

# Índice híbrido de eficácia e eficiência para lojas de varejo



Denise Santos de Figueiredo

João Carlos Correia Baptista Soares de Mello

## Resumo

*As análises de desempenho atualmente utilizadas no varejo se atêm à avaliação dos diversos índices de desempenho de forma isolada. A metodologia de Análise Envoltória de Dados – DEA oferece a possibilidade de geração de um índice de eficiência único e mais completo, tendo como base a razão ponderada entre os produtos gerados e os insumos necessários para tal. Diferentemente de outras técnicas estatísticas, que utilizam medidas de tendência central para avaliação e comparação de unidades produtivas entre si, a metodologia DEA as compara às melhores, proporcionando assim oportunidades de benchmark, mostrando-se com isso, mais rica no apoio à decisão. Considerar no modelo a opinião dos especialistas, principalmente no que diz respeito à eficácia, se torna um ponto imperativo na atualidade, para conferir credibilidade aos resultados e fazer isso de forma mais simples é um diferencial. A criação e a simulação de unidades produtivas artificiais, ou não observadas, mostram-se como uma alternativa viável e vantajosa para incorporação do conceito de eficácia ao modelo DEA, frente aos problemas com que se pode defrontar ao optar por restrições aos pesos. Esse artigo apresenta a aplicação de todos os pontos até então comentados a um caso real do varejo, propondo um índice único de avaliação de lojas com base na metodologia DEA, incorporando por meio de unidades produtivas artificiais a opinião dos especialistas referentes à eficácia.*

**Palavras-chave:** DEA. DMU Artificial. Eficiência. Eficácia.

## 1 Introdução

O aumento da rentabilidade é o foco principal das empresas, tornando-se crítico em setores altamente competitivos como o varejo supermercadista. Neste setor, a situação agravou-se ainda mais com a mudança de hábitos dos consumidores, aquisições, fusões e incorporações de grandes redes.

Em cenários complexos, é primordial otimizar os processos para se obter melhoria no desempenho e para tal, torna-se fundamental uma metodologia eficaz e abrangente para medição dos resultados com fins de monitoramento e correções.

O setor supermercadista utiliza o faturamento e o lucro líquido (ADVANCE, 2004) como principais indicadores. No entanto, estes não fornecem uma visão clara dos pontos focais para melhoria dos resultados, oferecendo apenas indicativos para redução de custos e/ou aumento de margem. Outros índices amplamente utilizados são: faturamento por funcionário, faturamento por PDV (ponto de venda) e faturamento por m<sup>2</sup> (de área de vendas), que

podem ser úteis na definição de metas e *benchmark* entre as empresas do setor.

Atualmente, o setor varejista não possui uma metodologia de avaliação que combine as diversas variáveis envolvidas no processo final de vendas objetivando uma avaliação conjunta, com isso não se consegue apontar as lojas eficientes, assim como o que deve ser feito para tornar as não eficientes em eficientes.

Esse artigo apresenta um novo enfoque na análise de eficiência das lojas considerando os muitos fatores envolvidos no processo de venda combinados de forma homogênea, gerando um indicador mais completo para comparação entre as lojas, possibilitando a extração de informações úteis de umas para outras – *benchmark*.

Para conferir mais credibilidade e utilidade da metodologia na avaliação de eficiência comparativa, são estudadas formas de incorporação da opinião de especialistas do ramo, principalmente no que diz respeito ao conceito de eficácia, aos resultados obtidos por meio da metodologia

de Análise Envoltória de Dados – DEA. A incorporação da opinião dos especialistas é uma demanda que vem sendo muito debatida ultimamente, pois muitos gestores ainda demonstram relutância em aceitar os resultados da Análise Envoltória de Dados.

De acordo com a terminologia corrente em Análise Envoltória de Dados, todas as unidades a serem avaliadas por este método serão chamadas DMU, do inglês, *Decision Making Unit*. No presente caso, as DMUs serão lojas do comércio supermercadista.

## 2 O setor varejista

Na visão de Levy (1995) a atividade de varejo é o conjunto de operações de negócios que adiciona valor a produtos e serviços vendidos aos consumidores, para seu uso pessoal ou familiar.

O varejo é o elo final de uma estrutura que conecta o fabricante ao consumidor final, podendo ou não existir mais um elo nessa cadeia, os atacadistas.

Uma das formas de segmentar o comércio supermercadista é por área de vendas: lojas pequenas, médias ou grandes. Nas grandes lojas – hipermercados – pode-se observar o conceito “compras em uma única parada”, isto é, o cliente efetua suas compras de forma a suprir totalmente, ou quase, as suas necessidades, tanto de produtos alimentícios como não alimentícios (BNDES, 2004), traduzindo-se em compra média alta. Os supermercados são lojas de vizinhança com área superior a 350 m<sup>2</sup>, que trabalham com o conceito de autosserviço, comercializando alimentos, produtos de limpeza, perfumaria, higiene pessoal, bebidas e bazar (BNDES, 2004). Essas lojas podem ser ainda classificadas em pequenas, médias e grandes. As pequenas (área de vendas entre 250 m<sup>2</sup> e 1000 m<sup>2</sup>) localizam-se em vizinhanças de grande circulação, não possuem estacionamento e, em geral, apresentam pouca variedade de itens e profundidade restrita, concentrando-se em artigos de primeira necessidade, em que se verifica um tíquete médio baixo, pois o cliente compra na maioria das vezes artigos para reposição imediata. Nas lojas de tamanho médio (área de vendas entre 1000 m<sup>2</sup> e 2500 m<sup>2</sup>) e grande (entre 2500 m<sup>2</sup> e 5000 m<sup>2</sup>), o perfil de compra é um pouco diferenciado. Muitos clientes realizam suas compras mensais ou de volume superior à simples reposição, com tíquete médio mais alto, pois além do básico, há compra de supérfluos, traduzindo-se em vendas com maior margem de lucro. Para lojas com esse perfil de venda, o estacionamento é um serviço indispensável ao cliente.

Observando-se as grandes redes, verificamos que em geral elas operam com diferentes bandeiras (nome fantasia). Para cada uma das bandeiras, são utilizadas estratégias diferenciadas (PORTER, 1986), visando atrair e satisfazer às necessidades de diferentes parcelas da população.

A importância do setor supermercadista na economia do País é bastante significativa, respondendo por algo

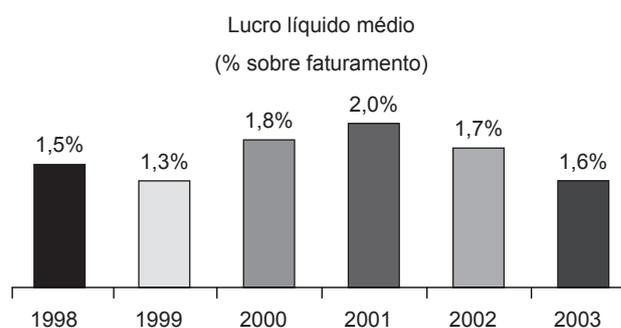
em torno de 740.000 empregos diretos em 2003 e uma participação de 6% no Produto Interno Bruto – PIB (SUPERHIPER, 2004). Do faturamento total em 2003 no Brasil, 38% estava concentrado nas cinco maiores empresas, enquanto a média internacional ultrapassa 50% em alguns países da América Latina, chegando a 90% em alguns países da Europa, nível de concentração este que tem se mantido estável nos últimos cinco anos (SUPERHIPER, 2004). O faturamento nominal de R\$ 87,2 bilhões em 2003, 9,3% maior que 2002, quando deflacionado pelo IPCA, do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), traduz-se em um faturamento real de R\$ 76,01 bilhões, representando uma queda de 4,7% em relação ao ano anterior. Essa queda pode ser explicada pelos graves problemas econômicos observados, desde a incerteza política gerada pela sucessão presidencial do final de 2002, pelo cenário internacional mais tenso com a Guerra do Iraque e até pela ascensão comercial dos mercados orientais.

Apesar da dissipação dos problemas internos ao longo de 2003, a economia não reagiu, os consumidores continuaram a perder renda, o desemprego aumentou, a taxa de juros se manteve em patamares elevados, inviabilizando investimentos e dificultando acesso ao crédito, resultando em queda de faturamento e de lucro nesse setor. Nesse cenário, de acordo com estudo da ACNielsen (SUPERHIPER, 2004), os consumidores mudaram seus hábitos de consumo, trocando marcas líderes por marcas mais baratas, cortando produtos de sua lista de compras ou diminuindo as quantidades consumidas. A consequência dessas mudanças é ilustrada na Figura 1 (evolução do percentual de lucro líquido médio sobre o faturamento).

## 3 Análise envoltória de dados

### 3.1 Conceitos preliminares

Entende-se por produtividade de uma unidade organizacional a razão entre os produtos ou saídas gerados (*outputs*) e os insumos ou recursos (*inputs*) necessários para tal (COELLI et al., 1998).



Fonte: ABRAS, maio de 2004.

Figura 1. Lucro líquido médio (% sobre faturamento).

Frequentemente os termos produtividade e eficiência são entendidos como iguais, no entanto não o são. A Figura 2 (BIONDI, 2001) apresenta uma curva de produção na qual há um único recurso (X) e um único produto (Y). A área abaixo da curva de produção representa o conjunto de alternativas ou possibilidades de produção, isto é, todas as combinações possíveis entre produtos e recursos. Todas as empresas que operam sobre quaisquer pontos da curva de produção são consideradas tecnicamente eficientes, caso contrário, ineficientes.

A produtividade das empresas com operação representada nos pontos A, B e C é obtida traçando-se retas radiais passando por cada um desses pontos, conforme Figura 2. A inclinação de cada uma das retas, obtida pela razão  $Y/X$  traduz a produtividade da empresa em questão. Observando a Figura 2, pode-se afirmar que a empresa localizada no ponto C apresenta a maior produtividade entre as três analisadas. Embora o ponto B represente um nível de produção eficiente, não representa o ponto de maior produtividade. A reta radial que passa pelo ponto C é tangente à fronteira de produção e a que passa por B é secante à fronteira, sendo assim, o ponto C além de eficiente é considerado de escala econômica ótimo.

Com base no exemplo citado, pode-se concluir que uma empresa pode ser tecnicamente eficiente, isto é, operar sobre a fronteira de eficiência, mas não ser a mais produtiva, podendo inclusive apresentar produtividade menor que empresas tecnicamente ineficientes. Segundo Cooper et al. (2000), a empresa não alcançou o ponto de escala econômica ótimo.

Os conceitos de eficácia e eficiência não são claramente entendidos por muitos. É possível uma pessoa ou um processo ser eficiente, mas não ser eficaz. Eficiência é um conceito relativo, cuja avaliação depende do conhecimento dos resultados alcançados por todas as unidades produtivas, que traduz a relação entre os recursos que deveriam ser consumidos e os recursos realmente consumidos, isto é, compara-se o que foi produzido com os recursos

efetivamente utilizados e o que poderia ter sido produzido com eles. Eficácia é a relação entre os resultados obtidos e os resultados desejados ou previstos, sem levar em conta os recursos utilizados. Ser eficaz é fazer com que um trabalho atinja plenamente os resultados esperados.

### 3.2 Metodologia – análise envoltória de dados

A DEA é uma técnica de programação matemática para avaliação de eficiência produtiva entre diversas empresas, unidades organizacionais ou mais genericamente, unidades tomadoras de decisão, denominadas *Decision Making Units* – DMU (CHARNES et al., 1978; DYSON, 1997).

Essa técnica de construção de fronteiras de produção e indicadores de eficiência produtiva relativa teve como origem o trabalho de Farrel (1957) e foi generalizada por Charnes, Cooper e Rhodes em 1978, no sentido de trabalhar com múltiplos recursos e múltiplos produtos.

As unidades tomadoras de decisão caracterizam-se por realizar tarefas similares, utilizando diferentes quantidades de insumos (*inputs*) e gerando diferentes quantidades de produtos (*outputs*). Tanto os insumos, quanto os produtos gerados, podem ser múltiplos. Essa possibilidade de considerar diversos insumos e produtos gerando um indicador único de eficiência relativa, sem necessidade de predefinição de uma função de produção, é uma particularidade muito poderosa dessa metodologia, diferentemente dos modelos estatísticos usuais.

A eficiência de uma DMU é a razão entre sua própria produtividade e a produtividade da DMU mais eficiente no conjunto, sendo assim, a análise DEA é sempre comparativa entre as unidades do conjunto, ou seja, a DMU mais eficiente de todas poderá não manter o mesmo nível de eficiência se, ao conjunto, forem incluídas novas unidades para análise. No caso de inclusões, os níveis de eficiência deverão ser recalculados.

DEA gera uma fronteira de eficiência empírica, específica para a amostra pesquisada. As unidades da fronteira são classificadas como eficientes e as outras como ineficientes. O índice de eficiência é calculado em função da forma de projeção das ineficientes na fronteira. Nos modelos clássicos, duas formas de projeção são utilizadas:

- Modelos orientados para redução de *input*: calculam a máxima redução de *input* para uma mesma produção de *output*.
- Modelos orientados para expansão de *output*: calculam a máxima expansão do *output*, dada certa utilização de *input*.

A implementação da metodologia DEA estabelece três fases principais (GOLANY; ROLL, 1989): 1) definição e seleção das DMUs a serem analisadas; 2) seleção das variáveis (*inputs* e *outputs*) relevantes e apropriadas para estabelecer a eficiência das DMUs selecionadas e 3) aplicação dos modelos DEA.

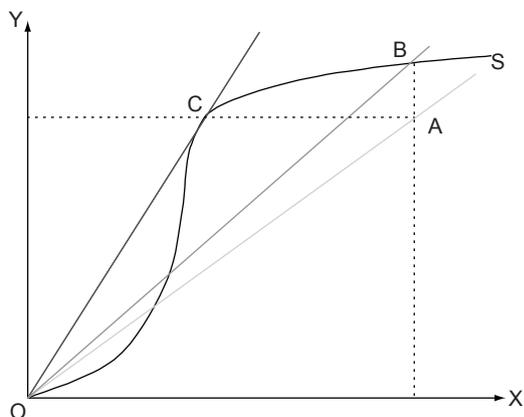


Figura 2. Produtividade × Eficiência.

### 3.3 Modelos análise envoltória de dados – clássicos

#### 3.3.1 Modelo CCR

O Modelo CCR, desenvolvido inicialmente com orientação a *input*, trabalha com o conceito de proporcionalidade, isto é, qualquer variação nos insumos (*inputs*) resulta em uma variação proporcional nos produtos (*outputs*). Esse modelo é uma generalização do trabalho de Farrell, 1957 para múltiplos insumos e múltiplos produtos, no qual se determina a eficiência por meio da divisão da soma ponderada dos produtos (*outputs*) pela soma ponderada dos insumos (*inputs*). No lugar de uma ponderação igual para todas as DMUs, o modelo permite a escolha de pesos para cada variável, da forma que lhe seja mais favorável, desde que esses pesos, quando aplicados às outras DMUs não gerem uma razão superior à unidade. As equações do modelo dos multiplicadores, com orientação a *input*, transformado em problema de programação linear (PPL), são apresentadas abaixo (Equação 1).

$$\begin{aligned} \text{Max } Eff_0 &= \sum_{j=1}^s u_j y_{j0} \\ \text{sujeito a} \\ \sum_{i=1}^r v_i x_{ik} &= 1 \\ \sum_{j=1}^s u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^r v_i x_{ik} &\leq 0, \quad k = 1, \dots, n \\ u_j \text{ e } v_i &\geq 0 \quad \forall j, i \end{aligned} \quad (1)$$

em que:  $Eff_0$  – eficiência da DMU 0;  $u_j$ ,  $v_i$  – pesos de *outputs* e *inputs*, respectivamente, e  $x_{ik}$ ,  $y_{ik}$  – *inputs*  $i$  e *outputs*  $j$  da DMU  $k$ . A função objetivo representa a eficiência, a 1ª restrição é a de normalização e as demais são as comparações com outras DMUs.

#### 3.3.2 Modelo BCC

O modelo DEA BCC (BANKER; CHARNES; COOPER, 1984) pressupõe que as unidades avaliadas apresentem retornos variáveis de escala. Nesse modelo, o axioma da proporcionalidade entre os *inputs* e os *outputs* é substituído pelo axioma da convexidade. O modelo dos multiplicadores, com orientação a *input*, é apresentado abaixo (Equação 2).

$$\begin{aligned} \text{Max } Eff_0 &= \sum_j u_j y_{j0} + u_* \\ \text{sujeito a} \\ \sum_i v_i x_{i0} &= 1, \\ -\sum_i v_i x_{ik} + \sum_j u_j y_{jk} + u_* &\leq 0, \quad \forall k \\ u_j, v_i &\geq 0 \quad \forall j, i \\ u_* &\in \mathfrak{R} \end{aligned} \quad (2)$$

As variáveis deste modelo, têm significado análogo às do PPL anterior, sendo que  $u_*$  representa o fator de escala que diferencia este modelo do anterior.

Em um modelo DEA BCC com orientação a *input*, o índice de eficiência não se altera se a todos os *outputs* for adicionado um mesmo valor positivo, isto é, for feita uma translação no eixo X, como ilustrado nas Figuras 3 e 4.

#### 3.4 Restrições aos pesos

A incorporação de julgamento de valor por meio de restrições aos pesos pode ser dividida em três grupos de métodos (LINS; ANGULO-MEZA, 2000): restrições diretas nos pesos; regiões de segurança; e restrição nos *inputs* e *outputs* virtuais.

O enfoque de restrições diretas nos pesos, desenvolvido por Dyson e Thanassoulis (1988) e generalizado por Roll e Golany (1991), propõe o estabelecimento de limites numéricos aos multiplicadores, com o objetivo de não superestimar ou ignorar *inputs* ou *outputs* na análise. Esse tipo de restrição pode levar à inviabilidade do PPL, uma vez que, estabelecer um limite superior ao peso de um

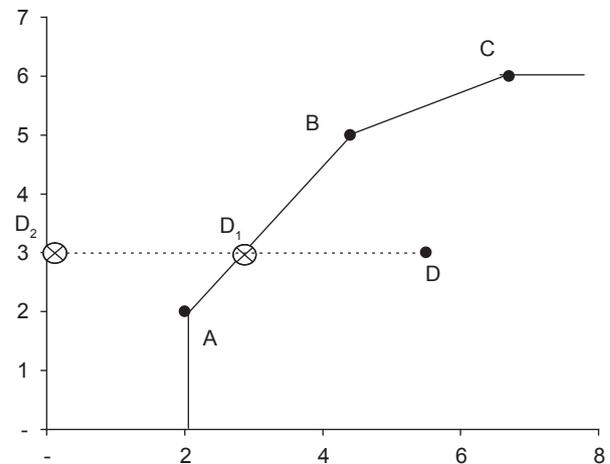


Figura 3. Fronteira BCC com orientação a *input*.

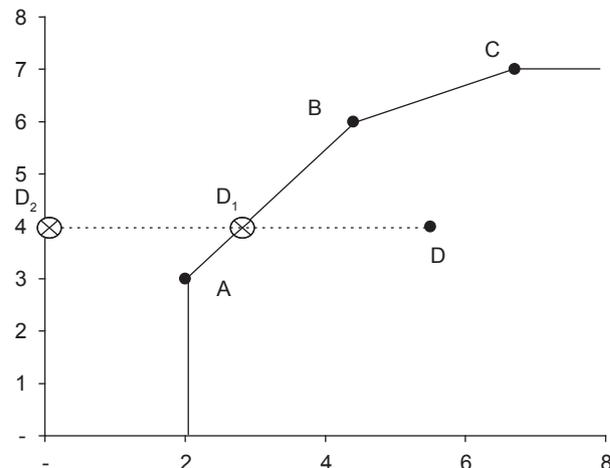


Figura 4. Fronteira após translação de eixos.

*input*, implica em um limite inferior no *input* virtual total do resto das variáveis e, por sua vez, isso tem implicações para os valores que podem tomar os *inputs* restantes.

O método de Regiões de Segurança (*Assurance Region* – AR), desenvolvido por Thompson et al. (1990), limita a variação dos pesos a uma determinada região. As restrições da abordagem por AR são de dois tipos: Tipo I (ou método *Cone Ratio*) e Tipo II.

Para o Tipo I, é incorporada à análise a ordenação relativa ou valores relativos de *inputs* e *outputs*, as equações que representam as restrições estão apresentadas nas Equações 3 e 4.

$$k_i v_i + k_{i+1} v_{i+1} \leq v_{i+2} \quad (3)$$

$$\alpha_i \leq \frac{v_i}{v_{i+1}} \leq \beta_i \quad (4)$$

em que:  $\alpha_i$  e  $\beta_i$  são os limites inferior e superior;  $v_i$  são os multiplicadores dos *inputs*; e  $k_i$  são os fatores de restrição.

A região de segurança Tipo II, apresentada por Thompson et al. (1990), compreende restrições que relacionam os pesos de *inputs* e *outputs*, conforme (Equação 5).

$$\gamma_i v_i \geq u_j \quad (5)$$

Outra forma de restringir a liberdade dos pesos é baseada no fato de que a contribuição de um *input* à DMU é  $v_i x_i$ . Assim, um critério de seleção pode ser o de incluir apenas os *inputs* e *outputs* que contribuem de “maneira significativa” aos custos totais e benefícios relevantes a uma DMU. Ao invés de restringir os valores dos pesos, são definidas restrições à proporção do *output* virtual total da DMU<sub>*j*</sub>, utilizado pelo *output* *r*, ou seja, a “importância relacionada” ao *output* *r* pela DMU<sub>*j*</sub>, ao intervalo  $[\phi_r, \varphi_r]$ , com  $\phi_r$  e  $\varphi_r$  sendo determinados pelo especialista (WONG e BEASLEY, 1990). A restrição no *output* *r* é apresentada em (Equação 6).

$$\phi_r \leq \frac{u_r y_{rj}}{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}} \leq \varphi_r \quad (6)$$

em que:  $\phi_r$  são os limites inferior e superior;  $\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}$  representa o *output* virtual da unidade em análise; e as outras variáveis têm os significados já descritos anteriormente.

#### 4 Unidades (Decision Making Unit) artificiais

A atribuição de restrições aos pesos, diretamente no conjunto original de dados, pode parecer simples, mas na maioria dos casos é uma tarefa bastante complexa, que pode gerar inconsistências quando confrontadas com

conhecimentos prévios das variáveis de *input* e *output*, por isso outros recursos equivalentes à imposição de restrição direta aos pesos estão sendo estudados e desenvolvidos.

Roll e Golany (1991) desenvolveram um trabalho no qual verificaram, que cada peso em DEA estritamente positivo era equivalente a uma DMU não observada (DMU Artificial), introduzida entre as demais no momento da análise. Allen e Thanassoulis (1998) generalizaram essa observação para o caso de múltiplos *inputs* e/ou *outputs*, para DMUs que operam com retornos constantes de escala ou para as que operam com retornos variáveis de escala.

#### 4.1 Implementação

Os índices de eficiência de um conjunto no qual foram incluídas DMUs Artificiais, calculados pelo método clássico sem restrições aos pesos, é equivalente aos resultados obtidos com as mesmas DMUs iniciais (sem as artificiais) utilizando restrições aos pesos. Nesse método, as coordenadas escolhidas para as DMUs Artificiais são fundamentais para a efetividade da solução.

No modelo CCR, o grupo de DMUs Artificiais  $jt = 1, \dots, N$ , tal que DMU<sub>*jt*</sub> tem *output*  $y_{rjt}$  com  $r = 1, \dots, s$  e *input*  $x_{ijt}$ ,  $i = 1, \dots, m$ , são definidas com a utilização das Equações (7) ou (8), sem que haja diferença nos resultados. Ambas simulam as restrições ARI e ARII.

$$y_{rjt} = \frac{y_{rj}}{h_j^*} \text{ e } x_{ijt} = x_{ijj} \quad \forall jt = j \quad (7)$$

$$y_{rjt} = y_{rj} \text{ e } x_{ijt} = x_{ijj} \cdot h_j^* \quad \forall jt = j \quad (8)$$

em que  $h_j^*$  é a eficiência da DMU *j* obtida com restrições aos pesos.

Para o modelo BCC, a eficiência é dependente da orientação do modelo, dessa forma a definição da DMU Artificial utilizando contração dos *inputs* conforme equações expressas (Equação 9), não produz os mesmos resultados se for utilizada a expansão dos *outputs*, conforme equações expressas (Equação 10).

$$y_{rjv} = y_{rj} \text{ e } x_{ijv} = x_{ijj} \cdot v_j^* \quad \forall jv = j \quad (9)$$

$$y_{rjv} = \frac{y_{rj}}{v_j^*} \text{ e } x_{ijv} = x_{ijj} \quad \forall jv = j \quad (10)$$

em que  $v_j^*$  é a eficiência da DMU *j* obtida com restrições aos pesos.

Um conjunto de restrições aos pesos pode ser substituído por uma DMU Artificial, sem comprometimento dos resultados, no entanto, o contrário nem sempre se concretiza.

Gonçalves (2003) demonstra que, se com a inclusão de uma DMU Artificial, um dos multiplicadores de pelo menos uma face original suprimida com a inclusão da DMU

Artificial puder ser expresso pela combinação linear dos multiplicadores correspondentes das novas faces formadas, a equivalência entre a DMU Artificial e o conjunto de restrições aos pesos não existirá. Complementa ainda: a equivalência entre a inclusão de uma DMU Artificial e o conjunto de restrições aos pesos ocorrerá se, e somente se, a inclusão da DMU Artificial criar uma única face Pareto Eficiente.

A consequência mais importante deste teorema é o fato de mostrar que nem sempre a inclusão de uma DMU Artificial pode ser substituída por um conjunto de restrições aos pesos, ou seja, certas preferências do decisor são impossíveis de serem expressas por meio de restrições aos pesos.

A Figura 5 apresenta um exemplo de fronteira DEA CCR, contemplando a inclusão de uma DMU Artificial num ponto arbitrário W, localizado no cruzamento das retas AB e CD.

Pode-se observar que, com a inclusão da DMU W, a fronteira deslocou-se de forma que as projeções das DMUs E e F originais, que antes estavam sobre a reta BC, passam a ser projetadas nas retas BW e WC, respectivamente, o que significa que os pesos dos *inputs* de E e F, variam de forma inversa, logo, observa-se a impossibilidade de existência de um único conjunto de pesos que seja equivalente à inclusão da DMU W. Essa inconsistência, demonstrada para a DMU W, ocorreria para qualquer outra DMU situada na região hachurada da Figura 5.

De forma análoga, pode-se analisar a equivalência entre restrições aos pesos e DMU Artificial para o modelo DEA BCC. Supondo a inclusão de uma DMU Artificial W conforme demonstrado na Figura 6, observa-se a impossibilidade de existência de um conjunto único de restrições aos pesos que seja equivalente a essa DMU, pois as DMUs E e D, que antes estavam projetadas na reta AB, passam a ser projetadas em retas distintas, respectivamente WB, com  $u^* < 0$ , sem intercepto em Y e AW com  $u^* > 0$  e intercepto positivo (em que  $u^*$  é o fator de escala). Por

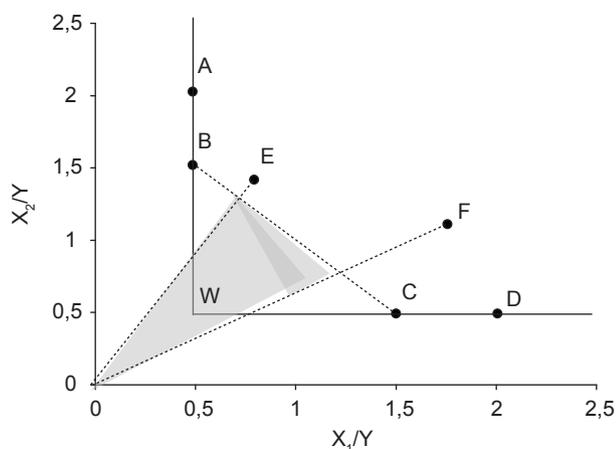


Figura 5. Fronteira DEA CCR, com inclusão da DMU Artificial W.

essa mesma razão, a infinidade de DMUs situadas na região hachurada da Figura 6 não equivalem a nenhum conjunto de restrições aos pesos em DEA.

Com base no até então exposto, o local onde a DMU Artificial é colocada é determinante para garantir a equivalência com restrições aos pesos.

#### 4.2 Outputs indesejáveis e outputs negativos

Em geral a opinião dos especialistas é incorporada ao Modelo DEA por meio de restrições aos pesos, mas existem situações, nas quais a forma mais adequada para incorporar a opinião dos especialistas é pela imposição de restrições aos índices de eficiência de algumas DMUs. Conforme visto anteriormente, podem-se substituir restrições aos pesos por inclusão de DMUs Artificiais, o que para algumas situações facilita o trabalho do especialista.

As restrições aos pesos são feitas diretamente nos problemas de programação linear que modelam a análise envoltória de dados, mas as restrições aos níveis de eficiência necessitam de um algoritmo específico, que faz uso do conceito de DMUs Artificiais.

Nas situações em que há valores de *outputs* indesejáveis faz-se necessária uma intervenção, pois uma DMU com *output* indesejável não pode ser considerada eficiente, sob risco de desacreditar toda a análise. No entanto, incluir apenas a restrição de que DMUs com *output* indesejáveis não podem ser eficientes, não é suficientemente forte para gerar uma ordenação adequada no conjunto de DMUs em análise. É necessária uma intervenção mais restritiva – nenhuma DMU com *output* indesejado pode ter eficiência superior à outra com *output* aceitável.

Incorporar esse tipo de opinião do especialista ao modelo pode ser traduzido como uma forma de incorporar o conceito de eficácia dentro do processo de avaliação de eficiência, pois, recorrendo ao item 3.1, não adianta ser

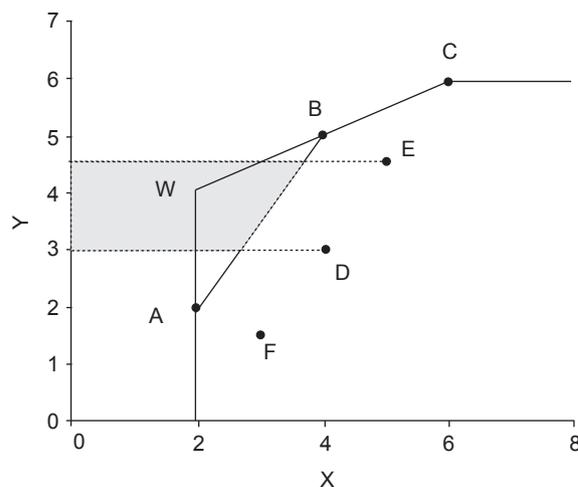


Figura 6. Fronteira DEA BCC com uma DMU Artificial W.

eficiente se o processo para tal inviabiliza a rentabilidade e sobrevivência do negócio.

Gonçalves (2003) apresenta o procedimento para incorporar a estrutura de preferências do decisor no que diz respeito aos *outputs* indesejáveis, procedimento esse exposto para o caso bidimensional. A Figura 7 mostra o fluxograma do algoritmo proposto.

Três são as situações nas quais um *output* pode ser considerado indesejável, segundo Gonçalves (2003):

quando se trata de uma variável residual, em geral resíduo indesejável de um determinado processo, que é poluente ou agressivo ao meio ambiente. Pela literatura sobre DEA, este é o conceito mais usual para um *output* indesejável. Um fator interessante nesse caso é que, contrariamente aos casos de *outputs* normais cuja soma ponderada pretende-se maximizar, nos casos de *outputs* residuais, busca-se a minimização; quando seu valor não atinge um determinado valor mínimo pré-estabelecido como aceitável pelo especialista; e se o valor do *output* for negativo, pois pelo próprio conceito básico do modelo DEA, todos os parâmetros de *inputs*, *outputs* e pesos devem ser positivos.

A introdução da DMU Artificial com as variáveis de *input* e *output* são definidas pelas fórmulas expressas na Equação 11.

$$y_A = y_N \quad x_A = x_N * Eff_P \quad (11)$$

em que:  $N$  = DMU de *output* indesejável com maior índice de eficiência;  $P$  = DMU com *output* aceitável de menor índice de eficiência;  $A$  = DMU Artificial;  $Eff$  = valor do índice de eficiência;  $x$  = *input* e  $y$  = *output*.

O algoritmo de criação da DMU Artificial está representado na Figura 8 (GONÇALVES, 2003). O fluxograma apresenta um processo de retroalimentação, que se faz

necessário, pois, conforme já discutido anteriormente, a inclusão de uma nova DMU, nesse caso Artificial, resulta em alteração da fronteira, podendo causar alteração nos níveis de eficiência das demais DMUs. Deve-se repetir o processo até que não exista mais nenhuma DMU com *output* indesejável com eficiência superior a alguma DMU com *output* aceitável.

Esse processo pode, em algumas situações, se tornar muito extenso, para isso Gonçalves (2003) propõe um algoritmo de aceleração de convergência, mas que não é foco nesse estudo.

A seguir é apresentado um exemplo com utilização de DMUs Artificiais como forma de incorporação da opinião dos especialistas a um modelo com múltiplos *inputs* e *outputs*. Considere os dados fictícios apresentados no Quadro 1 com os índices de eficiência obtidos pela aplicação do método DEA BCC com orientação a *input*, sem restrições aos pesos. Esse conjunto composto de treze DMUs, com dois *inputs* e dois *outputs* cada, apresenta também as DMUs 11, 12, 21 e 22, cujos resultados são negativos. Para os especialistas não é aceitável que nenhuma dessas tenha eficiência superior a qualquer uma das outras que apresentam resultados positivos (Quadro 1 – coluna Resultado). Os resultados do modelo DEA foram obtidos com o *software* SIAD (ANGULO-MEZA et al., 2005).

Para eliminar essas distorções, são criadas DMUs artificiais pela contração de ambos os *inputs*, conforme Equação 9. A cada DMU Artificial criada e acrescentada ao conjunto, são efetuados novos cálculos dos índices de eficiência. Persistindo a distorção, cria-se nova DMU Artificial, mantendo-se as anteriores no conjunto.

Nesse exemplo, foram necessárias cinco DMUs artificiais, são elas: 111, 112, 113, 211 e 212. Os índices de eficiência obtidos ao longo das iterações estão apresentados no Quadro 2.

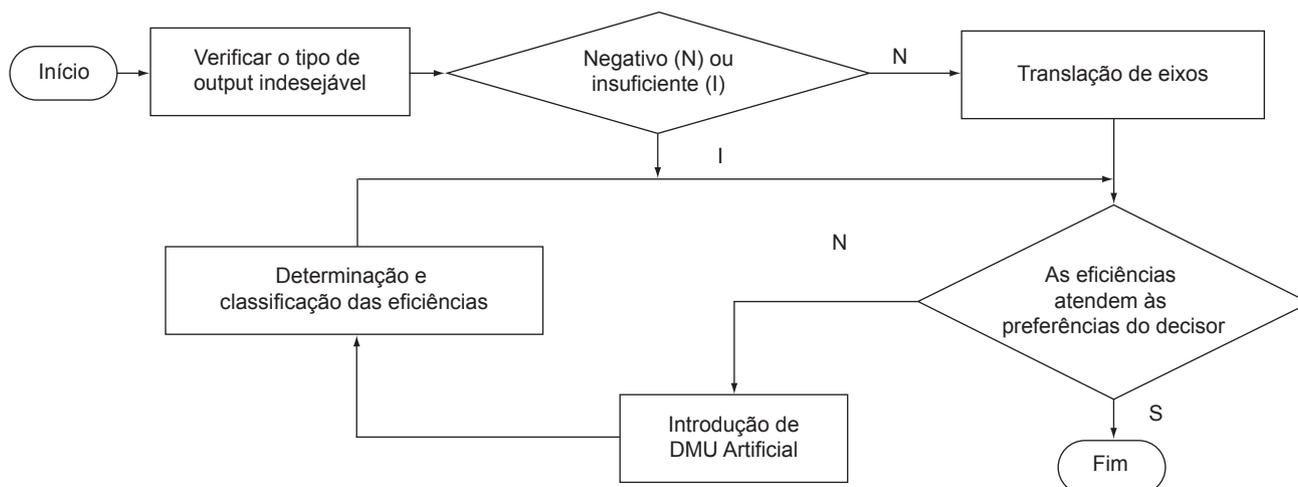


Figura 7. Fluxograma para incorporação de preferências do decisor referentes aos *outputs* indesejáveis.

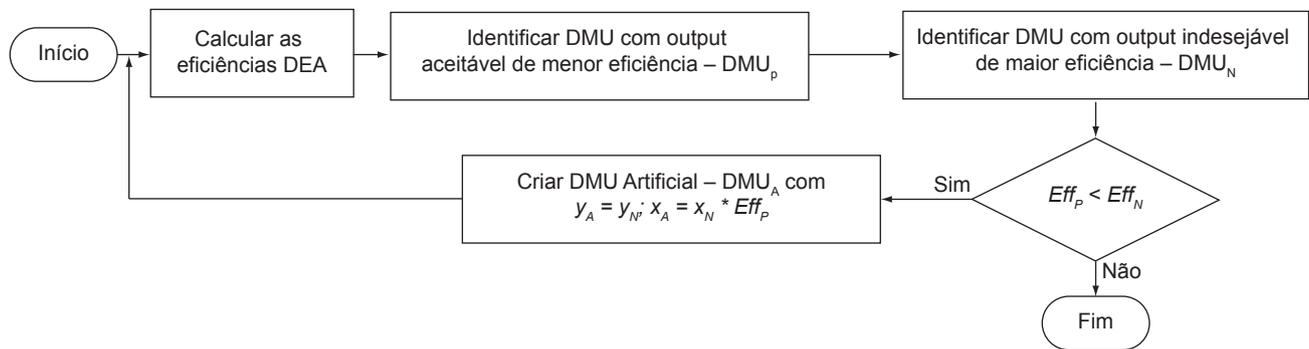


Figura 8. Algoritmo de inclusão de DMU Artificial.

Quadro 1. Conjunto de DMUs, suas variáveis e eficiências DEA BCC orientação a input.

| DMU | input1 | input2 | output1 | output2 | resultado | eficiência |
|-----|--------|--------|---------|---------|-----------|------------|
| 11  | 993    | 198    | 18.541  | 15.260  | neg       | 100%       |
| 14  | 1.123  | 286    | 57.306  | 23.510  | pos       | 100%       |
| 15  | 2.100  | 530    | 95.587  | 29.011  | pos       | 100%       |
| 16  | 2.115  | 475    | 41.667  | 37.678  | pos       | 100%       |
| 19  | 1.152  | 154    | 63.037  | 11.189  | pos       | 100%       |
| 20  | 1.639  | 143    | 55.113  | 11.267  | pos       | 100%       |
| 21  | 1.553  | 180    | 11.656  | 14.327  | neg       | 99%        |
| 10  | 1.274  | 161    | 10.457  | 10.835  | pos       | 95%        |
| 12  | 1.120  | 445    | 18.213  | 12.543  | neg       | 89%        |
| 22  | 1.334  | 346    | 25.058  | 3.830   | neg       | 76%        |
| 13  | 1.380  | 336    | 26.704  | 18.743  | pos       | 76%        |
| 17  | 2.105  | 350    | 50.280  | 16.720  | pos       | 60%        |
| 18  | 2.083  | 279    | 49.763  | 12.205  | pos       | 58%        |

Quadro 2. Índices de eficiência obtidos – modelo BCC orientação a input.

| DMU | Índice de eficiência |             |             |             |             |             | resultado |
|-----|----------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-----------|
|     | 1ª iteração          | 2ª iteração | 3ª iteração | 4ª iteração | 5ª iteração | 6ª iteração |           |
| 14  | 100%                 | 100%        | 100%        | 100%        | 100%        | 100%        | pos       |
| 15  | 100%                 | 100%        | 100%        | 100%        | 100%        | 100%        | pos       |
| 16  | 100%                 | 100%        | 100%        | 100%        | 100%        | 100%        | pos       |
| 19  | 100%                 | 100%        | 100%        | 100%        | 100%        | 100%        | pos       |
| 113 | ND                   | ND          | ND          | 100%        | 88%         | 100%        | –         |
| 212 | ND                   | ND          | ND          | ND          | ND          | 100%        | –         |
| 20  | 100%                 | 100%        | 100%        | 100%        | 100%        | 100%        | pos       |
| 112 | ND                   | ND          | 100%        | 100%        | 100%        | 97%         | –         |
| 211 | ND                   | ND          | ND          | ND          | 100%        | 88%         | –         |
| 111 | ND                   | 100%        | 100%        | 86%         | 86%         | 84%         | –         |
| 17  | 60%                  | 55%         | 55%         | 54%         | 54%         | 54%         | pos       |
| 13  | 76%                  | 59%         | 59%         | 55%         | 55%         | 54%         | pos       |
| 10  | 95%                  | 72%         | 59%         | 58%         | 52%         | 52%         | pos       |
| 18  | 58%                  | 51%         | 50%         | 49%         | 49%         | 49%         | pos       |
| 11  | 100%                 | 59%         | 59%         | 51%         | 51%         | 49%         | neg       |
| 21  | 99%                  | 64%         | 51%         | 51%         | 45%         | 45%         | neg       |
| 22  | 76%                  | 50%         | 50%         | 45%         | 45%         | 44%         | neg       |
| 12  | 89%                  | 52%         | 52%         | 45%         | 45%         | 43%         | neg       |

Para as DMUs Artificiais que não estavam presentes na 1ª iteração, a coluna com os índices de eficiência apresenta o código “ND”, pois elas não faziam parte do conjunto durante aquela iteração. Notação análoga é utilizada nas iterações seguintes.

Após seis iterações, a opinião dos especialistas passou a ser respeitada e lembrando os conceitos de eficácia e eficiência – DMUs ineficazes não podem apresentar eficiência superior às eficazes.

## 5 Estudo de caso: avaliação de eficiência de lojas com utilização de unidades (Decision Making Unit) artificiais

O presente estudo contempla um mês de atividade de 39 lojas do varejo supermercadista brasileiro, pertencentes a uma mesma bandeira, o que assegura uma estratégia única de vendas. Todas as lojas possuem estacionamento, mantendo-se dessa forma um cenário similar no que tange ao objetivo de compra dos clientes. As lojas selecionadas estão dispersas geograficamente em um grande centro, abrangendo, assim, clientes com diversos perfis econômicos e sociais. A área de vendas das lojas varia de 522 m<sup>2</sup> até 3.490 m<sup>2</sup> e em todas o conceito de auto-serviço é válido.

Cada loja participante do estudo é considerada uma DMU (*decision making unit*) e terá sua eficiência avaliada por meio da metodologia DEA. As lojas terão sua codificação numérica substituída por números fictícios. Os números escolhidos variam de 100 a 139, apenas com o intuito de facilitar a identificação das unidades artificiais incluídas no conjunto, pois essas últimas possuem quatro algarismos, diferentemente das lojas realmente observadas.

### 5.1 Construção do modelo – análise envoltória de dados

Foram consideradas as seguintes variáveis para o estudo: variáveis de *input*: área de vendas da loja (área de exposição e pontos de venda (PDV)); número de funcionários (equipes administrativa e operacional); e variáveis de *output*: resultado operacional (R\$) e quantidade de clientes atendidos (número de cupons fiscais emitidos).

Como a análise envoltória de dados se baseia em um problema de programação fracionária na qual se busca a medida de eficiência por meio da razão entre a soma ponderada dos produtos (*outputs*) e a soma ponderada dos insumos (*inputs*), cabe analisar cada par “produto-insumo”, validando a relação causa-efeito. Os pares: resultado operacional versus área de vendas e resultado operacional versus número de funcionários são indicadores coerentes e alinhados com outros já consagrados no mercado varejista e quantidade de clientes versus área de vendas e quantidade de clientes versus número de funcionários não têm sua utilização muito disseminada, no entanto, mostram-se também coerentes.

Uma alternativa à utilização do resultado operacional seria a utilização do faturamento bruto (comumente utilizada como índice). No entanto, com essa opção, não seria possível incluir a opinião dos especialistas – lojas com resultado operacional negativo não podem ser consideradas mais eficientes que lojas com resultado operacional positivo.

Como as lojas são de tamanhos significativamente diferentes, optou-se pelo modelo DEA BCC (retornos variáveis de escala) com orientação a *input*, cuja escolha se deu em função de características dos dados disponíveis, o que será discutido posteriormente.

### 5.2 Aplicação do método – análise envoltória de dados

Nos dados originais existem *outputs* negativos, então, para eliminação desse problema, optou-se por uma translação do eixo X. Para tal, apurou-se o *output* “resultado operacional” de valor mais negativo, ao qual foi adicionado “1” ao seu valor absoluto. Esse valor obtido foi somado a todos os *outputs* “resultado operacional”, fossem eles negativos ou não, e com isso passou-se a ter apenas *outputs* com valores estritamente positivos. A opção por adicionar 1 ao valor absoluto apurado se deu apenas para evitar *outputs* com valor nulo, o que poderia gerar problemas computacionais.

Como foi necessária a translação do eixo X, tornou-se obrigatória a utilização da orientação a *input*, pois, conforme demonstrado no capítulo 3, a utilização de orientação a *output* produziria eficiências diferentes das originais, isto é, sem a translação de eixos, o que não acontece com a orientação a *input*. Considerando esse fato, apesar da orientação a *output* parecer mais adequada do ponto de vista da aplicação, optou-se pela orientação a *input*.

Analisando mais detalhadamente a questão da melhor orientação para o modelo, cabe a seguinte consideração: como as variáveis de *input* são área de vendas e número de funcionários, não parece muito conveniente trabalhar com orientação a *input*, uma vez que reduzir a área de vendas não é um procedimento facilmente justificável e aceito como solução para melhoria de resultados. No entanto, há que se considerar que, quanto maior a área de vendas, maior o estoque necessário para exposição e maior a quantidade de funcionários para sua organização (reposição de mercadorias, limpeza, etc.). Também cabe considerar a possibilidade de locação de parte da área de venda da loja para serviços terceirizados, que além de trazer receita, propicia incremento no fluxo de pessoas dentro da loja, prática essa já utilizada no mercado brasileiro. Devido à controvérsia para redução de um dos *inputs*, sugere-se a elaboração de estudos mais avançados que considerem a possibilidade do cálculo de alvos alternativos com uso, por exemplo, de programação linear multiobjetivo (SOARES de MELLO et al., 2003). Por outro lado, a orientação a *output* aparece como a mais adequada, pois aumentar as vendas ou a quantidade de clientes atendidos soa como meta mais coerente para melhoria de eficiência, no entanto essa condição não atende aos requisitos do modelo a ser utilizado.

Na Tabela 1, são apresentados os resultados obtidos após a aplicação do modelo BCC sem restrições aos pesos e com orientação a *input* aos dados transladados. Pode-se observar que algumas DMUs apresentam índices de eficiência incompatíveis com a opinião de especialistas. A DMU<sub>121</sub> apresenta eficiência superior à DMU<sub>127</sub> que tem resultado positivo.

Para eliminar essa incompatibilidade com a opinião dos especialistas, optou-se pela utilização de DMUs Artificiais, criadas com base na fórmula 11 (contração de *inputs*). Para tal, identifica-se a DMU com *output* positivo de menor eficiência: DMU<sub>P</sub> = DMU<sub>127</sub> e a DMU com *output* indesejável de maior eficiência: DMU<sub>N</sub> = DMU<sub>121</sub>. As variáveis da DMU Artificial 1211 são obtidas por:

$$\text{input: } x_{1,1211} = x_{1,121} * 0,54 \quad \text{e} \quad x_{2,1211} = x_{2,121}$$

$$\text{output: } y_{1,1211} = y_{1,121} \quad \text{e} \quad y_{2,1211} = y_{2,121}$$

em que: 0,54 é a eficiência da DMU<sub>127</sub>.

As eficiências do conjunto são recalculadas, contendo todas as DMUs utilizadas inicialmente e mais a DMU<sub>1211</sub>. Os novos resultados obtidos estão apresentados na Tabela 2. Pode-se verificar que a eficiência da DMU<sub>121</sub> caiu de 100% para 54% após a inclusão de uma DMU Artificial, mas, ainda assim, continuam a existir DMUs com *output* negativo e eficiência superior a outras DMUs com *output* positivo.

Novamente será aplicado o método de inclusão de DMU Artificial. Pelo algoritmo, as DMUs 137 e 127 correspondem às DMUs P (*output* indesejável e maior eficiência) e N (*output* positivo e menor eficiência), respectivamente. É

criada então, a DMU Artificial 1371 e o modelo BCC com orientação a *input* aplicado, mantendo-se a DMU Artificial criada anteriormente. Os novos resultados de eficiência são apresentados no quadro 3 (3ª iteração).

A situação de DMUs com *outputs* “negativos” tendo eficiência superior a de DMUs com *outputs* “positivos” persistiu por várias iterações. Em cada uma dessas iterações foram incluídas novas DMUs Artificiais, sendo necessário um total de treze iterações com inclusão de doze DMUs Artificiais. Os resumos das iterações seguintes podem ser visualizados nos Quadros 3, 4, 5 e 6.

Analizando as iterações, pode-se observar que a cada iteração (Figura 9), as DMUs com *outputs* “negativos” tiveram suas eficiências diminuídas até o momento em que a de maior eficiência passa a ter o mesmo índice de eficiência da DMU de *output* “positivo” com menor eficiência. Nesse momento, os resultados foram considerados satisfatórios do ponto de vista do especialista, pois a restrição “nenhuma DMU com valor de *output* indesejável pode ter eficiência superior ao índice de eficiência de qualquer DMU com *output* aceitável” passou a ser atendida.

Pelas Figuras 10 e 11, que exibem os índices de eficiência na 1ª iteração e na última, observa-se que a faixa entre 60% e 90% que antes estava densamente ocupada, tornou-se um vazio e o contrário aconteceu com a faixa entre 19% e 40%. Com isso, pode-se concluir que a presença de DMUs Artificiais no conjunto, forçou o rebaixamento, em termos de eficiência, das DMUs com resultados operacionais negativos.

Com base nesses resultados, pode-se observar que a inclusão de DMUs Artificiais, como forma de incorporação da opinião de especialistas referente aos níveis de eficiência

**Tabela 1.** Após a 1ª iteração.

| DMU | Eficiência padrão | Resultado operacional |
|-----|-------------------|-----------------------|
| 128 | 100%              | Positivo              |
| 121 | 100%              | Negativo              |
| 109 | 100%              | Positivo              |
| 124 | 100%              | Negativo              |
| 137 | 100%              | Negativo              |
| 115 | 100%              | Positivo              |
| 113 | 100%              | Positivo              |
| .   | .                 | .                     |
| 108 | 64%               | Negativo              |
| 119 | 64%               | Positivo              |
| 123 | 63%               | Negativo              |
| .   | .                 | .                     |
| 111 | 60%               | Negativo              |
| 125 | 58%               | Positivo              |
| 110 | 57%               | Negativo              |
| 127 | 54%               | Positivo              |
| .   | .                 | .                     |
| 120 | 42%               | Negativo              |

**Tabela 2.** Após a 2ª iteração.

| DMU  | Eficiência padrão | Resultado operacional |
|------|-------------------|-----------------------|
| 128  | 100%              | Positivo              |
| 1211 | 100%              |                       |
| 109  | 100%              | Positivo              |
| 137  | 100%              | Negativo              |
| 115  | 100%              | Positivo              |
| 113  | 100%              | Positivo              |
| .    | .                 | .                     |
| 121  | 54%               | Negativo              |
| .    | .                 | .                     |
| 125  | 53%               | Positivo              |
| 105  | 52%               | Negativo              |
| 133  | 50%               | Negativo              |
| 123  | 49%               | Negativo              |
| 127  | 47%               | Positivo              |
| 103  | 46%               | Negativo              |
| .    | .                 | .                     |
| 116  | 33%               | Negativo              |
| 120  | 31%               | Negativo              |

**Quadro 3.** Resumo das iterações 3, 4 e 5.

| 3ª Iteração |                   |                       | 4ª Iteração |                   |                       | 5ª Iteração |                   |                       |
|-------------|-------------------|-----------------------|-------------|-------------------|-----------------------|-------------|-------------------|-----------------------|
| DMU         | Eficiência padrão | Resultado operacional | DMU         | Eficiência padrão | Resultado operacional | DMU         | Eficiência padrão | Resultado operacional |
| 128         | 100%              | Positivo              | 1141        | 100%              |                       | 115         | 100%              | Positivo              |
| 1211        | 100%              |                       | 128         | 100%              | Positivo              | 109         | 100%              | Positivo              |
| 109         | 100%              | Positivo              | 1211        | 100%              |                       | 128         | 100%              | Positivo              |
| 1371        | 100%              |                       | 109         | 100%              | Positivo              | 113         | 100%              | Positivo              |
| 115         | 100%              | Positivo              | 1371        | 100%              |                       | 1211        | 100%              |                       |
| 113         | 100%              | Positivo              | 115         | 100%              | Positivo              | 1371        | 100%              |                       |
| 129         | 91%               | Positivo              | 113         | 100%              | Positivo              | 1141        | 100%              |                       |
| 114         | 77%               | Negativo              | 129         | 91%               | Positivo              | 1241        | 100%              |                       |
| 138         | 71%               | Negativo              | 119         | 59%               | Positivo              | 129         | 91%               | Positivo              |
| 102         | 68%               | Negativo              | 124         | 56%               | Negativo              | 119         | 59%               | Positivo              |
| 124         | 61%               | Negativo              | 101         | 55%               | Negativo              | 101         | 55%               | Negativo              |
| 119         | 60%               | Positivo              | 121         | 54%               | Negativo              | 121         | 54%               | Negativo              |
| 101         | 55%               | Negativo              | 125         | 51%               | Positivo              | 125         | 51%               | Positivo              |
| 121         | 54%               | Negativo              | 138         | 50%               | Negativo              | 137         | 48%               | Negativo              |
| 107         | 54%               | Negativo              | 102         | 49%               | Negativo              | 122         | 48%               | Negativo              |
| 125         | 53%               | Positivo              | 137         | 48%               | Negativo              | 124         | 47%               | Negativo              |
| 137         | 48%               | Negativo              | 122         | 48%               | Negativo              | 138         | 47%               | Negativo              |
| 122         | 48%               | Negativo              | 127         | 47%               | Positivo              | 127         | 47%               | Positivo              |
| 127         | 47%               | Positivo              | 114         | 47%               | Negativo              | 114         | 47%               | Negativo              |
| 112         | 46%               | Negativo              | 112         | 46%               | Negativo              | 102         | 45%               | Negativo              |
| 104         | 25%               | Negativo              | 104         | 25%               | Negativo              | 104         | 23%               | Negativo              |
| 120         | 22%               | Negativo              | 120         | 22%               | Negativo              | 120         | 22%               | Negativo              |

**Quadro 4.** Resumo das iterações 6, 7 e 8.

| 6ª Iteração |                   |                       | 7ª Iteração |                   |                       | 8ª Iteração |                   |                       |
|-------------|-------------------|-----------------------|-------------|-------------------|-----------------------|-------------|-------------------|-----------------------|
| DMU         | Eficiência padrão | Resultado operacional | DMU         | Eficiência padrão | Resultado operacional | DMU         | Eficiência padrão | Resultado operacional |
| 115         | 100%              | Positivo              | 115         | 100%              | Positivo              | 115         | 100%              | Positivo              |
| 109         | 100%              | Positivo              | 109         | 100%              | Positivo              | 109         | 100%              | Positivo              |
| 128         | 100%              | Positivo              | 128         | 100%              | Positivo              | 128         | 100%              | Positivo              |
| 113         | 100%              | Positivo              | 113         | 100%              | Positivo              | 113         | 100%              | Positivo              |
| 1371        | 100%              |                       | 1371        | 100%              |                       | 1141        | 100%              |                       |
| 1141        | 100%              |                       | 1141        | 100%              |                       | 1241        | 100%              |                       |
| 1241        | 100%              |                       | 1241        | 100%              |                       | 1011        | 100%              |                       |
| 1211        | 98%               |                       | 1212        | 100%              |                       | 1372        | 100%              |                       |
| 129         | 91%               | Positivo              | 129         | 91%               | Positivo              | 1371        | 96%               |                       |
| 119         | 59%               | Positivo              | 1211        | 84%               |                       | 129         | 91%               | Positivo              |
| 121         | 53%               | Negativo              | 119         | 59%               | Positivo              | 1211        | 84%               |                       |
| 125         | 51%               | Positivo              | 125         | 51%               | Positivo              | 119         | 59%               | Positivo              |
| 137         | 48%               | Negativo              | 137         | 48%               | Negativo              | 125         | 51%               | Positivo              |
| 101         | 47%               | Negativo              | 101         | 47%               | Negativo              | 101         | 47%               | Negativo              |
| 124         | 47%               | Negativo              | 138         | 47%               | Negativo              | 138         | 47%               | Negativo              |
| 127         | 45%               | Positivo              | 127         | 45%               | Positivo              | 127         | 45%               | Positivo              |
| 102         | 45%               | Negativo              | 121         | 45%               | Negativo              | 121         | 45%               | Negativo              |
|             |                   |                       | 122         | 45%               | Negativo              | 137         | 45%               | Negativo              |
| 104         | 23%               | Negativo              |             |                   |                       |             |                   |                       |
| 120         | 20%               | Negativo              | 120         | 20%               | Negativo              | 120         | 19%               | Negativo              |

**Quadro 5.** Resumo das iterações 9, 10 e 11.

| 9ª Iteração |                   |                       | 10ª Iteração |                   |                       | 11ª Iteração |                   |                       |
|-------------|-------------------|-----------------------|--------------|-------------------|-----------------------|--------------|-------------------|-----------------------|
| DMU         | Eficiência padrão | Resultado operacional | DMU          | Eficiência padrão | Resultado operacional | DMU          | Eficiência padrão | Resultado operacional |
| 115         | 100%              | Positivo              | 115          | 100%              | Positivo              | 115          | 100%              | Positivo              |
| 109         | 100%              | Positivo              | 109          | 100%              | Positivo              | 1142         | 100%              |                       |
| 1011        | 97%               |                       | 1011         | 97%               |                       | 1011         | 97%               |                       |
| 1371        | 96%               |                       | 1371         | 96%               |                       | 1371         | 96%               |                       |
| 129         | 91%               | Positivo              | 129          | 91%               | Positivo              | 129          | 91%               | Positivo              |
| 1211        | 84%               |                       | 1211         | 84%               |                       | 1211         | 84%               |                       |
| 119         | 59%               | Positivo              | 119          | 59%               | Positivo              | 119          | 59%               | Positivo              |
| 125         | 51%               | Positivo              | 125          | 51%               | Positivo              | 125          | 51%               | Positivo              |
| 138         | 47%               | Negativo              | 114          | 47%               | Negativo              | 124          | 47%               | Negativo              |
| 124         | 47%               | Negativo              | 124          | 47%               | Negativo              | 101          | 46%               | Negativo              |
| 114         | 47%               | Negativo              | 101          | 46%               | Negativo              | 121          | 45%               | Negativo              |
| 101         | 46%               | Negativo              | 121          | 45%               | Negativo              | 137          | 45%               | Negativo              |
| 121         | 45%               | Negativo              | 137          | 45%               | Negativo              | 138          | 45%               | Negativo              |
| 137         | 45%               | Negativo              | 138          | 45%               | Negativo              | 114          | 45%               | Negativo              |
| 102         | 45%               | Negativo              | 127          | 45%               | Positivo              | 127          | 45%               | Positivo              |
| 127         | 45%               | Positivo              | 102          | 44%               | Negativo              | 102          | 44%               | Negativo              |
| 122         | 44%               | Negativo              | 122          | 44%               | Negativo              | 122          | 44%               | Negativo              |
|             |                   |                       | 112          | 40%               | Negativo              |              |                   |                       |
| 104         | 22%               | Negativo              |              |                   |                       | 104          | 22%               | Negativo              |
| 120         | 19%               | Negativo              | 120          | 19%               | Negativo              | 120          | 19%               | Negativo              |

**Quadro 6.** Resumo das iterações 12 e 13.

| 12ª Iteração |                   |                       | 13ª Iteração |                   |                       |
|--------------|-------------------|-----------------------|--------------|-------------------|-----------------------|
| DMU          | Eficiência padrão | Resultado operacional | DMU          | Eficiência padrão | Resultado operacional |
| 115          | 100%              | Positivo              | 115          | 100%              | Positivo              |
| 109          | 100%              | Positivo              | 109          | 100%              | Positivo              |
| 128          | 100%              | Positivo              | 128          | 100%              | Positivo              |
| 113          | 100%              | Positivo              | 113          | 100%              | Positivo              |
| 1212         | 100%              |                       | 1212         | 100%              |                       |
| 1372         | 100%              |                       | 1372         | 100%              |                       |
| 1012         | 100%              |                       | 1381         | 100%              |                       |
| 1381         | 100%              |                       | 1142         | 100%              |                       |
| 1142         | 100%              |                       | 1242         | 100%              |                       |
| 1242         | 100%              |                       | 1013         | 100%              |                       |
| 1141         | 97%               |                       | 1012         | 99%               |                       |
| 1011         | 97%               |                       | 1141         | 97%               |                       |
| 1241         | 97%               |                       | 1241         | 97%               |                       |
| 1371         | 96%               |                       | 1011         | 97%               |                       |
| 129          | 91%               | Positivo              | 1371         | 96%               |                       |
| 1211         | 84%               |                       | 129          | 91%               | Positivo              |
| 119          | 59%               | Positivo              | 1211         | 84%               |                       |
| 125          | 51%               | Positivo              | 119          | 59%               | Positivo              |
| 101          | 46%               | Negativo              | 125          | 51%               | Positivo              |
| 121          | 45%               | Negativo              | 121          | 45%               | Negativo              |
| 137          | 45%               | Negativo              | 137          | 45%               | Negativo              |
| 124          | 45%               | Negativo              | 124          | 45%               | Negativo              |
| 138          | 45%               | Negativo              | 138          | 45%               | Negativo              |
| 114          | 45%               | Negativo              | 114          | 45%               | Negativo              |
| 127          | 45%               | Positivo              | 101          | 45%               | Negativo              |
| 122          | 44%               | Negativo              | 127          | 45%               | Positivo              |
| 102          | 44%               | Negativo              | 102          | 44%               | Negativo              |
| 112          | 39%               | Negativo              |              |                   |                       |
|              |                   |                       | 104          | 22%               | Negativo              |
| 120          | 19%               | Negativo              | 120          | 19%               | Negativo              |

das DMUs, foi bastante produtiva, mostrando-se como alternativa viável à inclusão de restrições aos pesos, que nessa situação seria um processo muito mais trabalhoso e complexo, podendo, inclusive, levar a PPLs insolúveis. Cabe também salientar que os resultados alcançados com a inclusão de DMUs Artificiais trouxe maior credibilidade aos índices de eficiência apurados.

## 6 Conclusões e recomendações

Uma das principais contribuições deste estudo diz respeito à utilização de DMUs Artificiais em contextos em que há múltiplos *inputs* e múltiplos *outputs*, como ferramenta de incorporação da opinião de especialistas ao modelo DEA, em substituição ao uso de restrições aos pesos, aplicados a uma situação real.

Com a demonstração da viabilidade dessa ferramenta – a utilização de DMUs Artificiais – que para certas situações

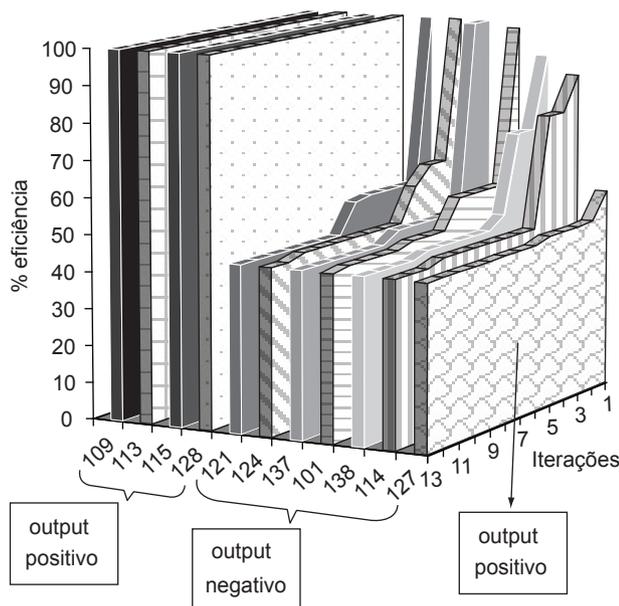


Figura 9. Evolução das eficiências a cada iteração.

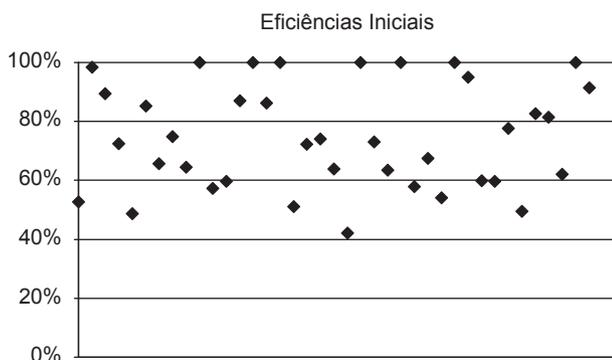


Figura 10. Índices após a 1ª iteração.

se mostra bem simples, apresentou-se uma alternativa mais amigável e útil para o emprego da metodologia DEA, uma vez que incluir restrições aos pesos diretamente no PPL não é nada simples e em muitos casos pode levar a problemas insolúveis.

Com essa aplicação a um caso real, conferiu-se aos resultados obtidos com DEA uma maior credibilidade, podendo assim minorar a resistência ainda muito encontrada entre os gestores em relação a essa metodologia.

Especificamente com relação à opinião dos especialistas, conseguiu-se demonstrar que o conceito de eficácia pode ser facilmente incorporado ao modelo DEA, conferindo maior solidez aos resultados obtidos com DEA.

A aplicação da translação de eixos para tratamento dos *outputs* negativos, em casos em que há múltiplos *outputs*, mostrou-se bastante positiva, apresentando-se como solução viável e aceitável em situações semelhantes.

Do ponto de vista de contribuição à indústria varejista, há que se destacar a incorporação do conceito de eficácia ao modelo, assim como a criação de um índice único de avaliação de desempenho. Índice este, que combina diversos fatores envolvidos no processo da venda, diferentemente do que se vê atualmente na prática, na qual as análises são individualizadas por índices, cerceando uma visão mais abrangente da situação como um todo, podendo com isso mascarar alguns problemas importantes.

Sobre a contribuição à metodologia DEA, pode-se destacar a aplicação de DMUs Artificiais em substituição à restrição aos pesos para os casos de múltiplos *inputs* e múltiplos *outputs*, até agora não aplicados a situações reais, e também a identificação da restrição de Gonçalves (2003) – “nenhuma DMU com valor de *output* indesejável pode ter eficiência superior ao índice de eficiência de qualquer DMU com *output* aceitável” – como a incorporação do conceito de eficácia ao modelo DEA.

Alguns problemas e desvantagens também afloraram durante o estudo. Com relação à criação de DMUs Artificiais, cabe ressaltar que, no cenário em questão, o alcance de resultados aceitáveis com base no ponto de vista dos especialistas aconteceu de forma bastante rápida, mas não se pode acreditar que sempre será assim. Dessa forma, sugere-se como trabalho futuro a implementação do algoritmo de aceleração proposto por Gonçalves (2003) em contextos com múltiplos *inputs* e múltiplos *outputs*.

Outra questão encontrada diz respeito à orientação do modelo em contextos em que há variáveis negativas. Por restrições da metodologia DEA, a orientação a *input* utilizada no estudo se fez imperativa, no entanto, se fosse possível escolher a mais adequada do ponto de vista do negócio, essa não seria a opção. Cabe então a sugestão de desenvolvimento de novas técnicas que disponibilizem soluções mais flexíveis para problemas como este.

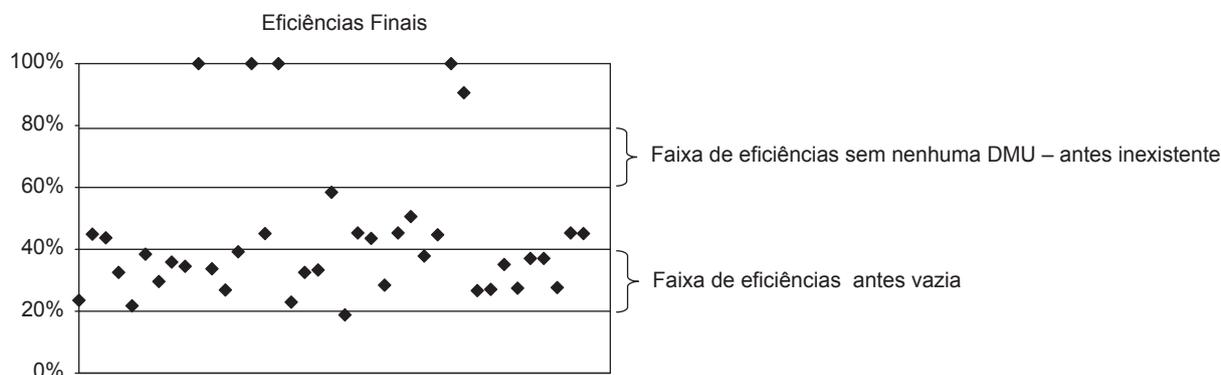


Figura 11. Índices após a 13ª iteração.

## Effectiveness and efficiency hybrid index for retail stores

### Abstract

Nowadays, various methodologies are utilized to analyze and measure performance in retail industries. Data Envelopment Analysis (DEA) offers analysts and retailers a unique, thorough, and more meaningful way of measuring performance. The DEA based index uses the ratio between the products generated and resources used. Unlike other statistical techniques that utilize measures of central tendency for evaluation and comparison of productive stores among themselves, DEA methodology compares these stores to the best ones in the industry. This allows for the opportunity for benchmarking and makes DEA a more meaningful and helpful tool for decision support. The opinions and judgements of an expert in the analysis, concerning mainly effectiveness, have become more and more an undoubted necessity in gaining credibility. The simplicity and effectiveness of the DEA methodology helps to achieve this and turns it into a unique alternative for completing analysis. This paper presents the application of the all techniques mentioned above to obtain a single evaluation index based on the DEA method for a real case in the retail industry incorporating the expert opinions on effectiveness through artificial production units.

**Keywords:** DEA. Artificial DMU. Efficiency. Effectiveness.

### Referências bibliográficas

- ADVANCE MARKETING. Fascículo 4: planejamento e controle financeiros. Disponível em: <<http://www.microsoft.com/brasil/technet/Colunas/ColunasGerenciais/PlanControleFinanceiro.aspx>>. Acesso em: 20 de Outubro de 2004.
- ALLEN, R.; ATHANASSOPOULOS, A.; DYSON, R. G. Weights restrictions and value judgements in data envelopment analysis: evolution, development and future directions. **Annals of Operations Research**, v. 73, p. 13-34, 1997.
- ANGULO MEZA, L. et al. ISYDS - Integrated System for Decision Support (SIAD - Sistema Integrado de Apoio à Decisão): a software package for data envelopment analysis model. **Pesquisa Operacional**, v. 25, n. 3, p. 493-503, 2005.
- BANKER, R. D.; CHARNES, A.; COOPER, W. W. Some models for estimating technical scale inefficiencies in Data Envelopment Analysis. **Management Science**, v. 30, n. 9, p. 1078-1092, 1984.
- BIONDI, L. N. **Neuro-DEA**: nova metodologia para determinação da eficiência relativa de Unidades Tomadoras de Decisão. 2001. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.
- BANCO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO E SOCIAL – BNDES. **A segmentação do comércio varejista**. Disponível em: <<http://www.bndes.gov.br>>. Acesso em: 20 de Julho de 2004.
- CHARNES, A.; COOPER, W. W.; RHODES, E. Measuring the efficiency of decision-making units. **European Journal of Operational Research**, v. 2, n. 6, p. 429-444, 1978.
- COELLI, T.; PRASADA RAO, D. S.; BATTESE, G. E. **An introduction to efficiency and productivity analysis**. 1 ed. Massachusetts: Kluwer A. P., 1998.
- COOPER, W. W.; SEINFORD, L. M.; TONE, K. **Data envelopment analysis: a comprehensive text with models, applications, references and DEA-Sover Software**. Boston: Kluwer Academic, 2000.
- DYSON, R. G.; THANASSOULIS E. Reducing weight flexibility in DEA. **Journal of the Operational Research Society**, v. 39, n. 6, p. 563-576, 1988.

- FARREL, M. J. The measurement of productivity efficiency. **Journal of the Royal Society of Statistics**, v. 120, n. 3, p. 253-281, 1957.
- GOLANY, B.; ROLL, Y. An application procedure for DEA. **Omega – International Journal of Management Science**, v. 17, n. 3, p. 237-250, 1989.
- GONÇALVES, D. A. **Avaliação de eficiência de fundos de investimentos financeiros**: utilização de dmus artificiais em modelos DEA com outputs negativos. 2003. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.
- LEVY, M.; WEITZ, B. **Retailing management**. 2 ed. Chicago: Ed. Irwin, 1995.
- LINS, M. P. E.; ANGULO-MEZA, L. **Análise envoltória de dados e perspectivas de integração no ambiente do Apoio à Decisão**. Rio de Janeiro: Ed. COPPE/UFRJ, 2000.
- PORTER, MICHAEL E. **Estratégia competitiva**. Rio de Janeiro: Ed. Campus, 1986.
- ROLL, Y., GOLANY, B. Controlling factor weights in DEA. **IIE Transactions**, v. 23, n. 1, p. 2-9, 1991.
- SOARES De MELLO, J. C. C. B.; GOMES, E. G., LETA, F. R., PESSOLANI, R. B. V. Conceitos básicos do Apoio Multicritério à Decisão e sua aplicação no Projeto Aerodesign. **Engevista**, v. 5, n. 8, p. 22-35, 2003.
- SuperHiper – Revista da Associação Brasileira dos Supermercados, n. 342, 2004. Disponível em: <<http://www.abras.com.br/superhiper/>>
- THANASSOULIS, E.; ALLEN, R. Simulating weights restrictions in data envelopment analysis by means of Unobserved DMUs. **Management Science**, v. 44, p. 586-594, 1998.
- THOMPSON, R. G. et al. The role of multiplier bounds in efficiency analysis with application to Kansas farming. **Journal of Econometrics**, v. 46, n. 1-2, p. 93-108, 1990.
- WONG, Y. H. B.; BEASLEY, J. E. Restricting weight flexibility in DEA. **Journal of Operational Research Society**, v. 41, n. 9, p. 829-835, 1990.

---

### *Sobre os autores*

---

#### **Denise Santos de Figueiredo**

Escola de Engenharia de Produção, Universidade Federal Fluminense  
Rua Passos da Pátria, 156, São Domingos, CEP 24210-240, Niterói, RJ  
e-mails: densfi@uol.com.br

#### **João Carlos Correia Baptista Soares de Mello**

Escola de Engenharia de Produção, Universidade Federal Fluminense  
Rua Passos da Pátria, 156, São Domingos, CEP 24210-240, Niterói, RJ  
e-mails: jcsmello@producao.uff.br

Recebido: 13/12/2007  
Aceito: 10/4/2009