

DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO NUMÉRICO HIDRODINÂMICO TRI-DIMENSIONAL LINEAR, PARA A SIMULAÇÃO E A PREVISÃO DA CIRCULAÇÃO NA PLATAFORMA BRASILEIRA, ENTRE 23° E 26° S

Joseph HARARI

Instituto Oceanográfico da Universidade de São Paulo (Caixa Postal 9075, 01000 São Paulo, SP)

Synopsis

A three-dimensional linear hydrodynamical numerical model, Heaps type, was developed and applied to the southeastern Brazilian continental shelf, to simulate motions in the sea due to astronomical and meteorological effects. The first experiment of the model reproduced the propagation of the principal lunar tidal component (M_2), allowing the plotting of its cotidal lines and current ellipses. In the second experiment, the circulation generated by astronomical factors only was simulated. And in the third experiment, the effect of the principal astronomical tidal components and meteorological effects observed in the area were reproduced, representing the total circulation in the shelf, in a period of high tidal elevations in the coast, due to the incursion of a deep cold front in this region.

Descriptors: Mathematical models, Simulation, Hydrodynamics, Tides, Coastal circulation, Continental shelf, Southeastern Brazilian coast.

Descritores: Modelos matemáticos, Simulação, Hidrodinâmica, Marés, Circulação costeira, Plataforma continental, Costa sudeste: Brasil.

Introdução

A circulação na plataforma sudeste do Brasil (Fig. 1) pode ser reproduzida através de um modelo numérico hidrodinâmico, de modo que se possa analisar processos hidrodinâmicos que ocorrem nesta área (Harari, 1984); esses processos são classificados em função das forças externas que produzem movimentos no oceano, as quais podem ser consideradas como sendo de natureza astronômica ou meteorológica, gerando as respectivas marés astronômica e meteorológica. O modelo desenvolvido permite reproduzir a propagação de componentes de maré isoladamente, a composição das principais componentes de maré (formando a maré astronômica), a maré meteorológica exclusivamente, ou então a combinação da maré astronômica com a meteorológica (representando assim aproximadamente a circulação total observada no mar). Os cálculos

desenvolvidos pelo modelo permitem a determinação da variação temporal das alturas de maré, correntes médias, transportes de volume e o campo tri-dimensional das correntes, em pontos de uma grade que cobre a plataforma modelada.

Processamentos do modelo reproduziram a propagação da principal componente lunar de maré (M_2) nesta plataforma, a maré astronômica nesta área e finalmente a circulação total observada nesta região, em períodos de interesse, e cujos resultados serão analisados.

Notação e dependência funcional das variáveis

x, y, z = sistema de coordenadas cartesianas; x e y são medidos no plano horizontal da superfície do mar sem distúrbios, em quaisquer direções perpendiculares; z é positivo para baixo

t = tempo

$\eta = \eta(x, y, t)$ = altura da maré, com origem em $z=0$ e positiva para cima

$h = h(x, y)$ = profundidade média

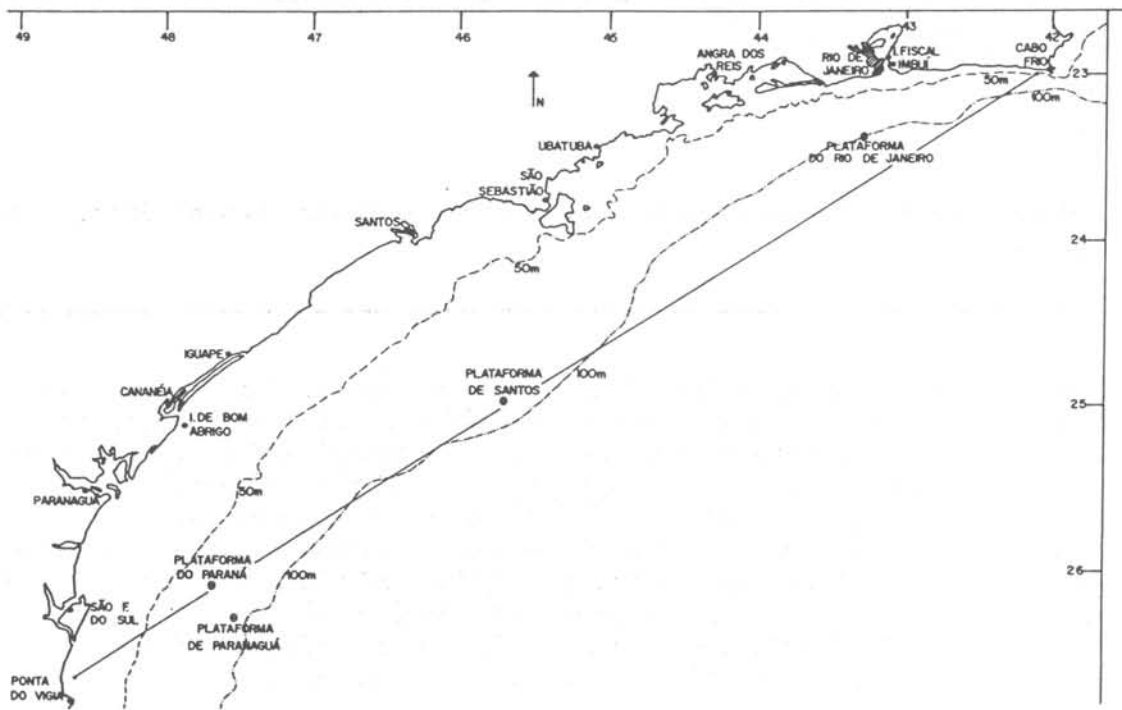


Fig. 1. Mapa geográfico da plataforma continental sudeste do Brasil.

$u, v, w = u, v, w(x, y, z, t)$ = componentes de corrente

γ = parâmetro de Coriolis

g = aceleração da gravidade

ρ = densidade da água

$p_a = P_a(x, y, t)$ = pressão atmosférica na superfície

$N = N(x, y)$ = coeficiente de viscosidade turbulenta vertical

$F_s, G_s = F_s, G_s(x, y, t)$ = componentes da tensão de cisalhamento do vento na superfície do mar

$F_b, G_b = F_b, G_b(x, y, t)$ = componentes da fricção da água no fundo ($z=h$)

$k = k(x, y)$ = coeficiente de fricção no fundo

$u_h, v_h = u_h, v_h(x, y, t)$ = componentes de corrente no fundo do mar

$\bar{u}, \bar{v} = \bar{u}, \bar{v}(x, y, t)$ = componentes de corrente média na profundidade

$T_x, T_y = T_x, T_y(x, y, t)$ = componentes do transporte de volume nas colunas d'água

$\eta_A = \eta_A(x, y, t)$ = altura de maré astronômica

$\eta_M = \eta_M(x, y, t)$ = altura de maré meteorológica

f_j, u_j = correções nodais nas amplitudes e fases das componentes astronômicas de maré

$H_j, G_j = H_j, G_j(x, y)$ = amplitudes e fases (relativas ao meridiano de Greenwich) das componentes de maré

σ_j = freqüências angulares das componentes de maré

S = fuso horário da área modelada

v_{0j} = fases astronômicas iniciais das componentes de maré

$C_d = C_d(x, y, t)$ = coeficiente de fricção do vento na superfície do mar

ρ_a = densidade do ar na superfície

$U_a = U_a(x, y, t)$ = intensidade do vento na superfície

$U_{ax}, U_{ay} = U_{ax}, U_{ay}(x, y, t)$ = componentes do vento na superfície

C = constante de Bowden

ξ = relação z/h

Desenvolvimento matemático do modelo

As hipóteses iniciais consideradas são (Proudman, 1953):

- 1) a água é homogênea (ρ é constante);
- 2) a pressão obedece à lei hidrostática;
- 3) as tensões de cisalhamento horizontais são ignoradas;
- 4) efeitos não lineares são omitidos;
- 5) o parâmetro de Coriolis é constante e a aceleração de Coriolis é aproximada por $-\gamma v$ (no eixo x) e $+\gamma u$ (no eixo

y), sendo desprezada sua componente vertical.

As equações hidrodinâmicas básicas são escritas como:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^h u dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_0^h v dz = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \gamma v = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_a}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left(N \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \gamma u = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_a}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \left(N \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (3)$$

Este sistema é sujeito às condições de contorno

$$F_s = -\rho N \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=0} \quad (4)$$

$$G_s = -\rho N \frac{\partial v}{\partial z} \Big|_{z=0} \quad (5)$$

$$F_b = -\rho N \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=h} \quad (6)$$

$$G_b = -\rho N \frac{\partial v}{\partial z} \Big|_{z=h} \quad (7)$$

A lei de fricção linear no fundo indica que

$$F_b = k \rho u_h \quad (8)$$

$$G_b = k \rho v_h \quad (9)$$

o que conduz a

$$N \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=h} + k u_h = 0 \quad (10)$$

$$N \frac{\partial v}{\partial z} \Big|_{z=h} + k v_h = 0 \quad (11)$$

O sistema de equações (1-3) é modificado, com a aplicação do método de Galerkin na dependência vertical das variáveis, para o desenvolvimento do termo da difusão (Heaps, 1972); neste método serão usadas funções ortogonais $f_r(x,y,z)$, com uma determinada estrutura espacial vertical. Dessa forma, considera-se a equação de Sturm-Liouville, com as funções base f_r e seus auto-valores $\lambda_r(x,y)$:

$$\frac{d}{dz} \left(N \frac{d f_r}{dz} \right) = -\lambda_r f_r, \quad 0 \leq z \leq h \quad (12)$$

Esta equação é sujeita às condições de contorno

$$f_r \Big|_{z=0} = 1 \quad (13)$$

$$\frac{d f_r}{dz} \Big|_{z=0} = 0 \quad (14)$$

$$N \frac{d f_r}{dz} \Big|_{z=h} + k f_r \Big|_{z=h} = 0 \quad (15)$$

As transformadas das correntes determinam seus auto-valores:

$$u_r = \frac{1}{h} \int_0^h u f_r dz \quad (16)$$

$$v_r = \frac{1}{h} \int_0^h v f_r dz \quad (17)$$

E o valor médio de f_r na profundidade é denotado como:

$$a_r = \frac{1}{h} \int_0^h f_r dz \quad (18)$$

Os termos das equações do movimento (2 e 3) são multiplicados por (f_r/h) e são integrados verticalmente, de 0 até h. Os termos de difusão são integrados

por partes (duas vezes), considerando (12) a (17) e (4) a (9). Resultam então

$$\frac{\partial u_r}{\partial t} - \gamma v_r = -g a_r \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{1}{\rho} a_r \frac{\partial p_a}{\partial x} + \frac{F_s}{\rho h} - \lambda_r u_r \quad (19)$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + \gamma u_r = -g a_r \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{1}{\rho} a_r \frac{\partial p_a}{\partial y} + \frac{G_s}{\rho h} - \lambda_r v_r \quad (20)$$

As componentes horizontais de correntes são expressas como

$$u = \sum_{r=1}^{\infty} \phi_r u_r f_r \quad (21)$$

$$v = \sum_{r=1}^{\infty} \phi_r v_r f_r \quad (22)$$

Considerando a relação de ortogonalidade

$$\int_0^h f_r f_s dz = 0 \text{ para } r \neq s \quad (23)$$

se tem a expressão dos auto-valores ϕ_r :

$$\phi_r = \frac{h}{\int_0^h f_r^2 dz} \quad (24)$$

A substituição de (21) e (22) na equação da continuidade (1), com o uso de (18), resulta em

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^h \sum_{r=1}^{\infty} (\phi_r u_r f_r) dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_0^h \sum_{r=1}^{\infty} (\phi_r v_r f_r) dz = 0 \quad (25)$$

As componentes horizontais da velocidade média numa coluna d'água correspondem a

$$\bar{u} = \frac{1}{h} \int_0^h u dz \quad (26)$$

$$\bar{v} = \frac{1}{h} \int_0^h v dz \quad (27)$$

Substituindo (21) e (22) nas equações acima e usando (18) resulta

$$\bar{u} = \sum_{r=1}^{\infty} \phi_r u_r a_r \quad (28)$$

$$\bar{v} = \sum_{r=1}^{\infty} \phi_r v_r a_r \quad (29)$$

Considerações de continuidade fornecem a componente vertical de corrente:

$$w = \frac{\partial}{\partial x} \int_z^h u dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_z^h v dz \quad (30)$$

Substituindo (21) e (22) em (30) e definindo

$$g_r = \frac{1}{h} \int_z^h f_r dz \quad (31)$$

resulta:

$$w = \sum_{r=1}^{\infty} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (h \phi_r u_r g_r) + \frac{\partial}{\partial y} (h \phi_r v_r g_r) \right\} \quad (32)$$

As componentes do transporte de volume através de secções com profundidade h e largura unitária são dadas por:

$$T_x = h \bar{u} \quad (33)$$

$$T_y = h \bar{v} \quad (34)$$

A seqüência de aplicação das equações do modelo é a seguinte: (25) determina η , (19) e (20) u_r e v_r , (21) e (22) u e v , (28) e (29) \bar{u} e \bar{v} , (32) w , e finalmente (33) e (34) determinam T_x e T_y .

Condições iniciais e de contorno

O modelo é processado a partir de condições iniciais de repouso:

$$\eta = 0 \text{ em } t = 0 \tag{35}$$

$$u_r = v_r = 0 \text{ em } t = 0, \tag{36}$$

$$r = 1, 2, 3, \dots$$

As equações básicas requerem como condição de fronteira a especificação de η ao longo dos contornos abertos da região modelada, onde é expressa como a soma das marés astronômica e meteorológica:

$$\eta = \eta_A + \eta_M \tag{37}$$

Exprimindo η_A em função das constantes harmônicas de amplitude e fase (H_j e G_j), resulta

$$\eta = \left(\sum_{j=1}^J f_j H_j \cos(\sigma_j(t+S) + v_{0j} + u_j - G_j) \right) + \eta_M \tag{38}$$

Valores de u_r e v_r no contorno são calculados através da aplicação de (19) e (20) nos pontos da borda aberta.

A tensão de cisalhamento do vento na superfície do mar é expressa pela lei quadrática, em função da intensidade do vento U_a e de suas componentes U_{ax} e U_{ay} :

$$F_s = c_d \rho_a U_a U_{ax} \tag{39}$$

$$G_s = c_d \rho_a U_a U_{ay} \tag{40}$$

Nos contornos fechados, a imposição de fluxo normal nulo conduz a:

$$u_r \cos \psi + v_r \sin \psi = 0, \tag{41}$$

$$r = 1, 2, 3, \dots$$

onde ψ é o ângulo que a normal à linha da costa (no sentido para a terra) faz com o eixo x.

Pontos que representam ilhas ou o continente apresentam

$$\eta = 0 \tag{42}$$

$$u_r = v_r = 0, \tag{43}$$

$$r = 1, 2, 3, \dots$$

Auto-valores e auto-funções

Nos modelos hidrodinâmicos do tipo Heaps, a relação entre o coeficiente de viscosidade turbulenta vertical, o coeficiente de fricção no fundo e a profundidade é dada pela constante de Bowden:

$$c = \frac{kh}{N} \tag{44}$$

Esta hipótese é consistente com a teoria de Bowden (1953) para correntes de deriva na presença de correntes de maré relativamente fortes.

As funções cosseno são freqüentemente escolhidas como funções base do método de Galerkin, por serem de fácil tratamento matemático e computacional, sendo soluções de (12):

$$f_r = \cos\left(\alpha_r \frac{z}{h}\right) \tag{45}$$

Estas soluções satisfazem as condições de contorno na superfície (13 e 14) e a relação de ortogonalidade (23); a condição de contorno no fundo (15) é satisfeita desde que

$$\alpha_r \operatorname{tg} \alpha_r = c \tag{46}$$

Cuja solução fornece os auto-valores $\alpha_{r,r} = 1, 2, 3, \dots$

A substituição de (45) em (12) determina os auto-valores λ_r :

$$\lambda_r = \frac{\alpha_r^2 N}{h^2} \tag{47}$$

As auto-funções f_r podem ser expressas em função de $\xi=z/h$, e portanto:

$$f_r = \cos(\alpha_r \xi) \quad (48)$$

A substituição de (45) em (18), (24) e (31) conduz a:

$$a_r = \frac{\text{sen} \alpha_r}{\alpha_r} \quad (49)$$

$$\phi_r = \frac{2}{1+a_r \cos \alpha_r} \quad (50)$$

$$g_r = \frac{\text{sen} \alpha_r - \text{sen}(\alpha_r \xi)}{\alpha_r} \quad (51)$$

A seqüência de aplicação das expressões relativas a auto-valores e auto-funções é a seguinte: a constante de Bowden c (44) foi determinada experimentalmente; (46) determina α_r , (47) λ_r , (48) f_r , (49) a_r , (50) ϕ_r e (51) determina g_r .

As somatórias que determinam as componentes de corrente u e v são expressas para r variando de 1 até ∞ . Para $r > M$, sendo M suficientemente grande, se tem:

$$\alpha_r = (r-1)\pi \quad (52)$$

$$\lambda_r = \frac{(r-1)^2 \pi^2 N}{h^2} \quad (53)$$

$$f_r = \cos((r-1)\pi \xi) \quad (54)$$

$$a_r = 0 \quad (55)$$

$$\phi_r = 2 \quad (56)$$

$$g_r = \frac{-\text{sen}((r-1)\pi \xi)}{(r-1)\pi} \quad (57)$$

A solução das equações do movimento para $r > M$, a partir de um movimento inicial nulo, para $t \rightarrow \infty$, e considerando $\gamma \ll \lambda_r$, conduz a

$$u_r = \frac{hF_s}{\rho N(r-1)^2 \pi^2} \quad (58)$$

$$v_r = \frac{hG_s}{\rho N(r-1)^2 \pi^2} \quad (59)$$

Expressões matemáticas finais do modelo

As expressões dos auto-valores e auto-funções são substituídas nas equações do modelo, obtendo-se então a forma final dessas expressões, que será apresentada na sua ordem de aplicação. O sistema de equações básicas (25), (19) e (20) constitui as equações prognósticas, que determinam η , u_r e v_r :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \sum_{r=1}^M \left\{ \phi_r a_r \left[\frac{\partial}{\partial x} (hu_r) + \frac{\partial}{\partial y} (hv_r) \right] \right\} = 0 \quad (60)$$

$$\frac{\partial u_r}{\partial t} - \gamma v_r = -ga_r \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{1}{\rho} a_r \frac{\partial p_a}{\partial x} + \frac{F_s}{\rho h} - \lambda_r u_r \quad (61)$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + \gamma u_r = -ga_r \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{1}{\rho} a_r \frac{\partial p_a}{\partial y} + \frac{G_s}{\rho h} - \lambda_r v_r \quad (62)$$

As demais equações são diagnósticas. As componentes u e v de corrente são dadas pelo desenvolvimento de (21) e (22):

$$u = \sum_{r=1}^M \phi_r u_r \cos(\alpha_r \xi) + \frac{2hF_s}{\rho N \pi^2} R_M(\xi) \quad (63)$$

onde

$$R_M(\xi) = \sum_{r=M}^{\infty} \frac{\cos(r\pi\xi)}{r^2} =$$

$$= (3\xi^2 - 6\xi + 2) \frac{\pi^2}{12} - \sum_{r=1}^{M-1} \frac{\cos(r\pi\xi)}{r^2}$$

(64)

e

$$v = \sum_{r=1}^M \phi_r v_r \cos(\alpha_r \xi) + \frac{2hG}{\rho N \pi^2} R_M(\xi)$$

(65)

As correntes médias \bar{u} e \bar{v} são determinadas a partir de (28) e (29):

$$\bar{u} = \sum_{r=1}^M \phi_r u_r a_r$$

(66)

$$\bar{v} = \sum_{r=1}^M \phi_r v_r a_r$$

(67)

A componente vertical w advém de (32):

$$w = \sum_{r=1}^M \left\{ \phi_r \left[\frac{\partial}{\partial x} (h u_r g_r) + \frac{\partial}{\partial y} (h v_r g_r) \right] \right\} - \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{2h^2 F}{\rho N \pi^3} S_{T_M}(\xi) \right] - \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{2h^2 G}{\rho N \pi^3} S_{T_M}(\xi) \right]$$

(68)

onde

$$T_M(\xi) = \sum_{r=M}^{\infty} \frac{\text{sen}(r\pi\xi)}{r^3} =$$

$$= (\xi^3 - 3\xi^2 + 2\xi) \frac{\pi^3}{12} - \sum_{r=1}^{M-1} \frac{\text{sen}(r\pi\xi)}{r^3}$$

(69)

As componentes dos transportes de volume são idênticas a (33) e (34):

$$T_x = h\bar{u}$$

(70)

$$T_y = h\bar{v}$$

(71)

Nas expressões (60) a (71), α_r é obtido de (46), λ_r de (47), a_r de (49), ϕ_r de (50) e g_r de (51). As condições iniciais e de contorno são dadas pelas equações (35) a (43).

Estrutura da grade oceanográfica

Uma grade alternada cobre a superfície do mar sem distúrbios, sendo formada por elementos com espaçamentos Δx e Δy , nos quais se destacam os pontos tipo η , u e v , onde se determinam η , u_r e v_r , respectivamente (Fig. 2).

Ao escrever as equações finais do modelo na forma de diferenças finitas, se tem a seguinte notação: X_i representa uma variável X calculada no elemento de índice i , no ponto tipo η ; X_i^u é calculado no elemento de índice i , no ponto tipo u ; e X_i^v no elemento de índice i , no ponto tipo v .

Os elementos da grade oceanográfica com índice i variando de 1 a n_x constituem a primeira linha da grade oceanográfica; para i variando de $(n_y * n_x - n_x + 1)$ até $(n_x * n_y)$ se tem a última linha; os elementos com $i=1, (1+n_x), (1+2*n_x), \dots, (n_y * n_x - n_x + 1)$ correspondem à primeira coluna da grade; e os elementos com $i=n_x, (2*n_x), (3*n_x), \dots, (n_y * n_x)$ compõem a última coluna da grade oceanográfica. Os elementos que compõem a primeira linha, a última coluna, a última linha e a primeira coluna da grade oceanográfica são os elementos do contorno desta grade; os demais são elementos internos.

Equações a diferenças finitas

As equações básicas do modelo (60 a 62) são resolvidas através do esquema de integração numérica avançado-retardado (Haltiner & Williams, 1980). Ao escrever as equações na forma de diferenças finitas, os níveis de tempo são denotados como (t) e $(t+\Delta t)$, com $\Delta t > 0$.

$$\frac{\eta_i(t+\Delta t) - \eta_i(t)}{\Delta t} + \sum_{r=1}^M \left\{ \phi_r a_r \left[\frac{h_{r,i}^u u_{r,i}^u(t) - h_{r,i-1}^u u_{r,i-1}^u(t)}{\Delta x} + \frac{h_{r,i}^v v_{r,i}^v(t) - h_{r,i-nx}^v v_{r,i-nx}^v(t)}{\Delta y} \right] \right\} = 0 \quad (72)$$

$$\frac{u_{r,i}^u(t+\Delta t) - u_{r,i}^u(t)}{\Delta t} - \gamma \hat{v}_{r,i}^u(t) = -g a_r \frac{\eta_{i+1}(t+\Delta t) - \eta_i(t+\Delta t)}{\Delta x} - \frac{1}{\rho} a_r \frac{\partial p_{a,i}^u}{\partial x} + \frac{F_{s,i}^u}{\rho h_i^u} - \lambda_{r,i}^u \frac{u_{r,i}^u(t) + u_{r,i}^u(t+\Delta t)}{2} \quad (73)$$

$$r = 1, 2, \dots, M$$

$$\frac{v_{r,i}^v(t+\Delta t) - v_{r,i}^v(t)}{\Delta t} + \gamma \hat{u}_{r,i}^v(t+\Delta t) = -g a_r \frac{\eta_{i+nx}(t+\Delta t) - \eta_i(t+\Delta t)}{\Delta y} - \frac{1}{\rho} a_r \frac{\partial p_{a,i}^v}{\partial y} + \frac{G_{s,i}^v}{\rho h_i^v} - \lambda_{r,i}^v \frac{v_{r,i}^v(t) + v_{r,i}^v(t+\Delta t)}{2} \quad (74)$$

$$r = 1, 2, \dots, M$$

onde

$$\hat{v}_{r,i}^u(t) = (v_{r,i}^v(t) + v_{r,i+1}^v(t) + v_{r,i-nx+1}^v(t) + v_{r,i-nx}^v(t))/4 \quad (75)$$

$$\hat{u}_{r,i}^v(t+\Delta t) = (u_{r,i}^u(t+\Delta t) + u_{r,i-1}^u(t+\Delta t) + u_{r,i+nx-1}^u(t+\Delta t) + u_{r,i+nx}^u(t+\Delta t))/4 \quad (76)$$

$$\lambda_{r,i}^u = \frac{\alpha_r^2 N_i^u}{(h_i^u)^2} \quad (77)$$

$$\lambda_{r,i}^v = \frac{\alpha_r^2 N_i^v}{(h_i^v)^2} \quad (78)$$

Na integração numérica das equações básicas (72) a (74) devem ser considerados os seguintes aspectos:

- 1) As condições iniciais de repouso são expressas em (35) e (36).
- 2) A expressão (72) determina inicialmente $\eta_i(t+\Delta t)$ em todos os pontos internos tipo η da grade oceanográfica.
- 3) As condições de contorno exprimem $\eta_i(t+\Delta t)$ nos elementos do contorno, baseados na expressão (38).
- 4) (73) determina $u_{r,i}^u(t+\Delta t)$ em todos os pontos tipo u , com exceção dos elementos da última coluna.
- 5) Ao aplicar (73) nos elementos da primeira linha, $\hat{v}_{r,i}^u(t)$ é aproximado por

$$\hat{v}_{r,i}^u(t) = (v_{r,i}^v(t) + v_{r,i+1}^v(t))/2 \quad (79)$$

6) Ao aplicar (73) nos elementos da última linha, $\hat{v}_{r,i}^u(t)$ é calculado como

$$\hat{v}_{r,i}^u(t) = (v_{r,i-nx+1}^v(t) + v_{r,i-nx}^v(t))/2 \quad (80)$$

7) (74) calcula $v_{r,i}^v(t+\Delta t)$ em todos os pontos tipo v, com exceção dos elementos da última linha.

8) Ao aplicar (74) nos elementos da primeira coluna, $\hat{u}_{r,i}^v(t+\Delta t)$ é aproximado por

$$\hat{u}_{r,i}^v(t+\Delta t) = (u_{r,i}(t+\Delta t) + u_{r,i+nx}(t+\Delta t))/2 \quad (81)$$

9) Ao aplicar (74) nos elementos da última coluna, $\hat{u}_{r,i}^v(t+\Delta t)$ é calculado como

$$\hat{u}_{r,i}^v(t+\Delta t) = (u_{r,i-1}(t+\Delta t) + u_{r,i+nx-1}(t+\Delta t))/2 \quad (82)$$

Quanto às equações diagnósticas, suas expressões na forma discreta são as seguintes. As componentes u e v de corrente são dadas por (63) e (65):

$$u_i^u = \sum_{r=1}^M \phi_r u_{r,i}^u \cos(\alpha_r \xi_i^u) + \frac{2h_{i,F}^u}{\rho N_{i,\pi}^u} R_M(\xi_i^u) \quad (83)$$

$$v_i^v = \sum_{r=1}^M \phi_r v_{r,i}^v \cos(\alpha_r \xi_i^v) + \frac{2h_{i,G}^v}{\rho N_{i,\pi}^v} R_M(\xi_i^v) \quad (84)$$

As componentes das correntes médias são expressas por (66) e (67):

$$\bar{u}_i^u = \sum_{r=1}^M \phi_r u_{r,i}^u a_r \quad (85)$$

$$\bar{v}_i^v = \sum_{r=1}^M \phi_r v_{r,i}^v a_r \quad (86)$$

A equação que determina a componente vertical de corrente (68) tem a seguinte representação na forma discreta:

$$W_i = \sum_{r=1}^M \left\{ \phi_r \left[\frac{h_{i,r}^u u_{r,i}^u g_{r,i}^u - h_{i-1}^u u_{r,i-1}^u g_{r,i-1}^u}{\Delta x} + \frac{h_{i,r}^v v_{r,i}^v g_{r,i}^v - h_{i-nx}^v v_{r,i-nx}^v g_{r,i-nx}^v}{\Delta y} \right] - \frac{2}{\rho \pi^3 \Delta x} \left[\frac{(h_i^u)^2 F_{S,i}^u}{N_i^u} T_M(\xi_i^u) - \frac{(h_{i-1}^u)^2 F_{S,i-1}^u}{N_{i-1}^u} T_M(\xi_{i-1}^u) - \frac{(h_i^v)^2 G_{S,i}^v}{N_i^v} T_M(\xi_i^v) - \frac{(h_{i-nx}^v)^2 G_{S,i-nx}^v}{N_{i-nx}^v} T_M(\xi_{i-nx}^v) \right] \right\} \quad (87)$$

As componentes dos transportes (equações 70 e 71) são calculadas como:

$$T_{x,i}^u = h_i^{u-u} u_i \quad (88)$$

$$T_{y,i}^v = h_i^{v-v} \quad (89)$$

As condições iniciais de repouso (equações 35 e 36) do sistema de equações básicas são representadas nos pontos da grade oceanográfica como:

$$\eta_i = 0 \text{ em } t = 0 \quad (90)$$

$$u_{r,i}^u = v_{r,i}^v = 0 \text{ em } t = 0, \quad (91)$$

$$r = 1, 2, 3, \dots$$

Quanto às condições de contorno, as alturas de maré nos pontos i tipo η na borda da grade são expressas da seguinte forma (38):

$$\eta_i(t+\Delta t) = \left(\sum_{j=1}^J f_j H_{j,i} \cos(\sigma_j(t+\Delta t+S) + v_{0j} + u_j - G_{j,i}) \right) + \eta_{M,i} \quad (92)$$

As componentes do vento na superfície do mar, nos pontos da grade oceanográfica, são representadas como (39 e 40):

$$F_{s,i}^u = c_d \rho_a U_{a,i}^u U_{ax,i}^u \quad (93)$$

$$G_{s,i}^v = c_d \rho_a U_{a,i}^v U_{ay,i}^v \quad (94)$$

Nos contornos fechados, as condições expressas por (41) são consideradas, de modo que ao longo dos segmentos em que estão os pontos i tipo u :

$$u_{r,i}^u = 0, \quad r = 1, 2, 3, \dots \quad (95)$$

e nas fronteiras que coincidem com os segmentos que contêm os pontos i tipo v :

$$v_{r,i}^v = 0, \quad r = 1, 2, 3, \dots \quad (96)$$

Pontos que representam ilhas ou o continente apresentam (42 e 43):

$$\eta_i = 0 \quad (97)$$

$$u_{r,i}^u = v_{r,i}^v = 0 \quad (98)$$

O objetivo final do modelo é fornecer resultados nos pontos i tipo η de cada elemento da grade. Os valores de η e w são determinados nesses pontos; e para as componentes de correntes, correntes médias e transportes, são calculadas médias dos valores nos pontos tipo u e v vizinhos:

$$U_i = (u_i^u + u_{i-1}^u) / 2 \quad (99)$$

$$V_i = (v_i^v + v_{i-nx}^v) / 2 \quad (100)$$

$$\bar{U}_i = (\bar{u}_i^u + \bar{u}_{i-1}^u) / 2 \quad (101)$$

$$\bar{V}_i = (\bar{v}_i^v + \bar{v}_{i-nx}^v) / 2 \quad (102)$$

$$T_{X,i} = (T_{x,i}^u + T_{x,i-1}^u) / 2 \quad (103)$$

$$T_{Y,i} = (T_{y,i}^v + T_{y,i-nx}^v) / 2 \quad (104)$$

Esses cálculos de médias não são possíveis em todos os contornos da grade oceanográfica, e, nesses casos, os valores das variáveis nos pontos i tipo η são considerados iguais aos valores calculados nos pontos tipo u e v vizinhos. A componente vertical de corrente w não é determinada nos pontos tipo η do contorno, sendo considerada igual aos valores calculados nos pontos tipo η vizinhos.

Ao desenvolver os cálculos das equações (72) a (89), α_r é calculado através de (46), a_r de (49), ϕ_r de (50), g_r de (51), $R_M(\xi)$ de (64) e $T_M(\xi)$ de (69).

Especificações para os processamentos do modelo

A latitude média da região modelada é $24^{\circ}30'S$, e portanto $g = 978,94 \text{ cm/s}^2$; as densidades da água e do ar são consideradas constantes, valendo respectivamente $\rho = 1,025 \text{ g/cm}^3$ e $\rho_a = 0,001250 \text{ g/cm}^3$. A grade oceanográfica adotada tem uma inclinação $\phi_g = 32^{\circ}$ de seu eixo + x em

relação aos paralelos terrestres (medidos no sentido anti-horário); ela possui $n_x = 59$ colunas e $n_y = 12$ linhas, com espaçamentos horizontais $\Delta x = \Delta y = 7,5 \text{ mn} = 13890 \text{ m}$ (Fig. 2).

A constante de Bowden c vale 2,0 (equação 44); Heaps & Jones (1977) consideram $N/h = 0,10 \text{ cm/s}$ em toda a região modelada e portanto $k = 0,2 \text{ cm/s}$, con-

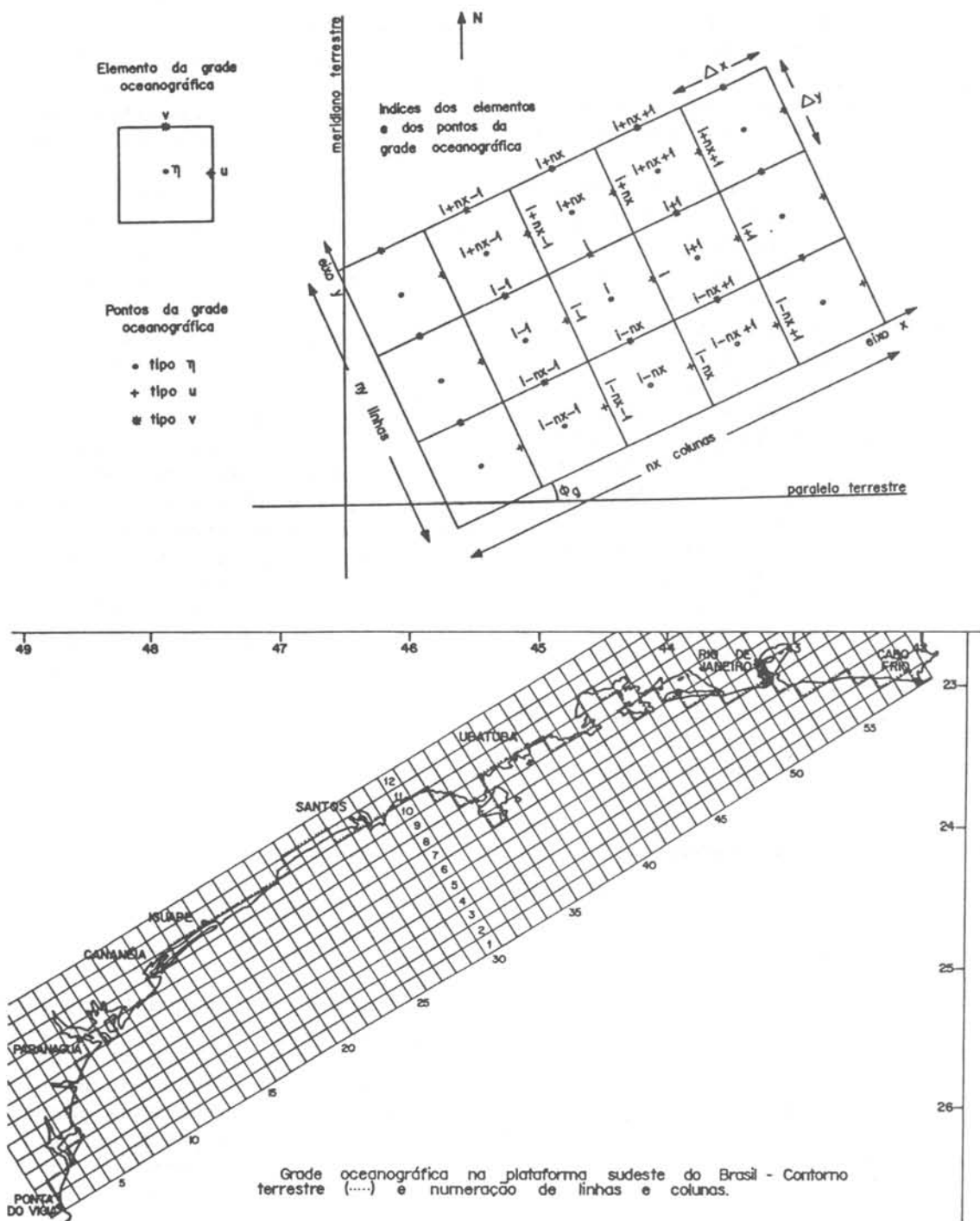


Fig. 2. Estrutura da grade oceanográfica.

forme estudos de Bowden, Fairbairn & Hughes (1959). Heaps (1972) mostra que com $M = 10$ as expressões das correntes convergem rapidamente. Os auto-valores $\alpha_r, r = 1, 2, \dots, M$, raízes de (46), podem ser determinados através de um método iterativo (como o método de Bolzano ou da bissecção). Os perfis verticais das três componentes de corrente podem ser considerados para quaisquer níveis de profundidade, sendo usados valores típicos de 10 m, para os intervalos de cálculo nas colunas d'água, com $0 \leq z \leq h$. O fuso horário da região modelada é $S = +3h$, podendo ser usado $S = 0$, caso seja considerado o tempo médio de Greenwich (GMT), ao invés do tempo local.

Resultados do modelo normalmente são impressos a cada 30 min. A introdução dos valores de η_M na borda e de U_a, U_{ax}, U_{ay} e p_a na superfície da área modelada é realizada em intervalos de 1 hora. Valores de η_A na borda são renovados a cada passo de tempo Δt . Quanto ao valor de Δt , foi escolhido $\Delta t = 120$ s, que satisfaz a condição de estabilidade de Courant-Friedrichs-Lewy nesta grade bi-dimensional, onde a profundidade máxima encontrada é 165 m; este valor de Δt satisfaz a condição de estabilidade para o termo da difusão, nas equações do movimento, e na prática se observa que ele mantém a estabilidade numérica do sistema, conserva a energia e tem boa precisão, em todos os modos de movimento considerados.

Outras características da grade oceanográfica adotada e dos coeficientes e constantes utilizados são encontrados em Harari (1984).

Condições de contorno do modelo

As correções nodais das constituintes (f_j e u_j) são consideradas constantes para longos períodos (da ordem de 1 mês); v_{0j} depende do instante inicial ($t = 0$) do processamento do modelo; os valores de f_j, u_j, σ_j e v_{0j} são fornecidos pela teoria harmônica das marés (Franco, 1981). Para os processamentos do modelo foram utilizados resultados de análises de maré de séries temporais de altura de maré observadas em três pontos próximos à borda aberta da área modelada, a saber: plataforma do Rio de Janeiro ($23^\circ 23.0'S - 43^\circ 17.0'W$), plataforma de Santos ($25^\circ 1.0'S - 45^\circ 42.0'W$) e plataforma de Paranaguá ($26^\circ 18.1' - 47^\circ 30.6'W$). As

constantes harmônicas H_j e G_j das constituintes astronômicas de maré nestes pontos foram determinadas pelo método harmônico de análise de maré (Franco & Rock, 1971; Franco, 1981) e pelo método da resposta (Munk & Cartwright, 1966); os resultados destas análises serão apresentados em Mesquita & Harari, em preparação. A partir destas análises, foram efetuadas interpolações gráficas, para determinar as constantes harmônicas H_j e G_j das constituintes nos demais pontos tipo η da borda da grade oceanográfica, e dessa forma especificar η_A em todos os pontos do contorno.

A parcela η_M foi estimada para alguns pontos do contorno através do cálculo das oscilações horárias do nível médio do mar em portos próximos, por meio da aplicação de um filtro de médias móveis $S_{24} S_{24} S_{25}$ às alturas horárias observadas (Godin, 1972); e interpolações lineares foram utilizadas para se ter η_M em todos os pontos do contorno.

Os gradientes de pressão atmosférica na superfície são calculados numa grade meteorológica para dados de pressão (Fig. 3); cada elemento desta grade é formado por retângulo de lados $n_{ax}\Delta x$ e $n_{ay}\Delta y$, e nos quatro vértices deste elemento se medem as pressões P_1, P_2, P_3 e P_4 , na ordem indicada na Figura. Os gradientes de pressão atmosférica, nos elementos da grade oceanográfica cobertos por um elemento da grade meteorológica para dados de pressão, correspondem a:

$$\frac{\partial p_a}{\partial x} = \frac{P_2 - P_1 + P_3 - P_4}{2n_{ax}\Delta x} \quad (105)$$

$$\frac{\partial p_a}{\partial y} = \frac{P_4 - P_1 + P_3 - P_2}{2n_{ay}\Delta y} \quad (106)$$

Deve-se notar que, enquanto os elementos da grade oceanográfica possuem posição geográfica fixa, os elementos da grade meteorológica para dados de pressão não representam necessariamente pontos geográficos fixos, mas podem ser modificados de acordo com os mapas sinóticos observados. Duun-Christensen (1975) enfatiza que: os valores de $n_{ax}\Delta x$ e $n_{ay}\Delta y$ não devem ultrapassar 150 km, o intervalo de amostragem dos valores de pressão deve ser ao menos de 3 horas e um centro

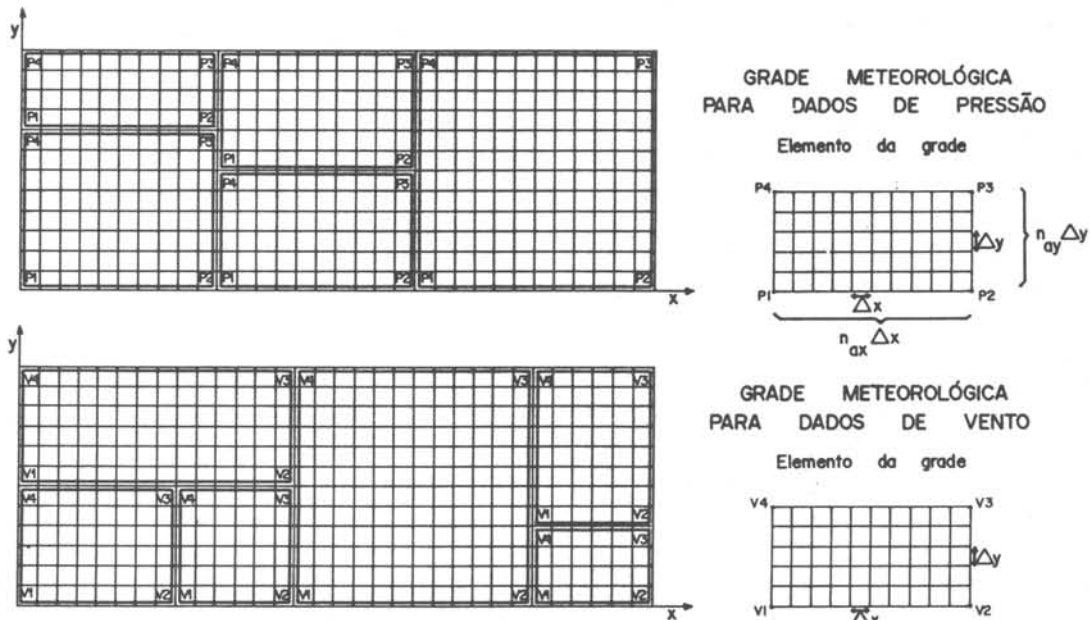


Fig. 3. Grades meteorológicas para dados de pressão e vento.

de baixa ou alta pressão que se desloque na região modelada deve corresponder a um vértice da grade meteorológica para dados de pressão. Note-se que eventualmente valores de P_3 e P_4 de um elemento da grade meteorológica para dados de pressão correspondem a P_2 e P_1 do elemento vizinho, sendo possíveis outras combinações similares. Os dados de pressão usados nos processamentos do modelo foram obtidos de mapas sinóticos produzidos pela Diretoria de Hidrografia e Navegação da Marinha do Brasil (DHN), de estações climatológicas do Instituto Nacional de Meteorologia (INEMET) e de estações meteorológicas do Instituto Oceanográfico da Universidade de São Paulo (IOUSP); foram usados dados das estações de Paranaguá (PR), Cananêia (SP), Santos (SP), Ubatuba (SP) e Rio de Janeiro (RJ).

Heaps (1965, 1969) fornece expressões de c_d em função da intensidade do vento U_a (este em m/s):

$$c_d = \begin{cases} 0.000554 & \text{para } U_a \leq 4.917 \text{ m/s} \\ (0.137U_a - 0.12) \cdot 10^{-3} & \text{para } 4.917 \leq U_a \leq 19.221 \text{ m/s} \\ 0.002513 & \text{para } U_a \geq 19.221 \text{ m/s} \end{cases}$$

(107)

Observações de vento em determinados locais são consideradas representativas de sub-regiões retangulares da grade oceanográfica, que formam elementos da grade meteorológica para dados de vento, com vértices V_1, V_2, V_3 e V_4 . Tal como no caso dos dados de pressão atmosférica, a grade meteorológica para dados de vento é formada por elementos que não possuem necessariamente uma posição geográfica fixa. As observações de vento usadas neste trabalho são provenientes das estações climatológicas e meteorológicas ao lado citadas.

Processamentos do modelo

O primeiro processamento do modelo reproduz a propagação da componente de maré lunar principal (M_2), desde 00h GMT de 22 de julho de 1978 até 04h GMT de 26 de julho de 1978, ou seja, num período de 100 horas; dado o caráter periódico da constituinte M_2 , o período escolhido não tem significado especial. Foram processadas 87,5 horas (cerca de 07 períodos da componente) para que o modelo fosse considerado totalmente ajustado à correspondente circulação real, devido à imposição de uma condição inicial de repouso em toda a região modelada.

No segundo processamento, foi obtida a circulação na plataforma devida exclusivamente a efeitos astronômicos, sendo consideradas as seguintes constituintes astronômicas de maré: $Q_1, O_1, P_1, K_1, N_2, M_2, S_2, K_2$ e M_3 . Este processamento

foi referente ao período de 00h GMT de 28 de dezembro de 1979 a 00h GMT de 04 de janeiro de 1980, sendo que de 28 a 30 de dezembro há o ajuste do modelo.

No terceiro processamento, foi simulado o efeito das principais constituintes astronômicas de maré mais efeitos meteorológicos reais, de modo a reproduzir a circulação oceânica total na plataforma; o período deste processamento é o mesmo do anterior, inclusive o intervalo de ajuste. Este período foi escolhido com o objetivo de simular a circulação marítima que ocorreu na área devido a condições meteorológicas extremas, provocadas pela passagem de uma frente fria na superfície, nos dias 31 de dezembro de 1979 e 01 de janeiro de 1980, originando elevações de alturas de maré exageradas em toda a costa.

Devido à linearidade do modelo e como o processamento 2 indica a contribuição astronômica à circulação neste período, as diferenças dos resultados dos proces-

samentos 3 e 2 indicam a contribuição exclusivamente meteorológica para a circulação.

Resultados do modelo foram comparados com a previsão harmônica e observações da altura de maré na costa e com a previsão harmônica de correntes na plataforma (Tabs 1-2).

Processamentos iniciais de modelo numérico hidrodinâmico desta plataforma, considerando condições meteorológicas idealizadas, são apresentados em Harari (1977). No período de 1976 a 1983, durante o projeto de pesquisas Hidrodinâmica Costeira (Mesquita, 1983), foram realizados cruzeiros oceanográficos nesta área, que possibilitaram processamentos de modelo numérico hidrodinâmico considerando condições de contorno oceanográficas e meteorológicas reais; através dos processamentos é possível analisar processos físicos e hidrodinâmicos nesta região, com a implementação do modelo constituindo-se num eficiente reio

Tabela 1. Valores do coeficiente de regressão C_1 e do coeficiente de interceptação C_0 , resultados da regressão linear entre séries temporais:

$$\left(\begin{array}{c} \text{Valores observados} \\ \text{ou de previsão} \\ \text{harmônica} \end{array} \right) = C_1 * \left(\begin{array}{c} \text{Resultados} \\ \text{do} \\ \text{Modelo} \end{array} \right) + C_0$$

Local	Altura de maré	M ₂ 25 Pontos		Maré Astronômica 192 Pontos		Circulação Total 192 Pontos		Efeito Meteorológico 192 Pontos	
		C ₁	C ₀ (cm)	C ₁	C ₀ (cm)	C ₁	C ₀ (cm)	C ₁	C ₀ (cm)
Cabo Frio, RJ		1,17	-0,01	1,10	0,08				
Imbuí, RJ		1,15	0,02	0,98	0,00				
Ilha Fiscal, RJ		1,30	0,01	1,21	0,16				
*Plataforma do Rio de Janeiro		0,99	-0,02	1,00	0,00				
Angra dos Reis, RJ		1,23	-0,01	1,11	-0,14				
Ubatuba, SP		1,13	-0,01	1,03	-0,04	0,95	-6,00	0,85	-2,74
São Sebastião, SP		1,04	-0,01	1,03	-0,14				
Santos, SP		1,17	-0,01	1,08	-0,17	1,18	-7,47	1,13	-5,30
*Plataforma de Santos		1,00	0,00	1,00	-0,01				
Ilha de Bom Abrigo, SP		0,90	-0,02	0,85	-0,04				
Cananéia, SP		1,04	0,00	0,95	-0,05	1,05	-1,55	1,26	-9,25
Paranaguá, PR		1,09	-0,01	0,96	0,10				
*Plataforma de Paranaguá		0,96	0,00	0,97	-0,01				
São Francisco do Sul, SC		1,26	-0,02	1,12	-0,29				
Média		1,10	-0,01	1,03	-0,04	1,06	-5,01	1,08	-5,76
Média dos pontos na costa		1,13	-0,01	1,04	-0,05	1,06	-5,01	1,08	-5,76
Média dos pontos na plataforma(*)		0,98	-0,01	0,99	-0,01				

Tabela 2. Coeficiente de correlação R e raiz quadrada do erro quadrático médio Δ , considerando séries temporais de observações (ou previsão harmônica) e resultados do modelo. Amplitudes A_M das variáveis e erro percentual Δ_p . $\Delta_p = \Delta/A_M * 100\%$

Local	Altura de maré	M ₂ 25 Pontos				Maré Astronômica 192 Pontos				Circulação Total 192 Pontos				Efeito Meteorológico 192 Pontos			
		R	Δ (cm)	A_M (cm)	Δ_p (%)	R	Δ (cm)	A_M (cm)	Δ_p (%)	R	Δ (cm)	A_M (cm)	Δ_p (%)	R	Δ (cm)	A_M (cm)	Δ_p (%)
Cabo Frio, RJ		0,99	4,47	30,70	14,56	0,99	4,80	46,9	10,23								
Imbuí, RJ		0,99	4,21	28,20	14,93	0,99	2,95	39,0	7,56								
Ilha Fiscal, RJ		0,96	8,64	32,79	26,35	0,97	9,20	50,3	18,29								
*Plataforma do Rio de Janeiro		1,00	0,28	24,07	1,16	1,00	0,65	41,2	1,58								
Angra dos Reis, RJ		1,00	4,47	32,20	13,88	1,00	4,36	50,0	8,72								
Ubatuba, SP		1,00	2,51	29,66	8,46	1,00	1,98	47,1	4,20	0,98	11,39	101,8	11,09	0,96	11,21	67,7	16,56
São Sebastião, SP		0,99	3,23	25,90	12,47	0,97	6,80	46,2	14,72								
Santos, SP		0,99	5,00	33,90	14,75	0,99	5,80	56,7	10,23	0,99	10,42	142,0	7,34	0,96	9,64	94,1	10,25
*Plataforma de Santos		1,00	0,04	21,35	0,19	1,00	0,07	38,8	0,18								
Ilha de Bom Abrigo, SP		0,94	8,59	32,81	26,18	0,97	10,39	58,9	17,64								
Cananéia, SP		0,99	4,37	36,48	11,98	0,98	6,72	61,2	10,98	0,96	14,80	147,1	10,06	0,96	11,83	98,0	12,07
Paranaguá, PR		1,00	2,61	35,80	7,29	0,96	10,76	72,0	14,94								
*Plataforma de Paranaguá		1,00	0,87	24,42	3,56	1,00	0,84	48,2	1,74								
São Francisco do Sul, SC		1,00	6,22	38,70	16,07	0,99	7,04	64,6	10,90								
Média		0,99	3,97	30,50	12,27	0,99	5,17	51,5	9,42	0,98	12,20	130,3	9,50	0,96	10,89	86,6	12,96
Média dos pontos na costa		0,99	4,94	32,47	15,17	0,98	6,44	53,9	11,67	0,98	12,20	130,3	9,50	0,96	10,89	86,6	12,96
Média dos pontos na plataforma(*)		1,00	0,40	23,28	1,64	1,00	0,52	42,7	1,17								

de simulação desses processos e sua futura previsão (Harari, 1984).

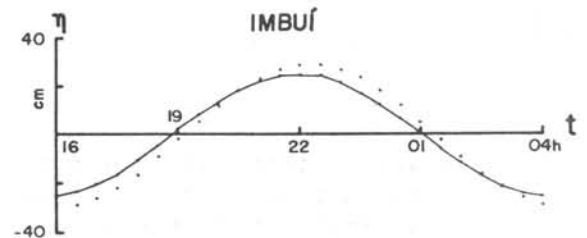
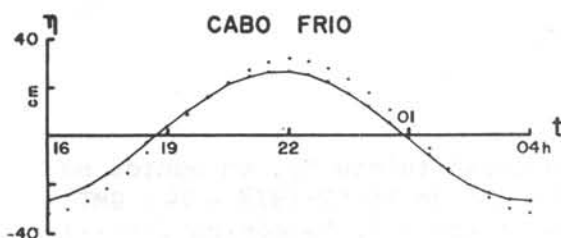
Conclusões dos processamentos

As conclusões do processamento referente à propagação da componente M₂ na plataforma foram as seguintes:

- 1 - Em regiões costeiras rasas, efeitos oceanográficos locais amplificam e retardam ligeiramente a onda M₂ e não são resolvidos pelo modelo, sendo

responsáveis pelas discrepâncias entre os resultados do modelo e a previsão harmônica da altura de maré M₂ (Fig. 4); isto também se deve ao fato dos pontos da grade oceanográfica não coincidirem exatamente com as posições dos marégrafos, nestes locais de pequena profundidade.

- 2 - As correntes médias e em níveis de profundidade da M₂ são mais intensas nas plataformas do Estado do Paraná e parte Sul do Estado de São Paulo do que nas plataformas do Estado do Rio de Janeiro e parte Norte do Es-



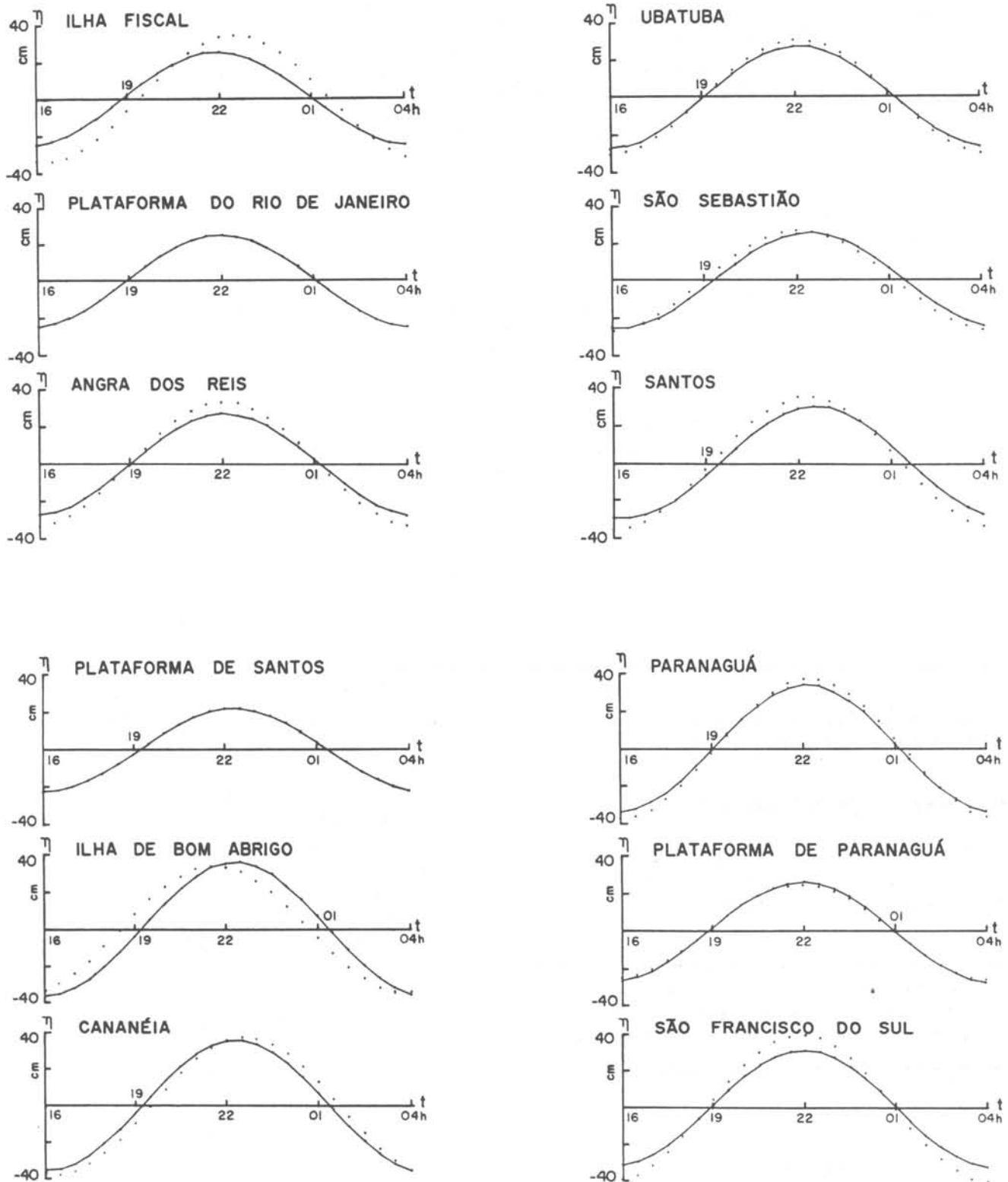


Fig. 4. Séries temporais das alturas de marê da constituinte M_2 , em pontos na costa e na plataforma, no período de 16 h GMT de 25-07-1978 a 04 h GMT de 26-07-1978; resultados do modelo (—) e previsão harmônica (.....).

tado de São Paulo (Fig. 5), embora a discrepância nos transportes de volume entre essas duas áreas seja me-

nor. O transporte médio total através do contorno aberto da área modelada, na maré enchente da M_2 de 19h

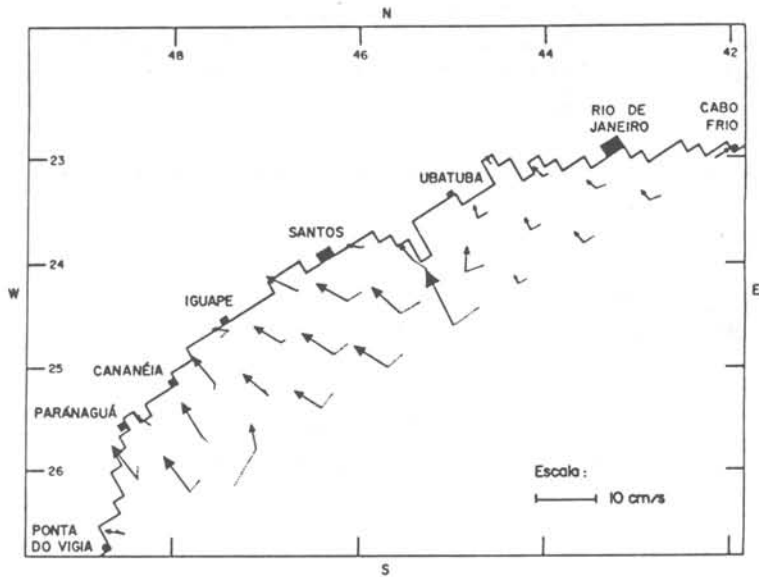


Fig. 5. Correntes médias da constituinte M_2 às 16 h (.....) e 19 h (→) GMT de 25-07-1978.

Fig. 5a. Correntes horizontais da constituinte M_2 a 50 m de profundidade - 16 h (.....) e 19 h (→) GMT de 25-07-1978.

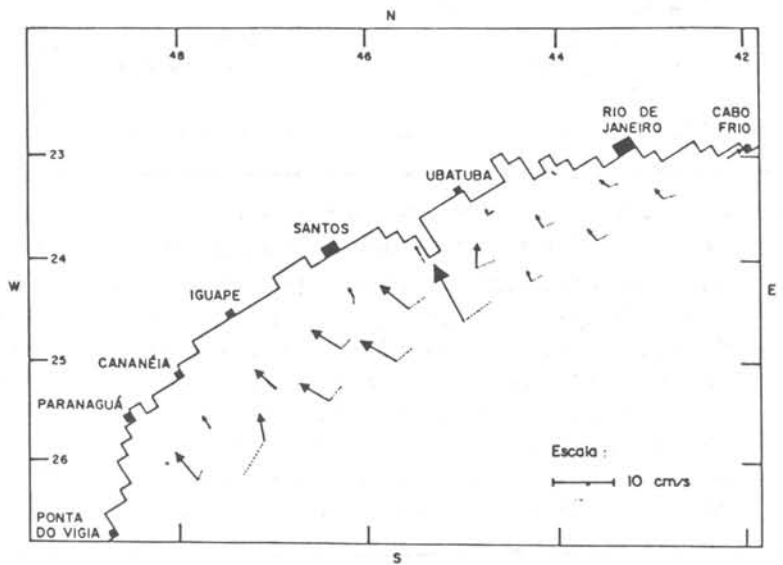
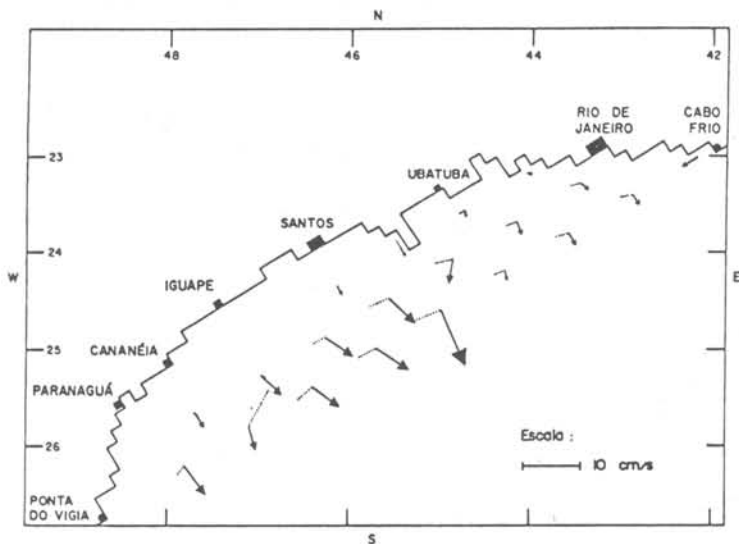


Fig. 5b. Correntes horizontais da constituinte M_2 a 50 m de profundidade - 22 h GMT de 25-07-1978 (.....) e 01 h GMT de 26-07-1978 (→).



GMT de 25 de julho de 1978 foi de $156,72 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{s}$, fazendo um ângulo de $121,29^\circ$ com os paralelos terrestres, medidos no sentido anti-horário.

- 3 - As elipses das correntes médias e na superfície da M_2 possuem eixo maior no sentido aproximadamente noroestes-

te - sudeste e rotação anti-horária (Fig. 6), com exceção de pontos na plataforma dos Estados de Santa Catarina e Paraná e de uma faixa que se estende da plataforma do Estado do Paraná até próximo à cidade de Santos (SP), onde se tem rotação horária.

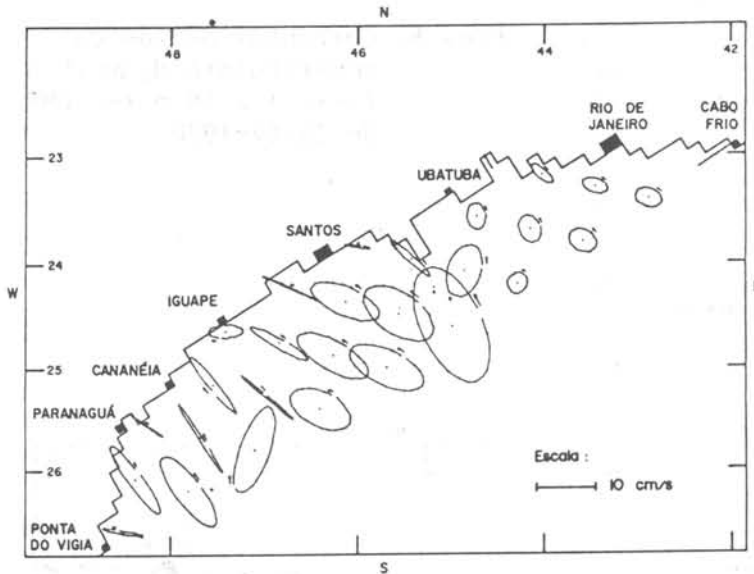
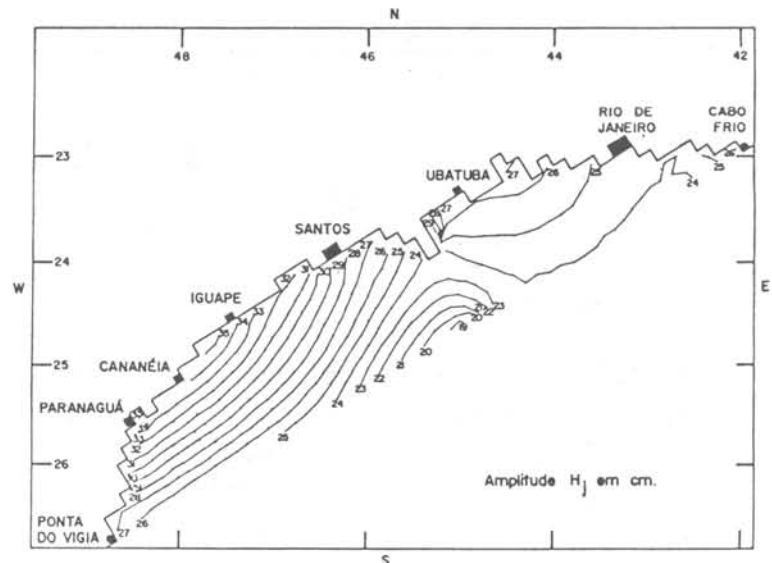


Fig. 6. Elipses das correntes da constituinte M_2 na superfície.

- 4 - As linhas cotidais de amplitude (Fig. 7) demonstram que a onda M_2 é mais amplificada em Cananéia e Paranaguá (amplitude de 35 cm) do que em Ubatuba e Rio de Janeiro (amplitudes de 26 e 28 cm). As linhas cotidais de fase da M_2 (Fig. 8) indicam que são necessários cerca de 46 minutos para que esta onda se propague do contorno aberto para a linha da costa.

- 5 - As características das correntes e das linhas cotidais da M_2 na plataforma sudeste brasileira são devidas à forma da linha da costa, às características topográficas do fundo marinho nesta região e principalmente à combinação de dois sistemas de circulação oceânicos da M_2 (Schwiderski, 1980): o primeiro, com um ponto anfidrômico a 30°S - 24°W (e

Fig. 7. Linhas cotidais de amplitude da constituinte M_2 .



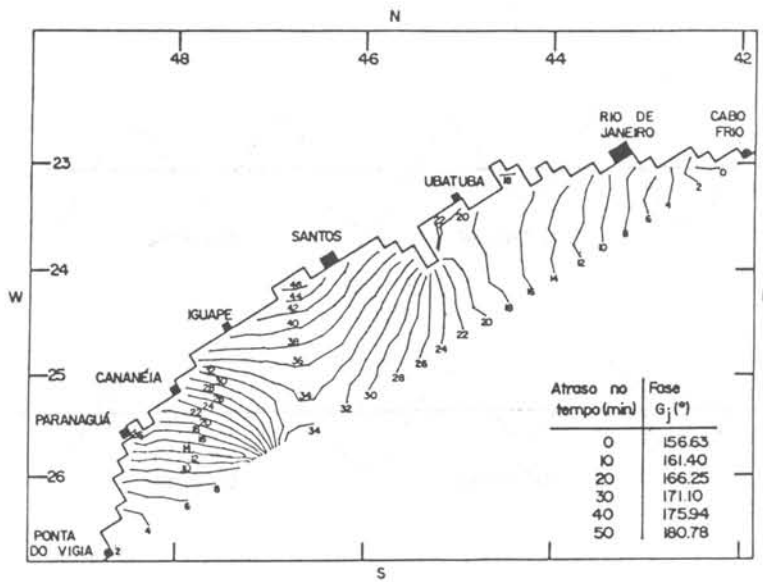


Fig. 8. Linhas cotidianas de fase da constituinte M_2 .

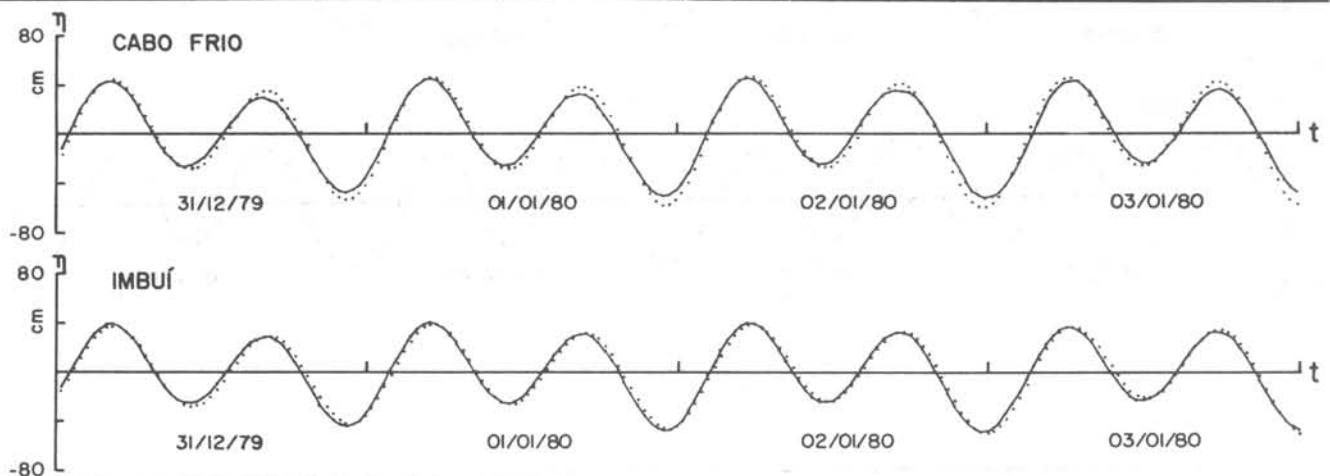
rotação anti-horária) e o segundo, com um ponto anfidrômico a $35^\circ\text{S}-45^\circ\text{W}$ (e rotação horária).

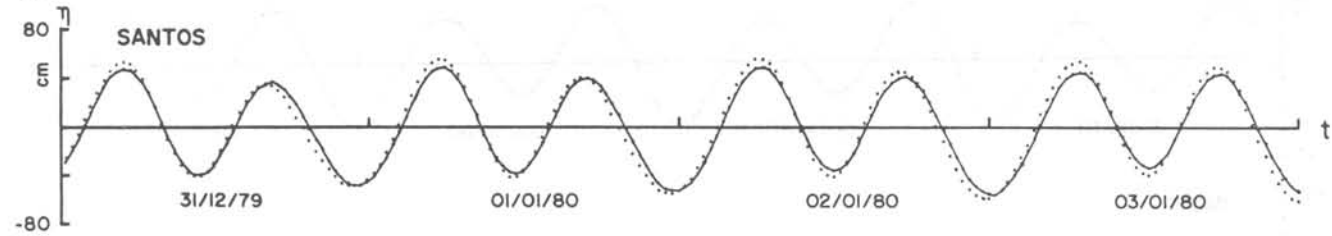
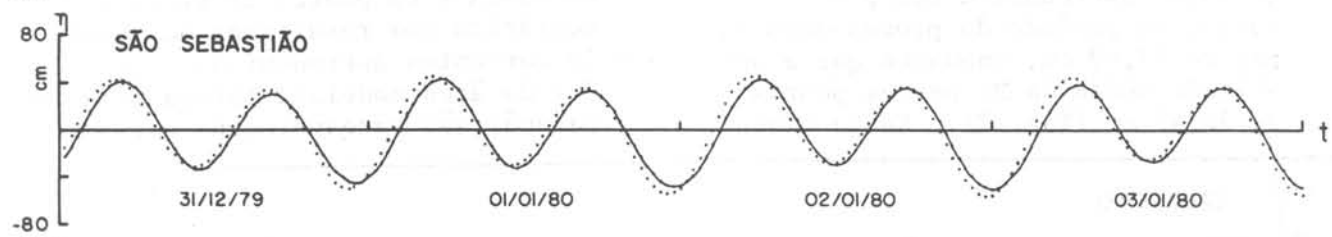
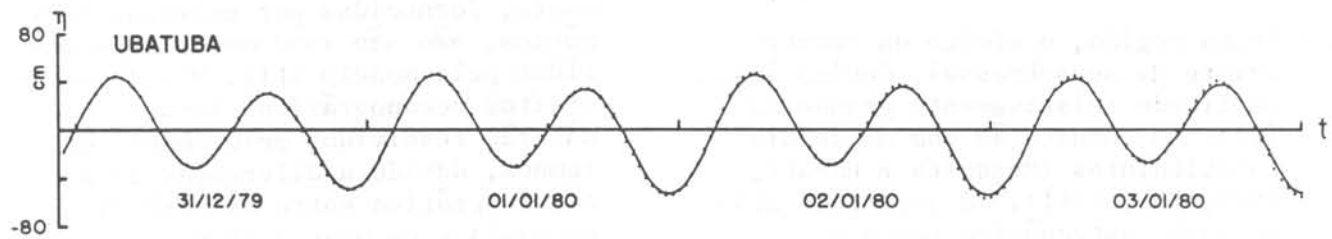
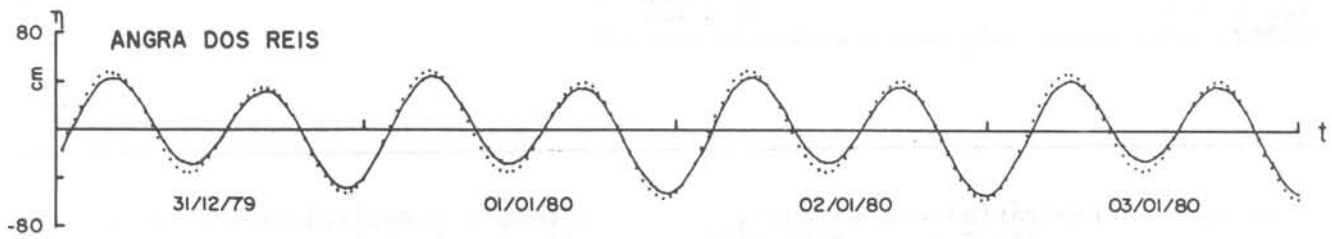
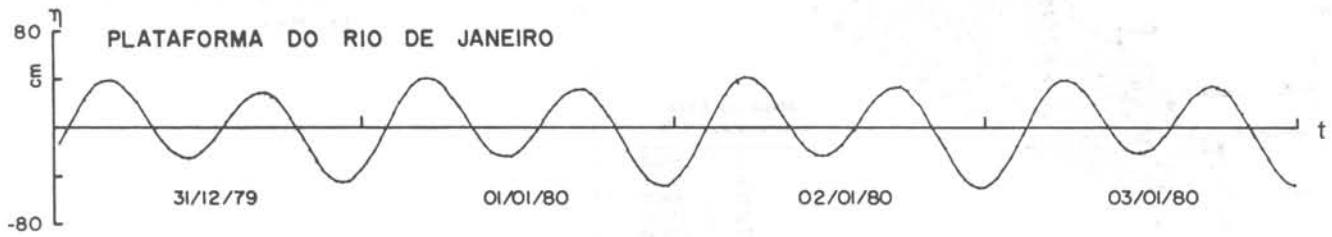
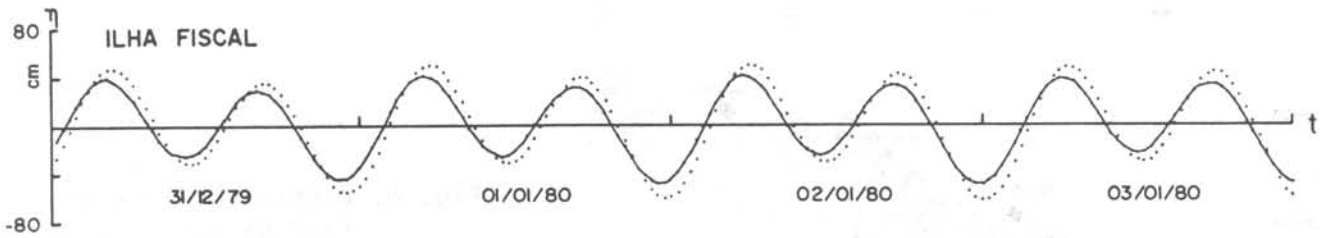
Com o segundo processamento do modelo, referente à propagação da maré astronômica nesta área, se conclui que

- 1 - Nesta região, o efeito da constituinte M_2 se sobressai, devido à sua amplitude relativamente grande na área, em comparação com as demais constituintes (Mesquita & Harari, 1983; DHN, 1961). A amplitude média da maré astronômica nos pontos da costa, no período do processamento, foi de 53,90 cm, enquanto que a amplitude média da M_2 nestes pontos é de 32,47 cm (Tab. 2). Nesta plata-

forma, a constituinte M_3 tem uma amplitude significativa (chegando a 15,8 cm em Paranaguá), e deve ser considerada na relação das principais componentes de maré astronômica (Huthnance, 1980).

- 2 - As alturas de maré astronômica na costa, fornecidas por previsão harmônica, não são exatamente reproduzidas pelo modelo (Fig. 9), devido a efeitos oceanográficos locais, que não são resolvidos pelo modelo e, também, devido a diferenças de posição geográfica entre os marégrafos na costa e os pontos da grade oceanográfica com resultados do modelo.
- 3 - As correntes astronômicas na parte Sul da área modelada (plataforma do Paraná) são razoavelmente reproduzi-





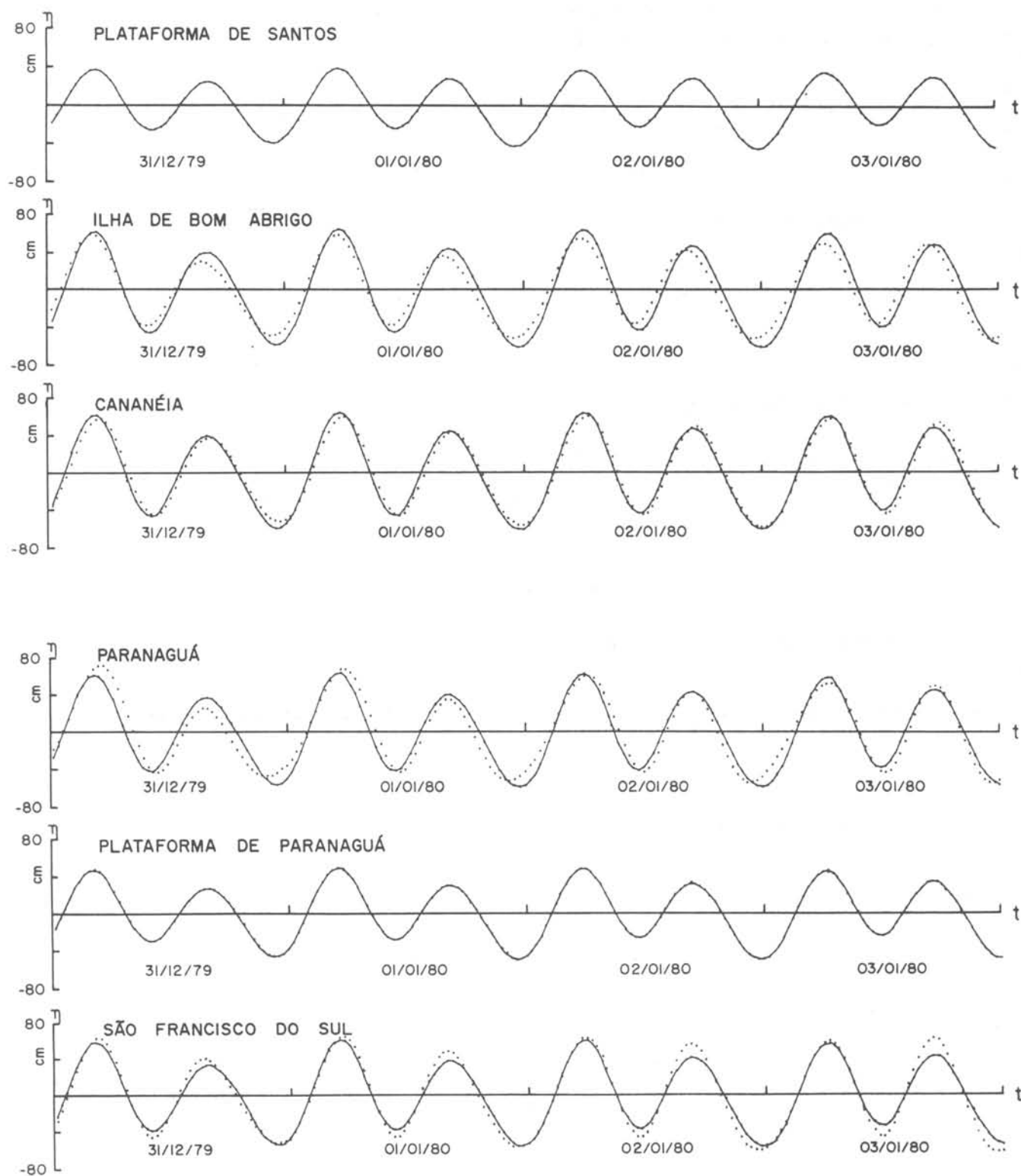


Fig. 9. Séries temporais das alturas de marê astronômica, em pontos na costa e na plataforma, no período de 00 h 30 mim GMT de 31-12-1979 a 00 h GMT de 04-01-1980; resultados do modelo (—) e previsão harmônica (.....).

das pelo modelo, com suas periodicidades semi-diurnas (Fig. 10). Entretanto, as correntes na parte Norte (plataforma do Rio de Janeiro)

não são corretamente reproduzidas no processamento, provavelmente porque elas são fortemente afetadas por ressonâncias locais, que produzem

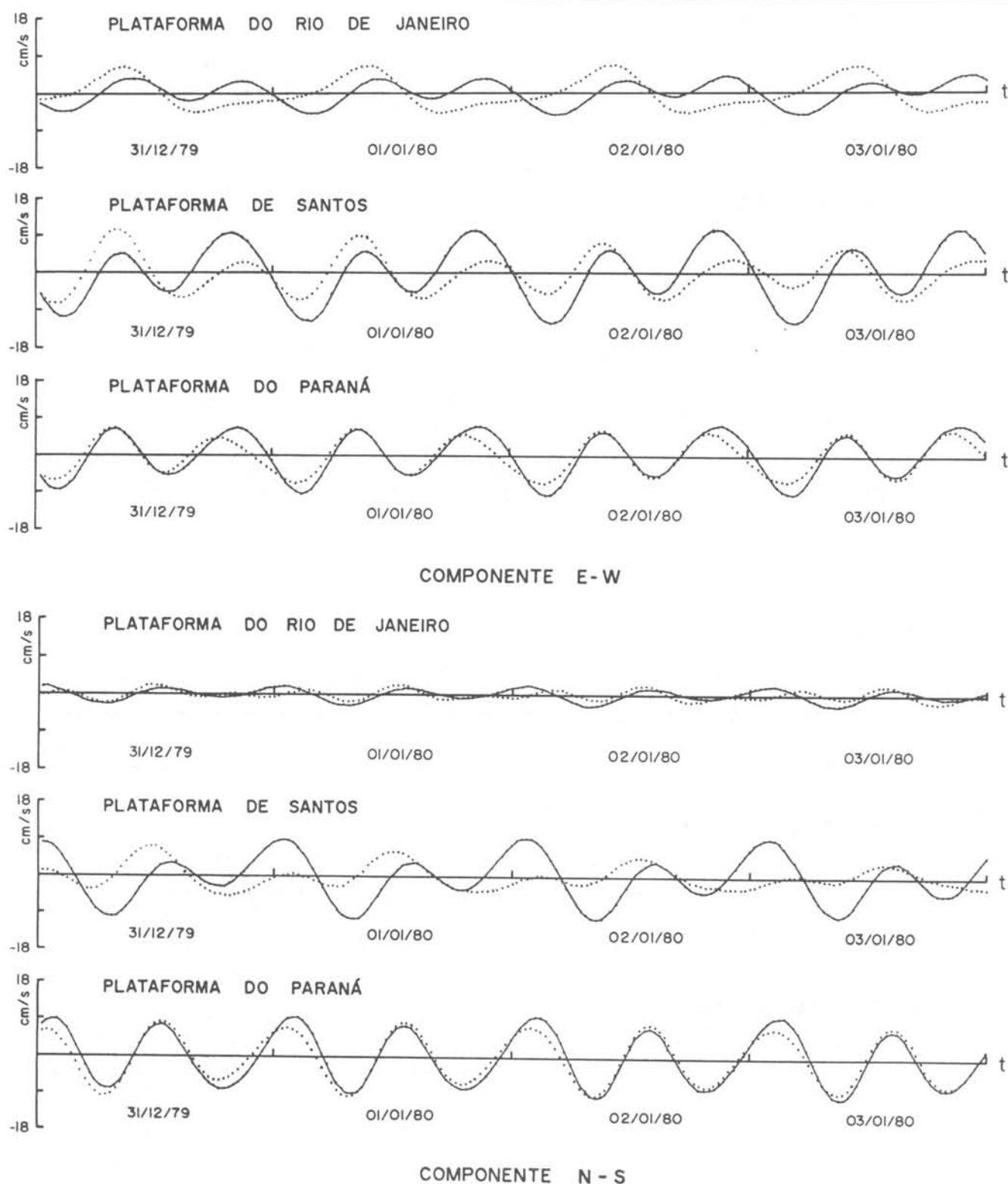


Fig. 10. Sêries temporais das componentes horizontais de corrente média da maré astronômica, em pontos na plataforma, no período de 00 h 30 mim GMT de 31-12-1979 a 00 h GMT de 04-01-1980; resultados do modelo (—) e previsão harmônica (.....).

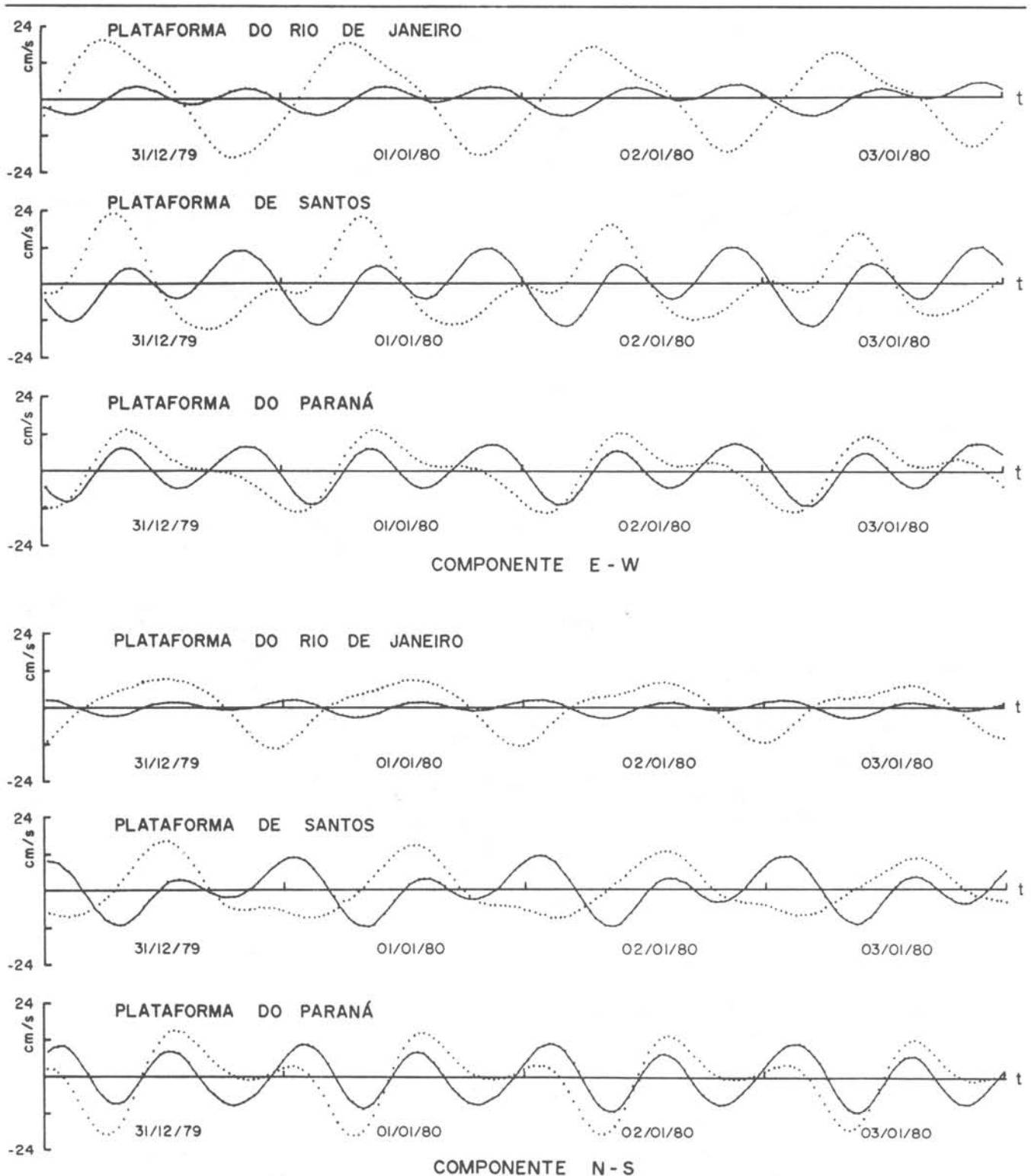


Fig. 10a. Séries temporais das componentes horizontais de corrente da maré astronômica na superfície, em pontos na plataforma, no período de 00 h 30 min GMT de 31-12-1979 a 00 h GMT de 04-01-1980; resultados do modelo (—) e previsão harmônica (· · · · ·).

componentes diurnas muito intensas (Leite, 1983), mas que não afetam muito as alturas de maré na área; estas, apresentam predominância das componentes semi-diurnas, notadamente a M_2 .

4 - As correntes astronômicas médias e em vários níveis são mais intensas na parte Sul da área modelada do que na parte Norte (Fig. 11), mas a diferença entre os transportes dessas duas regiões é menor. O transporte

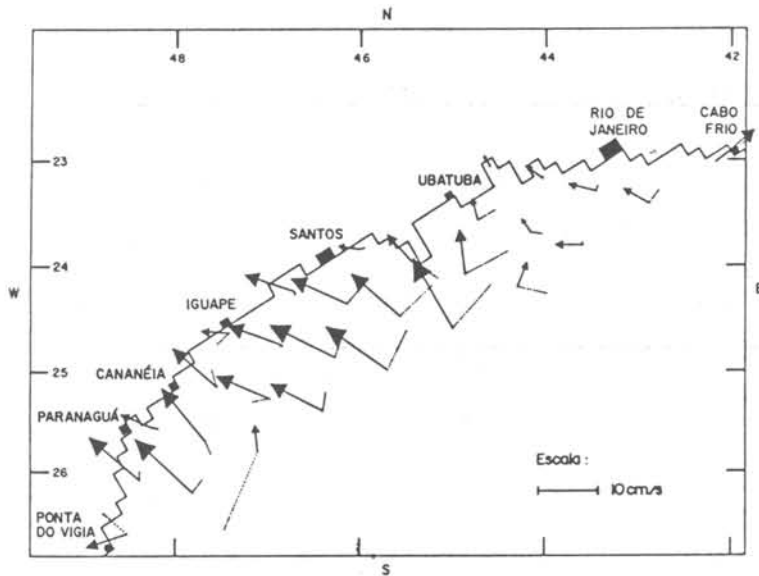


Fig. 11. Correntes médias da maré astronômica às 23 h GMT de 31-12-1979 (.....) e 02 h 30 min GMT de 01-01-1980 (→).

Fig. 11a. Correntes horizontais da maré astronômica a 50 m de profundidade - 23 h GMT de 31-12-1979 (.....) e 02 h 30 min GMT de 01-01-1980 (→).

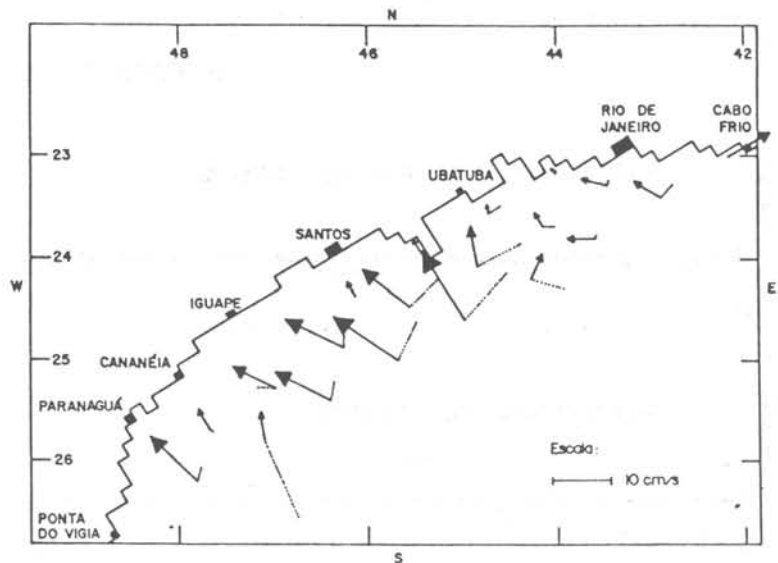
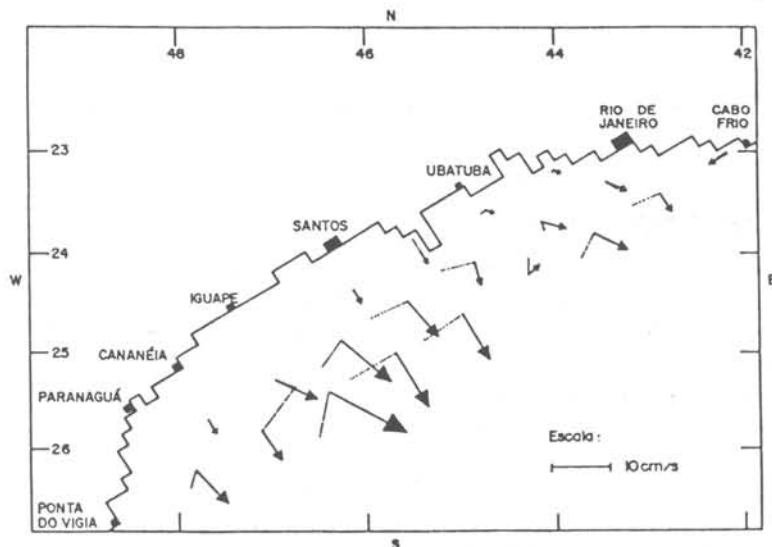


Fig. 11b. Correntes horizontais da maré astronômica a 50 m de profundidade - 05 h 30 min (.....) e 09 h (→) GMT de 01-01-1980.

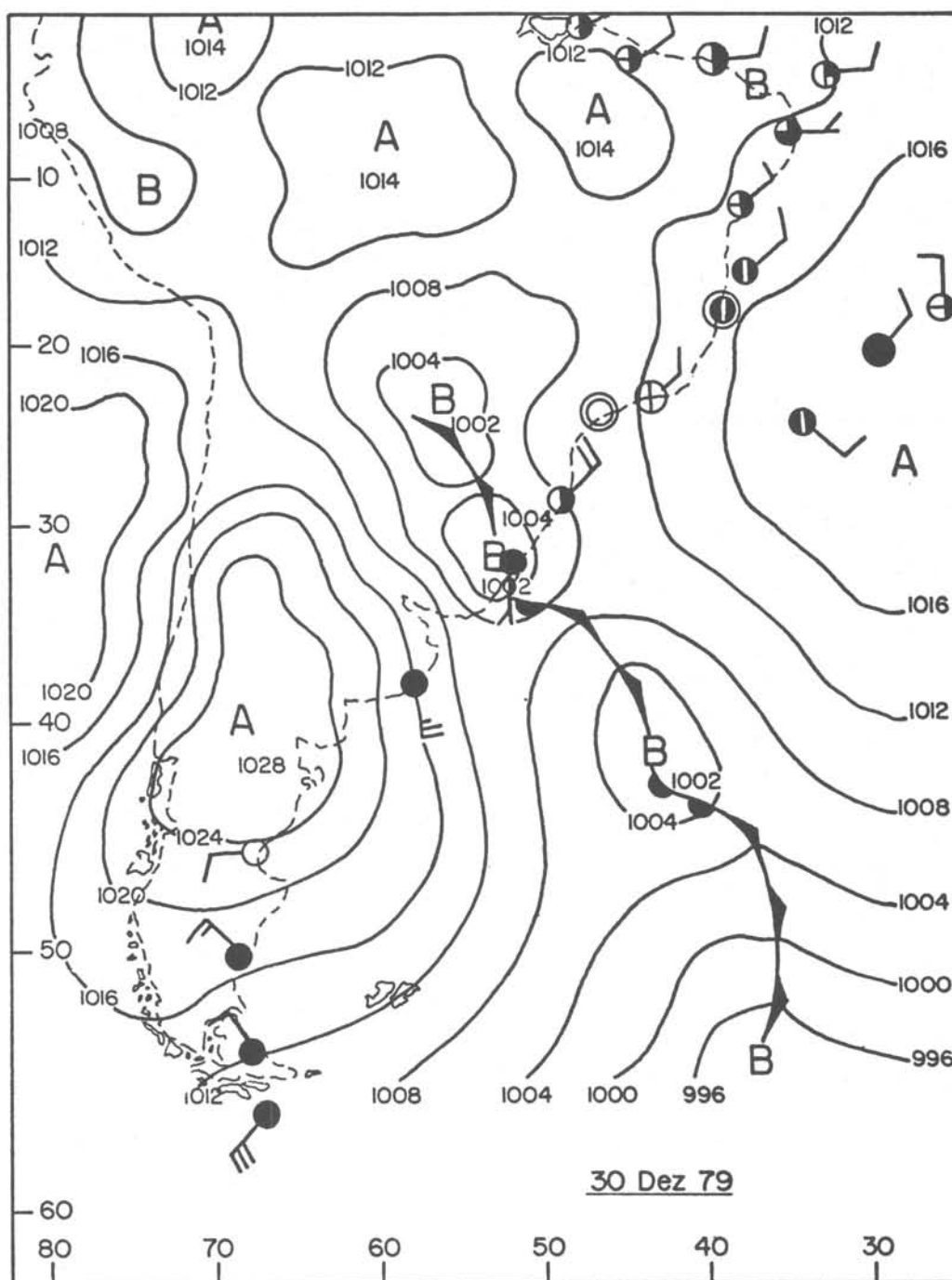


da maré astronômica enchente de 02 h 30 min GMT de 01-01-1980, através da borda aberta da região modelada, foi de $263,88 * 10^6 \text{ m}^3/\text{s}$, num ângulo de $133,01^\circ$ com os paralelos terrestres (medidos no sentido anti-horário).

- 5 - Ainda por influência da M_2 , se tem rotação anti-horária das correntes astronômicas na região, com as mes-

mas exceções citadas no primeiro processamento.

No terceiro processamento, foi simulada uma situação real de extrema elevação das águas na costa, com a composição da maré astronômica com uma grande maré meteorológica, gerada pelos efeitos do avanço de uma intensa frente fria nesta área (Fig. 12). As conclusões deste processamento foram:



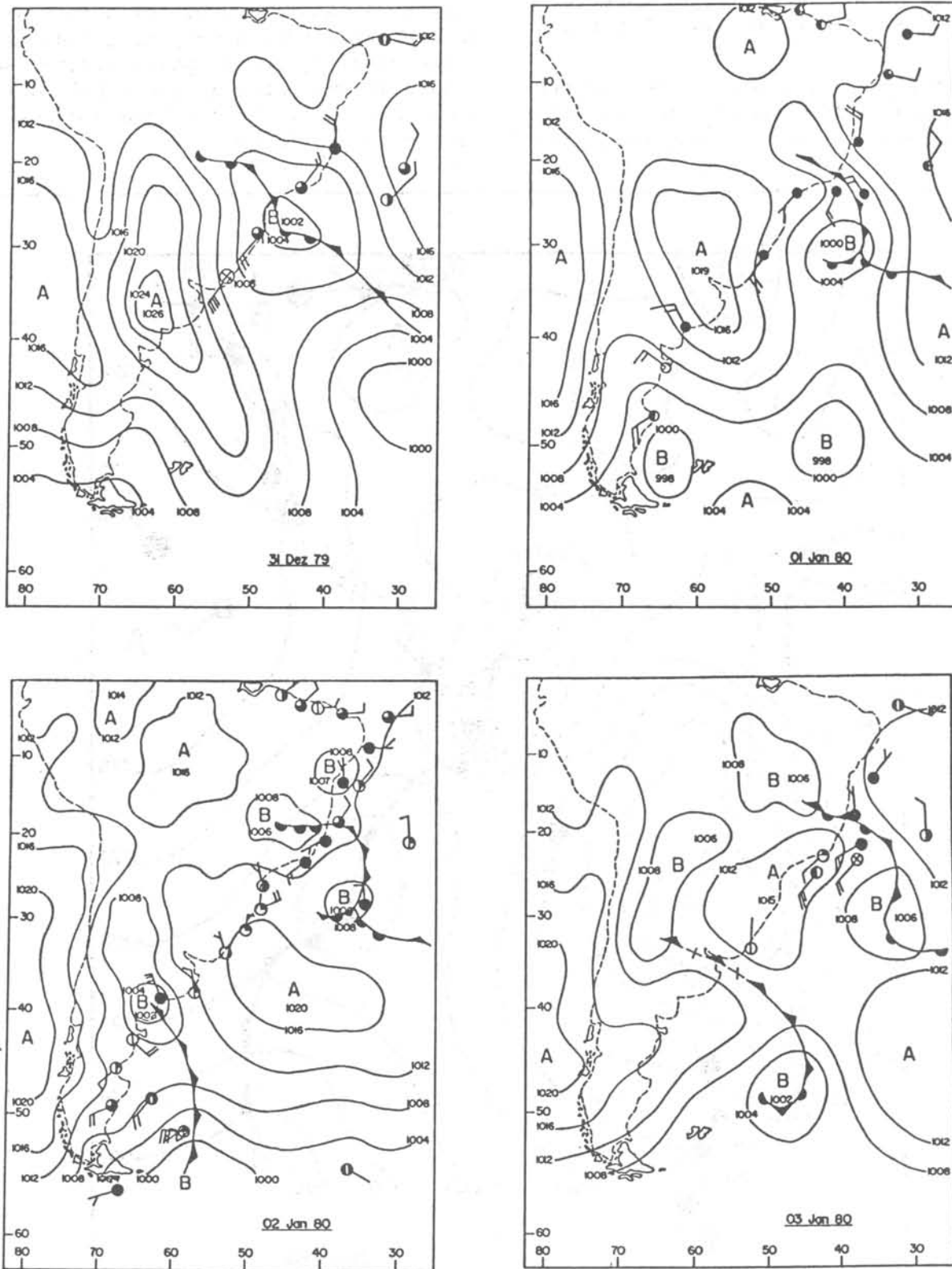


Fig. 12. Cartas sinóticas de superfície referentes a 12 h GMT dos dias 30 de dezembro de 1979 a 03 de janeiro de 1980.

- 1 - A grande elevação das alturas de maré na costa (Fig. 13), que apresentou uma amplitude média de 130,30 cm, foi devida a distúrbios do nível médio em escala oceânica, representados no modelo pela altura de maré meteorológica no contorno aberto. Este efeito foi bem mais importante que o dos ventos e gradientes de pressão atmosférica observados na área.
- 2 - Houve uma defasagem de 1 a 2 dias entre a passagem da frente e a máxima elevação da maré observada na região.
- 3 - As correntes apresentaram rotação anti-horária, com algumas exceções na parte Sul da plataforma modelada, por influências astronômicas, embora a faixa de rotação horária não seja observada. Há também exceções na plataforma do Rio de Janeiro, devido

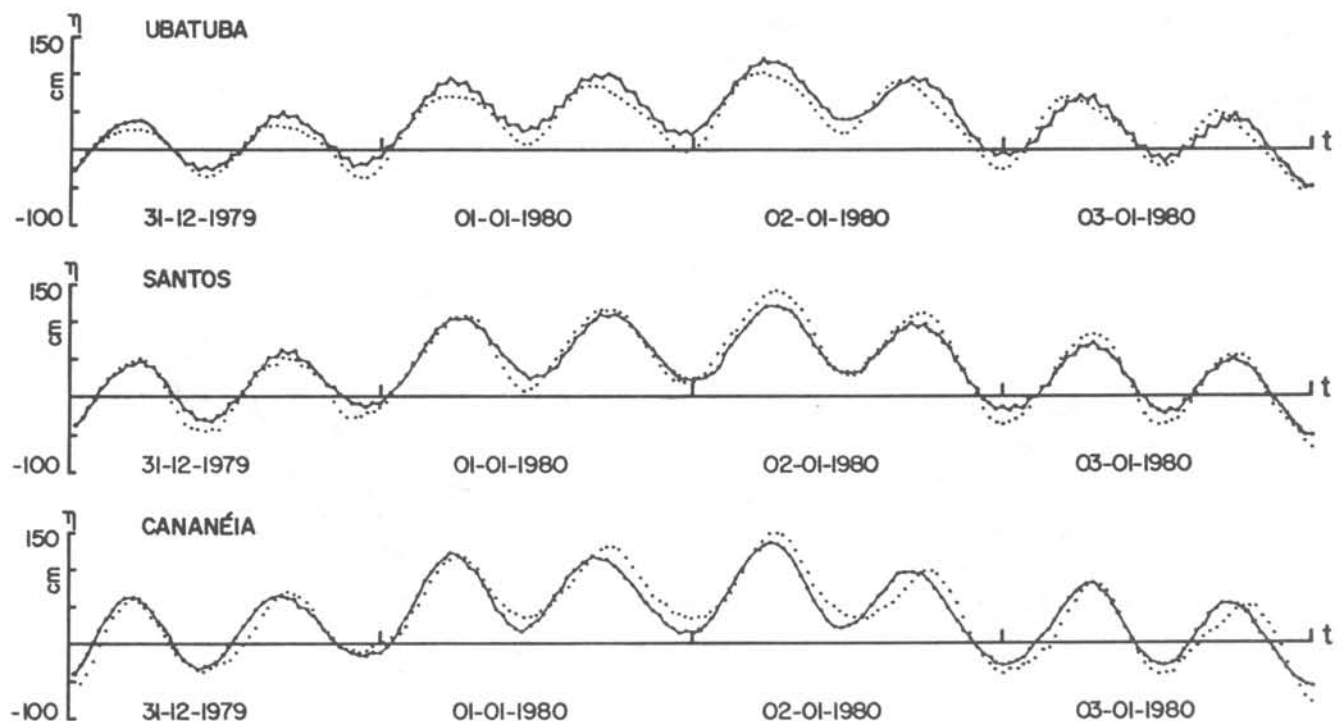


Fig. 13. Séries temporais das alturas de maré, em pontos na costa, correspondentes à circulação total no período de 00 h 30 min GMT de 31-12-1979 a 00 h GMT de 04-01-1980; resultados do modelo (—) e observações (.....).

- a correntes de declive para Sudoeste (Fig. 14).
- 4 - As correntes e os transportes foram mais intensos em pontos mais próximos do contorno aberto do que em pontos próximos à linha da costa (Fig. 14). Na maré enchente, às 02 h 30 min GMT de 01-01-1980, o transporte foi de $357,79 * 10^6 \text{ m}^3/\text{s}$, na fronteira aberta do modelo, na direção $84,35^\circ$ (em relação aos paralelos terrestres, medidos no sentido anti-horário).
- 5 - A implementação de condições de contorno de natureza meteorológica no modelo hidrodinâmico requer cuidados especiais: ventos medidos na costa normalmente são afetados por efeitos topográficos e meteorológicos de pequena escala, que não estão presentes no mar aberto; dados de pressão devem ser ao nível do mar, ou reduzidos a este nível.
- 6 - Efetivamente, em modelos de média escala geográfica, a melhor forma de implementar condições de contorno representativas da parte da circulação devida a efeitos meteorológicos é através de um modelo numérico hidrodinâmico de grande escala, para

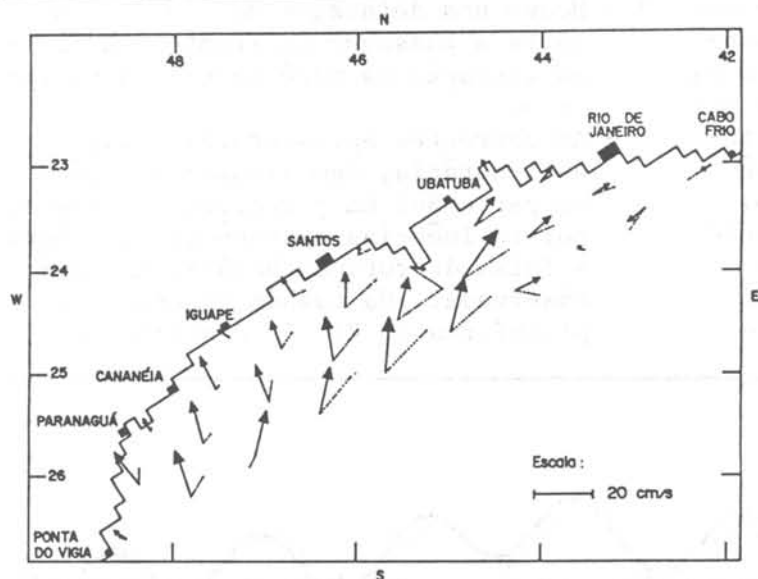


Fig. 14. Correntes médias da circulação total às 23 h GMT de 31-12-1979 (.....) e 02 h 30 min GMT de 01-01-1980 (→).

Fig. 14a. Correntes horizontais da circulação total a 50 m de profundidade - 23 h GMT de 31-12-1979 (.....) e 02 h 30 min GMT de 01-01-1980 (→).

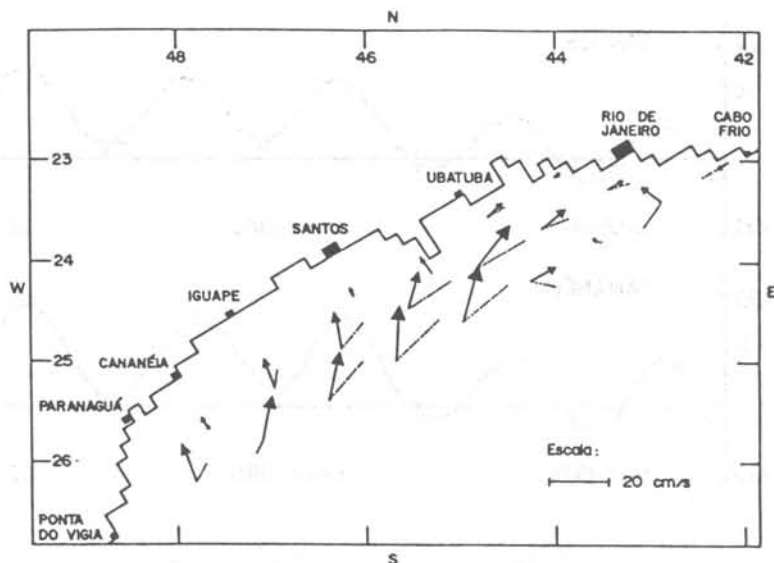
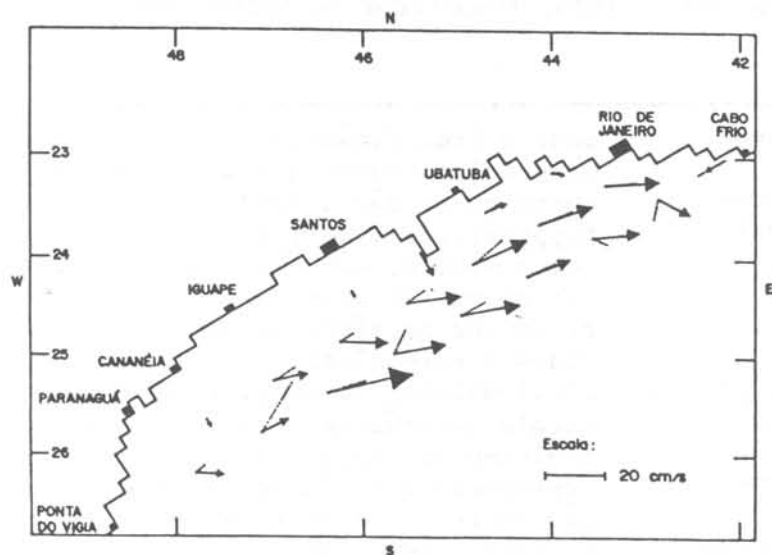


Fig. 14b. Correntes horizontais da circulação total a 50 m de profundidade - 05 h 30 min (.....) e 09 h (→) GMT de 01-01-1980.



fornecer a maré meteorológica no contorno (Davies, 1980), e de um modelo meteorológico das condições atmosféricas, para informar os campos de pressão e vento na superfície (Flather & Davies, 1978).

- 7 - Embora o efeito modelado no período do terceiro processamento tenha sido de uma intensidade absolutamente anormal nesta região, efeitos meteorológicos mais comuns, tais como ventos fortes ou frentes normalmente observadas na área, devem ser considerados na modelagem numérica da circulação marítima, pois participam de forma ponderável desta circulação.

A diferença dos resultados dos processamentos 3 e 2 forneceu a circulação gerada por motivos exclusivamente meteo-

rológicos, no período de 31 de dezembro de 1979 a 03 de janeiro de 1980, quando a média das alturas de maré residuais (total menos astronômica) dos pontos na costa atingiu 86,60 cm; foram então obtidas as seguintes conclusões:

- 1 - Ao subtrair a maré astronômica das observações de maré na costa, restam a maré meteorológica e efeitos não lineares, devidos principalmente a constituintes de pequeno fundo, e também a efeitos termohalinos e à interação não linear entre as circulações geradas por efeitos astronômicos e meteorológicos. Como o modelo é linear, ele não reproduz estes efeitos não lineares, e a curva da maré residual observada oscila em torno da maré meteorológica calculada pelo modelo (Fig. 15).

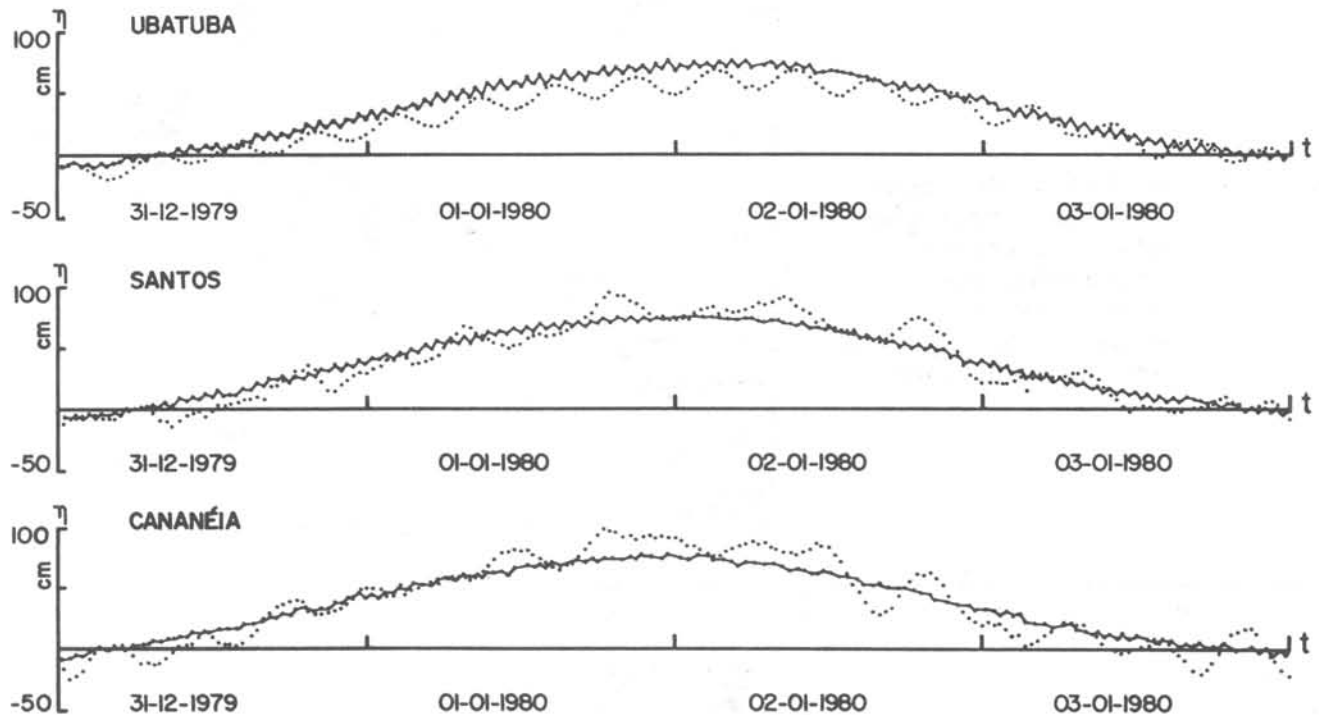


Fig. 15. Sêries temporais das alturas de maré devidas a efeitos meteorológicos, em pontos na costa, no período de 00 h 30 min GMT de 31-12-1979 a 00 h GMT de 04-01-1980; resultados do modelo (—) e observações (.....).

- 2 - Efetivamente, em situações de condições meteorológicas extremas, os efeitos meteorológicos na circulação marítima são muito mais intensos que os efeitos não lineares omitidos, de

modo que, nestas situações, é razoável aproximar a circulação total como a soma de duas parcelas, de origem astronômica e meteorológica (Heaps & Jones, 1975).

3 - No período citado, as correntes e os transportes devidos ao efeito meteorológico foram no sentido aproxima-

damente nordeste (Fig. 16). O acúmulo de água próximo a Cabo Frio provocou correntes de declive, no sen-

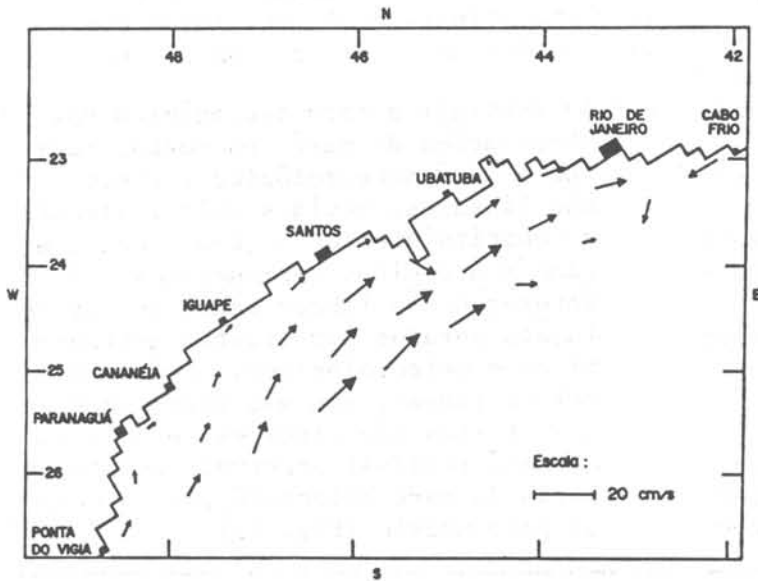


Fig. 16. Correntes médias devidas a efeitos meteorológicos às 02 h 30 min GMT de 01-01-1980.

Fig. 16a. Correntes horizontais da circulação devida a efeitos meteorológicos, a 50 m de profundidade - 02 h 30 min GMT de 01-01-1980.

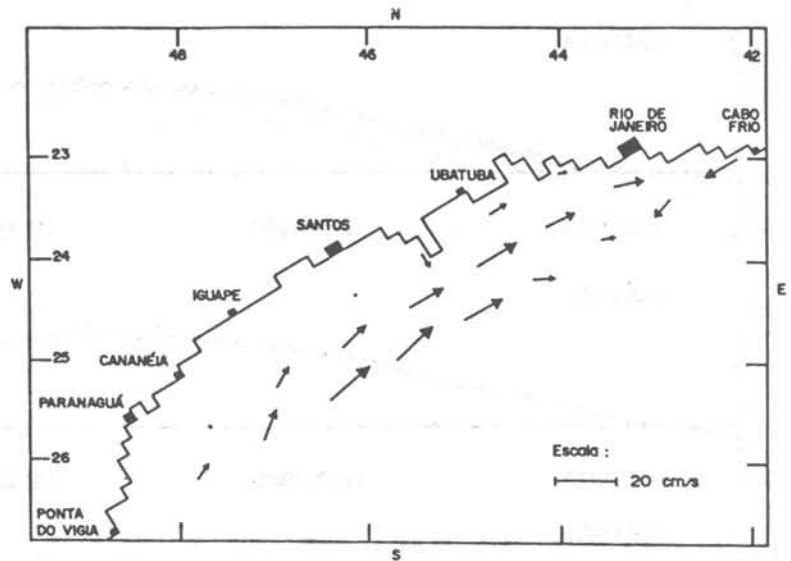
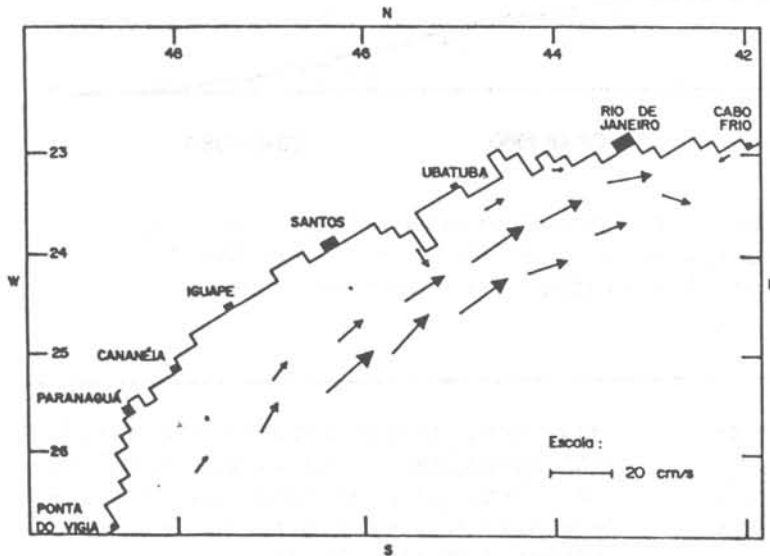


Fig. 16b. Correntes horizontais da circulação devida a efeitos meteorológicos, a 50 m de profundidade - 09 h GMT de 01-01-1980.



tido aproximadamente sudoeste. O transporte médio total devido a efeitos meteorológicos, às 02 h 30 min GMT de 01-01-1980, foi de $270,01 * 10^6 \text{ m}^3/\text{s}$, na direção $37,16^\circ$ (em relação aos paralelos terrestres, medidos no sentido anti-horário).

Os altos índices de correlação entre os resultados dos processamentos e as observações ou previsões harmônicas correspondentes (Tabs 1-2) justificam o uso da formulação linearizada utilizada, sobretudo na escala espacial adotada; efeitos não lineares só têm importância maior em locais muito próximos à costa, onde há geração de constituintes de pequeno fundo; eles podem ser desprezados em áreas relativamente profundas, sobretudo na simulação de efeitos astronômicos e meteorológicos extremos, por terem intensidade bem menor que os efeitos considerados; a inclusão de termos não lineares requer condições de contorno adicionais (correntes na borda), maior tempo de computador (com o uso de esquemas numéricos iterativos) e filtragens computacionais das condições de contorno (de modo a não permitir ruído computacional passível de amplificação). Por outro lado, em modelos numéricos hidrodinâmicos de pequena escala, representativos da circulação em regiões costeiras rasas, os termos não lineares não podem ser desprezados (Heaps & Flather, 1975; Signorini, 1979).

Quanto à previsão numérica da circulação marítima, o modelo aqui apresentado pode ser usado para previsão da parte astronômica desta circulação, em caráter operacional. No tocante à previsão da parte devida a fenômenos meteorológicos, há a dependência de bons esquemas de previsão da maré meteorológica na borda da área modelada e dos campos de vento e pressão na superfície; estas previsões poderão ser feitas por um modelo hidrodinâmico de escala maior e por modelos meteorológicos da circulação na superfície.

Recomendações

Futuramente deverão ser realizadas medições de correntes na faixa de encontro dos dois sistemas de rotação oceânicos da M_2 e também na área de transição entre a parte Sul e a parte Norte da plataforma modelada (próximo à

Ilha de São Sebastião); dessa forma, os resultados do modelo desenvolvido poderão ser confirmados e aprimorados.

Os principais aspectos a serem futuramente desenvolvidos na modelagem da circulação de média escala geográfica são concernentes ao uso de funções "B-Splines" no método de Galerkin (aplicado à dependência vertical das correntes) e um coeficiente de viscosidade turbulenta vertical variável com as coordenadas horizontais e também com a profundidade (Davies, 1977a, b); dessa forma, perfis verticais precisos das correntes poderão ser obtidos, desde a superfície até o fundo do mar. Gradientes horizontais de densidade poderão ser considerados (Heaps & Jones, 1977), desde que se tenha estimativas razoáveis destes valores nas plataformas modeladas. Modelos numéricos hidrodinâmicos bi-dimensionais não lineares de média escala geográfica poderão também ser desenvolvidos.

Finalmente, poderá ser feito o acoplamento de modelos de média escala geográfica com modelos de circulação marítima de escala maior (Hendershott, 1972; Zahel, 1975) e menor (Heaps & Flather, 1975; Pingree & Maddock, 1978); este acoplamento poderá proporcionar simulações ou mesmo previsões dos movimentos oceânicos com boa precisão, considerando-se modelos da circulação atmosférica na superfície, nas escalas correspondentes.

Agradecimentos

Agradeço a colaboração prestada pelo Instituto Oceanográfico da USP na elaboração deste trabalho, particularmente a: Prof. Dr Afrânio R. de Mesquita (Coordenador do Subprojeto Hidrodinâmica Costeira, Convênio IOUSP/FINEP), Sr João Batista A. Leite e Sr Reyner Rizzo (colaboradores deste Subprojeto), Sra Herminda A. Agueda e Srta (†) Carmem M. Gallo (responsáveis pela perfuração de cartões de computador e digitação em terminais), Sr (†) Alberto D. P. Manzieri, Sr Carlos J. F. Ferreira e Sr Gerson Primiani da Silva (pela elaboração das figuras) e Sr José Geraldo do Nascimento (por serviços de datilografia).

Agradeço, também, a colaboração prestada pelo Instituto Astronômico e Geofísico da USP, Institute of Oceanographic Sciences da Grã-Bretanha,

Diretoria de Hidrografia e Navegação da Marinha do Brasil e Instituto Nacional de Meteorologia, pela cessão de dados oceanográficos e meteorológicos, assim como pelo intercâmbio de informações científicas e técnicas. Os processamentos computacionais foram realizados no Centro de Computação Eletrônica da USP, ao qual agradeço pela assistência técnica e auxílios nos cálculos computacionais.

O desenvolvimento deste trabalho contou com o apoio da Financiadora de Estudos e Projetos S/A e Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo, que financiaram o projeto de pesquisa e suas bolsas de estudo.

Referências bibliográficas

- BOWDEN, K. F. 1953. Note on wind drift in a channel in the presence of tidal currents. *Proc. R. Soc., ser. A*, 219:426-446.
- _____; FAIRBAIRN, L. A. & HUGHES, P. 1959. The distribution of shearing stresses in a tidal current. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 2:288-305.
- DAVIES, A. M. 1977a. The numerical solution of the three-dimensional hydrodynamic equations, using a B-Spline representation of the vertical current profile. In: Nihoul, J. C. J., ed. - Bottom turbulence. Amsterdam, Elsevier, p. 1-25.
- _____. 1977b. Three-dimensional model with depth-varying eddy viscosity. In: Nihoul, J. C. J., ed. - Bottom turbulence. Amsterdam, Elsevier, p.27-48.
- _____. 1980. Application of numerical models to the computation of the wind-induced circulation of the North Sea during JONSDAP'76. "Meteor" *Forsch.-Ergebn.*, (22):53-68.
- DHN. MINISTÉRIO DA MARINHA. 1961. Lista de constantes harmônicas (costa do Brasil). Rio de Janeiro, Diretoria de Hidrografia e Navegação.
- DUUN-CHRISTENSEN, J. T. 1975. The representation of the surface pressure field in a two-dimensional hydrodynamic-numerical model for the North Sea, the Skagerrak and the Kattegat. *Dt. hydrogr. Z.*, 28(3):97-116.
- FLATHER, R. A. & DAVIES, A. M. 1978. On the specification of meteorological forcing in numerical models for North Sea storm surge prediction, with application to the surge of 2 to 4 January 1976. *Dt. hydrogr. Z., Ergebn. A*, (15):1-51.
- FRANCO, A. dos S. 1981. Tides: fundamentals, analysis and prediction. São Paulo, IPT, 232p.
- _____. & ROCK, N. J. 1971. The fast Fourier transform and its application to tidal oscillations. *Bolm Inst. oceanogr., S Paulo*, 20:145-199.
- GODIN, G. 1972. The analysis of tides. Liverpool, Liverpool University Press, 264p.
- HALTINER, G. J. & WILLIAMS, R. T. 1980. Numerical prediction and dynamic meteorology. New York, John Wiley, 477p.
- HARARI, J. 1977. Modelo numérico tri-dimensional da região costeira centro-sul do Brasil. Dissertação de mestrado. Universidade de São Paulo, Instituto Oceanográfico, 132p.
- _____. 1984. Modelo numérico hidrodinâmico tri-dimensional linear da plataforma continental sudeste do Brasil. Tese de doutorado. Universidade de São Paulo, Instituto Astronômico e Geofísico, 203p.
- HEAPS, N. S. 1965. Storm surges on a continental shelf. *Phil. Trans. R. Soc., ser. A*, 257:351-383.
- _____. 1969. A two-dimensional numerical sea model. *Phil. Trans. R. Soc., ser. A*, 265:93-137.

- HEAPS, N. S. 1972. On the numerical solution of the three dimensional hydrodynamical equations for tides and storm surges. *Mém. Soc. r. Sci. Liège*, sér. 6, 2:143-180.
- _____ & FLATHER, R. A. 1975. Tidal computations for Morecambe Bay. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 42:489-517.
- _____ & JONES, J. E. 1975. Storm surge computations for the Irish Sea using a three-dimensional numerical model. *Mém. Soc. r. Sci. Liège*, sér. 7, 6:289-333.
- _____ 1977. Density currents in the Irish Sea. *JONSMOD Progr. Rep. I*, 3:675-719.
- HENDERSHOTT, M. C. 1972. The effects of solid Earth deformation on global ocean tides. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 29:389-402.
- HUTHNANCE, J. M. 1980. On shelf-sea 'resonance' with application to Brazilian M3 tides. *Deep-Sea Res.*, 27A:347-366.
- LEITE, J. B. de A. 1983. Estudos da variação temporal de temperatura e salinidade, do sistema de correntes e sua estabilidade numa área de ressurgência. *Dissertação de mestrado*. Universidade de São Paulo, Instituto Oceanográfico, 178p.
- MESQUITA, A. R. de 1983. Contribuição à oceanografia da região costeira sudeste do Brasil (Lat. 24°S). Sub-projeto Hidrodinâmica Costeira: execução e resultados. *Tese de livre-docência*. Universidade de São Paulo, Instituto Oceanográfico, 187p.
- MESQUITA, A. R. de & HARARI, J. 1983. Tides and tide gauges of Cananéia and Ubatuba - Brazil (Lat. 24°). *Relat. int. Inst. oceanogr., Univ. S Paulo*, (11):1-14.
- _____ (em prep.). Harmonic constants of tides and currents of the southern Brazilian shelf (Lat. 25°S).
- MUNK, W. H. & CARTWRIGHT, D. E. 1966. Tidal spectroscopy and prediction. *Phil. Trans. R. Soc., ser. A.*, 259(1105):533-581.
- PINGREE, R. D. & MADDOCK, L. 1978. The M₄ tide in the English Channel derived from a non-linear numerical model of the M₂ tide. *Deep-Sea Res.*, 25:53-63.
- PROUDMAN, J. 1953. *Dynamical oceanography*. London, Methuen, 409p.
- SCHWIDERSKI, E. 1980. On charting global ocean tides. *Rev. Geophys. Space Phys.*, 18:243-268.
- SIGNORINI, S. R. 1979. A three-dimensional, finite element numerical model of circulation and diffusion-advection processes for estuarine and coastal application (with application to Bay of Ilha Grande, Brazil). Ph.D. Dissertation. University of Rhode Island, 187p.
- ZAHHEL, W. 1975. Mathematical and physical characteristics and recent results of ocean tide models. *International Colloquium on Numerical Methods of Science and Technical Computation*. Berlin, Springer-Verlag, p.349-367.

(Recebido em 03-12-84;
aceito em 29-11-85)