



# Modelo matemático para o Problema de Alocação de Berços em portos com limitações de operação de carga ao longo do cais

**Mathematical model for the Berth Allocation Problem in ports with cargo operation limitations along the pier**

Ivan Bridi Gimenes Rodrigues<sup>1</sup>  
Rodrigo de Alvarenga Rosa<sup>1</sup>  
Thiara Cezana Gomes<sup>1</sup>  
Glaydston Matos Ribeiro<sup>2</sup>

**Resumo:** A exploração de petróleo no Brasil é realizada por plataformas em alto-mar que demandam diversas cargas levadas por navios. Os portos para atender esses navios têm de manusear vários tipos de carga e, por conta dessa variedade, trechos para movimentar cada tipo de carga são determinados ao longo do cais, aumentando a complexidade do planejamento da atracação dos navios. Visando aumentar a eficiência na operação desses portos, este artigo propõe um modelo matemático para o problema de alocação de berços contínuos que difere das demais por apresentar restrições nas operações de cargas ao longo do cais. Utilizaram-se dados reais da Companhia Portuária de Vila Velha (CPVV) para avaliar o modelo. Utilizou-se o CPLEX 12.6 para executar o modelo e instâncias de até 147 navios com 440 metros de cais foram resolvidas de forma ótima. Os resultados são apresentados e comparados com os alcançados pelo método manual atual, evidenciando ganhos importantes.

**Palavras-chave:** Problema de Alocação de Berços; Operação portuária; Logística do petróleo e gás.

**Abstract:** Oil exploration in Brazil is performed by platforms at sea that require several loads carried by vessels. Thus, it is necessary to have ports to handle these vessels' operation and, therefore, the ports assign specific segments along the pier to operate certain type of cargo, increasing the complexity of vessels berthing. Thus, this paper proposes a mathematical model for the Continuous Berth Allocation Problem that differs from the others because it considers that some cargos can be operated only in specific segments of the pier. We used real data from the Companhia Portuária de Vila Velha (CPVV) to evaluate the model. CPLEX 12.6 was used to run the model and instances up to 147 vessels with 440 meters of pier were optimally solved. The results are presented and compared to those achieved by the CPVV's manual method showing that it is possible to obtain significant gains.

**Keywords:** Berth Allocation Problem; Port operation; Oil and gas logistics.

## 1 Introdução

A exploração de petróleo no Brasil é baseada, sobretudo, na exploração em águas profundas. Para esse tipo de exploração, plataformas *offshore* são posicionadas em alto-mar, demandando recursos equivalentes à demanda de uma cidade de médio porte. Essas plataformas, por estarem isoladas em alto mar, são abastecidas, principalmente, por navios que realizam uma rota entre porto e plataformas. Assim, é fundamental o tempo de operação no porto para que não haja desabastecimento em nenhuma

plataforma e, conseqüentemente, a interrupção da exploração de petróleo por falta de suprimentos que a mantenham operando.

Dessa maneira, os portos especializados em atender navios de apoio logístico a essas plataformas são importantes para o processo de exploração. Uma característica importante desses portos é que eles manuseiam diversos tipos de carga, desde grãos como cimento, óleo diesel e água até cargas gerais como tubos, caixas e equipamentos, entre outros.

<sup>1</sup> Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Espírito Santo – UFES, Avenida Fernando Ferrari, 514, Goiabeiras, CEP 29075-910, Vitória, ES, Brasil, e-mail: ivanbridi@gmail.com; rodrigo.a.rosa@ufes.br; thiaracezana@hotmail.com

<sup>2</sup> Programa de Pós-graduação em Engenharia de Transportes, Centro de Tecnologia, Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ, Bloco H, Sala 106, Cidade Universitária, CEP 21949-900, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, e-mail: glaydston@pet.coppe.ufrj.br

No entanto, em função dessa grande diversidade de cargas, esses portos, via de regra, determinam trechos ao longo do cais para movimentar cada tipo de carga. Assim, o planejamento da atracação dos navios no porto deve levar em conta a carga que o navio vai movimentar (embarcar/desembarcar) no momento de designar a posição do cais para essa atracação, aumentando, assim, a complexidade da tarefa.

Há na literatura para otimizar a sequência de atendimento dos navios pelo porto o Problema de Alocação de Berços (PAB), que trata basicamente do problema de planejar a sequência de atendimento de um conjunto de navios, dentro de um horizonte de tempo, em um *layout* de cais, em um porto, atendendo a certas restrições operacionais e comerciais. O objetivo mais usual é minimizar o tempo de permanência dos navios no porto. Nos portos onde o cais não possui nenhuma subdivisão e os navios podem atracar em qualquer posição, o PAB é denominado Problema de Alocação de Berços Contínuo (PABC) (Bierwirth & Meisel, 2010).

Visando atender essa característica operacional dos portos especializados em atendimento a plataformas de petróleo, mas também comum a vários outros portos no mundo nos quais certas cargas só podem ser manuseadas em posições de atracação determinadas ao longo do cais, este artigo apresenta um modelo matemático para o PABC com limitações de operação de carga ao longo do cais. O modelo proposto foi aplicado ao problema real do porto da Companhia Portuária de Vila Velha (CPVV), para se avaliar a qualidade da solução obtida. O CPVV é o maior

porto de apoio a plataformas *offshore* do Espírito Santo, movimentando por mês, em média, 25 mil toneladas de carga geral, 20 mil m<sup>3</sup> de água potável, 6 mil m<sup>3</sup> de diesel marítimo e 4 mil toneladas de cimento (CPVV, 2015).

Na Figura 1, tem-se uma vista aérea do CPVV, que possui área acostável, cais, de 320 metros lineares. O CPVV tem uma característica, comum a vários outros portos: determinadas cargas só podem ser manuseadas em certas posições de atracação ao longo do cais. Na Figura 1 são apresentadas essas seções de operação de cada tipo de carga no cais. Navios de transporte de cimento só podem atracar entre a posição 0 e 80 m, devido à limitação dos mangotes que transferem o cimento dos tanques em terra para o navio. Navios de carga geral podem atracar entre a posição 0 até 245 m. Navios de ancoragem, conhecidos como *anchor handling tug* (AHT), que transportam tubos flexíveis em carretéis, atracam de popa e devem acostar entre a posição 246 a 265 m. Por último, navios que transportam diesel podem atracar entre a posição 266 e 320 m do cais (CPVV, 2015).

O modelo matemático foi resolvido com o *solver* CPLEX 12.6 e as soluções encontradas foram comparadas com os dados reais do porto estudado. Após a revisão bibliográfica realizada, não foram encontrados artigos que propusessem um modelo que tratasse do PABC com limitações de operação de carga ao longo da extensão do cais.

Organização do artigo: na seção 2 tem-se a definição formal do PAB e uma revisão da literatura; na seção 3 é apresentado o modelo matemático proposto; na 4

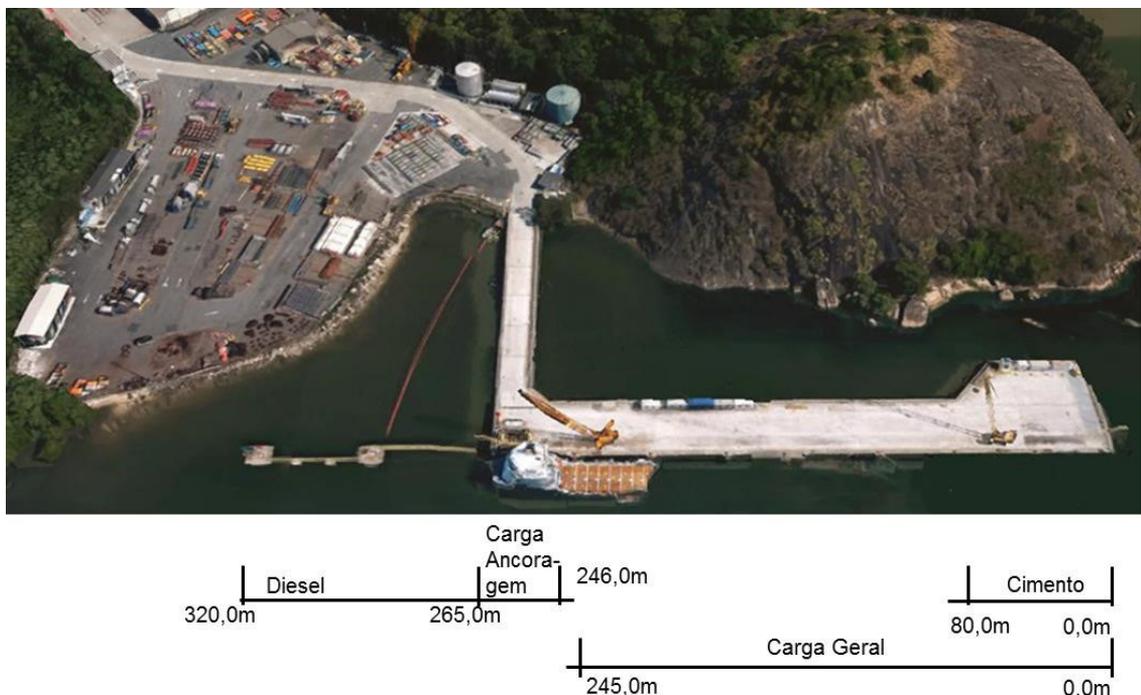


Figura 1. Vista aérea do cais do CPVV.

são apresentados os experimentos computacionais e as análises dos resultados; e, na última seção, as conclusões do trabalho são apresentadas.

## 2 Problema de Alocação de Berço (PAB)

O problema de Alocação de Berço (PAB) refere-se à designação dos espaços para atracação dos navios nas áreas acostáveis do porto ao longo de um horizonte de planejamento. Assim, em um PAB as principais decisões envolvem o local e o momento em que as embarcações deverão atracar (Cordeau et al., 2005).

Em geral, esse tipo de problema impõe dois tipos de restrições: 1) Restrições espaciais; e 2) Restrições temporais. As restrições espaciais estão relacionadas às dimensões do porto, ao tamanho dos navios, à profundidade e à partição da área acostável, ou seja, estão intimamente ligadas ao local de atracação. Já as restrições temporais dizem respeito, principalmente, à data de chegada de navio e à data de atracação (Stahlbock & Voß, 2008; Bierwirth & Meisel, 2010; Cordeau et al., 2005).

Para as restrições espaciais, os principais tipos do PAB dizem respeito à definição do *layout* das áreas acostáveis do porto. Assim, podem ser definidos três tipos de PAB: 1) PAB com *layout* discreto (PABD); 2) PAB com *layout* híbrido (PABH); e 3) PAB com *layout* contínuo (PABC). No PABD, a área acostável é dividida em seções, denominadas berços, onde apenas um navio pode ser atendido em certo intervalo de tempo, respeitando-se a restrição de que o comprimento do navio não pode ser maior que o comprimento do berço. No PABH também há o particionamento da área acostável em berços, no entanto existe a possibilidade de que um navio maior ocupe mais do que um berço e, ainda, que um berço seja ocupado por mais de um navio. Por fim, no PABC, a área acostável não é dividida, ou seja, os navios podem atracar em qualquer posição ao longo do cais ou píer (Bierwirth & Meisel, 2010; Imai et al., 2005). A Figura 2 apresenta uma representação gráfica da área acostável com diferentes *layouts*.

No que tange às restrições temporais, o processo de chegada do PAB é classificado em: 1) Chegada

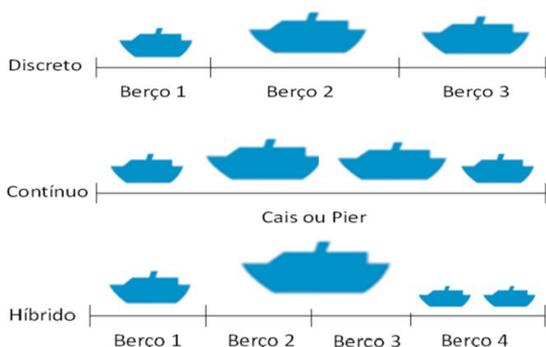


Figura 2. Representação PABD, PABC e PABH.

estática; e 2) Chegada dinâmica. Na primeira abordagem considera-se que todos os navios já se encontram na área de fundeio, prontos para atracar e, portanto, a data de chegada dos navios pode ser desconsiderada. Em contrapartida, na chegada dinâmica, os navios possuem datas de chegada diferentes ao longo de um horizonte de planejamento e, portanto, não podem atracar antes do seu horário de chegada ao porto. Assim, deve-se elaborar uma sequência de atendimento dos navios, denominada fila de navios. O PAB com chegada dinâmica retrata mais fielmente as necessidades da administração dos portos (Bierwirth & Meisel, 2010; Imai et al., 2001).

Unindo os conceitos das restrições temporais e espaciais, espera-se como resultado do PAB a elaboração da sequência de atendimento aos navios, como apresentado na Figura 3. Nela é possível observar o gráfico espaço-tempo que fornece o planejamento das atracações, sendo o eixo horizontal o horizonte de tempo e o eixo vertical, o comprimento do cais. Além disso, cada retângulo representa um navio atracado. Dessa forma, a largura representa o tempo de operação e a altura, o comprimento da embarcação. Deve-se ressaltar que sobreposições de retângulos (navios) são consideradas soluções inviáveis no PAB. Ademais, tais navios precisam respeitar as limitações espaciais e temporais especificadas (Umang et al., 2013; Bierwirth & Meisel, 2010; Stahlbock & Voß, 2008; Imai et al., 2005). Tendo em vista tais considerações, pode-se verificar na Figura 3a a sequência de atendimento a navios para o PABD, na Figura 3b a sequência de atendimento a navios para o PABH e na Figura 3c a sequência de atendimento a navios para o caso do PABC.

Diferentes estudos vêm abordando distintas características e especificidades relacionadas ao PAB. Ressaltam-se nesse aspecto novas formulações matemáticas que consideram ambos os casos, discreto e contínuo, além de casos reais. A seguir são apresentados os trabalhos mais citados e/ou recentes sobre o PAB.

Soluções para o PABC foram propostas por Guan et al. (2002), Park & Kim (2003) e Guan & Cheung (2004) com o objetivo de minimizar o tempo total de permanência dos navios no porto. Já Lim (1998, 1999), Tong et al. (1999) e Goh & Lim (2000) consideraram ainda que as posições de atracação devem ser decididas visando minimizar o comprimento de cais necessário para atracar todos os navios. Elwany et al. (2013) propuseram uma solução baseada em Simulated Annealing para o PABC com chegada dinâmica e restrições de calado. Tang et al. (2009) também consideraram um PABC com chegada dinâmica. Dois modelos matemáticos foram propostos, além de uma Relaxação Lagrangiana. Os resultados mostraram que o algoritmo gerou boas soluções, demandando pouco tempo de execução.

Ainda sobre o PABC, Imai et al. (2005) e Chang et al. (2008) consideraram que o tempo de carregamento

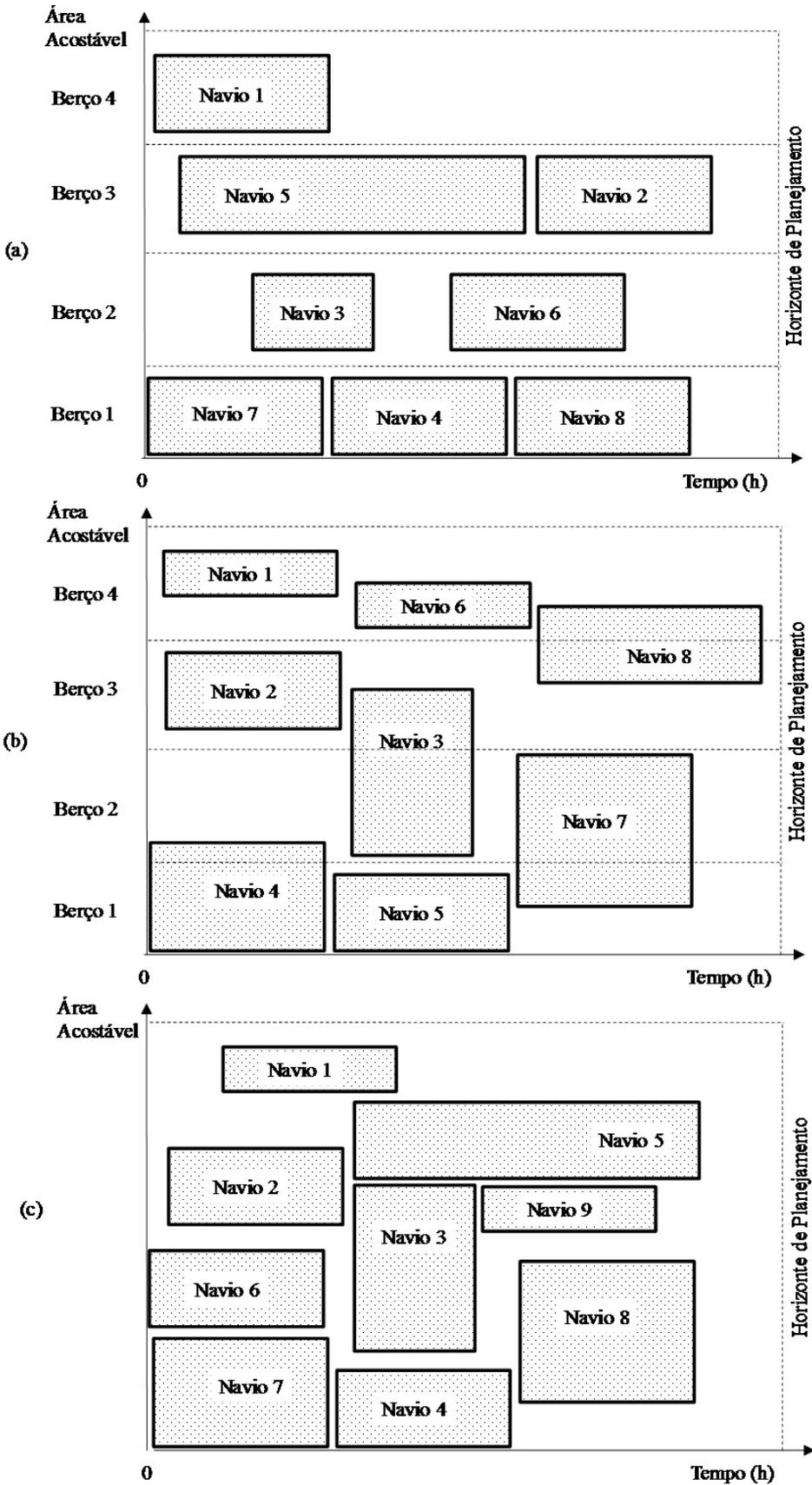


Figura 3. Sequência de atendimento a navios: (a) PABD; (b) PABH e (c) PABC.

é dependente da posição de atracação do navio no berço contínuo. Park & Kim (2002) e Kim & Moon (2003) abordaram o PABC por Relaxação Lagrangiana. Moon (2000), Park & Kim (2003), Kim & Moon (2003) e Briano et al. (2005) tinham como função objetivo minimizar atrasos. Brown et al. (1994, 1997) e Lee & Chen (2008) propuseram a possibilidade de movimentação dos navios de um berço para outro durante a operação. Cordeau et al. (2005) consideraram tanto o PABD quanto o PABC. Um método heurístico baseado na Busca Tabu foi proposto para resolver os dois casos do PAB. Sabar et al. (2015) propuseram um algoritmo denominado Differential Evolution (DE), que é inspirado na natureza, para o BAPC. Babazadeh et al. (2015) também utilizaram o PSO em seus estudos, entretanto, aplicaram ao caso do PABC e conseguiram tempos de processamento menor que um Algoritmo Genético (GA).

Quanto ao PABD, Lopes et al. (2011) implementaram a heurística Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (GRASP) com Path-Relinking para o caso discreto. Buhkal et al. (2011) propuseram um método exato para o PABD aplicado a terminais de contêineres, no qual as melhores soluções obtidas por Lopes et al. (2011) foram ótimas para todos os cenários considerados. Imai et al. (2001, 2007) e Theofanis et al. (2007) analisaram o PABD com chegada estática e com função objetivo que visava minimizar o tempo total de serviço dos navios e os desvios entre a sequência de chegada e a sequência de atracação dos navios. Hansen & Oguz (2003) propuseram um modelo matemático mais compacto para o mesmo problema. Imai et al. (2001, 2003) e Monaco & Sammarra (2007) estudaram o PABD com chegada dinâmica. Zhou & Kang (2008) e Han et al. (2010) trabalharam com o PABD com chegada dinâmica e data de chegada e tempo de carregamento estocásticos. Cordeau et al. (2005) utilizaram a meta-heurística Tabu Search para resolve-lo. Mauri et al. (2010) propuseram para o mesmo problema uma abordagem baseada na Técnica de Geração de Colunas. Mauri et al. (2008) propuseram uma solução usando a heurística Population Training Algorithm/Linear Programming (ATP/PL). Imai et al. (2008) propuseram uma solução por meio de Algoritmo Genético para a minimização do número de navios rejeitados por não serem atendidos dentro do prazo máximo estabelecido. No modelo matemático proposto por Golias et al. (2007) os horários de chegada e os tempos de movimentação dos navios são considerados variáveis estocásticas. Hansen & Oguz (2003) e Hansen et al. (2008) propuseram uma heurística Variable Neighborhood Search (VNS) que apresentou resultados superiores aos encontrados por Nishimura et al. (2001). Zhou et al. (2006) e Han et al. (2006) consideraram a chegada dos navios como estocástica e uma restrição de tempo de espera para atracação. Ambos utilizaram Algoritmo Genético para resolver o problema.

Hu (2015) propôs um Algoritmo Genético multiobjetivo para o PABD biobjetivo, sendo que os dois objetivos tratados foram (1) a preferência por operações diurnas e (2) a minimização de cargas de trabalho em atraso e das cargas operadas à noite. Ting et al. (2014) propuseram a aplicação da meta-heurística Particle Swarm Optimization (PSO) para o PABD dinâmico. Eles obtiveram um tempo computacional menor quando comparado a outras meta-heurísticas. Lin et al. (2014) estudaram o PABD dinâmico visando minimizar o tempo de serviço total, por meio da meta-heurística Iterated Greedy (IG). Zhen (2015) propôs uma formulação de programação estocástica para o PABD que pode lidar com distribuições de probabilidade arbitrárias dos tempos de operação. Banos et al. (2016) propuseram um modelo matemático e uma meta-heurística Simulated Annealing ao DBAP que considera o tempo de operação dependente da carga transportada e também do berço de atracação. Vervloet & Rosa (2016) propuseram um modelo matemático para o DBAP considerando condições comerciais semelhantes às estabelecidas por uma *Charter Party*.

Em relação ao PABH, Chen & Hsieh (1999) propuseram uma formulação de Programação Linear Inteira Mista (PLIM) considerando chegadas dinâmicas. Moorthy & Teo (2006) também estudaram o problema com data de chegada dinâmica, considerando o tempo de carregamento como fixo e a data de chegada dos navios de forma estocástica. Nishimura et al. (2001) e Cheong et al. (2010) acrescentaram aos seus modelos restrições de calado e chegada dinâmica. Imai et al. (2007) consideraram que o tempo de operação possui dependência com a posição de atracação do navio. Dai et al. (2008) trataram o PABH em um nível mais operacional, com o auxílio de Simulated Annealing. Hoffarth & Voß (1994), Nishimura et al. (2001), Cordeau et al. (2005), Imai et al. (2007) e Cheong et al. (2007) estudaram o PABH com diversas variações de função objetivo e de restrições. Umang et al. (2013) apresentaram o PABH com chegada dinâmica em portos graneleiros com o objetivo de minimizar os tempos totais de serviço dos navios. A resolução foi feita com métodos exatos e heurísticos. Yan et al. (2015) propuseram uma abordagem de matriz espaço tempo para o PABH denominada (Dynamic Vessel Arrivals) and Flexible Berth Space BAP (DFBAP). Rodrigues et al. (2015) propuseram um modelo matemático aplicado a um CBAP com descontinuidade do cais procurando minimizar o tempo total de permanência dos navios no porto.

Outras abordagens integrando o PABC com problemas de alocação de guindastes foram propostas por Bierwirth & Meisel (2009), que analisaram o PABC integrado ao problema de alocação de guindastes para terminais de contêineres. Kim & Park (2004) utilizaram a heurística GRASP para resolver o PABC considerando os guindastes do cais. Além disso, torna-se cada vez mais habitual a

inclusão de penalidades nos modelos. Wang & Lim (2007), por exemplo, buscaram a minimização dos custos de penalização para os navios rejeitados e apresentaram uma heurística robusta que consegue resolver instâncias com elevada quantidade de navios. Já Ganji et al. (2010) propuseram um modelo onde os navios possuem um ponto ótimo de atracação e aplicaram penalizações em relação a distância do ponto ótimo.

Por fim, para registrar toda a produção científica acerca do PAB, alguns autores elaboraram extensas revisões, dentre elas citam-se os artigos de Meersmans & Dekker (2001), Vis & Koster (2003), Steenken et al. (2004), Vacca et al. (2007), Stahlbock & Voß (2008), Bierwirth & Meisel (2010) e Rashidi & Tsang (2013).

Após revisão bibliográfica, percebe-se que, até o momento, não foi encontrado um artigo que tratasse do PABC com limitações de operação de cargas ao longo do cais, aliado à questão de calados diferentes e com aplicação do modelo proposto em portos de apoio à exploração de petróleo *offshore*.

### 3 Modelo matemático proposto

O modelo matemático proposto para o PABC com limitações de operação de cargas ao longo da extensão do cais foi elaborado como um modelo de programação linear inteira mista tendo como base a teoria de corte e empacotamento bidimensional e o modelo proposto por Guan & Cheung (2004). O modelo visa a minimização do tempo total de permanência dos navios no porto, calculado pela

diferença entre o tempo de desatracação e o tempo de chegada do navio no porto. As datas de chegada dos navios são conhecidas a priori.

Na Figura 4 é apresentado um esquema visual para melhor entendimento dos principais parâmetros e variáveis de decisão do modelo proposto. No gráfico espaço-tempo pode-se ver um navio  $i$  simbolizado por um retângulo, onde um lado representa o comprimento  $l_i$  e o outro, o tempo de operação  $t_i$ . O navio chega ao porto no instante  $e_i$  e atraca no cais no instante  $b_i$ . Assim, ele espera para atracar o tempo  $b_i - e_i$  e desatracar no tempo  $u_i = b_i + t_i$ . Sua posição de atracação é  $p_i$  e ele ocupa a faixa acostável de  $p_i$  até  $p_i + l_i$ .

Como o cais apresenta áreas relacionadas à movimentação de alguns tipos de carga no problema abordado neste trabalho, as faixas de operação de cargas precisam ser representadas – veja-se, por exemplo, a Figura 1. Para exemplificar as faixas de operação de cargas, a Figura 5 apresenta duas faixas específicas para movimentar cargas. A faixa 1 começa no início da área acostável  $\alpha_1$  e termina em  $\beta_1$ . A faixa 2 começa em  $\alpha_2$  e termina em  $\beta_2$ . Interessante notar que há uma sobreposição da faixa 1 com a faixa 2, ou seja, a faixa 2 começa antes de terminar a faixa 1. Isto acontece porque nesse trecho de sobreposição é possível operar tanto cargas da faixa 1 quanto cargas da faixa 2.

Sendo assim, o modelo matemático proposto é apresentado em cinco partes: conjunto, parâmetros, variáveis de decisão, função objetivo e restrições.

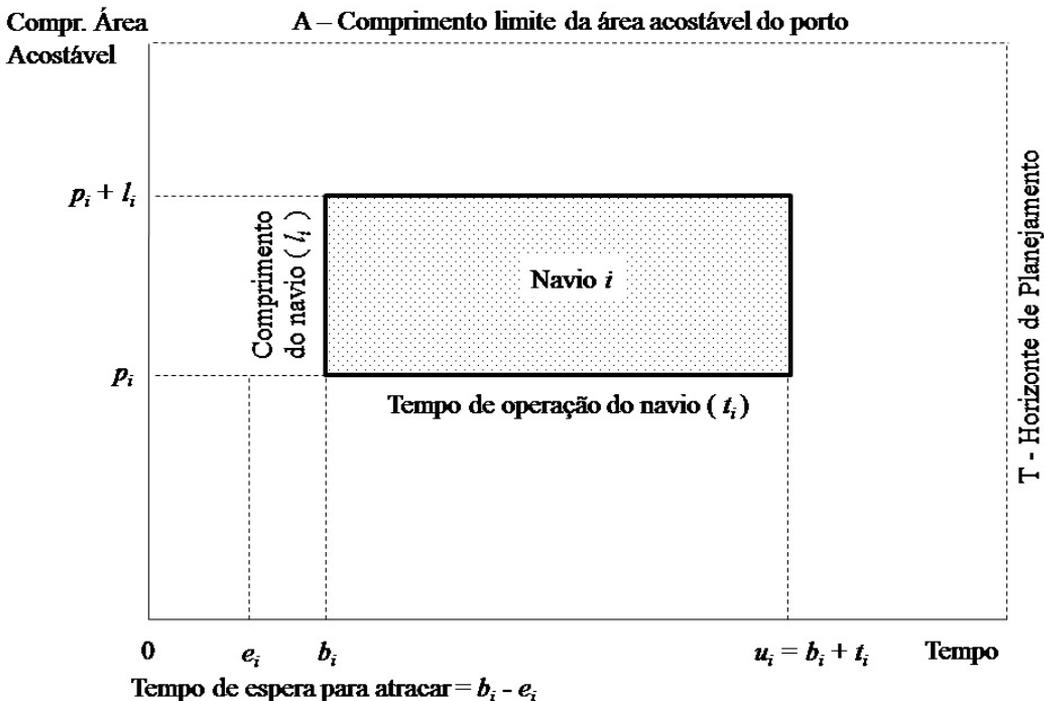


Figura 4. Visualização dos principais parâmetros e variáveis do modelo proposto.

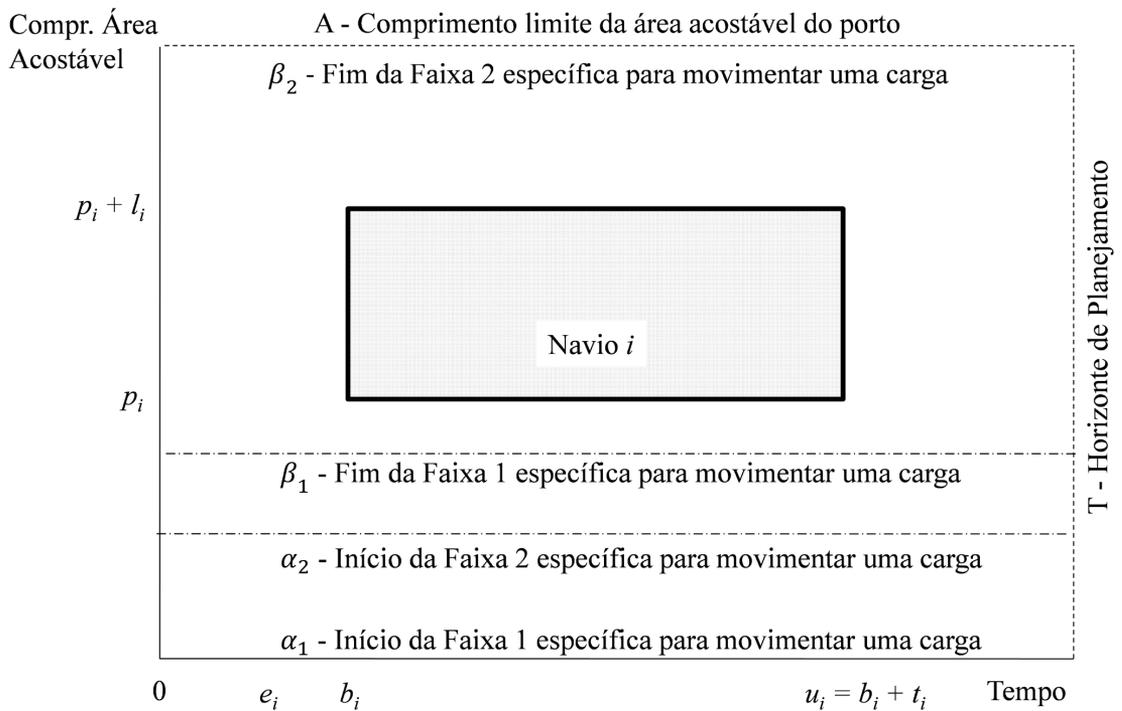


Figura 5. Visualização esquemática das faixas de operação de cargas propostas no modelo.

### Conjuntos

$N$ : Conjunto de navios;

$C$ : Conjunto de cargas movimentadas no porto; e

$F$ : Conjunto de faixas de calado ao longo da área acostável do cais  $C$ .

### Parâmetros

$A$ : Comprimento da área acostável do porto;

$T$ : Horizonte de tempo para planejamento;

$\alpha_c$ : Limite inicial na área acostável do porto que pode movimentar a carga  $c \in C$ ;

$\beta_c$ : Limite final na área acostável do porto que pode movimentar a carga  $c \in C$ ;

$\gamma_f$ : Limite inicial da faixa de calado  $f \in F$  na área acostável do porto;

$\delta_f$ : Limite final da faixa de calado  $f \in F$  na área acostável do porto;

$t_i$ : Tempo de movimentação (carregamento ou descarregamento) do navio  $i \in N$  em unidades de tempo (hora);

$l_i$ : Comprimento do navio  $i \in N$  em unidades de cais (metro), já incluindo a folga entre navios;

$e_i$ : Tempo de chegada do navio  $i \in N$  ao porto;

$d_i$ : Faixa de calado de cada navio  $i \in N$ ;

$c_i$ : Tipo de carga  $c \in C$  que cada navio  $i \in N$  movimenta no porto.

### Variáveis de decisão

$b_i$ : Tempo de início/atracação do navio  $i \in N$ ;

$p_i$ : Posição de atracação do navio  $i \in N$ ;

$u_i$ : Tempo de término/desatracação do navio  $i \in N$ ;

$\sigma_{ij}$ : Seu valor é igual a 1 se o navio  $j \in N$  atracar totalmente à direita do período ocupado pelo navio  $i \in N$  no diagrama espaço-tempo, de tal forma que os dois navios não se sobreponham; caso contrário,  $\sigma_{ij} = 0$ ;

$\theta_{ij}$ : Seu valor é igual a 1 se o navio  $j \in N$  atracar totalmente acima do espaço ocupado pelo navio  $i \in N$  no diagrama espaço-tempo, de tal forma que os dois navios não se sobreponham; caso contrário,  $\theta_{ij} = 0$ .

Após a apresentação e explicação dos principais conjuntos, parâmetros e variáveis de decisão, são apresentadas a seguir a função objetivo e as restrições do modelo matemático proposto.

### Função Objetivo

Minimizar

$$\sum_{i \in N} (u_i - e_i) \quad (1)$$

Restrições

$$b_j - b_i - t_i - (\theta_{ij} - 1)T \geq 0 \quad \forall i, j \in N, i \neq j \quad (2)$$

$$p_j - p_i - l_i - (\sigma_{ij} - 1)A \geq 0 \quad \forall i, j \in N, i \neq j \quad (3)$$

$$\sigma_{ij} + \sigma_{ji} + \theta_{ij} + \theta_{ji} \geq 1 \quad \forall i, j \in N, i \neq j \quad (4)$$

$$b_i + t_i = u_i \quad \forall i \in N \quad (5)$$

$$e_i \leq b_i \leq (T - t_i) \quad \forall i \in N \quad (6)$$

$$\gamma_{d_i} \leq p_i \leq (\delta_{d_i} - l_i) \quad \forall i \in N \quad (7)$$

$$\alpha_{c_i} \leq p_i \leq (\beta_{c_i} - l_i) \quad \forall i \in N \quad (8)$$

$$\sigma_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in N \quad (9)$$

$$\theta_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in N \quad (10)$$

$$u_i, v_i, c_i \in \mathfrak{R}^+ \quad \forall i \in N \quad (11)$$

A Função Objetivo 1 busca a minimização do tempo total de permanência dos navios no porto por meio da subtração do tempo de término da operação do tempo de chegada ao porto. Com isso, objetiva-se que o cais tenha a maior taxa de ocupação possível.

As Restrições 2 garantem que no período não haja sobreposição na dimensão tempo dos navios no diagrama espaço-tempo, assim como as Restrições 3 garantem que sobreposições na dimensão área acostável não devam ocorrer no mesmo diagrama. As Restrições 4

obrigam que pelo menos uma dessas variáveis seja igual a 1, garantindo, assim, a atracação dos navios.

Dessa forma, as Restrições 4 garantem que não haverá sobreposição de navios tanto na dimensão tempo como na dimensão área acostável, ou seja, os retângulos que representam os navios não podem estar sobrepostos. Para exemplificar as Restrições 4 pode-se ver na Figura 6a a sobreposição dos navios  $i$  e  $j$ . Nesse caso, como  $i$  não está totalmente à esquerda de  $j$ , então  $\sigma_{ij} = 0$  e  $j$  não está totalmente à esquerda de  $i$ , então  $\sigma_{ji} = 0$ . Ainda nessa mesma

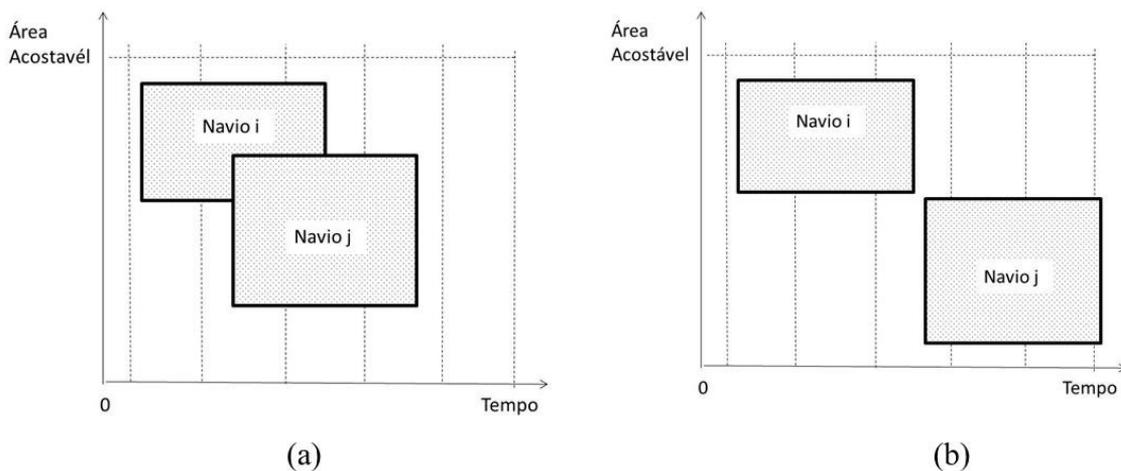


Figura 6. Restrições 4 (a) navios se sobrepondo; (b) navios não sobrepostos.

situação, como  $i$  não está totalmente abaixo de  $j$ , então  $\theta_{ij} = 0$  e também  $j$  não está totalmente abaixo de  $i$ , então  $\theta_{ji} = 0$ . Assim,  $\sigma_{ij} + \sigma_{ji} + \theta_{ij} + \theta_{ji} = 0$  e, portanto, essa solução não é válida. No entanto, para a situação representada na Figura 6b tem-se que  $i$  está totalmente à esquerda de  $j$ , então  $\sigma_{ij} = 1$  e  $j$  não está totalmente à esquerda de  $i$ , então  $\sigma_{ji} = 0$ . Ainda nessa mesma situação, como  $i$  está totalmente acima de  $j$ , então  $\theta_{ij} = 1$  e  $j$  não está totalmente acima de  $i$ , então  $\theta_{ji} = 0$ . Assim,  $\sigma_{ij} + \sigma_{ji} + \theta_{ij} + \theta_{ji} = 2 \geq 1$  e, portanto, a solução 6b é válida.

As Restrições 5 garantem o cálculo preciso do tempo de desatracação do navio, que é a soma do tempo de operação do navio e do tempo de atracação. As Restrições 6 garantem que o navio seja atracado dentro do horizonte de tempo possível, isto é, depois do tempo de chegada e antes do horizonte de planejamento. As Restrições 7 impedem que o navio  $i \in N$  atraque em uma posição entre os limites lineares inicial e final do cais e que possua uma faixa de calado compatível com o calado do navio  $i \in N$ . As Restrições 8 impedem o limite linear de cais inicial e final onde cada tipo de carga  $c \in C$  pode ser manuseada, sendo que cada navio  $i \in N$  movimenta um tipo de carga  $c_i \in C$ . E as Restrições 9-11 estão relacionadas ao domínio das variáveis de decisão.

#### 4 Apresentação e análise dos resultados

Para avaliar o modelo matemático proposto foram levantados dados reais junto à equipe de planejamento do CPVV. Os dados referem-se aos 6 primeiros meses de 2013. Apesar de o usual ser a programação dos navios por semana, decidiu-se testar o modelo em diferentes intervalos de horizonte de planejamento, variando de 14 a 21 dias, visando mostrar a capacidade do modelo para instâncias maiores e prover à equipe de planejamento uma

ferramenta que facilitasse o planejamento do porto com um horizonte de planejamento maior.

Assim, foram elaboradas 8 instâncias para testar o modelo, que podem ser vistas na Tabela 1. Para as instâncias reais de 1 a 6 foram levantadas as datas estimadas de chegada dos navios, tempos de operação, bem como suas características. Ainda para essas instâncias considerou-se o comprimento do cais como sendo 320 metros de área acostável (comprimento atualmente disponível). Foram escolhidas sempre duas semanas consecutivas de maior movimento de atracação no porto dentro de cada mês do período analisado. Já as duas últimas instâncias, 7 e 8, foram criadas para analisar uma possível ampliação do cais e também do número de atracações. Para todas as 8 instâncias apresentadas na Tabela 1, foram consideradas as limitações de operação de carga ao longo do cais, conforme a Figura 1.

A instância 1 retrata as duas primeiras semanas do mês de janeiro, quando atracaram 83 navios; decidiu-se nessa estabelecer um horizonte de planejamento de 15 dias (360 horas). A instância 2 diz respeito à segunda e à terceira semanas do mês de fevereiro, quando atracaram 97 navios. Como o número de navios foi maior que na instância 1, estabeleceu-se um horizonte de planejamento um pouco maior que o adotado na instância 1, a fim de, eventualmente, navios que viessem a ter seu horário de atracação atrasado pudessem atracar e operar dentro do horizonte de planejamento. Dessa forma, a instância 2 teve seu horizonte de planejamento fixado em 17 dias (408 horas). A instância 3 diz respeito às duas últimas semanas do mês de março, quando atracaram 102 navios. Seu horizonte de planejamento foi fixado em 19 dias (456 horas). A instância 4 diz respeito às duas primeiras semanas do mês de abril, quando atracaram 123 navios; o horizonte de planejamento foi fixado em 20 dias (480 horas). A instância 5 diz respeito às segunda e

terceira semanas do mês de maio, quando atracaram 113 navios e o horizonte de planejamento foi fixado em 22 dias (528 horas). A instância 6 diz respeito às duas últimas semanas do mês de junho quando atracaram 101 navios; o horizonte de planejamento foi fixado em 19 dias (456 horas).

A instância 7 da Tabela 1 foi definida a fim de analisar um estudo do CPVV já em andamento, que é a expansão do cais em 120 metros para carga geral. Para testá-la utilizaram-se os dados da instância que continha o maior número de atracções, a instância 5, preservando-se os mesmos parâmetros. A instância 8 foi baseada na instância 7, considerando um crescimento no número de atracções de 20%, em função da entrada em operação de plataformas para exploração do pré-sal na bacia do Espírito Santo. Assim, na instância 8 foram consideradas 147 atracções e um horizonte de planejamento de 24 dias (576 horas).

Os testes foram realizados em um computador Intel i7 com 16 GB de memória RAM rodando o *solver* CPLEX 12.6. Não foi a priori estabelecido um tempo máximo de execução do modelo no CPLEX.

Os resultados obtidos com o modelo matemático proposto foram comparados com aqueles empregados pelo terminal estudado (processo empírico, manual), que neste artigo são definidos como Resultados do Caso Real. A Tabela 2 apresenta os resultados encontrados pelo CPLEX e os resultados encontrados pela equipe de planejamento do CPVV, bem como

a apresentação da redução do tempo de espera para atracar obtido pelo CPLEX quando comparado ao Caso Real.

Na Tabela 2, a coluna instância apresenta o nome da instância, a coluna GAP apresenta o *gap* após a execução no CPLEX e a coluna Tempo de Execução apresenta o tempo de execução no CPLEX de cada uma das instâncias, em segundos. Na coluna CPLEX – Tempo de Espera para Atracar, tem-se o tempo de espera para atracar, que representa a diferença entre o tempo de atracação menos o tempo de chegada do navio ao porto, em horas. A coluna Caso Real CPVV – Tempo de Espera para Atracar refere-se ao tempo de espera para atracar registrado na prática pela equipe de planejamento do CPVV. As duas últimas colunas, Redução – Tempo de Espera para Atracar (horas) e Redução – Tempo de Espera para Atracar (percentual), mostram a diferença entre o tempo de espera para atracar em horas e em percentual encontrado pelo CPLEX em comparação ao Caso Real. Vale ressaltar que para as instâncias 7 e 8 não há o preenchimento das últimas três colunas, pois essas instâncias referem-se aos teste. Sendo assim, não há como comparar os dados obtidos pelo modelo com dados reais, pois inexistentes.

Analisando-se o desempenho do CPLEX, verifica-se que ele resolveu todas as instâncias de forma ótima, com GAP igual a zero, em um tempo de execução razoável, dado o tamanho das instâncias. Para a instância 1, com 14 dias e 80 navios, o CPLEX chegou à solução ótima em 26,41 segundos. O maior tempo de execução, 7.439,56 segundos (2 horas e 4 minutos) ocorreu na instância 8, a maior, com 14 dias de chegada de navios e 147 navios. Mesmo assim, pode-se considerar que 2 horas e 4 minutos para realizar o planejamento de forma ótima da atracação de 24 dias do porto é um tempo aceitável em termos práticos.

Continuando a análise da Tabela 2, pode-se notar que mesmo com o aumento de navios os tempos de espera para atracar se mantêm muito próximos se comparados o de uma instância com outra. Isso se

**Tabela 1.** Instâncias de teste do modelo proposto.

Instância	Comprimento da área acostável (m)	Horizonte de planejamento (h)	Número de navios
1	320	360	83
2	320	408	97
3	320	456	102
4	320	480	113
5	320	528	123
6	320	456	101
7	440	528	123
8	440	576	147

**Tabela 2.** Resultados do modelo matemático comparados com o Caso Real.

Instância	Modelo matemático (CPLEX)			Caso Real CPVV	Redução modelo matemático x Caso Real	
	GAP (%)	Tempo de execução (s)	Tempo de espera para atracar (h)	Tempo de espera para atracar (h)	Tempo de espera para atracar (h)	Tempo de espera para atracar (%)
1	0,00	26,41	5,89	7,53	-1,64	22%
2	0,00	30,03	12,32	21,32	-9,00	42%
3	0,00	997,14	14,23	19,17	-4,94	26%
4	0,00	2.718,92	15,49	27,46	-11,97	44%
5	0,00	4.345,17	16,08	45,13	-29,05	64%
6	0,00	993,45	13,56	17,32	-3,76	22%
7	0,00	6.345,78	10,34	-	-	-
8	0,00	7.439,56	15,45	-	-	-

deve ao fato de haver um operador único no porto e esse ser também o proprietário das plataformas de exploração de petróleo. Portanto, a equipe de logística desse operador já define as viagens dos navios em períodos mais regulares. Outro fato que deve ser ressaltado foi a grande diferença entre os valores encontrados pelo modelo e aqueles do Caso Real, ou seja, a redução do tempo que o navio ficou à disposição do porto. Essa diferença pode ser vista no gráfico da Figura 7. Por conta disso, voltou-se ao porto para apresentar os resultados e melhor analisar os resultados previamente fornecidos para o estudo.

Assim, foi detectado que muitos navios ficavam esperando na barra e não atracavam por falta de carga para carregar no porto. Com base nessa informação, para cada navio que fazia parte da instância levantou-se a quantidade total de horas que eles ficaram na barra esperando para atracar por falta de carga. Assim, os valores do Caso Real, considerando a retirada do tempo de espera por falta de carga no porto, podem ser vistos na Tabela 3, que possui exatamente a mesma estrutura da Tabela 2.

Analisando a Tabela 3, que apresenta os valores após as reduções de tempo efetuadas, pode-se notar que houve uma diminuição na diferença dos valores

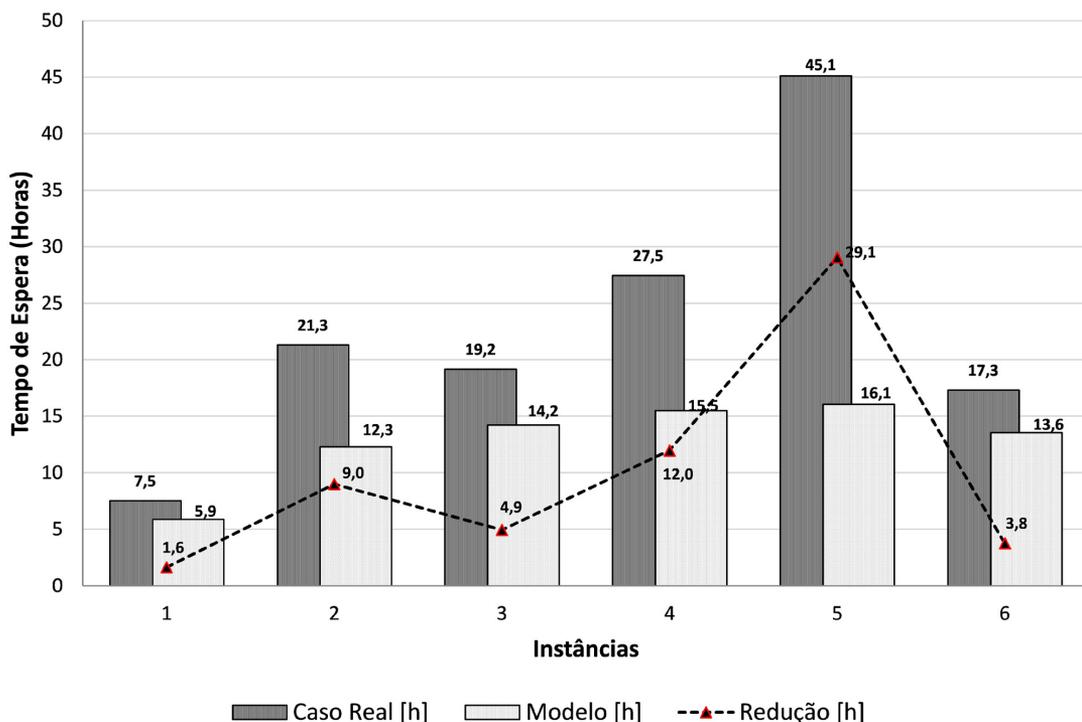


Figura 7. Comparação do tempo de espera para atracar (Caso Real × modelo matemático).

Tabela 3. Resultados do modelo matemático comparados com o Caso Real sem o tempo de espera por falta de carga no porto.

Instância	Modelo matemático (CPLEX)			Caso Real CPVV	Redução modelo x Caso Real	
	GAP (%)	Tempo de execução (s)	Tempo de espera para atracar (h)	Tempo de espera para atracar (h)	Tempo de espera para atracar (h)	Tempo de espera para atracar (%)
1	0,00	26,41	5,89	6,43	-0,54	8,4%
2	0,00	30,03	12,32	13,35	-1,03	7,7%
3	0,00	997,14	14,23	14,54	-0,31	2,1%
4	0,00	2.718,92	15,49	16,10	-0,61	3,8%
5	0,00	4.345,17	16,08	18,12	-2,04	11,3%
6	0,00	993,45	13,56	13,67	-0,11	0,8%
7	0,00	6.345,78	10,34	-	-	-
8	0,00	7.439,56	15,45	-	-	-

encontrados pelo modelo em relação ao Caso Real. Entretanto, o modelo proposto ainda produz reduções efetivas no tempo de espera de atracação, alcançando uma redução mínima de 0,8% (0,11 horas) e máxima de 11,3% (2,04 horas). Nota-se tal fato ao se analisar o gráfico da Figura 8, que mostra que o modelo proposto conseguiu resultados melhores para o tempo de espera para atracar em todos os cenários.

Se somadas todas as reduções alcançadas em horas, pode-se dizer que como os navios não tiveram que ficar esperando para atracar, o porto disponibilizou, então, durante as 12 semanas analisadas, 9,51 horas de navegação para os navios poderem realizar mais viagens para as plataformas. Como o ano possui 48 semanas, pode-se fazer uma projeção, por regra de três, que o porto teria economizado por ano 38,04 horas. Considerando que o preço médio dos navios que atracam no CPVV varia em torno de US\$ 50 mil por dia, o que dá um custo por hora de US\$ 2.085, pode-se então dizer que o CPVV poderia ter economizado aproximadamente US\$ 79.313,40 por ano caso tivesse utilizado o modelo matemático proposto.

Ainda com base na Tabela 3, analisando-se a instância 7, que não pode ser comparada com o Caso Real, pois é uma instância de teste, e que foi criada com base na instância 5, alterando-se somente o comprimento total acostável de 320 m para 440 m pode-se notar que o aumento do comprimento acostável levou a um tempo de execução do CPLEX bem maior,

6.345,78 segundos versus 4.345,17 segundos, ou seja, um aumento de 46,0%. Mas trata-se ainda de um valor aceitável, considerando-se a execução de um planejamento de 22 dias de operação do porto. O CPLEX chegou a uma solução ótima e o resultado do tempo de espera de atracação foi reduzido de 16,08 horas, na instância 5, para 10,34 horas, na instância 7. Isso era esperado, visto que na instância 7 há uma maior disponibilidade de cais para atracar, 440 metros versus 320 metros na instância 5.

Na instância 8, que considera um crescimento de 20% no total de atracações e um aumento do cais, pode-se notar que o CPLEX chegou ao resultado ótimo, porém com um tempo de processamento maior em função do aumento do horizonte de planejamento e do comprimento do cais. Em termos de modelo, há um aumento da área na qual podem ser colocados os retângulos que representam os navios, ou seja, ocorre um aumento na complexidade da instância. Dessa forma, apesar do tempo de execução maior, o CPLEX conseguiu resolver em 2 horas e 4 minutos, o que ainda é um tempo admissível para um planejamento de operação do porto de 24 dias.

Visando ainda contribuir para um planejamento mais efetivo do porto, foi desenvolvida uma aplicação em linguagem Matlab que recebe os resultados do CPLEX e os apresenta em forma gráfica. Uma visão parcial da saída dessa aplicação pode ser vista na Figura 9.

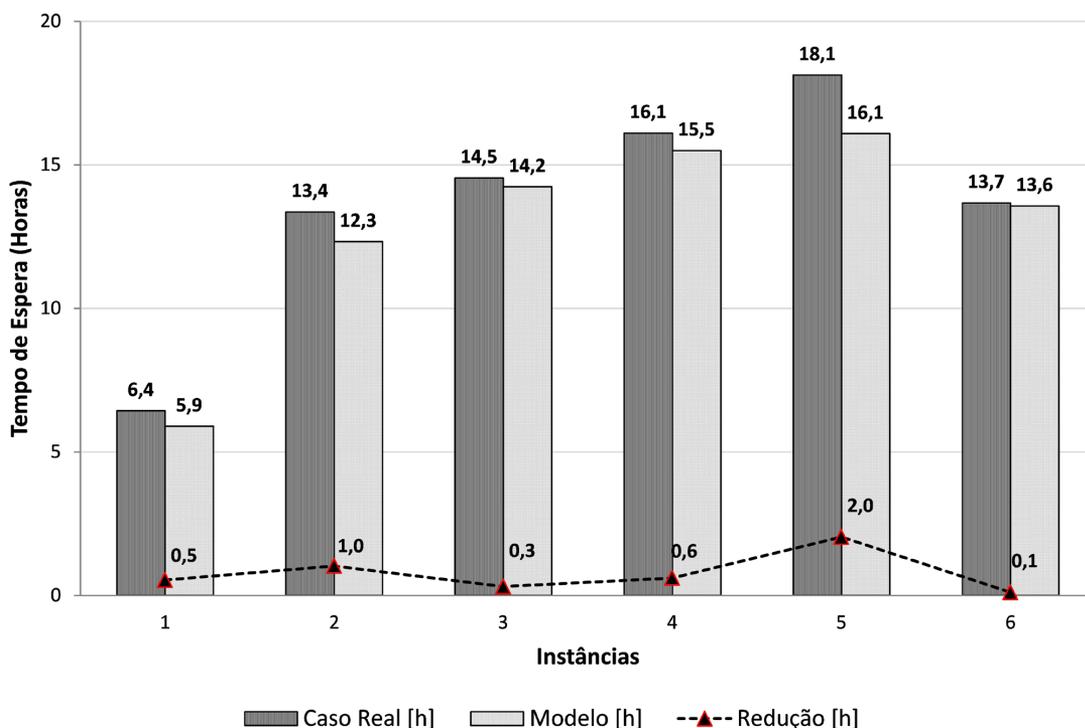


Figura 8. Comparação do tempo médio de espera para atracar retirando o tempo médio de espera por falta de carga.

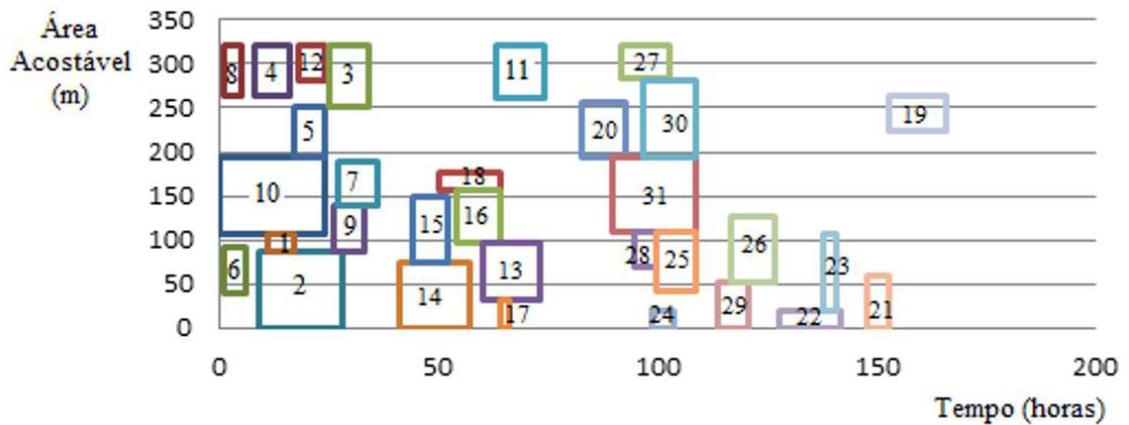


Figura 9. Gráfico (espaço-tempo): sequenciamento dos navios a atracar.

Tendo em vista que o setor de petróleo e gás é uma área com operações muito dinâmicas, sabe-se por meio das entrevistas com os planejadores do porto que vários navios não planejados demandam atracação no porto para poder levar ou trazer alguma carga não programada para as plataformas de petróleo. Com a visualização gráfica da Figura 9, o planejador do porto pode verificar quais são as janelas de horário que estão sem navios programados para operar no cais e, assim, ajustar a atracação do navio não planejado de forma a não afetar ou afetar o mínimo possível o planejamento ótimo calculado pelo CPLEX.

Por fim, verifica-se que os resultados alcançados pelo modelo matemático estão aderentes ao que hoje é executado pelo CPVV e, dessa maneira, pode-se dizer que se trata de uma ferramenta confiável que pode ser utilizada para o planejamento da atracação de navios por todos os portos que tenham como característica a condição de que certas cargas só podem ser operadas em trechos determinados ao longo do cais, a qual pode eventualmente trazer possíveis ganhos operacionais e financeiros para os portos.

## 5 Conclusões

Este artigo apresentou um modelo matemático para o PABC com limitações de operação de carga ao longo do cais visando atender à característica operacional dos portos especializados em atendimento de plataformas de petróleo nos quais certas cargas só podem ser manuseadas em posições determinadas de atracação ao longo do cais. É importante mencionar que o modelo proposto neste artigo pode vir a ser aplicado ao planejamento da sequência de atracação de navios de qualquer porto que possua restrições de operação de certas cargas em trechos específicos do cais.

Casos práticos do CPVV foram obtidos e o CPLEX foi utilizado no processo de solução dos modelos matemáticos correspondentes. As soluções encontradas foram comparadas com os dados reais

do porto estudado. O modelo matemático obteve bons resultados quando comparado aos resultados reais alcançados pelo setor de planejamento do CPVV. Tais ganhos foram observados em todas as instâncias reais testadas. Se somadas todas as reduções alcançadas em horas, pode-se dizer que como os navios não tiveram que ficar esperando para atracar, o porto disponibilizou, então, durante as 12 semanas analisadas, 9,51 horas de navegação para os navios poderem realizar mais viagens para as plataformas e auferir um possível ganho para o CPVV da ordem de US\$ 79.313,40 por ano.

Além disso, o modelo foi testado para uma futura expansão da área acostável, proposta já em estudo pelo CPVV. Por fim, foi elaborada uma instância teste que considerou uma previsão de crescimento de atracações para atender as novas demandas em função da exploração do pré-sal. Dessa forma, o modelo assegura uma solução ótima para o planejamento de atracação dos navios no porto, inclusive para um horizonte de planejamento de 24 dias, maior que o usual, que é de 7 dias. O modelo é útil também como procedimento operacional para o porto, pois contempla e respeita as restrições operacionais de operação de cargas ao longo do cais e também os limites de calado.

Por fim, sugere-se como trabalho futuro o desenvolvimento de uma meta-heurística para o modelo matemático proposto para resolver instâncias de maior porte. Também se sugere que sejam consideradas as questões de incerteza no modelo matemático proposto, tratando os tempos de operação e os tempos de chegada ao porto como estocásticos.

## Agradecimentos

Os autores agradecem à FAPES (458/2013), ao CNPQ (477357/2013-0 e 313408/2014-9) e à CAPES pelo apoio financeiro e ao porto Companhia Portuária de Vila Velha (CPVV) pela disponibilização das informações e dos dados.

## Referências

- Babazadeh, A., Shahbandi, M. G., Ganji, S. R. S., & Joharianzadeh, M. (2015). A PSO algorithm for continuous berth allocation problem. *International Journal of Shipping and Transport Logistics*, 7(4), 479-493. <http://dx.doi.org/10.1504/IJSTL.2015.069687>.
- Banos, R. S., Rosa, R. A., Mauri, G. R., & Ribeiro, G. M. (2016). Modelo matemático e meta-heurística Simulated Annealing para o problema de alocação de berços com múltiplas cargas. *Transportes*, 24(1), 51-62. <http://doi.org/10.14295/transportes.v24i1.980>
- Bierwirth, C., & Meisel, F. (2010). A survey of berth allocation and quay crane scheduling problems in container terminals. *European Journal of Operational Research*, 202(3), 615-627. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2009.05.031>.
- Bierwirth, C., & Meisel, F. (2009). A fast heuristic for quay crane scheduling with interference constraints. *Journal of Scheduling*, 12(4), 345-360. <http://dx.doi.org/10.1007/s10951-009-0105-0>.
- Briano, C., Briano, E., & Bruzzone, A. G. (2005). Models for support maritime logistics: a case study for improving terminal planning. In Y. Merkuryev, R. Zobel & E. Kerckhoffs (Eds.), *Proceedings of the 19th European Conference on Modeling and Simulation – ECMS* (pp. 199-203). Riga: European Council for Modelling and Simulation.
- Brown, G. G., Lawphongpanich, S., & Thurman, K. P. (1994). Optimizing ship berthing. *Naval Research Logistics*, 41(1), 1-15. [http://dx.doi.org/10.1002/1520-6750\(199402\)41:1<1::AID-NAV3220410102>3.0.CO;2-L](http://dx.doi.org/10.1002/1520-6750(199402)41:1<1::AID-NAV3220410102>3.0.CO;2-L).
- Brown, G. G., Cormican, K. J., Lawphongpanich, S., & Widdis, D. (1997). Optimizing submarine berthing with a persistence incentive. *Naval Research Logistics*, 44(4), 301-318. [http://dx.doi.org/10.1002/\(SICI\)1520-6750\(199706\)44:4<301::AID-NAV2>3.0.CO;2-A](http://dx.doi.org/10.1002/(SICI)1520-6750(199706)44:4<301::AID-NAV2>3.0.CO;2-A).
- Buhrkal, K., Zuglian, S., Ropke, S., Larsen, J., & Lusby, R. (2011). Models for the discrete berth allocation problem: a computational comparison. *Transportation Research Part E, Logistics and Transportation Review*, 47(4), 461-473. <http://dx.doi.org/10.1016/j.tre.2010.11.016>.
- Chang, D., Yan, W., Chen, C.-H., & Jiang, Z. (2008). A berth allocation strategy using heuristics algorithm and simulation optimization. *International Journal of Computer Applications in Technology*, 32(4), 272-281. <http://dx.doi.org/10.1504/IJCAT.2008.021382>.
- Chen, C.-Y., & Hsieh, T.-W. (1999). A time-space network model for the berth allocation problem. In *19th IFIP TC7 Conference on System Modeling and Optimization*. Cambridge: Kluwer Academic Publishers.
- Cheong, C., Tan, K., Liu, D., & Lin, C. (2010). Multi-objective and prioritized berth allocation in container ports. *Annals of Operations Research*, 180(1), 63-103. <http://dx.doi.org/10.1007/s10479-008-0493-0>.
- Cheong, C. Y., Lin, C. J., Tan, K. C., & Liu, D. K. (2007). A multi-objective evolutionary algorithm for berth allocation in a container port. In: *Congress on Evolutionary Computation 2007 (CEC 2007)* (pp. 927-934). Singapore: IEEE. <http://dx.doi.org/10.1109/CEC.2007.4424569>.
- Cordeau, J.-F., Laporte, G., Legato, P., & Moccia, L. (2005). Models and tabu search heuristics for the berth-allocation problem. *Transportation Science*, 39(4), 526-538. <http://dx.doi.org/10.1287/trsc.1050.0120>.
- Companhia Portuária de Vila Velha – CPVV. (2015). Vila Velha: CPVV. Recuperado em 17 de março de 2015, de <http://www.cpvv.com.br/cpvv/>.
- Dai, J., Lin, W., Moorthy, R., & Teo, C.-P. (2008). Berth allocation planning optimization in container terminals. In C. S. Tang, C. P. Teo & K. K. Wei (Eds.), *Supply chain analysis: a handbook on the interaction of information, system and optimization* (pp. 69-105). New York: Springer.
- Elwany, M. H., Ali, I., & Abouelseoud, Y. (2013). A heuristics-based solution to the continuous berth allocation and crane assignment problem. *Alexandria Engineering Journal*, 52(4), 671-677. <http://dx.doi.org/10.1016/j.aej.2013.09.001>.
- Ganji, S. R. S., Babazadeh, A., & Arabshahi, N. (2010). Analysis of the continuous berth allocation problem in container ports using a genetic algorithm. *Journal of Marine Science and Technology*, 15(4), 408-416. <http://dx.doi.org/10.1007/s00773-010-0095-9>.
- Goh, K. S., & Lim, A. (2000). Combining various algorithms to solve the ship berthing problem. In *Proceedings of the 12th IEEE International Conference on Tools with Artificial Intelligence – ICTAI'00* (pp. 370-373). Los Alamitos: IEEE Computer Society.
- Golias, M., Boile, M., & Theofanis, S. (2007). The stochastic berth allocation problem. In *Proceedings of the International Conference on Transport Science and Technology – TRANSTEC 2007* (pp. 52-66). Prague: Czech Technical University.
- Guan, Y., & Cheung, R. K. (2004). The berth allocation problem: models and solution methods. *OR-Spektrum*, 26(1), 75-92. <http://dx.doi.org/10.1007/s00291-003-0140-8>.
- Guan, Y., Xiao, W.-Q., Cheung, R. K., & Li, C.-L. (2002). A multiprocessor task scheduling model for berth allocation: heuristic and worst-case analysis. *Operations Research Letters*, 30(5), 343-350. [http://dx.doi.org/10.1016/S0167-6377\(02\)00147-5](http://dx.doi.org/10.1016/S0167-6377(02)00147-5).
- Han, M., Li, P., & Sun, J. (2006). The algorithm for berth scheduling problem by the hybrid optimization strategy GASA. In *Proceedings of the 9th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision – ICARCV'06* (pp. 1-4). Washington: IEEE Computer Society.
- Han, X., Lu, Z., & Xi, L. (2010). A proactive approach for simultaneous berth and quay crane scheduling problem

- with stochastic arrival and handling time. *European Journal of Operational Research*, 207(3), 1327-1340. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2010.07.018>.
- Hansen, P., & Oguz, C. (2003). A note on formulations of static and dynamic berth allocation problems. *Les Cahiers du GERAD*, 30, 1-17.
- Hansen, P., Oguz, C., & Mladenovic, N. (2008). Variable neighborhood search for minimum cost berth allocation. *European Journal of Operational Research*, 191(3), 636-649. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2006.12.057>.
- Hoffarth, L., & Voß, S. (1994). Berth allocation in a container terminal: development of a decision support system (In German). In H. Dyckhoff, U. Derigs, M. Salomon & H. C. Tijms (Eds.), *Operations research proceedings 1993* (pp. 89-95). Berlin: Springer.
- Hu, Z. H. (2015). Multi-objective genetic algorithm for berth allocation problem considering daytime preference. *Computers & Industrial Engineering*, 89, 2-14. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cie.2015.04.035>.
- Imai, A., Nishimura, E., & Papadimitriou, S. (2001). The dynamic berth allocation problem for a container port. *Transportation Research Part B: Methodological*, 35(4), 401-417. [http://dx.doi.org/10.1016/S0191-2615\(99\)00057-0](http://dx.doi.org/10.1016/S0191-2615(99)00057-0).
- Imai, A., Nishimura, E., & Papadimitriou, S. (2003). Berth allocation with service priority. *Transportation Research Part B: Methodological*, 37(5), 437-457. [http://dx.doi.org/10.1016/S0191-2615\(02\)00023-1](http://dx.doi.org/10.1016/S0191-2615(02)00023-1).
- Imai, A., Sun, X., Nishimura, E., & Papadimitriou, S. (2005). Berth allocation in a container port: using a continuous location space approach. *Transportation Research Part B: Methodological*, 39(3), 199-221. <http://dx.doi.org/10.1016/j.trb.2004.04.004>.
- Imai, A., Nishimura, E., Hattori, M., & Papadimitriou, S. (2007). Berth allocation at indented berths for mega-containerships. *European Journal of Operational Research*, 179(2), 579-593. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2006.03.034>.
- Imai, A., Nishimura, E., & Papadimitriou, S. (2008). Berthing ships at a multi-user container terminal with a limited quay capacity. *Transportation Research Part E, Logistics and Transportation Review*, 44(1), 136-151. <http://dx.doi.org/10.1016/j.tre.2006.05.002>.
- Kim, K. H., & Park, Y. M. (2004). A crane scheduling method for port container terminals. *European Journal of Operational Research*, 156(3), 752-768. [http://dx.doi.org/10.1016/S0377-2217\(03\)00133-4](http://dx.doi.org/10.1016/S0377-2217(03)00133-4).
- Kim, K. H., & Moon, K. C. (2003). Berth scheduling by simulated annealing. *Transportation Research Part B: Methodological*, 37(6), 541-560. [http://dx.doi.org/10.1016/S0191-2615\(02\)00027-9](http://dx.doi.org/10.1016/S0191-2615(02)00027-9).
- Lee, Y., & Chen, C.-Y. (2008). An optimization heuristic for the berth scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 196(2), 500-508. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2008.03.021>.
- Lim, A. (1998). The berth planning problem. *Operations Research Letters*, 22(2), 105-110. [http://dx.doi.org/10.1016/S0167-6377\(98\)00010-8](http://dx.doi.org/10.1016/S0167-6377(98)00010-8).
- Lim, A. (1999). An effective ship berthing algorithm. In D. Thomas (Ed.), *Proceedings of the 16th International Joint Conference on Artificial Intelligence – IJCAI-99-vol-1* (pp. 594-599). San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers.
- Lin, S. W., Ying, K. C., & Wan, S. Y. (2014). Minimizing the total service time of discrete dynamic berth allocation problem by an iterated greedy heuristic. *The Scientific World Journal*, 2014, 218925. PMID:25295295.
- Lopes, A. T., Schulz, V. M. L. & Mauri, G. R. (2011). GRASP com *path relinking* para o problema de alocação de berços. *PODES - Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento*, 3(3), 218-229.
- Mauri, G. R., Oliveira, A. C. M., & Lorena, L. A. N. (2008). A hybrid column generation approach for the berth allocation problem. In J. van Hemert & C. Cotta (Eds.), *8th European Conference on Evolutionary Computation in Combinatorial Optimisation – EvoCOP 2008* (Lecture Notes in Computer Science, 4972, pp. 110-122). Berlin: Springer.
- Mauri, G. R., Oliveira, A. C. M., & Lorena, L. A. N. (2010). Resolução do Problema de alocação de berços através de uma técnica de geração de colunas. *Pesquisa Operacional*, 30(3), 547-562. <http://dx.doi.org/10.1590/S0101-74382010000300003>.
- Meersmans, P. J. M., & Dekker, R. (2001). *Operations research supports container handling* (Econometric Institute Report 234). Rotterdam: Erasmus University Rotterdam.
- Monaco, M. F. & Sammarra, M. (2007). The berth allocation problem: a strong formulation solved by a Lagrangean approach. *Transportation Science*, 41(2), 265-280.
- Moon, K. (2000). *A mathematical model and a heuristic algorithm for berth planning* (Doctoral thesis). Pusan: Pusan National University.
- Moorthy, R., & Teo, C.-P. (2006). Berth management in container terminal: the template design problem. *OR-Spektrum*, 28(4), 495-518. <http://dx.doi.org/10.1007/s00291-006-0036-5>.
- Nishimura, E., Imai, A., & Papadimitriou, S. (2001). Berth allocation planning in the public berth system by genetic algorithms. *European Journal of Operational Research*, 131(2), 282-292. [http://dx.doi.org/10.1016/S0377-2217\(00\)00128-4](http://dx.doi.org/10.1016/S0377-2217(00)00128-4).
- Park, K. T., & Kim, K. H. (2002). Berth scheduling for container terminals by using a sub-gradient optimization technique. *The Journal of the Operational Research Society*, 53(9), 1054-1062. <http://dx.doi.org/10.1057/palgrave.jors.2601412>.
- Park, Y. M., & Kim, K. H. (2003). A scheduling method for berth and quay cranes. *OR-Spektrum*, 25(1), 1-23. <http://dx.doi.org/10.1007/s00291-002-0109-z>.

- Rashidi, H., & Tsang, E. (2013). Novel constraints satisfaction models for optimization problems in container terminals. *Applied Mathematical Modelling*, 37(6), 3601-3634. <http://dx.doi.org/10.1016/j.apm.2012.07.042>.
- Rodrigues, P. H., Rosa, R. A., Arpini, B. P., Bissoli, A. L., & Ribeiro, G. M. (2015). Planejamento de atracação de navios por meio de um modelo matemático para o problema de alocação de berços contínuos com descontinuidade do cais. *Transportes*, 23(1), 37-46. <http://doi.org/10.4237/transportes.v23i1.861>. TRANSPORTES.
- Sabar, N. R., Chong, S. Y., & Kendall, G. (2015). A hybrid differential evolution algorithm: game theory for the berth allocation problem. In *Proceedings of the 18th Asia Pacific Symposium on Intelligent and Evolutionary Systems* (vol. 2, pp. 77-87). Berlin: Springer.
- Stahlbock, R., & Voß, S. (2008). Operations research at container terminals: a literature update. *OR-Spektrum*, 30(1), 1-52. <http://dx.doi.org/10.1007/s00291-007-0100-9>.
- Steenken, D., Voß, S., & Stahlbock, R. (2004). Container terminal operation and operations research: a classification and literature review. *OR-Spektrum*, 26(1), 3-49. <http://dx.doi.org/10.1007/s00291-003-0157-z>.
- Tang, L., Li, S., & Liub, J. (2009). Dynamically scheduling ships to multiple continuous berth spaces in an iron and steel complex. *International Transactions in Operational Research*, 16(1), 87-107. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1475-3995.2009.00662.x>.
- Theofanis, S., Boile, M., & Golias, M. (2007). An optimization based genetic algorithm heuristic for the berth allocation problem. In *IEEE Congress on Evolutionary Computation 2007 – CEC 2007* (4439-4445). Washington: IEEE Computer Society.
- Ting, C., Wu, K., & Chou, H. (2014). Particle swarm optimization algorithm for the berth allocation problem. *Expert Systems with Applications*, 41(4), 1543-1550. <http://dx.doi.org/10.1016/j.eswa.2013.08.051>.
- Tong, C. J., Lau, H. C., & Lim, A. (1999). Ant colony optimization for the ship berthing problems. In P. S. Thiagarajan & R. Yap (Eds.), *5th Asian Computing Science Conference – ASIAN'99* (Lecture Notes in Computer Science, 1742, pp. 359-370). Berlin: Springer.
- Umang, N., Bierlaire, M., & Vacca, I. (2013). Exact and heuristic methods to solve the berth allocation problem in bulk ports. *Transportation Research Part E, Logistics and Transportation Review*, 54, 14-31. <http://dx.doi.org/10.1016/j.tre.2013.03.003>.
- Vacca, I., Bierlaire, M., & Salani, M. (2007). Optimization at container terminals: status, trends and perspectives. In *Proceedings of the Swiss Transport Research Conference – STRC* (pp. 1-21). Ascona: Monte Verità.
- Vervloet, H. L. L., & Rosa, R. A. (2016). Modelo matemático para planejamento da atracação de navios sob o contrato de charter party. *Transportes*, 24(1), 84-94. <http://doi.org/10.14295/transportes.v24i1.976>.
- Vis, I. F. A., & Koster, R. (2003). Transshipment of containers at a container terminal: an overview. *European Journal of Operational Research*, 147(1), 1-16. [http://dx.doi.org/10.1016/S0377-2217\(02\)00293-X](http://dx.doi.org/10.1016/S0377-2217(02)00293-X).
- Wang, F., & Lim, A. (2007). A stochastic beam search for the berth allocation problem. *Decision Support Systems*, 42(4), 2186-2196. <http://dx.doi.org/10.1016/j.dss.2006.06.008>.
- Yan, S., Lu, C.-C., Hsieh, J.-H., & Lin, H.-C. (2015). A network flow model for the dynamic and flexible berth allocation problem. *Computers & Industrial Engineering*, 81, 65-77. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cie.2014.12.028>.
- Zhen, L. (2015). Tactical berth allocation under uncertainty. *European Journal of Operational Research*, 247(3), 928-944. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2015.05.079>.
- Zhou, P., Kang, H., & Lin, L. (2006). A dynamic berth allocation model based on stochastic consideration. In *Proceedings of the 6th World Congress on Intelligent Control and Automation – WCICA 2006* (vol. 2, pp. 7297-7301). Washington: IEEE Computer Society.
- Zhou, P., & Kang, H. (2008). Study on berth and quay-crane allocation under stochastic environments in container terminal. *Systems Engineering - Theory & Practice*, 28(1), 161-169.