

Estimativa do coeficiente de reaeração da água em canal raso de fundo deslizante

Estimation of reaeration coefficients of water in shallow moving-bed channel

Flávia Martins de Queiroz¹, Antonio Teixeira de Matos², Marcos von Sperling³

RESUMO

O coeficiente de reaeração, K_2 , é a variável de maior influência na autodepuração de corpos hídricos; portanto, estimativas confiáveis são de suma importância. As previsões de K_2 , por meio de equações, em condições de escoamento raso são, geralmente, superestimadas. Por isso, neste trabalho, os objetivos foram estudar a reoxigenação da água limpa em canal hidráulico de fundo deslizante, com pequenas profundidades de água e diferentes velocidades de escoamento, inferir sobre as principais variáveis hidrodinâmicas intervenientes no processo e, com base nelas, propor equação de estimativa de K_2 . Com a concentração de oxigênio na água ao longo do tempo, estimou-se K_2 . Inferiu-se, dos resultados, que as variáveis velocidade média (V) e velocidade de corte (u^*), profundidade (H), números de Froude (Fr) e de Reynolds (R), declividade (S) e fator de forma (ff) afetaram K_2 , e a melhor equação foi a que incluiu as três últimas variáveis.

Palavras-chave: K_2 ; modelo de previsão; reoxigenação; canais hidráulicos; autodepuração.

ABSTRACT

The reaeration coefficient, K_2 , is the most influential variable in the self-purification of water bodies, thus reliable estimates are of great importance. The predictions of K_2 by means of equations in shallow depths are usually overestimated. Therefore, in this study, the objectives were to study the reoxygenation of clean water moving-bed channel with shallow water depths and different flow velocities; identify the main hydrodynamic variables involved in the process and, based on them, propose equation(s) for estimation of K_2 . Oxygen concentration in the water over time, was used to estimate K_2 . From the results it was inferred that average velocity (V) and shear velocity (u^*), depth (H), Froude number (Fr) and Reynolds number (R), slope (S), channel shape factor (ff), influenced K_2 and the best predictive equation was the one which included the last three variables.

Keywords: K_2 ; prediction model; reoxygenation; hydraulic channel; self-purification.

INTRODUÇÃO

A disposição sistemática de águas residuárias orgânicas em mananciais superficiais de águas doces tem proporcionado redução na disponibilidade de oxigênio nesse meio. Entretanto, os corpos hídricos são capazes de se recuperar naturalmente e sua autodepuração é influenciada pela carga lançada e pela capacidade de incorporação do oxigênio no meio líquido, a partir da atmosfera, cujo transporte de massa depende de propriedades do ar, da água e do escoamento (CREMASCO, 2002).

A diferença de concentração de espécies químicas entre o ar e o meio líquido ou entre duas regiões no mesmo fluido constitui a força motriz ao transporte de massa, sendo a absorção do oxigênio do ar pela água, em

ambiente lântico, governada pelas Leis de Fick (FISCHER *et al.*, 1979). Em águas agitadas a força motriz ao fluxo de massa também é a diferença de concentração, e a resistência ao transporte, representada pelo coeficiente convectivo de transferência, é uma variável cinemática, dependente das características do meio e da interação molecular soluto-meio (CREMASCO, 2002). Com base nisso, torna-se essencial que em estudos de autodepuração seja conhecida a taxa de transporte do oxigênio do ar para a água (K_m), a partir da qual se obtém o coeficiente de reaeração (K_2).

O K_2 pode ser obtido por medições em campo, em laboratório ou por estimativa, utilizando-se equações matemáticas que

¹Engenheira Agrícola pela Universidade Federal de Viçosa (UFV). Mestre em Engenharia Agrícola pela UFV. Doutora em Engenharia Agrícola pela UFV. Professora da Unidade de Ciência Exatas e Tecnológicas pela Universidade Estadual de Goiás (UEG) - Anápolis (GO), Brasil.

²Engenheiro Agrícola pela UFV. Mestre em Engenharia Agrícola pela UFV. Doutor em Solos e Nutrição de Plantas pela UFV. Professor Associado do Departamento de Engenharia Agrícola da UFV - Viçosa (MG), Brasil.

³Engenheiro Civil pela Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). Doutor em Engenharia Ambiental pela Universidade de Londres. Professor Titular do Departamento de Engenharia Sanitária e Ambiental (DESA) da UFMG - Belo Horizonte (MG), Brasil.

Endereço para correspondência: Flávia Martins de Queiroz - BR 153, 3105 - Fazenda Barreiro do Meio - Campus Henrique Santilo - Caixa Postal 459 - 75132-400 - Anápolis (GO), Brasil - E-mail: flavia.queiroz@ueg.br

Recebido: 19/03/13 - **Aceito:** 13/05/14 - **Reg. ABES:** 113819

relacionem K_2 com características hidrodinâmicas do curso de água (BENNETT & RATHBUN, 1972).

A determinação em campo pode ser realizada por diferentes técnicas; entretanto, todas envolvem trabalho complexo e de alto custo. Além disso, têm baixa reprodutibilidade, visto que as condições reais do escoamento são dinâmicas. Essa dificuldade pode ser suprimida ao se realizar o estudo em canais hidráulicos instalados em laboratório, já que permitem variações controladas das condições hidrodinâmicas.

Trabalhos de determinação do K_2 em campo ou em laboratório vêm sendo desenvolvidos desde o início do século XX e muitas das equações de K_2 foram propostas tendo como variáveis independentes a velocidade média (V) e a profundidade (H) do escoamento. Entretanto, essas equações utilizadas em condições de pequena profundidade de água muitas vezes resultam em superestimativa do K_2 ; por isso, em rios rasos, tem-se baixa confiabilidade no uso delas.

Melching e Flores (1999) analisaram várias equações de K_2 e concluíram que a maioria foi obtida a partir de pequena base de dados e em grupos específicos de rios, fornecendo, portanto, boas estimativas apenas para as condições que as originaram e pobres para as demais, sendo verificados erros de estimativa de 40 a 78%.

Gualtieri, Gualtieri e Doria (2002), ao analisar as variáveis que são definidas pela literatura como importantes no processo de reaeração de cursos de água, tais como V e velocidade de corte (u^*), declividade (S), H , fator de forma (ff), número de Froude (Fr), viscosidade cinemática (ν), coeficiente de difusão molecular (D_m), tensão superficial (t), energia de dissipação (e) e coeficiente de rugosidade (n), por análise dimensional, deduziram os fatores que mais intervêm no processo, equação 1, em que R é o número de Reynolds, que é um adimensional que relaciona a força inercial com a força viscosa. Os autores concluíram que muitas das equações da literatura, não englobam todas as variáveis que afetam a transferência de oxigênio; além disso, a estrutura monomial das formulações, apesar de ter a simplicidade desejada, resulta em aplicabilidade limitada a condições hidrodinâmicas específicas.

$$K_2 = \frac{U}{H} f [Fr, S, R] \quad (1)$$

Tendo em vista a relevância desse tema, que influencia diretamente em estudos de alocação de cargas orgânicas poluidoras em rios, e considerando-se as dificuldades da obtenção de K_2 em condições de campo, considera-se que os estudos realizados em canal hidráulico de laboratório possam auxiliar na compreensão do fenômeno de troca gasosa entre o ar e a água. Por isso, no presente trabalho, os objetivos foram:

1. determinar experimentalmente, em canal hidráulico de fundo deslizante, o K_2 para condição de escoamento raso, diferentes valores de H e V da água;
2. identificar dentre as variáveis hidrodinâmicas, V e u^* , S , H , ff , Fr e R e vazão (Q) as que têm maior relevância no fenômeno de troca gasosa entre o ar e a água;

3. propor equação e selecionar o melhor modelo, por meio do coeficiente de determinação (R^2), do erro padrão de estimativa (SE), do erro médio normalizado (NME), do erro médio multiplicativo (MME) e da análise de sensibilidade.

MATERIAL E MÉTODOS

O trabalho foi conduzido em Anápolis (GO), no período de junho a outubro de 2012.

Para a execução do experimento construiu-se um canal hidráulico prismático nas dimensões de 1,60 m de largura, 5,00 m de comprimento e 0,80 m de altura, com elevação de 0,20 m acima do solo, no fundo do qual foi instalada esteira transportadora, especialmente desenvolvida para este trabalho, que era acionada por motor elétrico de 1,5 kW e a velocidade de rotação controlada por inversor de frequência e árvore de transmissão, conforme Figura 1.

As dimensões do canal foram definidas para proporcionar ff superior a 5; dessa forma, nos 27 testes realizados, a razão entre largura e profundidade esteve entre 6,28 e 14,27.

A água utilizada foi proveniente da rede de abastecimento e as lâminas estabelecidas, acima da esteira, foram controladas com régua graduada, com precisão de 0,01 m, sendo utilizados os valores de 0,11, 0,13, 0,15, 0,17, 0,20 e 0,25 m, e as velocidades de movimentação da esteira variaram de 0,54 a 1,35 m.s⁻¹.

A desoxigenação da água ocorreu por meio químico, dissolvendo-se sulfato de sódio na proporção de 7,9 mg.L⁻¹ de Na₂SO₃ para cada 1 mg.L⁻¹ de oxigênio dissolvido (OD) presente na água, e as concentrações de oxigênio foram reduzidas, em média, a 1,0 mg.L⁻¹.

A reoxigenação da água ocorreu, predominantemente, pela movimentação da água (fenômeno que se deu pelo acionamento da esteira transportadora). Durante os testes de reaeração, a concentração de OD foi medida a cada minuto por meio de sondas luminescentes de oxigênio dissolvido (LDO) que possuem sensor integrado de temperatura. Tais sondas estavam conectadas a um controlador que registrava as leituras da concentração de oxigênio em mV e as transformava em mg.L⁻¹. As leituras eram gravadas na memória do controlador, que registrava também o dia e a hora de coleta de cada dado. A calibração das sondas foi realizada pelo método titulométrico de Winkler (APHA, 2012).

As sondas foram posicionadas centralizadas em relação à largura do canal e na dimensão longitudinal, uma ficou no centro geométrico (S1) e outra próxima ao motor acionador da esteira (S2), conforme Figura 2.

A estimativa da V da água foi realizada de forma análoga ao que seria feito em um canal de fundo fixo, ou seja, pela integração da equação logarítmica ao longo da profundidade, conforme White (1991) — equação 2. Essa metodologia foi adotada tendo em vista que Tamburrino (1991), ao avaliar as características hidrodinâmicas de canal hidráulico

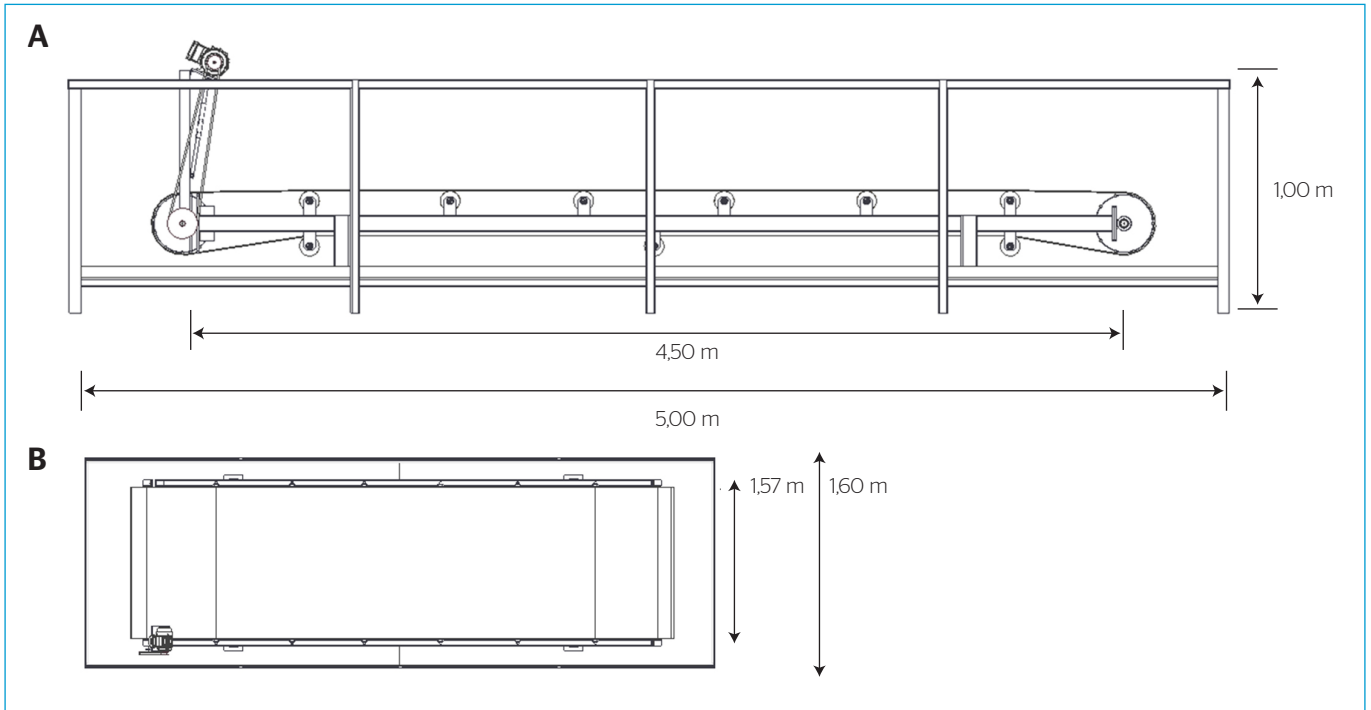


Figura 1 - Corte longitudinal (A) e vista superior (B) do conjunto canal hidráulico e esteira transportadora.

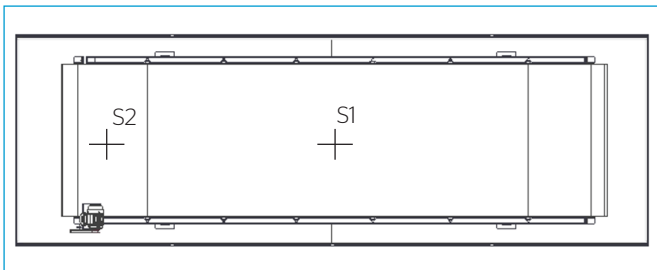


Figura 2 - Esquema representativo do posicionamento das sondas luminescentes de oxigênio dissolvido, S1 e S2, dentro do canal hidráulico com fundo deslizante.

de fundo deslizante em relação ao de fundo fixo, verificou que ambos se comportam de forma similar. Contudo, Tamburrino e Gulliver (1992) alertam que é necessário considerar que a esteira do canal de fundo deslizante, ao se mover com velocidade constante, transmite o movimento ao fluido, cuja velocidade está relacionada à da esteira, o que implica que o referencial se move com o escoamento. Por isso, para que sejam comparáveis as características hidrodinâmicas em canais de fundo fixo e deslizante, ambos devem estar relacionados a um mesmo referencial inercial. Nesse caso, a natureza e a estrutura do escoamento, nos dois tipos de canais, são equivalentes, sendo os valores obtidos nos diferentes sistemas comparáveis e relacionados pela transformação Galileana (equação 3). Considerando válido esse pressuposto, estimou-se que a V da água variou de 0,05 a 0,20 m s⁻¹.

$$V = \frac{1}{H} \int_0^H V dz = u^* \left[\frac{1}{k} \ln \left(\frac{Hu^*}{v} \right) + B - \frac{1}{k} \right] \quad (2)$$

$$\vec{V} = \vec{U}_b - \vec{V}_z \quad (3)$$

Em que H é a profundidade do escoamento (m), u^* é a velocidade de corte (m.s⁻¹), κ é a constante de von Karman, v é a viscosidade cinemática (m².s⁻¹), B é a constante de integração, \vec{V} é a velocidade em relação ao referencial móvel, \vec{U}_b é a velocidade da esteira e \vec{V}_z é a velocidade na posição vertical z , em referencial fixo.

Com os valores medidos da velocidade da esteira (U_b) e da superfície da água (U_s), determinada pelo método do flutuador, estimou-se a u^* que age sobre as paredes e a esteira, por meio da equação logarítmica (equação 2), em que a V na posição vertical, z , foi substituída pela diferença, $U_b - U_s$, em m s⁻¹, fazendo-se, assim, a mudança de referencial móvel para fixo. Os fatores constante de von Karman (k) e B tiveram seus valores adotados em 0,4 e 5,5, respectivamente, seguindo as recomendações de Tamburrino (1991).

A estimativa da u^* permitiu a obtenção da S equivalente para um canal hidráulico de fundo fixo. Para isso, foi utilizada a relação $u^* = \sqrt{(gR_H S)}$, sendo g a aceleração da gravidade (m s⁻²), R_H o raio hidráulico e S a declividade da superfície líquida.

O modelo cinético de primeira ordem integrado (equação 4) foi ajustado ao conjunto de valores, formado pela diferença entre a concentração de saturação (equação 5) e a de OD em relação ao tempo, permitindo, assim, a determinação dos parâmetros déficit inicial de oxigênio dissolvido (D_0) e K_2 .

$$D = D_0 e^{-K_2 t} \quad (4)$$

Em que D e D₀ representam o déficit de OD em relação à saturação, respectivamente, nos tempos t e zero, mg.L⁻¹; K₂ é o coeficiente de reaeração, d⁻¹, e t é o tempo, d.

A máxima concentração de OD na água para uma dada temperatura e altitude, denominada de concentração de saturação, foi estimada pela equação 5, em que T é a temperatura em °C e A é a altitude local, em metros (von SPERLING, 2007).

$$C_s = (14,652 - 0,3898T + 0,006969T^2 - 0,00005896T^3) (1 - 0,0000228675A)^{5,167} \tag{5}$$

Os valores do parâmetro K₂ foram corrigidos para a temperatura de 20°C (K₂₍₂₀₎) utilizando-se a equação de Arrhenius modificada por Streeter e Phelps (1925), equação 6.

$$K_{2(T)} = K_{2(20)} \theta^{(T-20)} \tag{6}$$

Em que T é a temperatura média da água em graus Celsius e θ é o coeficiente de correção, cujo valor adotado foi de 1,0241, conforme sugerido por Elmore e West (1961), citados por von Sperling (2007).

No período de testes, a temperatura média do ar esteve entre 18,4 e 28,1°C, e a umidade relativa média do ar variou entre 27,2 e 82,2%.

Os valores do K₂ obtidos a partir de dados experimentais (K_{2M}) foram comparados com os estimados por equações disponíveis na literatura (K_{2p}), sendo utilizadas as mais citadas e outras mais recentes (JHA; OJHA; BHATIA, 2001), listadas na Tabela 1.

Para a verificação do ajustamento entre os coeficientes de reaeração (K_{2M}) e (K_{2p}), quatro metodologias foram utilizadas, a gráfica, conforme Jha, Ojha e Bhatia (2001), e as estatísticas do SE, equação 7, e do NME, equação 8, que são metodologias amplamente utilizadas, em que N representa o número de medidas de K₂, e o erro médio multiplicativo (MME), equação 9, que, de acordo com Moog e Jirka (1998), por ser em base logarítmica, proporciona melhor avaliação do impacto da imprecisão nos dados de K₂.

$$SE = \left(\frac{\sum_{i=1}^N (K_{2p} - K_{2M})^2}{N} \right)^{1/2} \tag{7}$$

$$NME = \frac{100}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{|K_{2p} - K_{2M}|}{K_{2M}} \right) \tag{8}$$

$$NME = EXP \left[\frac{\sum_{i=1}^N \ln (K_{2p} / K_{2M})_i}{N} \right] \tag{9}$$

Para avaliação das variáveis que mais influenciaram o K₂, considerou-se aquelas que compunham as equações (Tabela 1) e que apresentaram melhor ajuste, as observações de Melching e Flores (1999) e as variáveis propostas por Gualtieri, Gualtieri e Doria (2002), expressas na equação 1. Dessa forma, chegou-se a oito variáveis com potencial

de estarem mais fortemente relacionadas com a reaeração. Com elas, ajustaram-se 20 equações de K₂, cada uma delas com 5 variáveis independentes. Para isso, definiu-se que todas deveriam conter V e H, e os três fatores adicionais foram obtidos por combinação linear de S, ff, u*, Fr, R e Q.

Para a calibração dos modelos, foram ajustados os parâmetros integrantes das equações que conduzissem a valores estimados de K₂ próximos aos obtidos experimentalmente. Para tal, foram linearizadas equações do tipo potencial e aplicou-se o logaritmo natural aos valores das variáveis que as compunham, procedendo-se à análise de regressão linear múltipla.

A análise do ajuste dessas equações permitiu que algumas fossem descartadas por não serem significativas ou apresentarem variáveis dependentes. Assim, foram reavaliadas as combinações dos fatores, sendo propostas outras cinco equações, com apenas três variáveis independentes.

A significância dos parâmetros das equações foi avaliada pelo teste t de Student, e a análise de variância da regressão, pelo teste F, em nível de 5% de probabilidade.

Aos modelos ajustados procedeu-se à análise de sensibilidade, que consiste na verificação da influência das variáveis independentes sobre

Tabela 1 - Equações do coeficiente de reaeração baseadas em modelos conceituais (grupo 1), modelos semiempíricos (grupo 2) e modelos empíricos (grupo 3).

Autor	Equação*	
Grupo 1		
O'Connor e Dobbins, 1958	K ₂ =3,93(V) ^{0,5} H ^{1,5}	(10)
Grupo 2		
Krenkel e Orlob, 1962	K ₂ =24,9(1+Fr ^{0,5})u*H ¹	(11)
Thackston e Krenkel, 1969	K ₂ =173,45(VS) ^{0,408} H ^{0,66}	(12)
Cadwallader e McDonnell, 1969	K ₂ =250,67(u* ³ V ² H ¹)	(13)
Parkhurst e Pomeroy, 1972	K ₂ =185,5(VS) ^{0,5} H ¹	(14)
Lau, 1972	K ₂ =23,04(10,17Fr ²)(SV) ^{0,375} H ¹	(15)
Melching e Flores, 1999	K ₂ =517(VS) ^{0,524} Q ^{0,242}	(16)
Grupo 3		
Churchill, Elmore e Buckingham, 1962	K ₂ =5,014V ^{0,969} H ^{1,673}	(17)
Owens, Edwards e Gibbs, 1964	K ₂ =5,34V ^{0,67} H ^{1,85}	(18)
Langbein e Durum, 1967	K ₂ =5,1349VH ^{1,33}	(19)
Tsivoglou e Wallace, 1972	K ₂ =31200SV	(20)
Bennett e Rathbun, 1972	K ₂ =5,5773V ^{0,607} H ^{1,689}	(21)
Smoot, 1988	K ₂ =543 S ^{0,6236} V ^{0,5325} H ^{0,7258}	(22)
Moog e Jirka, 1998	K ₂ =1740V ^{0,46} S ^{0,79} H ^{0,74}	(23)
Jha, Ojha e Bhatia, 2001	K ₂ =5,792V ^{0,5} H ^{0,25}	(24)
Jha, Ojha e Bhatia, 2004	K ₂ =0,603286V ^{0,4} H ^{0,154} S ¹	(25)

Equações em base neperiana para 20°C; Fr: o número de Froude (adimensional); S: declividade (m.m⁻¹); V: velocidade média (m.s⁻¹); u*: velocidade de corte (m.s⁻¹); H: profundidade (m); Q: vazão (m³.s⁻¹).

a variável dependente (K_2). Nesse caso, foi utilizada a análise de erro de primeira ordem (von SPERLING, 2007), em que, a partir do valor-base de cada variável (V , u^* , S , H , ff , Fr , R), procedia-se à variação linear de ± 10 até $\pm 50\%$ dos seus valores, individualmente, enquanto as demais variáveis permaneciam constantes. Com esses novos valores se estimou o K_2 , por meio da equação ajustada, e determinou-se a variação percentual de K_2 em relação ao seu valor-base.

A seleção do melhor modelo ajustado foi realizada pelas análises conjuntas do R^2 , da estimativa do erro (equações 7 a 9) e de sensibilidade.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

O ajuste do modelo cinético de primeira ordem, equação 4, aos dados experimentais do déficit de OD na água ao longo do tempo permitiu que fossem determinados os parâmetros D_0 e K_2 . Os resultados obtidos confirmaram a expectativa de que os maiores valores de K_2 ($21,9 \text{ d}^{-1}$) sejam obtidos para a menor lâmina de água, associada com a maior velocidade ($H=0,15 \text{ m}$; $V=0,20 \text{ m.s}^{-1}$). O oposto também foi verdadeiro, ou seja, para maior lâmina ($0,25 \text{ m}$) e menor velocidade ($V=0,10 \text{ m.s}^{-1}$), obteve-se o menor K_2 , que, corrigido para 20°C e em base e, foi igual a $3,127 \text{ d}^{-1}$. Esses resultados corroboram a afirmação de Chapra (1997) de que corpos de água rasos e velozes tendem a possuir maior K_2 devido à maior facilidade de mistura na seção transversal do canal e à criação de maiores turbulências na superfície.

Verificou-se também que, para uma dada profundidade, as variações de velocidade produziram pequeno efeito em K_2 . Entretanto, na situação oposta, ou seja, para uma mesma velocidade, ao se alterar a profundidade, grandes variações eram obtidas. Por exemplo, na velocidade de $0,11 \text{ m.s}^{-1}$ e nas profundidades de $0,11$, $0,20$ e $0,25 \text{ m}$, o K_2 obtido foi, respectivamente, $10,35$, $4,98$ e $3,39 \text{ d}^{-1}$.

Ao se comparar os valores obtidos neste trabalho com os de outros autores que também utilizaram canais hidráulicos em laboratório, verifica-se que, na maioria das vezes, os valores de H foram inferiores aos do presente trabalho, e os valores de V , superiores. Moog e Jirka (1999) trabalharam com H entre $0,02$ e $0,10 \text{ m}$ e V entre $0,30$ e $1,03 \text{ m.s}^{-1}$. Na profundidade de $0,10 \text{ m}$, os autores obtiveram K_2 de $9,60 \text{ d}^{-1}$, $16,40 \text{ d}^{-1}$ e $30,70 \text{ d}^{-1}$ para as velocidades de $0,35$, $0,66$ e $1,03 \text{ m.s}^{-1}$, respectivamente. Neste trabalho, com $H=0,11 \text{ m}$ e velocidade de $0,17 \text{ m.s}^{-1}$, obteve-se K_2 igual a $11,90 \text{ d}^{-1}$. Krenkel e Orlob (1962), com $H=0,06 \text{ m}$ e $V=0,22 \text{ m.s}^{-1}$, obtiveram K_2 igual a $16,46 \text{ d}^{-1}$. Apesar de o resultado obtido neste trabalho ser superior ao de Moog e Jirka (1999), isso não configura superestimativa, já que normalmente são encontradas variações nos valores de K_2 , obtidos em trabalhos experimentais, sejam eles de campo ou de laboratório, visto que nem todas as variáveis que interferem no processo são passíveis de controle. Em repetições dos testes efetuados neste trabalho foram obtidas variações entre leituras de 10 a 23% . Talvez essas variações sejam decorrentes do efeito da turbulência no

escoamento, cujo comportamento aleatório e tridimensional (JANZEN *et al.*, 2010), tal como observado, parece ter influenciado nas leituras de concentração de OD, que eram realizadas com alta frequência. Além disso, Costa e Siqueira (1998) verificaram, em condições de laboratório, que a baixa umidade relativa do ar (UR) está associada a elevado K_2 ; no presente trabalho, a UR média dos diferentes testes foi de 48% . Portanto, pode-se considerar que os resultados obtidos são condizentes com os de outros autores em condições de laboratório.

Com os dados das características hidráulicas do escoamento estudado e de outras variáveis que foram estimadas, como u^* , Fr e Q , testou-se a aplicabilidade de algumas equações de K_2 .

Na Figura 3, a reta com 45° de inclinação permite inferir sobre o ajuste entre os dados observados e os estimados. Na Figura 3A, o posicionamento dos dados acima da referida reta, indicam superestimativa nos valores de K_2 ao se utilizar a equação conceitual. Isso também ficou respaldado pela análise do erro, que indicou SE, NME e MME respectivamente igual a $15,26 \text{ d}^{-1}$, $131,67\%$ e $1,93$, e para indicar um bom ajuste os dois primeiros indicadores, devem estar próximos a zero, enquanto o MME, próximo a 1. A superestimativa dessa equação também foi verificada por Jha, Ojha e Bhatia (2001), para o Rio Kali, na Índia; por Vendrame (1982), para o Rio Saracuruna, na Baixada Fluminense, e por Gleizer (1992), para o Rio Paraíba do Sul, no trecho entre os municípios de Volta Redonda e de Barra do Pirai. Entretanto, o SE obtido por Jha, Ojha e Bhatia (2001) e Vendrame (1982) foi menor do que $1,00 \text{ d}^{-1}$.

Observa-se, na Figura 3A, que os dados, embora estejam majoritariamente acima da reta, distribuem-se acompanhando sua inclinação, e os pontos que mais se aproximaram dela representam as profundidades de $0,13$ e $0,17 \text{ m}$, com V da água de $0,15$ a $0,20 \text{ m.s}^{-1}$.

Haider, Ali e Haydar (2012), ao compararem os valores de K_2 obtidos em rio largo e com alta variação de Q com os obtidos utilizando diversas equações de estimativa, verificaram que o estudo de O'Connor e Dobbins (1958) apresentou resultados próximos aos obtidos em campo.

A teoria da renovação fundamentou a equação de Thackston e Krenkel (1969) que subestimou o K_2 obtido experimentalmente, conforme pode ser visualizado na Figura 3B. Entretanto, os pontos que mais se distanciaram da reta correspondiam aos valores de K_2 que eram superiores à dezena. Isso ocorreu nas profundidades de $0,13$ e $0,17 \text{ m}$ e V de $0,14$ a $0,20 \text{ m.s}^{-1}$. Caso esses dados fossem retirados da base de informações, a referida equação teria erros NME e MME de $11,16$ e $0,84\%$, respectivamente, contra os $35,66$ e $0,54\%$ obtidos com a utilização, na íntegra, dos dados.

Das equações semiempíricas avaliadas, a de Lau (1972) (Figura 3C), que foi obtida por análise dimensional, proporcionou superestimativa da maioria dos dados experimentais. Esse resultado foi confirmado pela estimativa dos erros, apresentando SE, NME e MME iguais a $24,43 \text{ d}^{-1}$, $193,54\%$ e $2,15$, respectivamente.

As demais equações (Figuras 3D a 3G) tiveram sua formulação baseada no modelo de dissipação de energia, ou seja, no fenômeno da turbulência, apresentaram estimativas que podem ser consideradas adequadas, visto que o erro SE variou de 11,49 a 14,44 d⁻¹, NME, em módulo, de 0,92 a 38,29%, e MME, de 0,74 a 1,18. Importante destacar que Melching e Flores (1999), ao analisarem diversas equações, verificaram que os erros de estimativa do K_2 podem atingir de 40 a 78%.

A partir da teoria da dissipação de energia, que está intrinsecamente relacionada ao estudo do fenômeno da turbulência, foram desenvolvidas as equações de Krenkel e Orlob, Cawallader e McDonnell, Parkhurst e Pomeroy e Melching e Flores. Essa teoria vem sendo defendida por vários pesquisadores, tais como Melching e Flores (1999), Moog e Jirka (1999), Gualtieri e Gualtieri (2004) e Chao, Jia e Wang (2007), por considerarem ser uma das mais importantes no esclarecimento do processo de transferência de massa do oxigênio do ar para a água, por haver forte relação entre energia de dissipação e K_2 . Segundo Melching e Flores (1999), do ponto de vista conceitual, as relações entre essas variáveis indicam que elas sejam reguladas pela escala do escoamento.

Para condições de canal hidráulico, essa escala é adequadamente descrita pela largura e profundidade da água em escoamento, e, para canais naturais, Q substitui essa escala.

Das equações empíricas avaliadas, as de Owens, Edwards e Gibbs (1964), de Tsivoglou e Wallace (1972), de Moog e Jirka (1998) e de Jha, Ojha e Bhatia (2001 e 2004) não estimaram adequadamente o K_2 , conforme pode ser visualizado na Figura 4.

As equações de Owens, Edwards e Gibbs (1964) e Bennett e Rathbun (1972), das quais esta última não foi apresentada na forma gráfica, proporcionaram superestimativas no valor de K_2 . A possível causa dessa superestimativa pode ser mais bem compreendida ao se avaliar, na Figura 5, a análise de sensibilidade feita nessas equações e na de Langbein e Durum (1967), que apresentam configuração matemática semelhante e cujos dados de origem estão disponíveis na literatura.

Nessa análise de sensibilidade, considerou-se o valor médio de velocidade e da profundidade da água em escoamento, variando-os em $\pm 50\%$, para se avaliar o efeito, em separado, sobre K_2 . Como pode ser verificado, a influência da velocidade no K_2 foi linear. Entretanto,

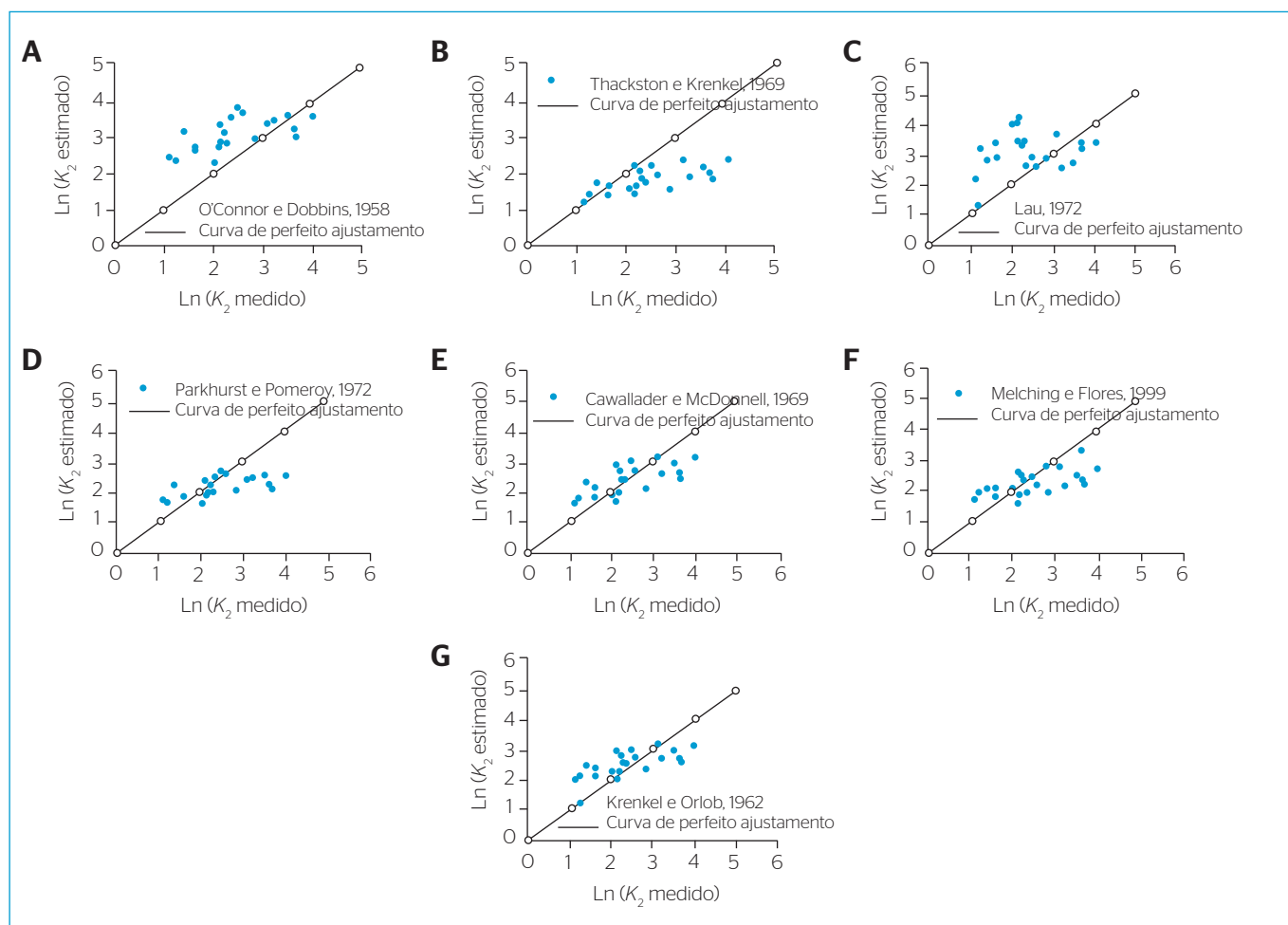


Figura 3 - Comparação dos dados de K_2 obtidos, experimentalmente, em canal hidráulico de fundo deslizante, com os estimados por diferentes equações conceitual (A) e semiempíricas de (B) a (G), cujas formulações estão apresentadas na Tabela 1.

das três equações em análise, a de Langbein e Durum (1967) apresenta maior taxa de crescimento de K_2 devido à variação na velocidade.

A influência da profundidade do escoamento, por outro lado, mostrou-se semelhante ao exponencial de decaimento, cuja mais alta

inclinação é verificada abaixo de 0,8 m de profundidade, para a equação de Owens (Figura 5A), e abaixo de 1,20 m para as demais, o que implica em maior potencialidade de superestimativa abaixo desses valores. Esse é um comportamento característico das equações que

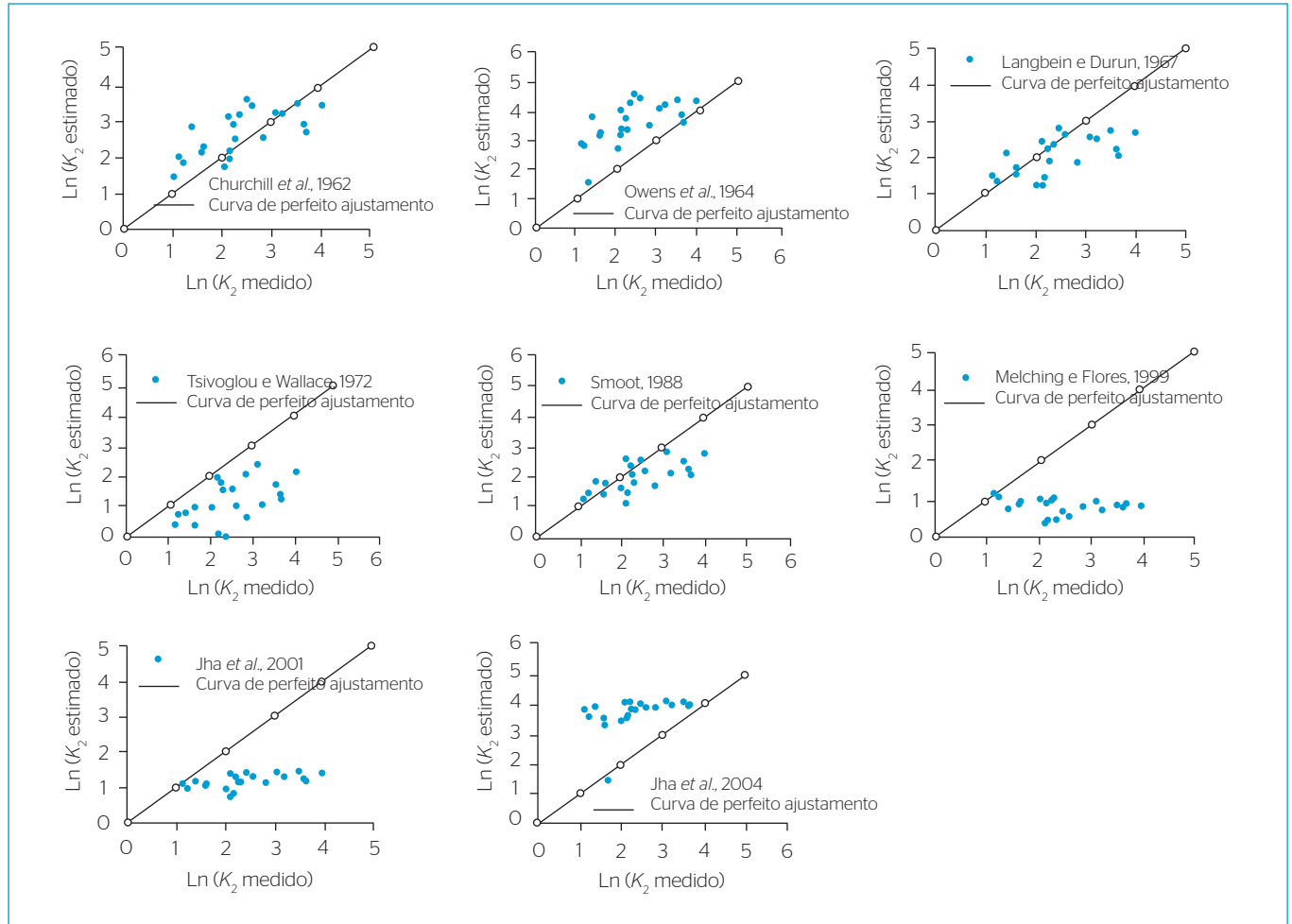


Figura 4 - Comparação entre dados de K_2 obtidos, experimentalmente, em canal hidráulico de fundo deslizante e os estimados por diferentes equações empíricas, cujas formulações estão apresentadas na Tabela 1.

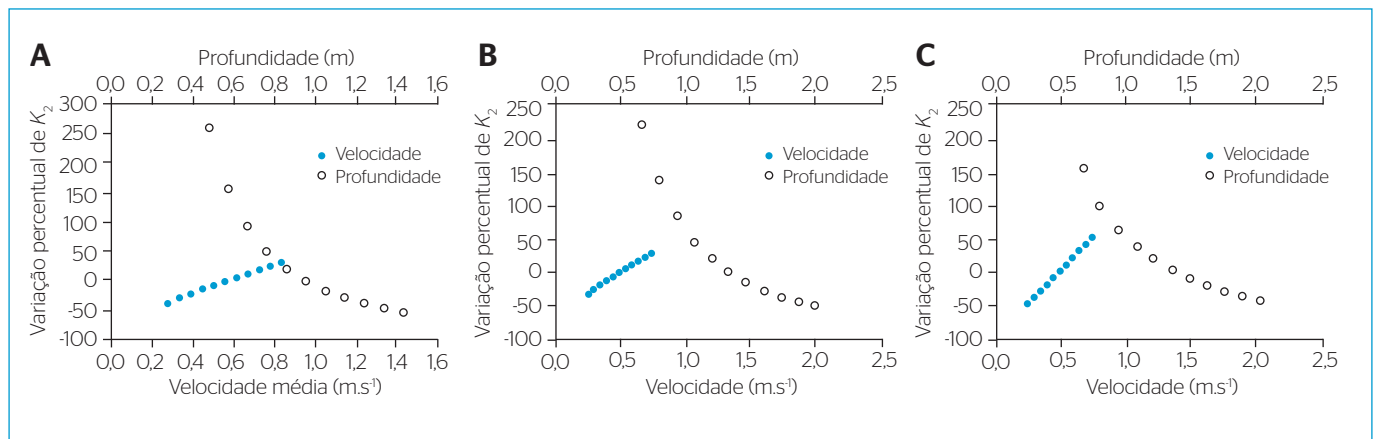


Figura 5 - Análise de sensibilidade das equações de Owens, Edwards e Gibbs (1964) (A), Bennett e Rathbun (1972) (B) e Langbein e Durum (1967) (C), com visualização gráfica do efeito percentual em K_2 das variações de velocidade e profundidade da água.

têm como variáveis de entrada somente a V e a H da água (cujo efeito sobre K_2 é mais acentuado para os menores valores do expoente). Nesse caso, as equações de Owens, Bennett e Rathbun e Langbein e Durum têm expoentes iguais a -1,85, -1,689 e -1,33, respectivamente; destas, as duas primeiras superestimaram K_2 e a última apresentou adequada estimativa. Importante salientar que as três equações aqui analisadas foram ajustadas a partir de dados experimentais obtidos por diversos autores. A de Owens, por exemplo, foi desenvolvida a partir de dados conjuntos de Churchill, Elmore e Buckingham (1962), Gameson *et al.* (1955) e Owens, Edwards e Gibbs (1964), em que a velocidade variava entre 0,04 e 1,52 m.s⁻¹, e a profundidade do escoamento, entre 0,10 e 3,47 m, conforme relataram Bennett e Rathbun (1972).

A maior importância que as referidas equações dão à profundidade provavelmente acontece devido às diversas forças envolvidas no escoamento em canais, tais como forças inerciais, viscosas, gravitacionais e outras, em cujas fórmulas estão presentes as variáveis profundidade e velocidade. Assim, ao se propor equações de estimativa de K_2 que sejam compostas exclusivamente dessas variáveis, os expoentes nelas contidos tenderão a sintetizar todos os processos envolvidos no escoamento, e aquele que está relacionado ao maior número de fenômenos tenderá a ter maior importância.

As equações que envolvem S na sua formulação, tais como as de Tsvolgov e Wallace (1972), Moog e Jirka (1999) e Jha, Ojha e Bhatia (2004), também não proporcionaram estimativa adequada de K_2 para as condições avaliadas no presente trabalho. As duas primeiras equações citadas proporcionaram subestimativa, e a última, superestimativa de K_2 . Entretanto, Omole, Longe e Musa (2013), ao compararem dados experimentais de K_2 obtidos no Rio Atuwara, na Nigéria, com valores estimados por diferentes equações concluíram que o melhor ajuste foi obtido pelo modelo de Jha e atribuíram esse resultado à semelhança climática entre as regiões do Rio Atuwara e do Rio Kali, na Índia, de onde se originaram os dados que resultaram na equação de Jha.

Boas estimativas de K_2 , a partir das condições de operação do canal hidráulico neste trabalho, foram obtidas com a utilização das equações empíricas de Churchill, Elmore e Buckingham (1962), de Langbein e Durum (1967) e de Smoot (1988), conforme pode ser visualizado na Figura 2. Ao se analisar os erros associados às referidas equações, verifica-se que o SE esteve entre 12,19 e 14,00 d⁻¹, o NME, em módulo, esteve entre 19,57 e 54,51%, e MME variou de 0,65 a 1,30. Os erros obtidos, que refletem o ajuste entre valores estimados e medidos, foram ligeiramente superiores aos melhores resultados obtidos nas equações semiempíricas.

Ao se analisar os melhores ajustes obtidos pelas equações de estimativa apresentadas na Tabela 1 verificou-se que elas continham as variáveis V e u*, S, H, Fr e Q. Entretanto, para proposição de equação de estimativa, foram acrescentados a esses o ff e o R, conforme sugeriram Melching e Flores (1999) e Gualtieri, Gualtieri e Doria (2002), respectivamente.

Da análise das 20 equações propostas por combinação linear das variáveis acima citadas, verificou-se que seriam suficientes 3 variáveis independentes para estimar K_2 . Além disso, os adimensionais R e ff não deveriam compor equações em que velocidade e profundidade do escoamento estivessem explicitamente presentes. Novas combinações foram testadas e as que apresentaram todos os parâmetros significativos e com maiores coeficientes de determinação foram selecionadas e estão apresentadas na Tabela 2.

Verifica-se, nas equações 27 e 29 (Tabela 2), que as variáveis independentes são adimensionais. Essa é uma característica desejável, visto que equações dimensionalmente homogêneas têm potencial de maior aplicabilidade (GUALTIERI; GUALTIERI; DORIA, 2002).

Quanto à análise dos erros, verificou-se que não houve grande discrepância entre as equações, e o maior valor de SE foi de 3,38 d⁻¹, obtido para a equação 30, o maior NME foi de 7,9%, para a equação 26, e o MME foi, aproximadamente, 1,00 para todas as equações.

Tabela 2 - Equações propostas de K_2 , com seus respectivos parâmetros, o coeficiente de determinação R^2 e os erros padrão de estimativa, médio normalizado e o médio multiplicativo calculados para verificação do ajuste dos modelos aos dados experimentais.

Equação	(26)	(27)	(28)	(29)	(30)
Parâmetro	$K_2 = aV^bH^cS^d$	$K_2 = aS^bff^cR^d$	$K_2 = au^{*b}ff^cR^d$	$K_2 = aS^bFr^cR^d$	$K_2 = au^{*b}Fr^cR^d$
a	111,7607*	11682,1580*	2018,0561*	56609082,5850*	224640072,1540*
b	-0,3648*	0,7642*	1,5140*	0,9506*	1,6640*
c	-1,2283*	0,8635*	1,4928*	0,1490*	0,2557*
d	0,7642*	-0,3648*	-0,3579*	-0,8565*	-1,0848*
R ²	0,820	0,820	0,820	0,780	0,570
SE (d ⁻¹)	2,214	2,070	2,075	2,268	3,385
NME (%)	7,913	1,799	4,793	2,227	7,783
MME	1,058	1,000	1,030	1,001	1,033

V: velocidade média (m s⁻¹); H: profundidade do escoamento (m); S: declividade do fundo do canal (m.m⁻¹); ff: fator de forma (adimensional); R: número de Reynolds (adimensional); u*: velocidade de corte (m s⁻¹); Fr: número de Froude (adimensional); *5% de probabilidade pelo teste t de Student; +10% de probabilidade pelo teste t de Student; SE: erro padrão de estimativa; NME: erro médio normalizado; MME: médio multiplicativo.

Entretanto, os menores erros foram proporcionados pelas equações adimensionais 27 e 29.

A partir da análise de sensibilidade, verificou-se que a equação 27, que é dimensionalmente homogênea, teve influência equilibrada das diferentes variáveis, ou seja, o aumento na S e no ff produziu aumento linear em K_2 ; em contrapartida, o aumento no R ocasionou decréscimo de K_2 . Isso pode ser explicado pelo fato de os maiores valores de R terem ocorrido nos testes em que foram utilizadas as maiores profundidades de lâminas de água (acima de 0,17 m). Os mais baixos valores de R ocorreram em profundidade de 0,11 m, e, em ambos os casos, a velocidade esteve entre 0,11 e 0,17 m.s⁻¹. Nas outras equações sempre houve uma variável cuja importância era acentuadamente maior do que as demais: H para a equação 26, ff e u^* para a equação 28 e R para as demais. Verificou-se, ainda, que o Fr ocasionou o menor impacto em K_2 , dentre todas as variáveis avaliadas. Isso talvez possa ser explicado pelo fato de todos os testes terem sido conduzidos em regime subcrítico, devido a limitações no equipamento usado para movimentação da água. Esse resultado sugere que as forças gravitacionais não têm supremacia no processo de reaeração, visto que elas superaram, nas condições experimentais, as forças de inércia.

Considerando-se as análises estatísticas e de sensibilidade, verifica-se que, dentre as equações propostas, aquela que se destacou sob ambas as perspectivas foi a equação 27, que é adimensional. Além disso, essa equação é composta pela variável S , que está relacionada com

a velocidade do escoamento e também com a taxa de dissipação de energia por unidade de massa para escoamentos permanentes, além do ff , que, segundo Melching e Flores (1999), para canais hidráulicos, representa adequadamente as escalas do escoamento e, por fim, o R , que ao relacionar as forças inerciais com as viscosas insere na equação a influência de algumas propriedades do fluido em K_2 .

CONCLUSÕES

De acordo com os resultados obtidos pode-se concluir que:

- a determinação dos coeficientes de reaeração em canal hidráulico de fundo deslizante mostrou-se promissora na modelagem do escoamento de cursos de água rasos e de baixa velocidade, tendo os resultados obtidos sido comparáveis aos relatados em estudo de escoamento em canais com fundo fixo;
- em canal hidráulico raso, as variáveis hidrodinâmicas que mais fortemente se relacionaram com o K_2 foram V e u^* , H , S , ff , R e Fr ;
- a equação que proporcionou melhor estimativa da taxa de transferência do oxigênio do ar para a água, em condições de escoamento em canal hidráulico raso, foi: $K_2 = 11682,158S^{0,764241} ff^{0,863497} R^{-0,364831}$, para $0,00035 < S < 0,0017$; $6,24 < ff < 14,27$ e $7805 < R < 34729$;
- os resultados obtidos neste trabalho são válidos somente para regime de escoamento subcrítico, devido a limitações das condições experimentais; por isso, recomenda-se que em trabalhos futuros seja analisada também a condição supercrítica de escoamento.

REFERÊNCIAS

- APHA - AMERICAN PUBLIC HEALTH ASSOCIATION. (2012) *Standard methods for the examination of water and wastewater*. 22. ed. Washington, DC.: APHA. 1268 p.
- BENNETT, J.P. & RATHBUN, R.E. (1972) *Reaeration in open channel flow*. Washington: United States Department of the Interior. p. 86.
- CADWALLADER, T.E. & McDONNELL, A.J. (1969) A multivariate analysis of reaeration data. *Water Research*, v. 3, p. 731-742.
- CHAO, X.; JIA, Y.; WANG, S.S.Y. (2007) Atmospheric reaeration in open channel flow. In: *World Environmental and Water Resources Congress: Restoring our natural habitat*. Tampa, Florida: ASCE. 10 p.
- CHAPRA, S.C. (1997) *Surface water quality modeling*. WCB/McGraw-Hill. 844 p.
- CHURCHILL, M.A.; ELMORE, H.L.; BUCKINGHAM, R.A. (1962) The prediction of stream reaeration rates. *Journal Sanitary Engineering Division*, v. 4, n. 88, p.1-46.
- COSTA, O.S. da & SIQUEIRA, E.Q. de. (1998) Avaliação da umidade na transferência de oxigênio na interface ar-água. In: Congresso Interamericano de Ingeniería Sanitaria y Ambiental, 26 *Anais...* Lima: AIDIS. 13 p.
- CREMASCO, M.A. (2002) *Fundamentos de transferência de massa*. 2. ed. Campinas: Editora da UNICAMP. 728 p.
- FISCHER, H.B.; LIST, E.J.; KOH, R.C.Y.; IMBERGER, J.; BROOKS, N.H. (1979) *Mixing in Inland and Coastal waters*. London: Academic Press Inc. 483 p.
- GLEIZER, S. (1992) *Determinação experimental do coeficiente de reaeração em rios, com uso do traçador gasoso inerte*. (Dissertação de Mestrado) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.
- GUALTIERI, C. & GUALTIERI, P. (2004) Turbulence based model for gas transfer analysis with channel shape factor influence. *Environmental Fluid Mechanics*, v. 4, p. 249-271.

- GUALTIERI, C.; GUALTIERI, P.; DORIA, G.P. (2002) Dimensional analysis of reaeration rate in stream. *Journal of Environmental Engineering*, v. 128, n. 1, p. 12-18.
- HAIDER, H.; ALI, W.; HAYDAR, S. (2012) Evaluation of various relationships of reaeration rate coefficient for modeling dissolved oxygen in a river with extreme flow variations in Pakistan. *Hydrological Processes*. 15 p.
- JANZEN, J.G.; SCHULZ, H.E.; JIRKA, G. (2010) Estimation of mass transfer velocity based on measured turbulence parameters. *AIChE Journal*, v. 56, n. 8, p. 2005-2017.
- JHA, R.; OJHA, C.S.P.; BHATIA, K.K.S. (2004) A supplementary approach for estimating reaeration rate coefficients. *Hydrological Processes*, v. 18, n. 1, p. 65-79.
- JHA, R.; OJHA, C.S.P.; BHATIA, K.K.S. (2001) Refinement of predictive reaeration equations for a typical Indian river. *Hydrological Processes*, v. 15, n. 6, p. 1047-1060.
- KRENKEL, P.A. & ORLOB, G.T. (1962) Turbulent diffusion and the reaeration coefficient. *Journal Sanitary Engineering Division*, v. 2, n. 88, p. 53-116.
- LANGBEIN, W.B. & DURUM, W.H. (1967) *The aeration capacity of stream*. Washington: U.S. Geological Survey. (USGS Circular n. 542).
- LAU, Y.L. (1972) Prediction equations for reaeration in open-channel flow. *Journal Sanitary Engineering Division*, v. 98, n. 6, p. 1063-1068.
- MELCHING, C.S. & FLORES, H.E. (1999) Reaeration equations derived from U.S. Geological Survey database. *Journal of Environmental Engineering*, v. 125, n. 5, p. 407-414.
- MOOG, D.B. & JIRKA, G.H. (1998) Analysis of reaeration equations using mean multiplicative error. *Journal of Environmental Engineering*, v. 124, n. 2, p. 104-110.
- MOOG, D.B. & JIRKA, G.H. (1999) Air-water gas transfer in uniform channel flow. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 125, n. 1, p. 3-10.
- O'CONNOR, D.J. & DOBBINS, W.E. (1958) Mechanism of reaeration in natural streams. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, v. 123, p. 641-666.
- OMOLE, D.O.; LONGE, E.O.; MUSA, A.G. (2013) An approach to reaeration coefficient modeling in local surface water quality monitoring. *Environ Model Assess*, v. 18, p. 85-94.
- OWENS, M.; EDWARDS, R.W.; GIBBS, J.W. (1964) Some reaeration studies in stream. *International Journal Air Water Pollution*, v. 8/9, n. 8, p. 469-486.
- PARKHURST, J.D. & POMEROY, R.D. (1972) Oxygen absorption in streams. *Journal Sanitary Engineering Division*, v. 98, n. 1, p. 101-124.
- SMOOT, J.L. (1988) *An examination of stream reaeration coefficients and hydraulic conditions in a pool-and-riffle stream*. (PhD thesis) - Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg.
- STREETER, H.W. & PHELPS, E.B. (1925) A study of the pollution and natural purification of the Ohio river. *U.S. Public Health Service*, n. 146. 75 p.
- TAMBURRINO, A. (1991) *Flow characteristics in the moving-bed flume*. (Dissertação de mestrado em Engenharia) - University of Minnesota, Minneapolis
- TAMBURRINO, A. & GULLIVER, J.S. (1992) Comparative flow characteristics of a moving-bed flume. *Experiments in fluids*, v. 13, p. 289-298.
- THACKSTON, E.L.; KRENKEL, P.A. (1969) Reaeration prediction in natural streams. *Journal Sanitary Engineering Division*, v. 95, n. 1, p. 65-94.
- TSIVOGLIOU, E.C. & WALLACE, J.R. (1972) *Characterizing stream reaeration capacity*. Rep. No. EPA-R3-72-012. Washington, DC.: U.S. Environmental Protection Agency.
- VENDRAME, I.F. (1982) *Determinação experimental do coeficiente de reaeração, em rios e canais abertos, com uso de traçadores*. (Dissertação de mestrado) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.
- VON SPERLING, M. (2007) *Estudos e modelagem da qualidade da água de rios*. Belo Horizonte: Departamento de Engenharia Sanitária e Ambiental da UFMG. p. 588.
- WHITE, F.M. (1991) *Viscous fluid flow*. 2. ed. New York: McGraw-Hill. 612 p.