprendizagem de conceitos de área e perímetro com o GeoGebra no 6º ano do Ensino Fundamental	PUC-RS	Lori Viali
P7	2016	FERREIRA, Esmenia F. P.	A integração das tecnologias digitais ao ensino e aprendizagem de geometria no Ensino Fundamental – anos finais: uma proposta com foco no estudo de perímetro e área de figuras geométricas planas	UFJF	Liamara Scortegagna
P8		SILVA, Anderson D. P. R. da	Ensino e aprendizagem de área como grandeza geométrica: um estudo por meio dos ambientes papel e lápis, materiais manipulativos e no <i>Apprenti Géomètre 2</i> no 6º ano do Ensino Fundamental	UFPE	Paula Moreira Baltar Bellemain
P9	2017	ARCEGO, Priscila	Representações semióticas mobilizadas no estudo da área do círculo no Ensino Fundamental	UFMS	Rita de Cássia Pistóia Mariani
P10		OLIVEIRA, Joel S. de	A engenharia didática como referencial para a ação pedagógica reflexiva: o caso da área de figuras planas irregulares com o GeoGebra	UEPB	Cibele de Fátima Castro de Assis
P11		2018	NETO, Julio A. dos S.	Uma sequência didática sobre área e perímetro utilizando o banco de questões da OBMEP e o GeoGebra	UFSCAR

**Quadro 1** – *Corpus* de análise de teses e dissertações  
Fonte: Dados da pesquisa (2020)

Observa-se um aumento significativo do número de trabalhos a partir de 2015 e verifica-se que seis pesquisas são em nível de Mestrado Acadêmico (P5, P6, P8, P9, P10 e P11), quatro em nível de Mestrado Profissional (P1, P2, P4 e P7) e uma em nível de Doutorado (P3). Quanto às instituições de ensino superior (IES) às quais as pesquisas estão vinculadas, apenas três possuem mais de uma investigação, a saber: PUC-SP, UEPB e UFSM. Além disso, a região brasileira com mais trabalhos é a Sudeste, com cinco pesquisas, seguida das regiões Sul e Nordeste, com três investigações cada. Entretanto, embora seja observada certa predominância em relação a essas IES ou até mesmo em relação à região brasileira, esse fato não se confirma em relação aos orientadores, sendo que todos são distintos.

Quanto ao nível de ensino em que foram desenvolvidas, destaca-se que P1, P2, P5, P6, P7, P8, P9, P10 envolvem sujeitos dos Anos Finais do Ensino Fundamental (EF), P4 e P11 do Ensino Médio e P3 dos Anos Iniciais do EF. Além disso, os objetos matemáticos mencionados são: área (P1 e P8), área do círculo (P9), área de figuras irregulares (P10), área e perímetro (P3, P2, P5, P6, P7 e P11) e perímetro da circunferência e área do círculo (P4). Dentre os *softwares*, destaca-se a predominância do emprego do GeoGebra (Quadro 2).

<i>Software</i>	P	Nível	Ano	Objetivo ou Questão de pesquisa
Apren- ti- Gèomètre	P8	AF	6°	Investigar o tratamento dado por alunos do 6°ano do EF às situações que dão sentido a área como grandeza, em ambientes com características distintas: papel e lápis, materiais manipulativos e no software de geometria Apren- ti- Gèomètre 2.
Cabri- Gèomètre	P1	AF	9°	Investigar através da composição e decomposição de figuras planas, até a demonstração das fórmulas, como o conceito de área pode ser apresentado de maneira significativa e motivadora aos alunos da 8° série do EF.
GeoGebra	P2	AF	7°	Investigar a significação dos conceitos de perímetro e área adotando a metodologia da observação participante em uma turma do sétimo ano do EF de uma escola pública de Entre Rios – MG, utilizando como instrumentos a geometria dinâmica e os próprios conceitos.
	P3	AI	5°	Em que medida a prática da argumentação pode se apresentar como método que favoreça a compreensão de conceitos em matemática, tomando como referência o caso da área e perímetro de figuras planas?
	P4	EM	1°	Propor a aplicação de uma sequência didática que tem como objeto as relações didático-pedagógicas na aprendizagem e compreensão dos objetos geométricos perímetro (contorno) da circunferência e área (superfície) do círculo, com o auxílio do aplicativo de geometria dinâmica (GD) GeoGebra.
	P5	AF	7°	Uma abordagem dinâmica pode contribuir no processo de ensino e aprendizagem de geometria para alunos do 7° ano do EF, relativa aos conceitos de perímetro e área de polígonos, à luz da teoria dos registros de representação semiótica?
	P6	AF	6°	Investigar de que forma o software GeoGebra pode contribuir na construção de conceitos de perímetro e área por estudantes do 6° ano do EF.
	P7	AF	9°	Investigar a integração de TD ao ensino e aprendizagem da Geometria, com foco no estudo de perímetro e área de figuras geométricas planas no EF-Anos Finais.
	P9	AF	9°	Analisar os registros de representação semiótica e as apreensões sequencial, perceptiva, discursiva e operatória mobilizadas por estudantes do 9° ano do EF no estudo da área do círculo.
	P10	AF	9°	Investigar aspectos relativos ao ensino do cálculo de áreas de figuras planas irregulares que podem ser trabalhadas com o suporte do <i>software</i> GeoGebra.
	P11	EM	1°	Apresentar uma sequência didática com questões de geometria desenvolvidas a partir de um problema do Banco de Questões da OBMEP utilizando como apoio um texto dialógico e o <i>software</i> GeoGebra.

**Quadro 2** – Distribuição por *software*, nível de ensino, ano escolar e objetivo ou questão de pesquisa  
Fonte: Dados da pesquisa (2020)

Silva (2019) destaca potencialidades em *software* de Geometria Dinâmica, tais como o *Apren-  
ti-  
Gèomètre 2* (AG 2), *Cabri-  
Gèomètre* e o GeoGebra para o ensino e aprendizagem de área de figuras planas. O pesquisador ressalta “[...] a possibilidade de decompor do AG 2, as

ferramentas de construção de figuras do *Cabri* e a utilização das malhas, do seletor e das ferramentas de arraste de pontos e mover do *GeoGebra*” (SILVA, 2019, p. 128).

A partir dos objetivos ou questões de pesquisa observa-se que P5, P6 e P7 investigam contribuições do *software* no processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de área e perímetro; P1 e P8 investigam aspectos relacionados a modos distintos, seja a partir da forma como se exploram as atividades (composição e decomposição ou fórmulas) ou pelos ambientes utilizados; P4 e P11 tem como intuito apresentar sua sequência didática e P2, P3, P9 e P10 possuem objetivos relacionados aos aportes teóricos adotados. Cabe ressaltar ainda que algumas pesquisas, antes de realizarem o desenvolvimento da sequência didática com os sujeitos participantes da pesquisa, efetuaram atividades de familiarização com o *software*.

No Quadro 3 identifica-se o total de itens das sequências didáticas, bem como a denominação dos itens e o total de itens analisados, ou seja, que abordam o conceito de área com o apoio de *software* de geometria dinâmica. A partir disso, destaca-se que o percentual de itens analisados se refere a 44,77% do total de itens.

P	Total de itens	Denominação dos itens analisados	Total de itens analisados
P1	53	Bloco 2: 1a, 1b, 2a, 2b, 3a, 3b, 4a, 4b, 5, 6, 7a, 7b, 7c, 7d, 7e, 8, 9a, 9b, 10a, 10b, 11a, 11b.	22 (41,51%)
P2	7	Atividade dinâmica: 2, 3, 4, 5	4 (57,14%)
P3	32	Atividade 2: 1, 3/ Atividade 5: 3,4, 5 / Atividade 10: 2, 3, 5	8 (25%)
P4	32	Atividade 5 (4, 5, 6a, 6b)	4 (12,5%)
P5	31	Bloco 1: 3, 4, 5, 6a, 6b, 7, 8a, 8b, 8c/ Bloco 2: 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10/ Bloco 3 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7	26 (83,87%)
P6	10	Atividade 4c/Atividade 5a/ Atividade 6: 2	3 (30%)
P7	34	Atividade orientada: 1b, 1c, 2a, 2b, 3.I 3, 3II 2, 3II 3, 4a, 4b, 4c, 4d/ Atividade autônoma: 1d, 2Ia, 2II a, 2II b, 2II c, 3a, 3b, 4a, 4b, 4c	22 (64,70%)
P8	36	Tarefa 1/ Tarefa 2a, 2b, 2c/ Tarefa 3a, 3b,3c/ Tarefa 4a, 4b/ Tarefa 5a, 5b, 5c	12 (33,33%)
P9	29	Atividade 2: 2a, 2b, 2c, 2d, 2e, 2f, 2g/ Atividade 3: 3c, 3e, 3f, 3g, 3h/ Atividade 4: 4a, 4b, 4c, 4d, 4e, 4f, 4g	18 (62,07%)
P10	8	Atividade 6a, 6b, 6c	3 (37,5%)
P11	5	Atividade 1, 2	2 (40%)
<b>Total</b>	<b>277</b>	<b>Total</b>	<b>124 (44,77%)</b>

**Quadro 3** – Distribuição das pesquisas por itens da sequência didática  
Fonte: Dados da pesquisa (2020)

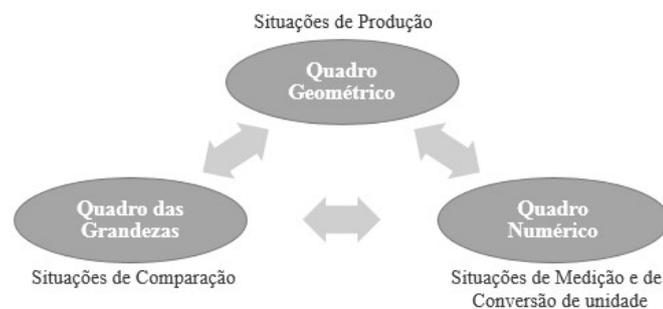
A partir dessa seleção, os itens das atividades são analisados conforme as situações que dão sentido ao conceito de área: comparação, medição, mudança de unidade e produção (BALTAR, 1996; FERREIRA, 2010, 2018). Em seguida, centra-se na situação de comparação, conforme registros figurais (DUVAL, 2004, 2012) e registro figural em ambientes geométrico dinâmico (SALAZAR; ALMOULOU, 2015), por meio de descritores, detalhados na seção 4.

### 3 Área como grandeza: articulação entre quadros e situações que dão sentido ao conceito

De acordo com Douady e Perrin-Glorian (1989), ao considerar área como grandeza é

necessário distinguir e articular três quadros<sup>2</sup>: geométrico (superfícies tais como quadrado, retângulo, triângulo, etc.); numérico (medidas das superfícies planas, a partir dos números reais não negativos) e grandezas (classes de equivalência de superfícies de mesma área, definida pela escolha de uma unidade de medida de área de modo que duas superfícies de mesma medida possuem a mesma área (FERREIRA, 2018)). Dessa maneira, distinguir a área de uma superfície da sua forma consiste em considerar que duas superfícies de formas diferentes podem ter uma mesma área e distinguir área do número, ou seja, a uma mesma superfície podem corresponder números diferentes associados às unidades de medida escolhidas, sem modificar a sua área.

Na Figura 1, apresenta-se a articulação entre os quadros e as situações que dão sentido ao conceito de área.

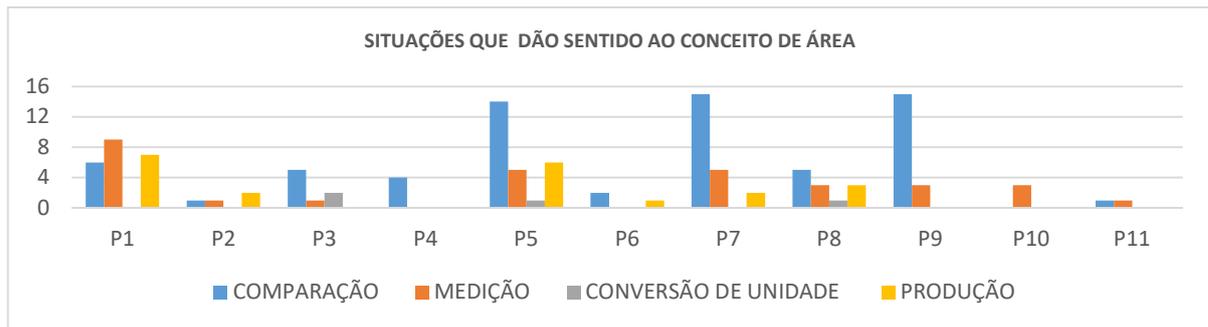


**Figura 1** – Articulação entre quadros e situações que dão sentido ao conceito  
Fonte: Adaptado de Bellemain e Lima (2002)

Baltar (1996) e Ferreira (2010, 2018) ampliam o estudo de Douady e Perrin-Glorian (1989) e propõem situações que dão sentido ao conceito de área, sendo elas: comparação, medição, conversão de unidade e produção de superfície. As situações de comparação estão situadas essencialmente no quadro das grandezas, as de medição no quadro numérico e na passagem da grandeza ao número, por meio da escolha de uma unidade de medida, enquanto as de conversão de unidade estão mais centradas no quadro numérico e as de produção de superfícies evidenciam o quadro geométrico (FERREIRA, 2010, 2018).

De acordo com os itens das sequências didáticas analisados, todas as classes de situações são contempladas (Gráfico 1), sendo as de comparação mais evidenciadas, correspondendo 54,84% do total. Em seguida, estão as de medição (25%) e as de produção (16,93%) e em menor quantidade as de conversão de unidade (3,23%). Ao atentar de modo específico para os itens das sequências didáticas de cada pesquisa, verifica-se que apenas P5 e P8 exploraram as quatro classes de situações que dão sentido ao conceito de área com o uso dos *softwares*, ambas desenvolvidas com alunos dos anos finais do EF.

<sup>2</sup> Um quadro é “[...] constituído de objetos de um ramo da matemática, das relações entre esses objetos, de suas formulações eventualmente diversas e das imagens mentais que o sujeito associa num dado momento, a esses objetos e relações” (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989, p. 389).

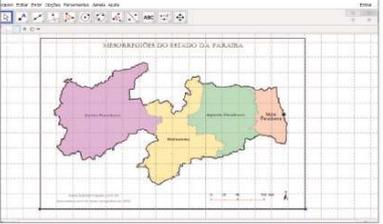
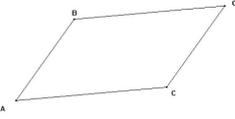
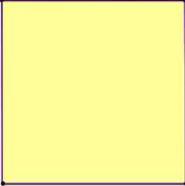
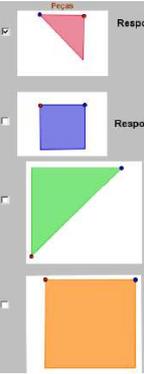


**Gráfico 1** – Situações que dão sentido ao conceito de área nas atividades com o apoio de *software*  
 Fonte: Dados da pesquisa (2020)

As *situações de medição* são categorizadas em: situações de enquadramento em que a área de uma superfície de borda irregular ou arredondada será aproximada; e em situações de medida exata de área em que os procedimentos considerados referem-se à área enquanto grandeza unidimensional (ladrilhamento, adição e subtração de área) e à área como grandeza bidimensional (medida indireta no uso das fórmulas de área). Já as *situações de conversão de unidade* possuem como procedimento a representação de uma mesma área com unidades de medida diferentes (FERREIRA, 2010). Conforme Ferreira (2018, p. 65), estas “[...] devem privilegiar a articulação entre o quadro dos objetos geométricos, o quadro das grandezas e o quadro numérico para que a compreensão do par ordenado (número, unidade de medida) não seja apenas uma transformação operatória com o uso de um sistema de unidades.”

As *situações de produção* diferenciam-se das demais, pois permitem várias respostas. São subdivididas em: produção de uma superfície de mesma área que uma superfície dada (evidencia procedimentos de área como grandeza unidimensional, a partir da contagem de quadradinhos e de corte-colagem e de área como grandeza bidimensional através das deformações que permitem conservar a área); produção de uma superfície de área maior ou menor que uma superfície dada (procedimentos geométricos e numéricos); e produção de superfícies de área dada (mesmos procedimentos que nas demais ou uma combinação deles).

Para elucidar as situações acima descritas, no Quadro 4 apresentam-se exemplos identificados nas pesquisas. A atividade desenvolvida em P10 utiliza o *software* GeoGebra para calcular aproximadamente a área do estado da Paraíba, por meio de seu mapa, ou seja, aborda uma situação de medição por enquadramento. Já em P1, trata-se de uma situação de produção, pois solicita a construção de uma figura equivalente à superfície dada utilizando procedimentos de desenho geométrico com régua e compasso dinâmicos do *software* Cabri-Géomètre. Em P5, explora-se uma situação de conversão de unidade com o *software* Geogebra.

P10 – Oliveira (2017)	P1 – Secco (2007)	P5 – Assumpção (2015)
<p>Observe o mapa da Paraíba. Como podemos calcular a área da Paraíba fornecida pelo IBGE usando as ferramentas do GeoGebra?</p> 	<p>Abrir o arquivo <i>paralelogramo.fig</i> e construir um retângulo equivalente (mesma área) ao paralelogramo dado.</p> 	<p>Para cada peça selecionada, responda quantas são necessárias para cobrir a região bege delimitada pelo contorno preto?</p>  <p>Por que o total de peças de cada cor, utilizadas para cobrir a figura bege foi diferente, sendo que, a região delimitada é a mesma?”</p> 

**Quadro 4** – Exemplos de situação de medição (P10), produção (P1) e conversão de unidade (P5)  
 Fonte: Adaptado de Oliveira (2017), Secco (2007) e Assumpção (2015)

As *situações de comparação* podem ser de dois tipos: estáticas e dinâmicas. As estáticas “[...] são aquelas em que não ocorre alteração dos objetos comparados” (FERREIRA, 2018, p. 64). Além disso, há duas classes de procedimentos de resolução quanto à natureza das grandezas: a unidimensional (quando as áreas de duas superfícies são comparadas sem a intervenção de outras grandezas) e a bidimensional (quando as áreas são comparadas com a intervenção de outras grandezas, relação entre área e comprimento é fundamental) (FERREIRA, 2010). Já nas situações dinâmicas, realizam-se procedimentos como a decomposição e composição de áreas, variação de área e de perímetro por deformação ou transformação geométrica, bem como otimização.

Deformação da figura, por exemplo, refere-se ao deslizamento de um lado de um paralelogramo sobre o seu suporte conservando a área, mas não o perímetro. Já as transformações geométricas são aquelas que envolvem simetria, rotação e translação, bem como homotetia, e as de otimização envolvem a determinação da maior área possível em função da área e/ou de um perímetro fixo. De acordo com Teles (2007, p. 10), “[...]mobiliza-se o aspecto funcional ao descrever o valor e a função da área com relação a  $x$ . Refere-se geralmente a ‘aplicações do conceito de máximo e mínimos no estudo das funções’”.

Nas pesquisas analisadas, as situações de comparação foram privilegiadas a partir de situações estáticas sem unidade de medida e situações dinâmicas envolvendo unidades de medida não-convencional e convencional. Nas seções a seguir apresentam-se brevemente aspectos referente aos descritores, bem como os dados obtidos na análise.

#### 4 Quadro geométrico: um olhar para o registro figural e as atividades cognitivas dinâmicas

Como já mencionado anteriormente, o quadro geométrico compreende as superfícies, que neste estudo também são denominadas de figuras. Para Duval (2012), uma figura é constituída por variações dimensionais (0D, 1D, 2D) e qualitativas (forma, orientação, etc.). De acordo com Souza, Moretti e Almouloud (2019), ao ver uma figura, tem-se a necessidade de produzir significados e propriedades, fundamentais para resolver determinadas atividades matemáticas. Por exemplo, ao considerar o cálculo da medida da área de uma figura, em segunda dimensão, são apontadas particularidades do ver em Matemática, tais como relações, propriedades, desconstruções, inserções e significações.

A maneira matemática de *ver* em relação aos conceitos geométricos se constitui de duas formas: a *visão* e a *visualização*. A *visão* relaciona-se ao reconhecimento imediato das formas e a *visualização* com a identificação das unidades figurais, possibilitando, assim, uma mudança de olhar e a desconstrução dimensional. De acordo com Duval (2004, 2011), é importante propor tarefas em que se privilegie a desconstrução dimensional, pois está relacionada à *visualização*, que, por sua vez, é um dos processos cognitivos essenciais ao desenvolvimento do raciocínio dedutivo.

No Quadro 5, tem-se um exemplo que envolve comparação de áreas de triângulos a partir da relação entre comprimento e área.

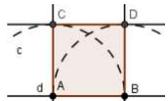
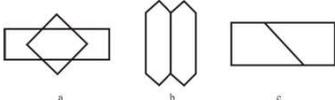
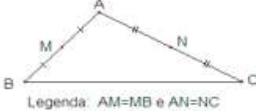
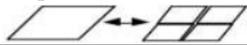
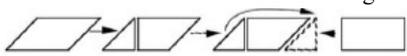
Enunciado	Resolução
Compare as áreas dos triângulos AMB e AMC, sabendo que AM é a mediana do triângulo ABC com relação ao lado BC.	Como AM é mediana do triângulo ABC então os comprimentos CM e MB são iguais. E como os triângulos AMC e ABM têm alturas do mesmo comprimento relativas aos lados CM e MB respectivamente, deduz-se a igualdade das áreas destes dois triângulos a partir das igualdades dos comprimentos característicos das figuras comparadas.

**Quadro 5** – Exemplo de visualização e desconstrução dimensional

Fonte: Adaptado de Ferreira (2010)

A identificação das unidades figurais de dimensão 1 (mediana e altura) do triângulo de dimensão 2 são fundamentais para resolver esse problema. Além disso, conforme Ferreira (2010), a presença da figura e a fórmula da área de um triângulo são importantes nesse procedimento.

Em relação às figuras, outro aspecto importante são as diferentes interpretações que o sujeito pode ter, as apreensões figurais, sendo estas de quatro tipos: sequencial, perceptiva, discursiva e operatória (DUVAL, 2004, 2012), conforme Quadro 6.

Apreensão figurar		Exemplo
SEQUENCIAL	Descrição ou construção com o objetivo de reproduzir uma figura.	Construção de um quadrado com régua e compasso dinâmicos: 
	Organização/reconhecimento das unidades figurais de uma figura, podendo ocorrer de três formas: superposição, agrupamento e repartição.	Organização e reconhecimento das unidades figurais: a) superposição de quadrado e retângulo; b) agrupamento de hexágonos irregulares; c) repartição de um retângulo. 
DISCURSIVA	Articulação entre o registro figurar e língua natural; explicitação de outras propriedades matemáticas da figura, além das que são assinaladas por uma legenda ou hipótese.	Explicitação de outras propriedades da figura: Dados:  Outras propriedades da figura: $\Delta AMN \sim \Delta ABC$ (LAL). Logo, $BC = 2 \cdot MN$ e $\widehat{AMN} \equiv \widehat{ACB}$ e $\widehat{ANM} \equiv \widehat{ACB}$ . E portanto, $\overline{BC} \parallel \overline{MN}$ . Legenda: $AM=MB$ e $AN=NC$ .
OPERATÓRIA	Modificações possíveis de uma figura inicial e suas reorganizações.	Estritamente homogênea: figuras obtidas possuem mesma forma que a figura inicial. 
		Homogênea: figuras obtidas são congruentes entre si e possuem forma diferente da figura inicial. 
		Heterogênea: figuras obtidas são diferentes entre si e da figura inicial. 
		Redução de um quadrado 
	<i>Mereológica</i> : dividir uma figura em outras de mesma dimensão.	Rotação do poliminó 
	<i>Ótica</i> : transformar uma figura em outra por meio de processos de aumentar, diminuir ou deformar.	
	<i>Posicional</i> : deslocar ou rotacionar uma figura em relação a um referencial.	

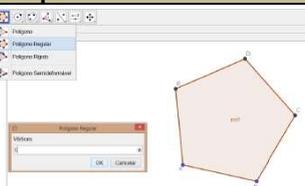
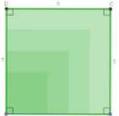
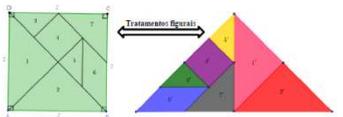
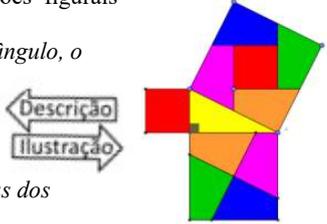
**Quadro 6** – Apreensões figurais e exemplos

Fonte: Adaptado de Duval (2012), Jahn e Bongiovanni (2019)

Cabe ressaltar que, embora no Quadro 6 as apreensões figurais estejam descritas de forma separada e com exemplos próprios, isso não quer dizer que elas não se relacionam. Ao contrário, estamos de acordo com Moretti e Brandt (2015, p. 602) quando afirmam que “[...] as apreensões não aparecem de forma isolada. Em algum problema, uma pode ser mais requisitada do que outra”. Em relação à apreensão operatória, Duval (2004, p. 165) ainda salienta a importância da operação de reconfiguração que consiste em “[...] reorganizar uma ou várias subfiguras diferentes de uma figura dada em outra figura” e menciona-a como uma operação fundamental para a apreensão matemática das figuras geométricas.

Duval (2011) destaca um poder cognitivo particular conferido às figuras, além de atribuir três características inerentes a elas: o valor intuitivo, o qual torna possível interpretações por meio de um simples olhar, sem a necessidade de uma explicação complementar; a possibilidade de reconhecimento de objetos e, por fim, a possibilidade de serem construídas instrumentalmente, seja com régua, compasso ou *software*.

Nesse sentido, Salazar e Almouloud (2015) ampliam discussões expostas por Duval (2011) e caracterizam registro figural em geométrico-dinâmico quando for mobilizado e coordenado em ambientes de geometria dinâmica como, por exemplo, o *software* GeoGebra, que permite formar e transformar representações figurais (Quadro 7).

Atividade cognitiva dinâmica		Exemplo
<b>FORMAÇÃO DINÂMICA</b>	Quando o sujeito escolhe uma ferramenta (da barra de ferramentas) que lhe permitirá criar a figura desejada para representar um objeto geométrico (SALAZAR, ALMOULOUD, 2015).	Representar um pentágono regular, com a ferramenta “polígono regular” 
<b>TRATAMENTO DINÂMICO</b>	Quando ocorrem modificações nas figuras, como mudar a posição conservando a mesma configuração (mudança de orientação, translação, rotação da figura, comprimento dos lados, etc.) e/ou decompor a figura em suas unidades figurais, de modo a combiná-las para formar outra figura ou dividi-la em outras subfiguras que podem ou não ser reagrupadas para formar outras figuras (SALAZAR, ALMOULOUD, 2015). Tais tratamentos são acelerados pelo <i>software</i> a partir das funções de manipulação direta (mudar a posição da figura ou da área de trabalho) e arrastamento (operações de reconfiguração de maneira acelerada).	Mudar a posição da figura de maneira instantânea, mas conservando sua configuração (lados, ângulos e suas respectivas medidas) 
		Variar as medidas dos lados da figura (proporcionalidade) sem alterar a forma da figura (preservando as propriedades – medidas de ângulos – da figura) 
		Reconfigurar a figura – possibilidade mereológica/desconstrução dimensional. 
<b>CONVERSÃO DINÂMICA</b>	Quando há passagem de uma representação formada no registro discursivos (língua natural, simbólico etc.) para uma representação no registro figural na sua modalidade geométrica-dinâmica) e vice-versa. O primeiro caso denomina-se conversão de <i>ilustração</i> , já a conversão inversa, de <i>descrição</i> (SALAZAR, ALMOULOUD, 2015).	Converter representações figurais e em língua natural: <i>Em todo triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos.</i> 

**Quadro 7** – Atividades cognitivas dinâmicas em ambientes de geometria dinâmica  
Fonte: Adaptado de Salazar e Almouloud (2015) e de Zanella (2018)

Conforme Salazar e Almouloud (2015), o desenvolvimento das atividades cognitivas de formação, tratamento e conversão dinâmicas são facilitadas por funções de arrastamento e manipulação direta dos *softwares*, bem como favorecem os processos de visualização de objetos matemáticos. Nesse sentido, “[...] os AGD [ambiente de geometria dinâmica] são ferramentas poderosas que devem ser bem utilizadas nas aulas de matemática e em particular quando se ensinam noções de geometria” (SALAZAR; ALMOULOUD, 2015, p. 939).

Assim, a partir do exposto até aqui, o Quadro 8 mostra os descritores utilizados para a análise das situações de comparação.

Apreensões	Atividades Cognitivas Dinâmicas
D1 – Sequencial;	D5 – Formação;
D2 – Perceptiva;	D6 – Mudar a posição da figura conservando sua forma;
D3 – Discursiva;	D7 – Mudar o comprimento dos lados (proporcionalmente) da figura;
D4 – Operatória;	D8 – Reconfigurar;
	D9 – Conversão de Ilustração;
	D10 – Conversão de Descrição;

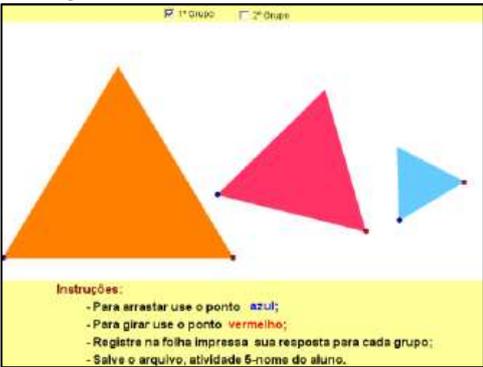
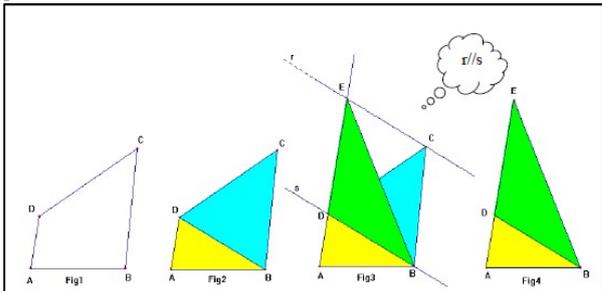
**Quadro 8** – Descritores de análise

Fonte: Autoras (2020)

Esses descritores permitem verificar indícios de apreensões e atividades cognitivas dinâmicas que podem ser mobilizadas mediante o que é proposto nas atividades pelos pesquisadores. Para tanto, consideram-se os enunciados das atividades, bem como os comentários dos pesquisadores *a priori* das atividades.

## 5 Análise das teses e dissertações mapeadas com ênfase nas situações de comparação

As situações de comparação estáticas foram verificadas em um número reduzido de itens, mais especificamente, apenas em P5 (Quadro 9), embora tal pesquisadora também tenha explorado em sua sequência de atividades, situações de comparação dinâmica. Já as de comparação dinâmica, assim como exemplificado em um item selecionado de P1 (Quadro 9), foram as mais exploradas. Nesse sentido, o caráter dinâmico dos *softwares* de geometria dinâmica “[...] concebidos para manter as relações geométricas entre os objetos – e as ferramentas nele disponíveis permitem uma exploração mais direta das figuras, favorecendo a visualização de outros elementos e de subfiguras” (JAHN; BONGIOVANNI, 2019, p. 256).

P5 – Assumpção (2015)	P1 – Secco (2007)
<p>Em cada grupo, classifique na ordem da maior para a menor região interna.</p>  <p><b>Instruções:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Para arrastar use o ponto azul;</li> <li>- Para girar use o ponto vermelho;</li> <li>- Registre na folha impressa sua resposta para cada grupo;</li> <li>- Salve o arquivo: atividade 5-nome do aluno.</li> </ul>	<p>Transformação de um polígono de 4 lados em um polígono equivalente de três lados.</p>  <p>Observe a sequência das figuras acima e responda:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- O triângulo DBE tem a mesma área do triângulo DBC? Justifique.</li> <li>- O quadrilátero ABCD tem a mesma área do triângulo ABE? Justifique.</li> </ul>

**Quadro 9** – Exemplo de situação de comparação estática (P5) e de comparação dinâmica (P1)

Fonte: Adaptado de Assumpção (2015) e Secco (2007)

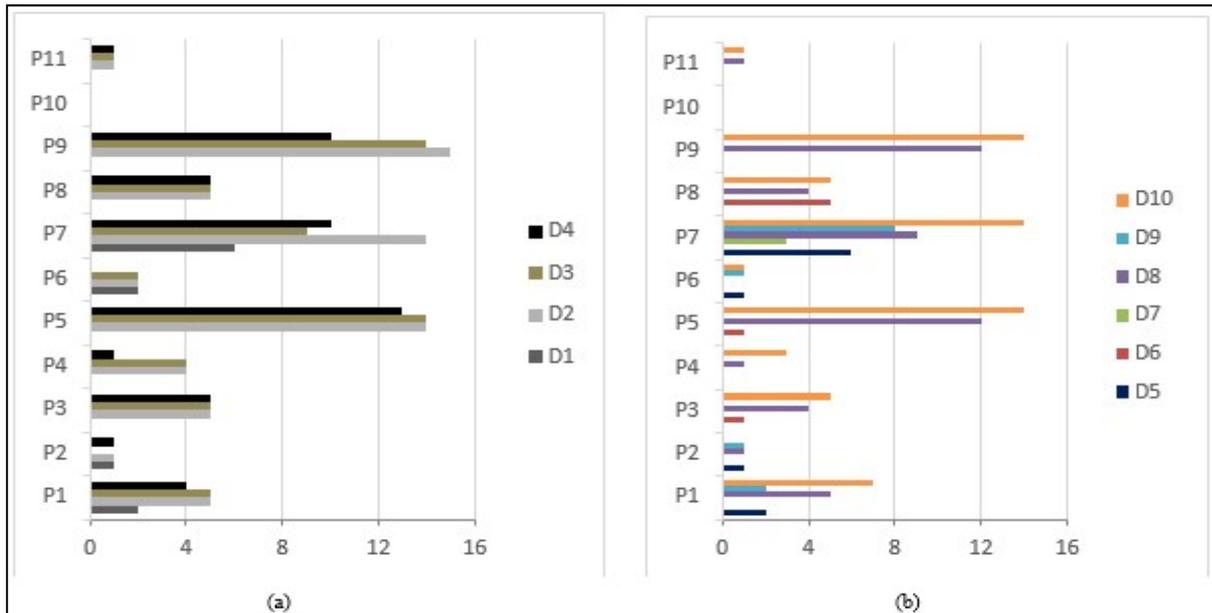
No exemplo de atividade proposta em P5 com alunos do 7º ano do EF, requer-se a classificação da região interna em ordem da maior para a menor sem a utilização do quadro numérico, ou seja, trata-se de uma comparação sem medida, com o GeoGebra. De acordo com

Douady e Perrin-Glorian (1989), devem-se apresentar situações que favoreçam a compreensão do conceito de área enquanto grandeza e que antecedam a introdução da medida. Além disso, considerar a área enquanto grandeza unidimensional (comparação de áreas de duas superfícies sem a intervenção de outras grandezas), como a sobreposição das figuras, possibilitando, assim, mobilizar apreensão perceptiva (D2).

Nesta atividade, também podem ser mobilizadas a apreensão operatória (D4) através dos tratamentos dinâmicos de mudar a posição de uma figura conservando sua forma (D6), apreensão discursiva (D3) com a articulação entre registro figural e língua natural, bem como conversão dinâmica de descrição (D10), pois o aluno precisaria registrar na folha impressa, em língua natural, sua resposta em cada grupo. Cabe ressaltar ainda que, assim como essa atividade, a pesquisadora ainda abordou outros grupos de figuras como: grupos com quadrados, grupos com retângulos e grupos com quadrados e retângulos.

Já no exemplo de atividade proposto em P1, que utilizou o *software* Cabri- Gèomètre e desenvolveu suas atividades com alunos do 9º ano do EF, trata-se de uma situação de comparação dinâmica que envolve procedimentos de decomposição e composição (D4) que considera área enquanto grandeza bidimensional, pois envolve outras grandezas como o comprimento da base e da altura dos triângulos. Desta forma, além da apreensão operatória, possibilita também mobilizar a apreensão perceptiva (D2) através do reconhecimento das formas, discursiva (D3) por meio da explicitação de outras propriedades matemáticas da figura (triângulos com mesma base e altura), além das que são assinaladas por uma legenda ou hipótese ( $r/s$ ), bem como a atividade cognitiva dinâmica de descrição (D10), pois a atividade requer justificativas para as conjecturas estabelecidas.

Tendo em vista um total expressivo de itens das atividades a serem analisados e os descritores selecionados para este estudo, constituiu-se o Gráfico 2(a), no que tange às apreensões figurais e o Gráfico 2(b) às atividades cognitivas dinâmicas nas situações de comparação.



**Gráfico 2** – Apreensões figurais e atividades cognitivas dinâmicas em situações de comparação  
 Fonte: Dados da pesquisa (2020)

Assim, nota-se a predominância da apreensão perceptiva (D2) em todas pesquisas, através do reconhecimento imediato das formas. Além disso, as apreensões discursivas (D3) e operatória (D4) também se mostram evidentes. A sequencial (D1) requerida em P1, P2, P6 e P7 refere-se às construções dos registros figurais dinâmicos com passos dados pelos pesquisadores das pesquisas citadas, realizando assim a atividade cognitiva de formação dinâmica (D5) e também a conversão dinâmica de ilustração (D9).

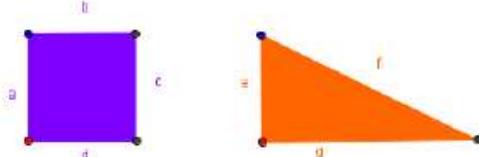
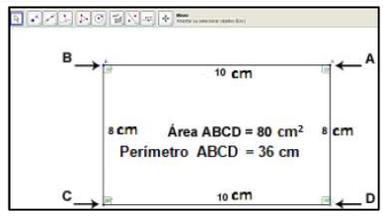
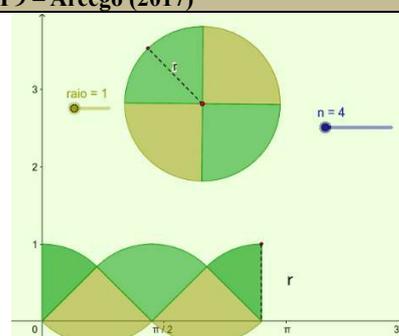
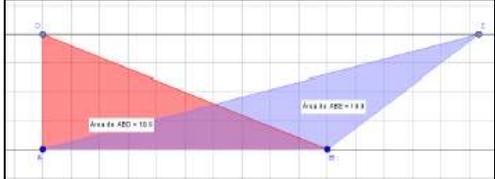
A apreensão discursiva (D3) é mobilizada em itens em que se requer o estabelecimento de relações e/ou justificativas das observações obtidas a partir da mobilização dos registros figurais dinâmicos. Nesse sentido, destaca-se a distinção entre perímetro e área e entre superfície e área, bem como a utilização da operação de reconfiguração para a explicitação das fórmulas de determinadas figuras (quadrado, retângulo e paralelogramo em P5 e do círculo em P4 e P9), o que permite, assim, estabelecer relações entre as unidades figurais ou a partir da regularidade entre as relações de comprimento e área de figuras.

Cabe destacar que apenas em P9 observou-se desencadeamentos lógicos mais complexos que se aproximem de demonstrações matemáticas no que tange às áreas das figuras planas, sendo que a sequência didática desenvolvida pela pesquisadora com alunos do 9º ano do EF versa sobre a obtenção da área do círculo a partir do princípio da exaustão. A partir disso, corrobora-se os resultados apontados por Soares, Ferner e Mariani (2018, p. 130) ao evidenciarem “[...] poucos os trabalhos que apresentaram/exploraram demonstrações realizadas pelos participantes”.

Em relação à apreensão operatória (D4), a maioria explora a mereológica, mas também

são verificadas modificações óticas e posicionais. Nesse sentido, a reconfiguração (D8) é o tratamento cognitivo dinâmico mais evidenciado, sendo que foram observadas reconfigurações a partir de composição e decomposição de figuras, mas também através de deformações nas figuras. As decomposições, em sua maioria, utilizam ferramentas de segmentos de reta, polígonos e controles deslizantes. Já as deformações ocorreram por meio da movimentação de pontos da figura que alteram as medidas dos lados, mas não proporcionalmente (D7).

No Quadro 10, a seguir, P5 e P9, por meio de composições e decomposições, exploram a comparação entre as áreas do quadrado e do triângulo e entre o círculo e o retângulo, respectivamente, com o *software* GeoGebra. É interessante observar a utilização de ferramentas distintas, sendo que em P5 podem ser realizados “recortes” nas figuras. Já em P9 as ferramentas a serem mobilizadas são os seletores “raio” e “n”, sendo que a partir deste ocorre a reconfiguração figural (D8).

P5 – Assumpção (2015)	P3 – Nunes (2011)
<p>Compare as regiões internas entre as figuras e diga qual figura tem a maior região interna. Justifique.<sup>3</sup></p> 	<p>Movimente os pontos A e B, comente e escreva o que ocorreu com as medidas de área e perímetro da figura.</p> 
P9 – Arcego (2017)	P7 – Ferreira (2016)
<p>2-e) A partir da identificação da base e da altura da figura formada expresse uma fórmula para calcular a área do círculo a partir do retângulo formado.</p> 	<p>a) O que podemos observar em relação às áreas desses triângulos? Você acha que isso acontece por quê? b) Movimente os pontos D e E, e descreva o que acontece com as medidas das áreas desses triângulos e se possível justifique por que isso acontece.</p> 

**Quadro 10** – Tratamento dinâmico de reconfiguração por composição e decomposição (P5 e P9) e por deformação (P3 e P7)

Fonte: Adaptado de Assumpção (2015) e Arcego (2017), Nunes (2011) e Ferreira (2016)

Em P3 e P7, destacam-se deformações realizadas nas figuras. Ambos também utilizaram o *software* GeoGebra e realizaram tais modificações a partir da movimentação de pontos das figuras. É interessante observar que P3 explora relações entre área e perímetro, enquanto em P7 a invariância da área é a partir de triângulos de mesma base e altura.

Ressalta-se ainda que as pesquisas que utilizaram a malha do *software*, em sua maioria, abordaram a malha quadriculada, entretanto, é possível explorar outros tipos de malhas, como,

<sup>3</sup> Ressalta-se que na atividade ainda havia instruções e regras de recorte.

por exemplo, no GeoGebra, a isométrica. Santana (2006, p. 93), que realizou análise de recursos didáticos, dentre eles a malha, em livros didáticos, menciona que as malhas “[...] podem aparecer articulando-se com o conceito de área na exploração de unidades não padronizadas, possibilitando a composição de figuras com os lados podendo coincidir, ou não, com as linhas das malhas no procedimento de representação de figuras em malhas quadriculadas”.

## 6 Considerações finais

Na atualidade, as tecnologias digitais estão cada vez mais presentes na sociedade e também no âmbito de ensino e aprendizagem, em diversas áreas do conhecimento (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014). No que tange à temática área de figuras planas, por exemplo, verificou-se, neste mapeamento, 11 pesquisas da área de Ensino, que desenvolveram sequências didáticas com o uso de *softwares* de geometria dinâmica no contexto da Educação Básica.

De modo geral, percebeu-se que tais sequências abordaram esse tema de modo diferenciado, pois os *softwares* foram utilizados de modo integrado a situações que levaram a um processo de reflexão e sistematização. Além disso, distinguindo-se do que geralmente é apresentado em livros didáticos, pois eles, em sua maioria, contêm pouca presença das tecnologias digitais, sendo raras as atividades que exploram a investigação e o aspecto visual de figuras geométricas (AMARAL-SCHIO, 2018; SANTANA, 2006).

Ao analisar os itens das atividades destas sequências didáticas que envolveram o conceito de área juntamente com o apoio do *software*, verificou-se que todas as classes de situações são contempladas, sendo de forma mais expressiva as de comparação (presentes em 54,84% do total de itens analisados). Além disso, no que concerne às situações de comparação, mostraram-se indícios de mobilizar as apreensões perceptiva, discursiva e operatória, bem como a conversão dinâmica de descrição, por meio de justificativas e/ou relações do que se observa a partir dos tratamentos dinâmicos de reconfiguração (composição, decomposição e deformação).

Em relação ao nível de ensino, observou-se, neste mapeamento, apenas uma investigação que foi desenvolvida nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, o que aponta para a necessidade de mais pesquisas nesse nível. Assim, no que tange à ampliação deste estudo, pode-se considerar também a área de Educação, pois, por exemplo, até o início de 2008 no Nordeste não existiam programas de Pós-Graduação em Educação Matemática ou Ensino de Matemática, o que motivou diversos programas da área de Educação a incorporarem linhas de

pesquisa, com o ensino de conteúdos específicos, como é o caso da UFPE.

Ou ainda, pode-se considerar também artigos publicados em revistas e/ou eventos da Educação Matemática, como, por exemplo, o Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), pois trata-se de um evento representativo no âmbito nacional, por envolver, além de estudantes das Licenciaturas em Matemática e em Pedagogia, da Pós-graduação e pesquisadores, também professores da Educação Básica e do Ensino Superior, o que pode indicar mais informações sobre a prática dos professores e não apenas estudos vinculados com pesquisas acadêmicas a nível de mestrado e doutorado.

Outro ponto que pode ser evidenciado em estudos futuros refere-se ao modo como as sequências didáticas sistematizam os encaminhamentos para obtenção de expressões e fórmulas, pois se observa, geralmente, a partir de reconfigurações figurais, mas aponta-se a necessidade de serem exploradas outras figuras geométricas como triângulos, losangos e trapézios.

## Referências

AMARAL-SCHIO, R. B. Livro didático de ensino médio, geometria e a presença das tecnologias. **Renote**, Porto Alegre, v. 16, n. 2, p. 1-11, 2018.

ARCEGO, P. **Representações semióticas mobilizadas no estudo da área do círculo no Ensino Fundamental**. 2017. 153p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2017.

ASSUMPCÃO, P. G. de. **Perímetro e Área: uma Engenharia Didática utilizando o Geogebra sob o olhar das representações semióticas**. 2015. 232 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2015.

BALLEJO, C. C. **Aprendizagem de conceitos de área e perímetro com o Geogebra no 6º ano do ensino fundamental**. 2015. 143 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, Porto Alegre, 2015.

BALTAR, P. M. **Enseignement et apprentissage de la notion d'aire de surfaces planes: une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège**. 1996. Tese (Doutorado em Didática da Matemática) – Université Joseph Fourier, Grenoble, 1996.

BELLEMAIN, P.; LIMA, P. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no Ensino Fundamental**. Ed. Geral: John A. Fossa. Natal: SBHMat, 2002.

BICUDO, M. A. V. Meta-análise: seu significado para a pesquisa qualitativa. **Revemat**, Florianópolis, v. 9, Ed. Temática, p. 7-20, 2014.

BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R. R. S.; GADANIDIS, G. **Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

CLEMENTE, J. C. *et al.* Ensino e aprendizagem da geometria: um estudo a partir dos periódicos em Educação Matemática. In: ENCONTRO MINEIRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2015, São João del Rei. **Anais [...]**. São João del Rei: UFSJ, 2015. np.

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M. J. Un processus d' apprentissage du concept d'aire de surface plane. **Educational Studies in Mathématiques**, v. 20, n. 4, p. 387-424, 1989.

DUVAL, R. **Semiosis y Pensamiento Humano**: Registros semióticos et apprentissages intellectuels. Santiago de Calai: Colômbia, 2004.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma**: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semióticas. Organização de Tânia M. M. Campos. Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, R. Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. Tradução de Mércles Thadeu Moretti. **Revemat**, Florianópolis, v. 7, n.1, p.118-138, 2012.

FERREIRA, L. F. D. **A construção do conceito de área e da relação entre área e perímetro no 3º ciclo do ensino fundamental**: estudos sob a ótica da teoria dos campos conceituais. 2010. 191f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

FERREIRA, E. F. P. **A integração das tecnologias digitais ao ensino e aprendizagem de geometria no ensino fundamental – anos finais**: uma proposta com foco no estudo de perímetro e área de figuras geométricas planas. 2016. 185 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2016.

FERREIRA, L. F. D. **Um estudo sobre a transição do 5º ano para o 6º ano do ensino fundamental**: o caso da aprendizagem e do ensino de área e perímetro. 2018. 386f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018.

JAHN, A. P.; BONGIOVANNI, V. Apreensão Operatória de Figuras em Situações Geométricas. **JIEEM**, São Paulo v. 12, n. 3, p. 245-257, 2019.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, São Paulo, v. 3, n. 4, p. 3-13, 1995.

MACHADO, J. P. A. **A significação dos conceitos de perímetro e área, na ótica do pensamento reflexivo, trabalhando em ambientes de geometria dinâmica**. 2011. 177 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.

MORETTI, M. T.; BRANDT, C. F. Construção de um desenho metodológico de análise semiótica e cognitiva de problemas de Geometria que envolvem figuras. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 17, n. 3, p. 597-616, 2015.

NETO, J. A.S. **Uma sequência didática sobre área e perímetro utilizando o banco de questões da OBMEP e o GeoGebra**. 2018. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2018.

NUNES, J. M. V. **A prática da argumentação como método de ensino**: o caso dos conceitos de área e perímetro de figuras planas. 2011. 219 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2011.

OLIVEIRA, J. S. **A engenharia didática como referencial para a ação pedagógica reflexiva**: o caso da área de figuras planas irregulares com o GeoGebra. 2017. 121f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2017.

PASSOS, M. M. ANDRADE, E. C.; ARRUDA, S. M. Uma educação geométrica apresentada no Boletim Gepem (1976-2010). **Boletim GEPEM**, Londrina, n. 62, p. 135-162, 2013.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da geometria**: uma visão histórica. 1989. 201 f.

Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências. **Revista Zetetiké**, Campinas, v. 1, n. 1, p. 7-17, 1993.

REIS, H. G. P. dos. **Compreensão dos conceitos perímetro da circunferência e área do círculo com o auxílio do Geogebra**. 2012. 175 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2012.

ROSA, K. C. **Ambientes computacionais no contexto da geometria**: panorama das teses e dissertações do Programa de Educação Matemática da PUC-SP de 1994 a 2007. 2009. 106 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2009.

SALAZAR, J. V. F.; ALMOULOU, S. A. Registro Figural no ambiente de Geometria dinâmica. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 17, n. 5, p. 919-941, 2015.

SANTANA, W. M. G. **O uso de recursos didáticos no ensino do conceito de área**: uma análise de livros didáticos para as séries finais do ensino fundamental. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2006.

SECCO, A. **Conceito de área**: da composição e decomposição de figuras até as fórmulas. 2007. 198 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2007.

SENA, R. M.; DORNELES, B. V. Ensino de Geometria: Rumos da Pesquisa (1991-2011). **Revemat**, Florianópolis, v. 8, n. 1, p. 138-155, 2013.

SILVA, A. D. P. R. **Ensino e aprendizagem de área como grandeza geométrica**: um estudo por meio dos ambientes papel e lápis, materiais manipulativos e no Apprenti Géomètre 2 no 6º ano do ensino fundamental. 2016. 315f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2016.

SILVA, A. D. P. R. **Prototipação, desenvolvimento e validação de um micromundo com suportes para o ensino de área e perímetro**. 2019. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019.

SOARES, M. A. S.; FERNER, D. L.; MARIANI, R. C. P. Visualização em produções que exploram softwares: uma metanálise no campo da geometria. In: SCHEFFER, N. F.; COMACHIO, E.; CENCI, D. (org.). **Tecnologias da informação e comunicação na educação matemática**: articulação entre pesquisas, objetos de aprendizagem e representações. Curitiba: CRV, 2018. p. 117- 137.

SOUZA, R. N. S.; MORETTI, M. T.; ALMOULOU, S. A. A aprendizagem de Geometria com foco na desconstrução dimensional das formas. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 21, n. 1, p. 322- 346, 2019.

TELES, R. A. M. **Imbricações entre campos conceituais na matemática escolar**: um estudo sobre as fórmulas de área de figuras geométricas planas. 2007. 297f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2007.

ZANELLA, I. A. **Diferentes representações na geometria euclidiana por meio do uso do GeoGebra**: um estudo com futuros professores de matemática. 2018. 229 f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2018.

**Submetido em 01 de Fevereiro de 2021.  
Aprovado em 05 de Abril de 2021.**