

## Coordenadas cartesianas x coordenadas geológicas em geoestatística: aplicação à variável vagarosidade obtida por perfilagem acústica

Vanessa Cerqueira Koppe

Mestranda, Eng. de Minas, DEMIN, UFRGS. E-mail: vkoppe@ufrgs.br

João Felipe Coimbra Leite Costa

PhD, Eng. de Minas, DEMIN, UFRGS. E-mail: jfelipe@ufrgs.br

Jair Carlos Koppe

Dr., Eng. de Minas/Geólogo, DEMIN, UFRGS. E-mail: jkoppe@ufrgs.br

### Resumo

O planejamento da lavra de um depósito mineral envolve o conhecimento de um ou mais atributos desse depósito. Esse conhecimento é obtido através de amostras do atributo em certos locais do depósito. Contudo a coleta de amostras pode envolver elevados custos, o que restringe o número de amostras e os locais onde valores do atributo são conhecidos. Assim, a estimativa de valores, em locais não amostrados, se torna necessária. A idéia de estimar valores em grids tridimensionais, utilizando amostras em coordenadas cartesianas e algoritmos da geoestatística pode levar a estimativas equivocadas em certas situações. Comumente, esse tipo de coordenadas não é compatível com a aplicação da geoestatística, visto que esse tipo de coordenadas pode prejudicar a determinação da continuidade dos valores amostrais e essa continuidade é a base dos algoritmos geoestatísticos. Assim, a questão da transformação de coordenadas cartesianas para coordenadas que permitam uma melhor determinação da continuidade dos valores amostrais é abordada nesse artigo. Para exemplificar a metodologia, uma transformação de coordenadas em um caso real de estimativas do atributo vagarosidade de onda acústica é apresentado.

**Palavras-chave:** transformação de coordenadas, geoestatística, desdobramento.

### Abstract

*Mining planning requires the knowledge of one or more of the deposit's attributes. This knowledge is obtained through attribute samples taken at certain locations. However, the sampling can be extremely costly which restricts the number of samples and locales where attribute values are known. Thus, the estimation of values, in unsampled locales, becomes necessary. The idea of value estimation in three-dimensional grids, using samples in Cartesian coordinates and geostatistical algorithms is the subject which has been approached. Nevertheless, commonly, this type of coordinates is not compatible to geostatistical application, since, this type of coordinates might damage the determination of the sample value's continuity and this continuity is the base of geostatistical algorithms. So, the question of Cartesian coordinate's transformation to coordinates that allow better sample-value continuity determination is approached in this paper. To demonstrate a coordinate's transformation, a real case of sonic wave slowness estimates is presented.*

**Keywords:** *coordinates transformation, geostatistics, unfolding.*

## 1. Introdução

A geoestatística compreende o conjunto de métodos que tem, por objetivo, a estimativa de valores de um atributo, que são correlacionados no tempo e/ou espaço. Essas estimativas são feitas baseadas no modelo de continuidade temporal/espacial desse atributo, que, por sua vez, é construído baseado nos valores das amostras desse atributo. Geralmente, o posicionamento das amostras de campo e o modelamento dos depósitos minerais são baseados em coordenadas cartesianas, que procuram representar a configuração em subsuperfície, das camadas que compõem o depósito em estudo. Porém o uso desse sistema de coordenadas pode dificultar a determinação da continuidade dos valores amostrais, produzindo estimativas equivocadas de valores do atributo.

No momento da formação dos depósitos minerais, os minerais são cristalizados em posições coerentes com o processo geológico atuante e, por isso, esse processo determina a continuidade de atributos relacionados com a constituição das rochas (ex. teor de um mineral). Eventos geológicos posteriores à formação do depósito, como dobramentos, podem modificar a direção de continuidade de certos atributos.

A fim de contornar essa questão, novas idéias a respeito da transformação de coordenadas cartesianas têm surgido (McArthur, 1987; Deutsch, 2002). Coordenadas estratigráficas (ou geológicas) seriam coordenadas baseadas na real continuidade do atributo em estudo. Normalmente, no caso dos depósitos de carvão, essa continuidade concorda com a estratigrafia do depósito. A transformação de coordenadas cartesianas para coordenadas estratigráficas tem, como objetivo, colocar a continuidade de um atributo em um mesmo sistema de coordenadas, para que as direções de anisotropia possam ser bem determinadas e melhores estimativas de valores do atributo sejam realizadas.

Em depósitos de origem sedimentar, como o carvão, sedimentos deposi-

tados em uma mesma época geológica tendem a apresentar alta correlação espacial. Esses sedimentos, comumente, são acumulados em bacias sedimentares que determinam a forma que as camadas adquirem. A continuidade dos sedimentos pode ser melhor determinada na geoestatística se sua forma for “desdobrada em uma mesma direção”. Essa questão de transformação de coordenadas não é exclusiva a depósitos de carvão, estando presente em vários tipos de mineralizações (McArthur, 1987).

Uma vez demonstrado a necessidade de medir-se a continuidade espacial de um atributo geológico, usando um sistema de coordenadas adequado, esse estudo discute uma metodologia para minimizar o viés no cálculo do variograma e na estimativa se utilizada uma base cartográfica inadequada para o problema físico abordado. Esse estudo apresenta uma comparação entre resultados obtidos com o uso de coordenadas cartesianas e coordenadas estratigráficas na determinação da direção de maior continuidade (3D) e na krigagem ordinária (3D) (Matheron, 1963) de um atributo. Para esse exemplo, um caso real foi utilizado e o atributo estudado foi vagarosidade (inverso da velocidade) de propagação da onda acústica em meio rochoso. Estimativas de valores tridimensionais de vagarosidade de onda acústica podem ser combinadas a dados obtidos pelo método geofísico de sísmica, para obtenção de valores de profundidade de uma camada de interesse (Koppe et al., 2004).

## 2. Metodologia

Valores (amostras) de vagarosidade foram coletados pelo método geofísico de Perfilagem Acústica, em intervalos de 5 cm ao longo de furos verticais perfilados em um depósito de carvão. As amostras de vagarosidade de onda acústica foram coletadas ao longo de diferentes litologias.

O depósito estudado apresentava diversas camadas de carvão intercaladas com camadas de rocha estéril. As definições das capas e lapas de cada camada

de carvão foram descritas a partir dos testemunhos das sondagens. Essas formações foram utilizadas na construção dos modelos geológicos dessas camadas, os quais mostraram camadas quase horizontais, apresentando um leve dobramento sinforme.

O leve dobramento das camadas de carvão do depósito poderia interferir nas estimativas de vagarosidade, já que a maior continuidade dos estratos (e do atributo vagarosidade) seria numa direção próxima a direção horizontal. A determinação dessa continuidade poderia ser prejudicada pela mistura de amostras em mesmos níveis z (elevação), porém pertencentes a distintas litologias.

Geralmente, amostras de diferentes domínios geológicos são separadas antes da realização de estimativas de alguma variável no interior desses domínios. Contudo a hipótese da separação das amostras de vagarosidade por domínios geológicos é inviável nesse tipo de estudo, devido à grande quantidade de amostras de vagarosidade e ao número de camadas geralmente distinguidas em depósitos de carvão. Em vista desses fatos, o desdobramento (transformação das coordenadas cartesianas em coordenadas estratigráficas) do depósito poderia ser uma forma de aprimorar os resultados das estimativas de vagarosidade. A mudança de coordenadas faria com que fossem utilizadas, preferencialmente, amostras de um domínio geológico igual ao domínio do ponto onde estaria ocorrendo a estimativa.

A capa (*hanging wall*) da principal camada de carvão do depósito (camada CL) foi utilizada como referência para transformação das coordenadas das amostras de cartesianas para coordenadas estratigráficas. A interpretação geológica considerou que a capa dessa camada representaria a continuidade do atributo vagarosidade.

A capa da camada CL foi aplainada e as demais camadas do depósito tiveram suas coordenadas modificadas, mantendo a distância relativa à capa da CL inalterada. Essa mudança foi realizada considerando a cota vertical da capa

da camada, demarcada em cada furo de sonda (mesmos furos perfilados), igual a zero. A equação 1 demonstra essa transformação de coordenadas.

$$Z(i)_{\text{estr}} = Z(i) - Z(i)_{\text{cc}} \quad i = 1, \dots, n \quad (1)$$

onde:

$Z(i)_{\text{estr}}$  = nova coordenada vertical da  $i$ -ésima amostra.

$Z(i)$  = atual coordenada vertical da  $i$ -ésima amostra.

$Z(i)_{\text{cc}}$  = coordenada vertical da capa da camada CL, situada na mesma linha vertical (ao longo de idênticas coordenadas X e Y) da  $i$ -ésima amostra.

$n$  = número de amostras.

A Figura 1 apresenta representações da principal camada de carvão em coordenadas cartesianas e em coordenadas estratigráficas. A transformação realizada não considerou correções nas distâncias horizontais entre amostras. Em casos de camadas fortemente dobradas, essa transformação poderia modificar, significativamente, a continuidade espacial calculada em direções horizontais. Contudo o depósito em estudo apresenta apenas um leve dobramento das camadas, o que não resulta em erros significativos na determinação da continuidade horizontal. Além disso, os valores de vagarosidade apresentam uma forte continuidade horizontal. Assim, pequenas modificações nas distâncias horizontais entre as amostras não causam erros significativos nas estimativas do variograma experimental.

As estimativas em coordenadas estratigráficas resultantes da krigagem deveriam ser re-posicionadas em coordenadas cartesianas, para se obter um modelo de vagarosidade no sistema de coordenadas usualmente utilizado. Essa operação foi chamada de retrotransformação. Para a realização da retrotransformação, procede-se a modificação necessária na equação 1. Para determinar o valor da cota da capa que deveria ser somado às coordenadas verticais de

cada ponto do grid de vagarosidades, realizou-se a krigagem ordinária da variável cota da capa em um grid 2D. Os nós desse grid estão na mesma posição XY dos nós do grid de vagarosidade.

### 3. Resultados e discussão

A determinação da continuidade espacial do atributo vagarosidade, a ser utilizada na krigagem ordinária desse atributo, foi obtida a partir dos variogramas experimentais e do modelamento desses variogramas.

Variogramas experimentais foram construídos para amostras em coordenadas cartesianas e estratigráficas. Os variogramas mostraram que a variabilidade média entre amostras aumentava rapidamente nos primeiros metros. Esse rápido aumento ocorreu devido à natureza da variável vagarosidade, que é muito sensível a pequenas variações na composição das rochas. Isto quer dizer que, dentro de uma faixa de possíveis valores, a variável vagarosidade pode apresentar valores um tanto diferentes a pequenas distâncias (alto efeito pepita).

A Figura 2 mostra os variogramas horizontais isotrópicos das amostras de vagarosidade de onda acústica em coordenadas cartesianas e estratigráficas. Esses variogramas mostram uma grande continuidade no plano horizontal.

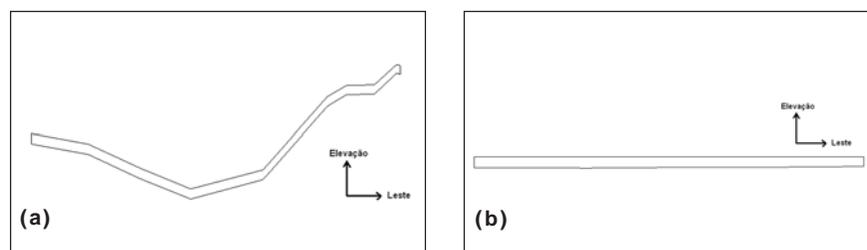
Analisando-se os variogramas experimentais isotrópicos, observa-se que em cada ponto o valor de variograma dos dados em coordenadas estratigráficas é em média 81% do valor do variograma

em coordenadas cartesianas e o modelo para o variograma estratigráfico apresenta um maior alcance da primeira estrutura. Isso evidencia que mesmo o leve dobramento das camadas em coordenadas cartesianas, ao longo da extensão do depósito, fez com que amostras de domínios geológicos diferentes fossem comparadas, o que aumenta a variabilidade entre amostras.

Apesar de a transformação das coordenadas originais em coordenadas estratigráficas não garantir que todos os pares de amostras incluam amostras de um mesmo domínio geológico, a utilização dessas coordenadas garantiu uma melhor caracterização da correlação espacial das amostras de vagarosidade.

A krigagem ordinária de bloco foi realizada para o atributo vagarosidade em coordenadas estratigráficas e em coordenadas cartesianas. A fim de verificar a validade das estimativas de vagarosidade, os seguintes procedimentos foram realizados:

- Análise estatística dos dados de vagarosidade pertencentes a camada CL.
- Estatística básica das estimativas de vagarosidade, realizadas com dados em coordenadas estratigráficas, dentro do modelo geológico (em coordenadas estratigráficas) da camada CL.
- Estatística básica das estimativas de vagarosidade, realizadas com dados em coordenadas cartesianas, dentro do modelo geológico (em coordenadas cartesianas) da camada CL.
- Comparação dos resultados das análises estatísticas.



**Figura 1** - (a) Seção vertical da camada CL em coordenadas cartesianas (exagero vertical). (b) Seção vertical da camada CL (mesma apresentada na Figura 2(a)) em coordenadas estratigráficas (exagero vertical).

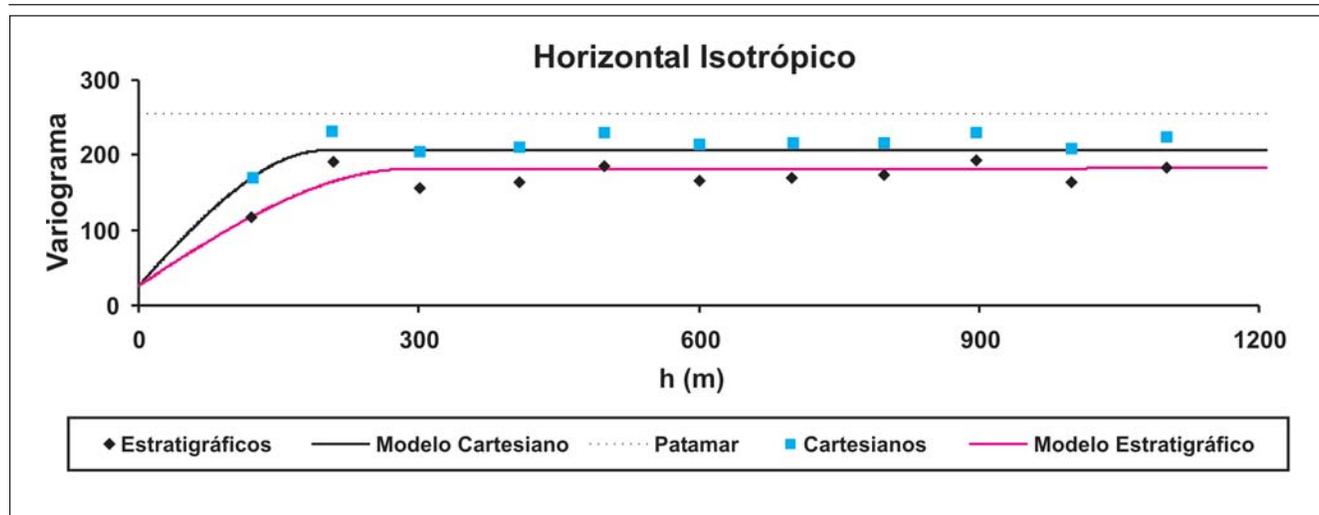


Figura 2 - Variograma horizontal isotrópico e seu modelo.

Os histogramas (Deutsch e Journel, 1998) para as amostras desagrupadas de vagarosidade, estimativas estratigráficas e estimativas cartesianas, pertencentes à camada CL, são apresentados na Figura 3. Essa figura mostra que o histograma para as estimativas de vagarosidade em coordenadas estratigráficas é semelhante ao histograma das amostras desagrupadas, ao contrário do histograma para as estimativas em coordenadas cartesianas.

A utilização de amostras de domínios geológicos diferentes, na estimativa de um mesmo ponto, causou a nítida diferença entre os histogramas das estimativas em coordenadas cartesianas e das amostras desagrupadas, atestando a não validade do modelo de vagarosidade com esse sistema de coordenadas. Isso se deve ao fato de que os valores das amostras de vagarosidade pertencentes à camada de carvão são muito maiores do que os valores das amostras pertencentes a outras camadas e a combinação desses valores provocou uma diminuição na média das estimativas dentro da camada CL. A Figura 4 ilustra essa situação. Em coordenadas cartesianas, a estimativa pertencente à camada apresentaria o valor 96, contrastante com os valores das amostras pertencentes à camada, que levariam a um valor usando o sistema estratigráfico na ordem de 127

(considerando mesmo peso para todas amostras utilizadas).

Nesse estudo, o impacto da utilização de coordenadas estratigráficas, ao invés de cartesianas, pode ser facilmente observado quando as estimativas de vagarosidade são utilizadas para determinação da espessura da camada CL.

A espessura de uma camada pode ser determinada pela multiplicação da velocidade média pelo tempo da onda que se propagou a partir da capa até a lapa da camada. Suponha a média de cada histograma como vagarosidade média da onda que se propagou a partir da capa até a lapa da camada CL. A espessura da camada CL, para o caso estratigráfico, seria aproximadamente 76% da espessura determinada para o caso cartesiano, considerando mesmo tempo de propagação da onda para ambos casos. A diferença entre o grid de vagarosidade média obtido por coordenadas estratigráficas e o grid de vagarosidade média obtido por coordenadas cartesianas causou uma diferença significativa entre as espessuras determinadas por esses dois sistemas de coordenadas.

A transformação das coordenadas originais em estratigráficas diminuiu a utilização de amostras de diferentes domínios geológicos na estimativa de um mesmo ponto. Assim, as estimativas pro-

duzidas com a utilização do banco de dados em coordenadas estratigráficas foram escolhidas como mais próximas da realidade. Adicionalmente, essa retro-transformação pode introduzir um erro de posição nos valores de vagarosidade estimados, sendo essa a desvantagem na questão da transformação de coordenadas.

A Figura 5 apresenta um exemplo de incerteza da posição da estimativa causada pela retro-transformação segundo diferentes modelos da capa da camada. A estimativa do atributo é realizada em coordenadas estratigráficas e a posição dessa estimativa é relacionada à posição da capa da camada, nas mesmas coordenadas. Assim, a retro-transformação da estimativa depende do modelo da capa da camada em coordenadas cartesianas. A incerteza em relação ao modelo adotado é, também, a incerteza a respeito da posição da estimativa.

## 4. Conclusões

O uso de coordenadas estratigráficas, em casos como o exemplificado nesse artigo, resulta em uma melhor determinação da continuidade espacial do atributo em estudo e melhores estimativas dessa variável, em comparação com o uso de coordenadas cartesianas.

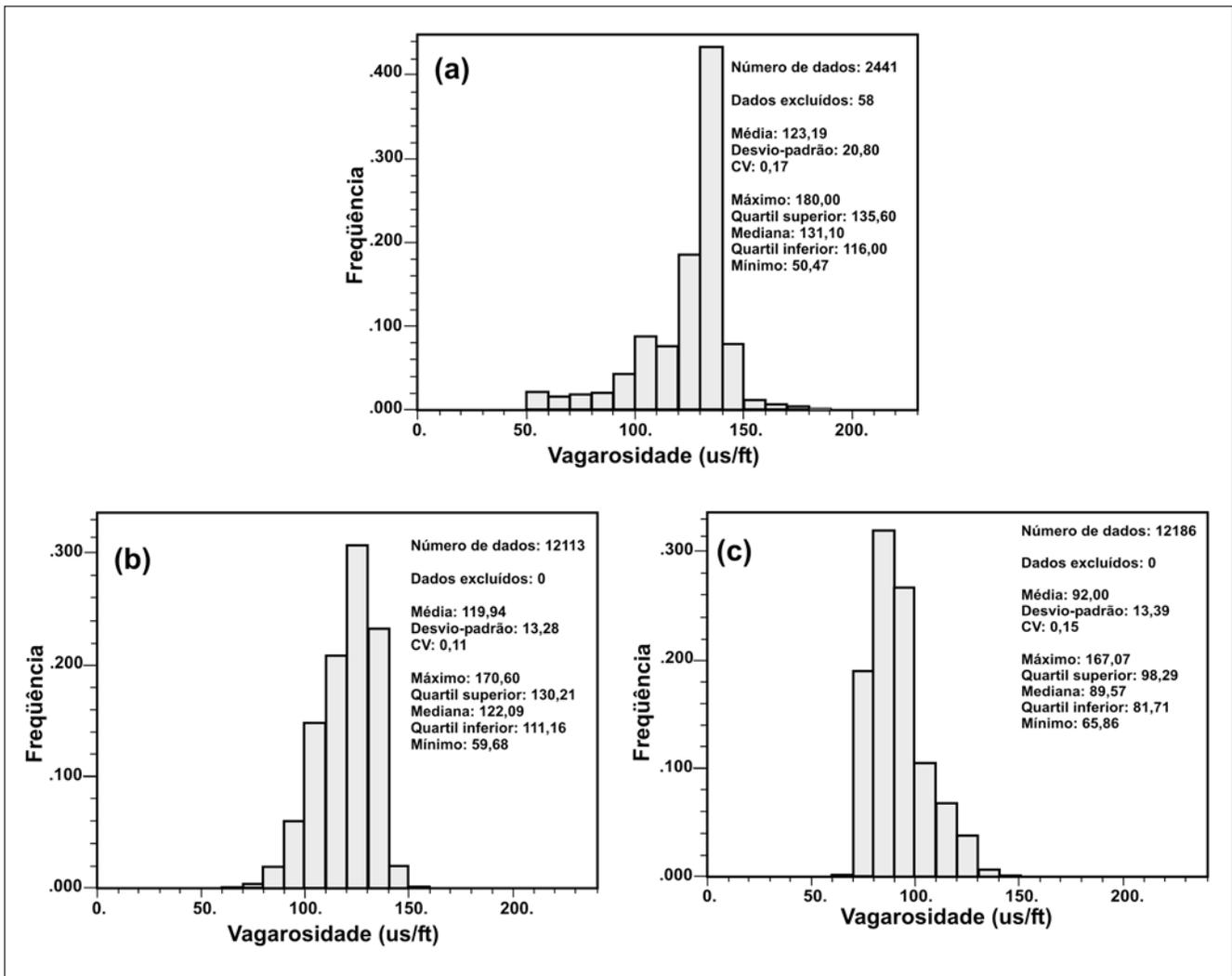


Figura 3 - (a) Histograma para as amostras desagrupadas de vagarosidade pertencentes à camada CL. (b) Histograma para as estimativas de vagarosidade em coordenadas estratigráficas pertencentes à camada CL. (c) Histograma para as estimativas de vagarosidade em coordenadas cartesianas pertencentes à camada CL.

A desvantagem do uso de coordenadas estratigráficas está no fato de que incertezas são agregadas nos valores das posições das estimativas. Contudo essas incertezas são, muitas vezes, menos significativas para os objetivos do estudo do que os erros associados aos valores das estimativas obtidas com coordenadas cartesianas.

## Referências bibliográficas

DEUTSCH, C. V., JOURNAL, A. G. *GSLIB: geostatistical software library and user's guide*. New York: Oxford University Press, 2. ed., 1998. 369p.

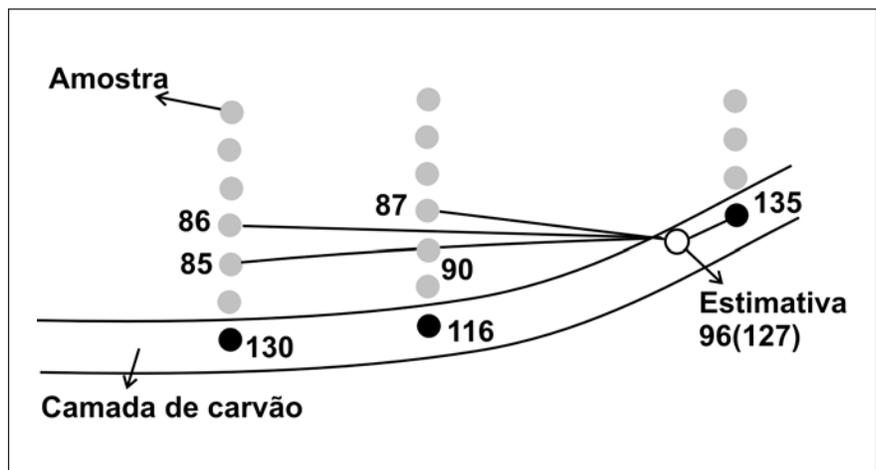


Figura 4 - Esquema de como foram realizadas algumas estimativas em coordenadas cartesianas e comparação entre os valores de uma estimativa obtida por coordenadas cartesianas (96) e de uma estimativa obtida por coordenadas estratigráficas (127).

DEUTSCH, C. V. *Geostatistical reservoir modeling*. New York: Oxford University Press, 2002. 376p.

KOPPE, V. C., GAMBIN F., COSTA J. F. C. L., KOPPE J. C., FALLON G., DAVIES N. Incorporating uncertainty in coal seam depth determination via seismic reflection and geostatistics. In: INTERNATIONAL GEOSTATISTICS CONGRESS, 17, 2004. Banff, Canadá. *Proceedings...* (In press).

McARTHUR G. J. Using geology to control geostatistics in the Hellyer deposit. *Mathematical Geology*, v. 20, n. 4, p.343-366, 1988.

MATHERON, G. Principles of Geostatistics. *Economic Geology*, n. 58, p. 1246-1266, 1963.

Artigo recebido em 06/06/2005 e  
aprovado em 12/01/2006.

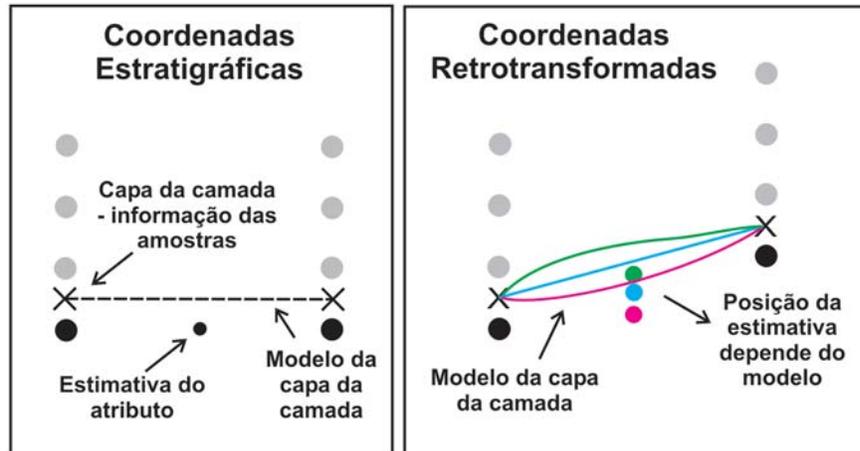


Figura 5 - Exemplo de incerteza da posição da estimativa causada pela retro-transformação segundo diferentes modelos da capa da camada. O modelo representado pela cor verde determinou a posição da estimativa demarcada pelo círculo verde. O modelo representado pela cor azul determinou a posição da estimativa demarcada pelo círculo azul. O modelo representado pela cor rosa determinou a posição da estimativa demarcada pelo círculo rosa.

\*\*\*\*\*

## REM - Revista Escola de Minas 70 anos divulgando CIÊNCIA.

\*\*\*\*\*

REM: a mais antiga revista técnico-  
científica do setor mineiro-metalúrgico.

\*\*\*\*\*

[www.rem.com.br](http://www.rem.com.br)

\*\*\*\*\*