

## Flambagem lateral com torção em vigas com perfis de alma senoidal

(Beams with sinusoidal web subjected to lateral torsional buckling)

Gílson Queiroz

*Prof. Dr., Departamento de Engenharia de Estruturas da UFMG. E-mail: gilson@dees.ufmg.br*

Lourdiane Gontijo das Mercês Gonzaga

*Mestre, Departamento de Engenharia de Estruturas da UFMG. E-mail: lourdiane@dees.ufmg.br*

Roberval José Pimenta

*Mestre, Departamento de Engenharia de Estruturas da UFMG. E-mail: roberval@codeparsa.com.br*

Ricardo Hallal Fakury

*Prof. Dr., Departamento de Engenharia de Estruturas da UFMG. E-mail: fakury@dees.ufmg.br*

Francisco Carlos Rodrigues

*Prof. Dr., Departamento de Engenharia de Estruturas da UFMG. E-mail: francisco@dees.ufmg.br*

### Resumo

Desenvolveu-se um modelo de elementos finitos para análise da flambagem lateral com torção de vigas com alma senoidal, levando em conta aspectos importantes como tensões residuais e imperfeições iniciais. O modelo desenvolvido foi validado por meio de comparação com os resultados de quatro ensaios experimentais. Inicialmente faz-se uma análise de autovalores e autovetores do modelo, determinando-se, assim, cargas e modos de flambagem com base na teoria linearizada de flambagem. A geometria original do modelo é alterada conforme o primeiro modo de flambagem, associando-se ao maior deslocamento a imperfeição inicial desejada. Faz-se, então, uma análise plástica incremental, considerando-se teoria de grandes deslocamentos, até que a degeneração física ou geométrica do sistema não permita novos incrementos do carregamento. São apresentadas as comparações entre resultados numéricos e experimentais, bem como comparações dos resultados de oito análises numéricas com as previsões de um procedimento baseado na norma NBR 8800 (1986). Para essas últimas comparações, foram escolhidos 6 modelos cuja instabilidade ocorre fora do regime elástico e 2 no regime elástico. Na aplicação da norma, desprezou-se a alma senoidal no cálculo das propriedades geométricas.

**Palavras-chave:** Flambagem lateral com torção, resistência de vigas de aço com alma senoidal.

### Abstract

*A Finite Element model was developed in order to study the behavior of beams with sinusoidal webs, subjected to Lateral Torsion Buckling, taking into account residual stresses and initial imperfections. The numerical model was validated by comparison with four experimental tests. To start the analysis of the model, a linear buckling analysis is made to find the first eigenvalue and the correspondent buckling mode. The next step is to assign the buckling mode to the geometrical model and the initial imperfection to the maximum mode displacement. Then an incremental plastic analysis is done, taking into account large deflections, until the model is unable to take on any other load increments due to physical or geometrical degeneration. Comparisons between numerical and experimental results are included. Comparisons between the results of eight numerical analyses and the correspondent provisions of a procedure based on the Brazilian code NBR 8800 (1986) are also included. For these eight comparisons 6 models were chosen to reach instability in the inelastic range and 2 in the elastic range. The sinusoidal web was ignored for the calculation of the geometrical properties.*

**Keywords:** Lateral-torsional buckling, sinusoidally-corrugated web beams, experimental and numerical analyses.

## 1. Introdução

Ainda não existem normas de projeto para os perfis de alma corrugada senoidal, que tratem de todos os fenômenos envolvidos em seu comportamento estrutural. Para determinação do momento que provoca a flambagem lateral com torção das vigas de alma corrugada, procedimentos simplificados foram propostos na DAST-Ri 015 (1990), que recomenda desprezar a alma e obter o momento resistente a partir da força axial resistente da mesa comprimida.

Devido à insuficiência das normas técnicas atuais, estão sendo desenvolvidas, no Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, as seguintes pesquisas relacionadas às vigas de perfis de aço com alma corrugada senoidal:

- Flambagem lateral com torção e flambagem local da mesa nos regimes elástico e inelástico e proposições de métodos de projeto.
- Estudos sobre o comportamento de vigas mistas, incluindo flambagem lateral com distorção nas regiões de momento negativo.
- Ligações mistas.

A finalidade desse trabalho é apresentar um modelo de elementos finitos

para análise da flambagem lateral com torção de vigas com alma senoidal, levando-se em conta aspectos importantes como tensões residuais e imperfeições iniciais. O modelo desenvolvido foi validado por meio de comparação com os resultados de quatro ensaios experimentais. Em seguida, resultados obtidos com este modelo foram comparados com resultados baseados em um procedimento de cálculo do momento resistente à FLT baseado na norma NBR 8800 (1986), desprezando-se a alma no cálculo de propriedades geométricas da seção transversal.

## 2. Análise experimental

### 2.1 Descrição geral

A investigação experimental consistiu na realização de quatro ensaios em duas vigas simplesmente apoiadas, uma de cinco metros e outra de seis metros de comprimento (Queiroz et al., 2006). Nos dois primeiros ensaios, cada viga foi ensaiada com contenções laterais apenas nos apoios; nos ensaios seguintes, foi adicionada mais uma contenção no centro do vão. Nessa seqüência, as vigas tiveram comportamento elástico nos ensaios sem contenção central, tendo sido possível, assim, sua reutilização nos ensaios com travamento central.

As resistências nominais ao escoamento ( $f_y$ ) eram de 350 MPa para as mesas e 300 MPa para a alma. As resistências reais e as dimensões medidas das seções transversais (conforme Figura 1) das vigas ensaiadas são apresentadas na Tabela 1. Os perfis apresentaram curvaturas laterais, com imperfeições horizontais máximas de 1,92 mm e 13,21 mm, para viga de 5 metros e para viga de 6 metros, respectivamente.

Nos ensaios sem travamento central, foi utilizado um sistema com rolos sobre um cilindro maciço de aço, entre o atuador hidráulico e a viga, como mostra a Figura 2(a), para permitir que o atuador hidráulico pudesse se deslocar horizontalmente com auxílio de um mecanismo de translação. O cilindro maciço é fixo na viga.

Os deslocamentos transversais das vigas foram medidos com dois transdutores de deslocamentos (DT) colocados no centro do vão da viga, sendo um próximo à mesa superior da viga e outro próximo à mesa inferior. Na mesa inferior, colocou-se um relógio comparador de leitura digital (REC) para a leitura do deslocamento vertical. Para os ensaios com travamento central, foi aplicada uma força vertical na parte superior da viga, distribuída em uma área de, aproximadamente, 150x150 mm por meio de uma placa rígida, conforme Figura 2 (b). Os deslo-

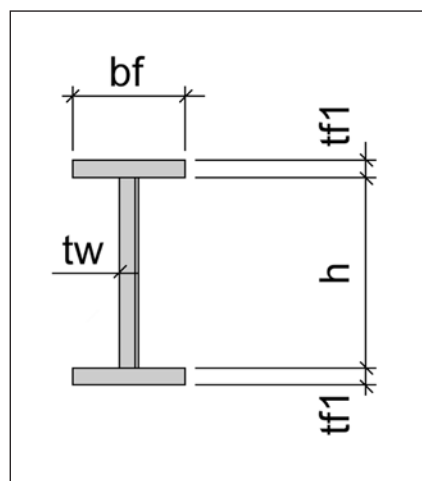


Figura 1 - Geometria das seções transversais dos modelos.

Tabela 1 - Dimensões e propriedades medidas.

	Nominal	PSS 600x150x8x2x5000	PSS 600x150x8x2x6000
$t_{f1}$ (mm)	8	8,31	8,39
$t_w$ (mm)	2	2,0	2,0
$b_f$ (mm)	150	150	150
$h$ (mm)	600	593	593
$L$ (mm)	5000/6000	5000	6000
$f_y$ mesa (MPa)	350	470	470
$f_y$ alma (MPa)	300	358	358

camentos transversais foram medidos com auxílio de um DT e de um relógio comparador de leitura digital (REC), colocados a um quarto e três quartos do vão da viga, respectivamente, próximos às mesas. Para a leitura do deslocamento vertical colocou-se um DT na mesa inferior, na seção central.

Nos apoios das extremidades, foram utilizados pórticos rígidos em forma de U, conectados às vigas através de tirantes, simulando a contenção tipo vínculo de garfo (Figura 3), que restringe deslocamentos verticais e rotações em torno do eixo da viga, mas libera deslocamentos horizontais na direção do eixo da viga. Para completar o sistema de apoio, em cada modelo, foram utilizados roletes metálicos entre a viga e o apoio.

Em ambos os casos, com ou sem travamento central, deformações específicas nos modelos foram medidas por extensômetros elétricos de resistência (EER), colocados, tanto na face externa quanto na face interna das mesas na seção transversal central. Mediram-se, também, deformações na alma, próximas à mesa superior.

## 2.2 Resultados obtidos

Apresentam-se, na Tabela 2, a carga última ( $P_u$ ), o momento último ( $M_u$ ) e o modo de colapso obtidos nos ensaios dos protótipos. São dados, também, valores teóricos do momento de plastificação ( $M_p$ ).

Para as vigas sem contenção central, o modo de colapso foi flambagem lateral com torção (FLT) e, para vigas com essa contenção, o modo de colapso foi flambagem local da mesa comprimida (FLM). As Figuras 4 e 5 mostram o estágio final dos ensaios da viga de 6 metros sem contenção central e com contenção central, respectivamente.

Com base em cálculos prévios, a expectativa era de que ocorressem flambagem lateral com torção nos ensaios sem contenção central e, possivelmente, plastificação total das mesas naquelas com contenção central. Entretanto, conforme mostrado na Tabela 2, nos modelos com travamento central, ocorreu colapso por flambagem local da mesa comprimida, para um momento inferior

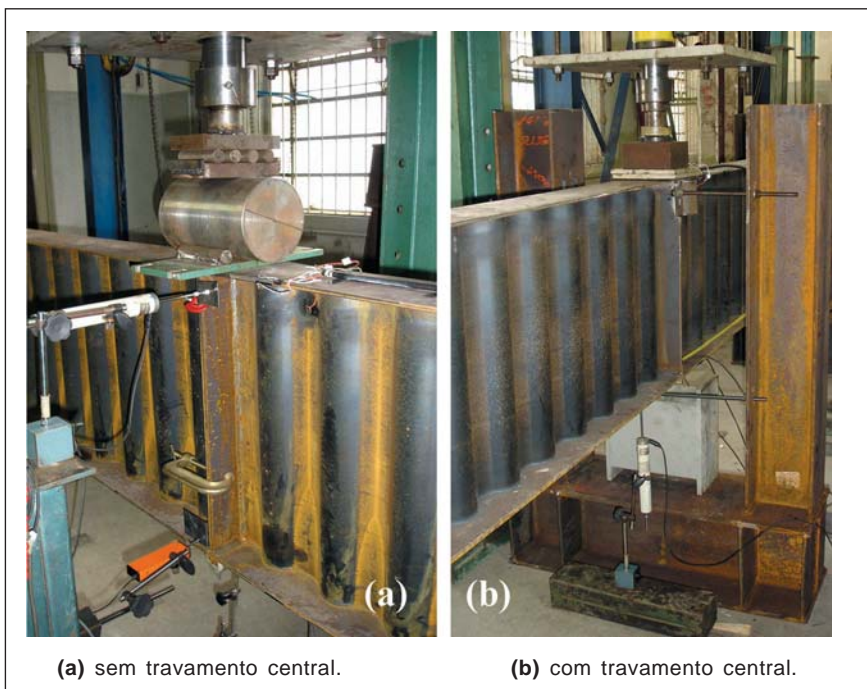


Figura 3 - Apoio das extremidades.

Figura 2 - Esquema de montagem e instrumentação dos ensaios.

Tabela 2 - Carga última ( $P_u$ ), momento último ( $M_u$ ) e modo de colapso.

Modelo	Contenção central	$M_p$ (kN.cm)	$P_u$ (kN)	$M_u$ (kN.cm)	Modo de colapso
PSS 600x150x8x2x5000	não	35228	72,5	9062,5	FLT
	sim	35228	247,0	30875,0	FLM
PSS 600x150x8x2x6000	não	35572	39,1	5865,0	FLT
	sim	35572	210,3	31545,0	FLM

ao de plastificação da seção. Isso pode ser explicado pela maneira como a carga foi aplicada nesses protótipos, ou seja, diretamente sobre as mesas, induzindo altas tensões localizadas na alma, o que acarretou o aparecimento precoce de instabilidade local da mesa comprimida nessa região.

### 3. Modelo de elementos finitos

Um modelo de elementos finitos, utilizando o software ANSYS (ANSYS, 2004), foi desenvolvido para simular os modelos ensaiados. Nas análises, foram utilizadas dimensões medidas das seções transversais (Tabela 1), propriedades dos materiais e condições de contorno reais, com exceção do módulo de elasticidade, tomado igual ao valor fornecido pela NBR 8800 (1986). Considerou-se, também, a posição correta da carga em relação ao centro de cisalhamento da viga.

As chapas foram modeladas usando-se o elemento de casca SHELL 181, de 4 nós, exceto nas regiões das mesas próximas à junção com a alma senoidal, onde foram necessários elementos triangulares. No detalhe da Figura 6, pode-se observar a discretização da mesa do perfil senoidal.

O material foi considerado elástico, perfeitamente plástico, obedecendo ao critério de escoamento de von Mises. No diagrama bi-linear ( $\sigma$ - $\epsilon$ ), utilizaram-se  $E = 205.000$  MPa e a tensão de escoamento obtida experimentalmente.

Em ambas as extremidades das vigas, foram impostas condições de contorno similares às reais (vínculos de garfo).

Nos modelos sem travamento central, o carregamento vertical foi aplicado 162 mm acima da mesa superior, simulando o sistema mostrado na Figura 2(a). As imperfeições horizontais iniciais mencionadas no item 2.1 foram consideradas nas análises numéricas.

Para os modelos com travamento central, foram realizadas várias análises numéricas com intuito de se encontrar a melhor concordância com os resultados experimentais, contemplando-se os seguintes pontos: modo de introdução de carga, uso de elementos de contato, tensões residuais, flexibilidade do travamento central, outros tipos de imperfeições iniciais.

Foram consideradas tensões residuais longitudinais de compressão nas bordas das mesas e tensões residuais de tração no centro, de 115 MPa.

### 4. Comparação entre resultados numéricos e experimentais

Inicialmente, foram feitas análises linearizadas de flambagem com o intuito de se obterem as três primeiras cargas e os respectivos modos de flambagem elástica dos sistemas. Na análise de flambagem não-linear, para que o modelo fosse submetido a uma perturbação inicial, foi feita uma alteração da geometria, conforme o primeiro modo de flambagem, associando-se a imperfeição inicial, medida no protótipo, ao maior deslocamento do modo de flambagem. Após essa correção da geometria do modelo, procedeu-se a uma análise plástica incremental, considerando-se, teoria de grandes deslocamentos. A interrupção da análise pelo software ocorreu quando não foi possível atingir os critérios de convergência utilizados.



Figura 4 - PSS 600x150x8x2x6000 sem travamento central, após o ensaio.

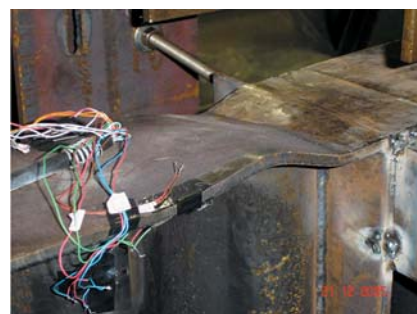


Figura 5 - PSS 600x150x8x2x6000 com travamento central, após o ensaio.

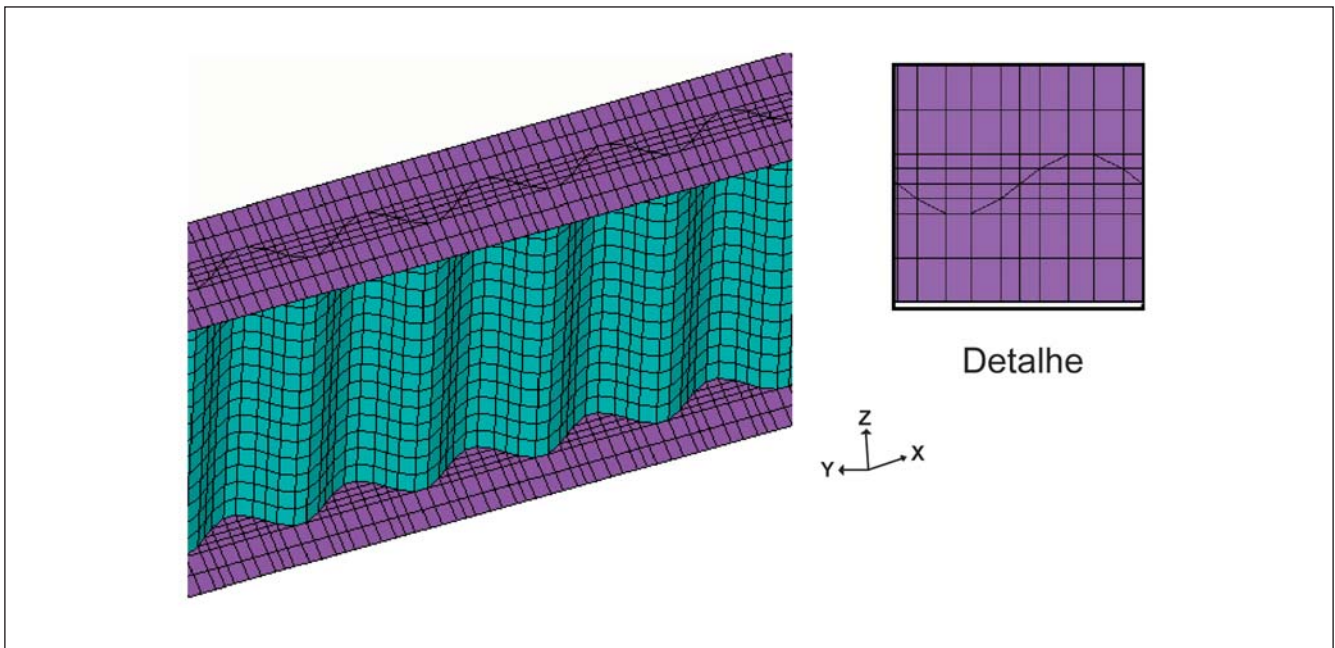


Figura 6 - Malha de elementos finitos da viga com alma senoidal.

Para os modelos sem travamento central, a carga última obtida ficou muito próxima da primeira carga de flambagem da análise linearizada, com seu comportamento aproximando-se de um modelo clássico de flambagem elástica. Por outro lado, para os modelos com travamento central, a carga última obtida foi muito inferior à primeira carga de flambagem da análise linearizada, caracterizando instabilidade no regime inelástico. A Tabela 3 mostra os resultados da análise numérica e, para comparação, os resultados da análise experimental. Observa-se que houve boa conformidade.

Pode-se observar, na Figura 7 (a) e (b), que o modo de colapso referente à análise plástica para as vigas sem contenção central foi flambagem lateral com torção (FLT), confirmando o que se observou nos ensaios experimentais.

As relações carga-deslocamento obtidas nas análises numéricas e experimentais são apresentadas nas Figuras 8 e 9.

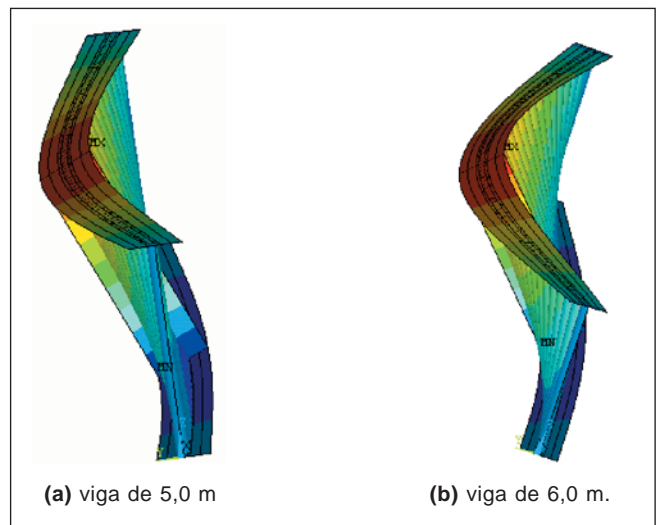


Figura 7 - Análise plástica das vigas sem travamento central.

Tabela 3 - Resultados numéricos e experimentais.

Modelo	Contenção central	Flambagem elástica $P_{cr}$ (kN)	Análise numérica $P_u$ (kN)	Análise experimental $P_u$ (kN)	$\frac{Num}{Exp}$
PSS 600x150x8x2x5000	Não	73,9	71,5	72,5	0,986
	Sim	670,0	252,9	247,0	1,024
PSS 600x150x8x2x6000	Não	45,8	42,0	39,1	1,074
	Sim	404,0	212,8	210,3	1,012

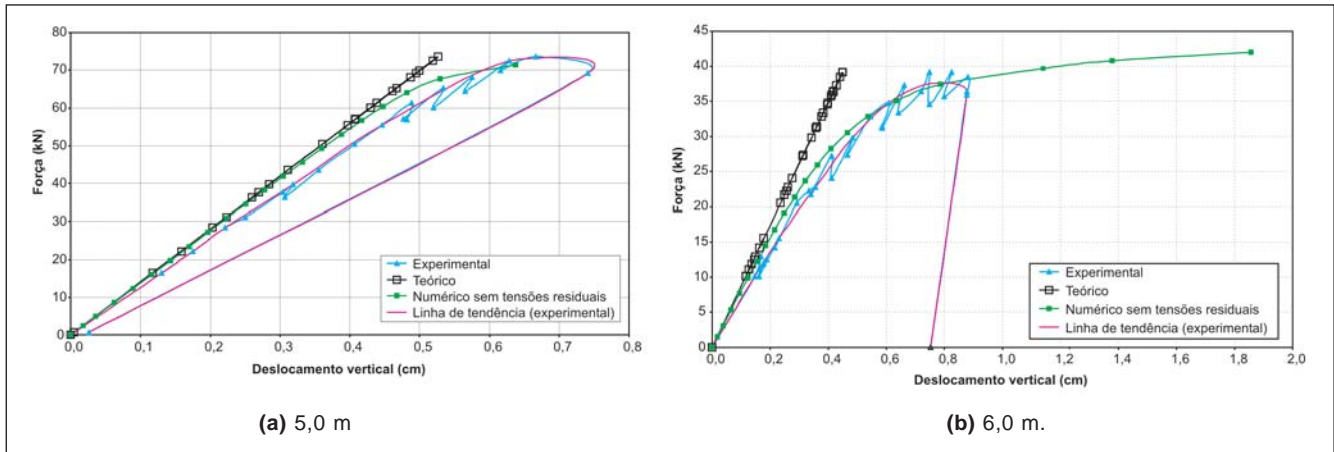


Figura 8 - Vigas sem travamento central: força x deslocamento vertical da viga - resultados experimentais, teóricos e numéricos.

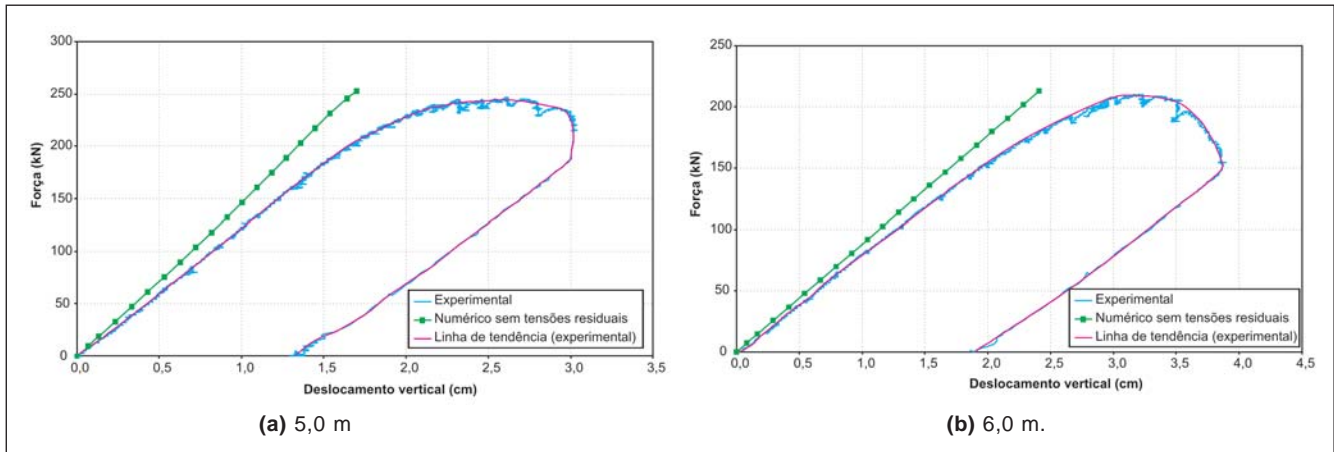


Figura 9 - Vigas com travamento central: força x deslocamento vertical da viga - resultados experimentais e numéricos.

Nos gráficos das vigas sem contenção central, são apresentados, também, os deslocamentos verticais calculados teoricamente, considerando-se comportamento linear e levando-se em conta a influência da força cortante. Observa-se um comportamento quase linear até a carga última, nos ensaios com travamento central, devido à ausência de propagação de zonas plastificadas nas vigas de alma senoidal, uma vez que a alma não participa da resistência ao momento-fletor.

A Figura 10 mostra a distribuição de tensões na alma, correspondente à carga última da viga de 5,0 m com travamento central. Como pode ser visto, a tensão de escoamento na alma foi atingida nas proximidades do ponto de aplicação da carga.

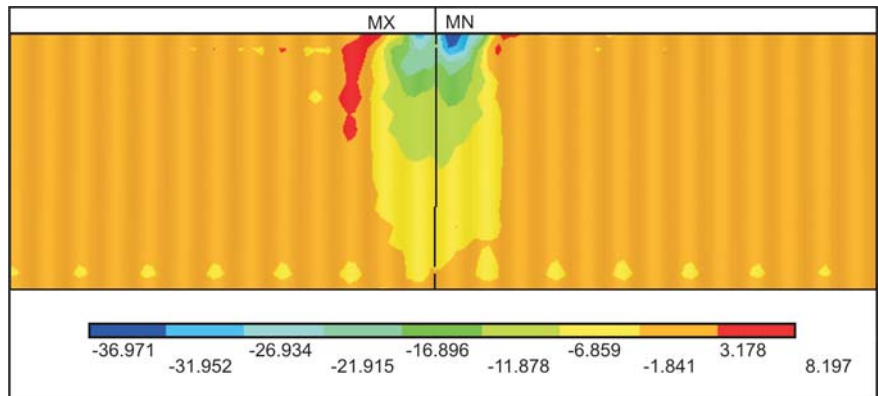


Figura 10 - PSS 600x150x8x2x5000 com travamento central - distribuição de tensões na alma em kN/cm<sup>2</sup>.

Como já comentado no item 2.2 da análise experimental, esse escoamento da alma, provavelmente, tenha sido a causa de a viga não ter atingido a carga que se esperava inicialmente, ou seja, próxima da carga de plastificação total das me-

sas. Nessa região, devido à perda de rigidez provocada pelo escoamento, a alma não mais seria capaz de oferecer restrição adequada à mesa comprimida, provocando, precocemente, o aparecimento de instabilidade local.

## 5. Procedimento baseado na NBR 8800 (1986)

O modelo de elementos finitos e os critérios usados na análise numérica foram aplicados a perfis de alma plana, considerando-se uma imperfeição inicial desprezível ( $L/3000$ ). Os resultados obtidos foram comparados com as previsões baseadas na NBR 8800 (1986) e a concordância foi praticamente de 100%.

Considerando-se que o modelo numérico foi, devidamente, validado, tanto experimentalmente, quanto por comparação com a NBR 8800 (1986), o mesmo foi utilizado para verificar um procedimento de cálculo para perfis com alma senoidal, baseado na NBR 8800 (1986). Para isto, foram processados oito casos com perfis de alma senoidal, considerando-se a imperfeição inicial de  $L/3000$  (Tabela 4). As previsões baseadas na norma também se encontram na Tabela 4 e foram feitas com as seguintes ponderações:

- a) Desprezou-se a alma senoidal para o cálculo das propriedades da seção transversal.
- b) Consideraram-se (inclusive na análise numérica) tensões residuais conforme previsto na NBR 8800 (1986) para perfis soldados, isto é, 115 MPa.

c) Mesmas condições de contorno da análise numérica (vínculos de garfo).

Os casos de 1 a 6 foram escolhidos de forma que o índice de esbeltez ficasse entre  $\lambda_r$  e  $\lambda_p$ ; para os casos 7 e 8, escolheram-se índices de esbeltez acima de  $\lambda_r$ . Na Figura 11, pode-se visualizar as informações da Tabela 4.

Como se observa na Tabela 4 e na Figura 11, as previsões com base na NBR 8800 (1986), com as ponderações menci-

onadas, ficam um pouco acima dos resultados da análise numérica. Provavelmente isto se deve à diferença significativa entre os valores do índice de esbeltez  $\lambda$  para perfis similares de alma plana e de alma senoidal. Nos perfis de alma plana, para um mesmo valor do momento de inércia mínimo da seção,  $I_y$ , tem-se uma área da seção bem superior à do perfil de alma senoidal correspondente e, conseqüentemente, um raio de giração  $i_y$  bem inferior.

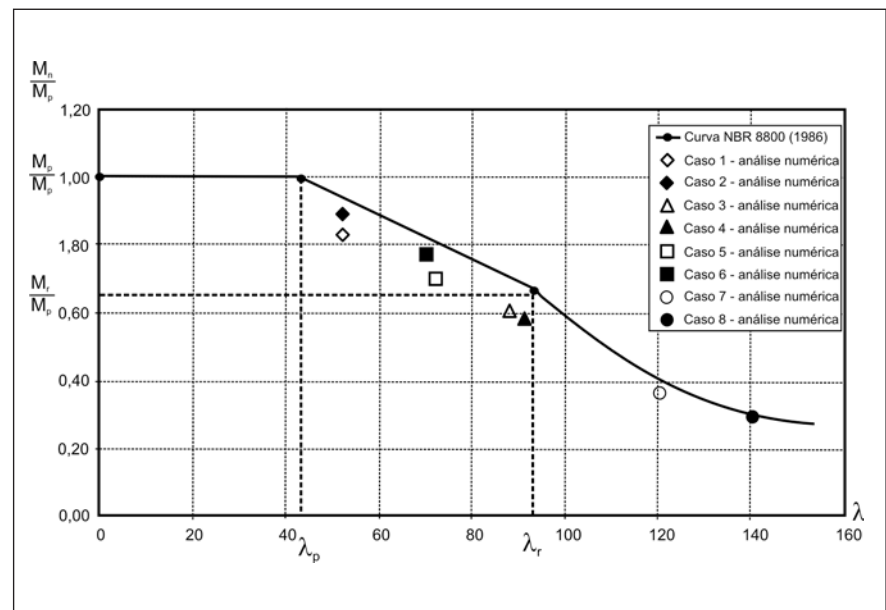


Figura 11 - Curva NBR 8800 (1986) e resultados obtidos pela análise numérica.

Tabela 4 - Comparação de resultados obtidos com base na NBR 8800 (1986) e pela análise numérica - momentos em kNcm.

Caso	NBR 8800 (1986)							Análise numérica			$\frac{M_n}{M_u}$
	$\lambda$	$\lambda_r$	$\lambda_p$	$M_{cr}$	$M_r$	$M_p$	$M_n$	$M_n^*$	$M_u$	Falha	
1	52	92,3	42,6	115025	34893	53200	49753	112656	43949	FLT	1,132
2	52	96,6	42,6	414136	119373	186200	174612	402997	165881	FLT	1,053
3	88	91,3	42,6	13017	11473	17290	11875	12954	10331	FLT	1,149
4	91	92,3	42,6	38303	34893	53200	35411	37926	30808	FLT	1,149
5	72	91,3	42,6	19400	11473	17290	13784	19241	12176	FLT	1,132
6	70	96,6	42,6	236326	119373	186200	152573	231182	142910	FLT	1,068
7	120	91,3	42,6	7042	11473	17290	7042	7054	6486	FLT	1,086
8	140	91,3	42,6	5198	11473	17290	5198	5229	4929	FLT	1,055

\* $M_n$ : momento de flambagem elástica.

Para comportamento elástico, não afetado por tensões residuais, Fakury et al. (2006) concluíram que o procedimento anteriormente apresentado é aplicável. Essa conclusão é corroborada pelas colunas  $M_{fl}$  e  $M_{cr}$  da Tabela 4. Embora, na mesma referência, tenha sido mencionada a possível aplicabilidade do procedimento ao regime inelástico, em função das análises mais recentes, pretende-se fazer um estudo parametrizado mais abrangente, utilizando o modelo desenvolvido, para propor um procedimento de cálculo aplicável às vigas de alma senoidal.

## 6. Conclusões

Mostrou-se, por meio de comparações com resultados experimentais, que o modelo de elementos finitos desenvolvido e a seqüência de análise numérica utilizada descrevem, adequadamente, o comportamento real de vigas com alma senoidal sujeitas à flexão. Na análise experimental, observou-se que a forma de aplicação de cargas locais influi na resistência última, devido à deformação da mesa sujeita à carga. Observou-se, tam-

bém, como esperado, que vigas com alma senoidal têm pouca capacidade de rotação plástica, porque não há propagação de escoamento das mesas para a alma. A alma não assume tensões longitudinais. Resultados obtidos com o modelo de elementos finitos foram comparados com resultados baseados na NBR 8800 (1986). Para perfis de alma plana, a conformidade foi muito boa. Numa próxima etapa, pretende-se fazer um estudo parametrizado mais abrangente com o modelo desenvolvido, para, com base estatística, propor um procedimento de cálculo para determinação da resistência de vigas com alma senoidal à FLT.

## 7. Agradecimentos

Os autores agradecem à FAPEMIG e à CODEME Engenharia pelo suporte dado a essa pesquisa.

## 8. Referências bibliográficas

- ABNT. NBR 8800: *Projeto e execução de estruturas de aço de edifícios*. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1986.
- ANSYS. *Theory reference*. Houston, USA: ANSYS Inc., 2004.
- CODEME ENGENHARIA S.A. *Perfis de alma senoidal*. Critérios de projeto, versão 1.0, Brasil, 2005.
- DASSt, Deutscher Ausschuss für Stahlbau. Richtlinie 015, 1990.
- FAKURY, R. H., HACKBARTH JUNIOR, H., CALENZANI, A. F. G., QUEIROZ, G., PIMENTA, R. J. Determinação do momento-fletor resistente de vigas de aço de alma senoidal à flambagem lateral com torção. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DA CONSTRUÇÃO METÁLICA - CICOM, 3. 2006. Ouro Preto, Brasil. 15p.
- QUEIROZ G., GONZAGA L. G. M., FAKURY R. H., RODRIGUES, F. C., PIMENTA R. J. Lateral-torsional buckling of sinusoidally-corrugated web beams. In: STABILITY AND DUCTILITY OF STEEL STRUCTURES, SDSS 2006. Lisboa, Portugal.

Artigo recebido em 28/11/2006 e aprovado em 28/11/2006.

\*\*\*\*\*

REM - Revista Escola de Minas  
71 anos divulgando CIÊNCIA.

\*\*\*\*\*

[www.rem.com.br](http://www.rem.com.br)

\*\*\*\*\*