

Modelo matemático simplificado para determinar a capacidade erosiva de um escoamento lamoso em regime laminar pulsante

A simplified mathematical model to estimate the erosive capacity of a pulsating laminar muddy flow

Geraldo de Freitas Maciel^{1*} , André Luis Toniati¹ , Fabiana de Oliveira Ferreira² 

RESUMO

Neste artigo foi proposto um modelo matemático simplificado para inferir sobre a capacidade erosiva de um escoamento lamoso em regime laminar com presença de *roll waves* (efeito pulsante) na superfície livre. Na perspectiva de aplicação de resultados no contexto de desastres naturais (corridas de lama), foi determinada a evolução da velocidade média e da tensão de cisalhamento no fundo do canal. O modelo proposto é baseado nas equações de águas rasas e na reologia de Herschel-Bulkley, como representativa das lamas. A validação e a aplicação do modelo foram feitas a partir de dados experimentais de *roll waves* geradas em canal no laboratório confrontados com resultados de simulações numéricas. Os resultados obtidos mostram um incremento na capacidade erosiva, na presença de *roll waves*, da ordem de 12% em relação ao escoamento base, valor este em concordância com os 10% apontados por Ng e Mei (1994) para uma reologia mais simplificada.

Palavras-chave: corridas de lama; fluido não newtoniano; *roll waves*; tensão de cisalhamento no fundo.

ABSTRACT

In this paper, we proposed and validated a simplified mathematical model to estimate the erosive capacity of a muddy laminar flow with roll waves (pulsating effect) on the free surface. From the perspective of applying results in the context of natural disasters (mudflows), the evolution of mean velocity and bottom shear stress in the channel were determined. The proposed model is based on shallow water equations and Herschel-Bulkley rheology as representative of the muds. The model was validated by comparison with results of numerical simulations and experimental data of roll waves generated in a channel. In-depth comparative analyses were made for inferring the erosive capacity of this sort of flow. The obtained results show an increase of erosive capacity (12%) due to the presence of roll waves in relation to the uniform flow's. Similar values (10%) were found by Ng and Mei (1994) for a more simplified rheology model.

Keywords: mudflows; non-Newtonian fluid; roll waves; bottom shear stress.

INTRODUÇÃO

O meio ambiente vem sofrendo transformações ao longo dos anos, resultado de mudanças climáticas e ações antrópicas. Se muitas das ações antrópicas são profícuas e trazem benefícios ao homem e ao *habitat*, outras são indevidas, quando não, desastrosas — fala-se na produção social dos riscos (CARMO & VALENCIO, 2014). Ações antrópicas equivocadas e persistentes produzem sobre o meio, a médio e longo prazo, vulnerabilidades de ordens diversas que, somadas a ações de diversos agentes da natureza, potencializam riscos, gerando catástrofes — vide o ocorrido na região serrana do Rio de Janeiro (2011) e, mais recentemente, em Mariana, Minas Gerais (2015).

Nos eventos supracitados, deslizamentos de terra e corridas de lama foram produzidos, acarretando a destruição de bens e infraestrutura e, infelizmente, a perda de vidas, com milhares de sinistrados, como no caso do Rio de Janeiro, assim como a destruição maciça da biota do rio Doce, no episódio de Mariana.

As corridas de lama produzidas nesses episódios apresentam, via de regra, matriz e reologia complexas, com presença de material argiloso e outros materiais de granulometria estendida, e com larga faixa de concentrações em volume ($10% < C_v < 60%$), conforme Coussot (1994) e Maciel, Santos e Ferreira (2009). Tais corridas, além de apresentarem frentes com potencial energético destrutivo, geralmente apresentam

¹Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - Ilha Solteira (SP), Brasil.

²Universidade Federal de São Paulo - Diadema (SP), Brasil.

*Autor correspondente: maciel@dec.feis.unesp.br

Recebido: 06/02/2017 - Aceito: 22/06/2017 - Reg. ABES: 175446

capacidade erosiva significativa com elevada produção de sedimentos. Ademais, durante a evolução dessas corridas, outros fenômenos agravantes podem ocorrer, como o surgimento de instabilidades na superfície livre que, em condições favoráveis de vazão e inclinação dos corredores de deslizamento, propagam-se em forma de frentes de ondas, com formas e velocidade de propagação características, conhecidas na literatura como *roll waves* ou “ondas de rolo”.

A modelagem matemática e numérica desses escoamentos lamosos com presença de *roll waves* tem se mostrado complexa; isso se deve à influência das propriedades reológicas do fluido na dinâmica do escoamento e, principalmente, na dificuldade em caracterizar reologicamente esses materiais. Com base em estudos recentes, tendo a experimentação física como fator de decisão, verificou-se que essas suspensões argilosas e hiperconcentradas obedecem, de uma maneira geral, ao modelo reológico não linear viscoplástico de Herschel-Bulkley, com presença de tensão limite de escoamento ($\tau_c \neq 0$) (COUSSOT, 1994; HUANG & GARCIA, 1998; ANCEY, 2007; MACIEL; SANTOS; FERREIRA, 2009).

No que diz respeito à geração e à propagação de *roll waves*, utilizando o modelo reológico de Herschel-Bulkley, pesquisadores têm buscado critérios de geração e controle dessas ondas. Coussot (1994) e Maciel, Ferreira e Fiorot (2013), trabalhando com lamas, estabeleceram um critério de geração de *roll waves* que está relacionado ao número de Froude. Di Cristo, Iervolino e Vacca (2013) determinaram matematicamente um critério que está relacionado ao comprimento mínimo de canal necessário para que essas ondas atinjam sua estabilidade, em forma, amplitude e comprimento. Ferreira *et al.* (2014) estabeleceram um critério de geração de *roll waves* relacionado à frequência de perturbação necessária a ser aplicada ao escoamento, e verificaram, numericamente, que o critério relacionado ao número de Froude é necessário, mas não suficiente para que tais ondas se propaguem. Ng e Mei (1994) utilizaram um modelo reológico sem a presença de tensão limite de escoamento ($\tau_c = 0$), e também estabeleceram um critério de geração de *roll waves* relacionado ao número de Froude. Vale ressaltar que todos esses critérios estão em função das propriedades reológicas do fluido.

Conhecer as condições de geração dessas ondas é de suma importância, pois se definem, assim, os domínios de interesse que se buscariam quando da execução de um projeto de infraestrutura civil. Dentre as magnitudes desejadas, a tensão exercida pelo escoamento no leito da calha, no fundo do canal, representa um parâmetro importante de projeto, relacionado, sobretudo, à capacidade erosiva do escoamento em transportar sedimentos. Em se tratando das propriedades cinemáticas e dinâmicas das *roll waves*, os modelos matemáticos e numéricos têm, majoritariamente, fornecido amplitude, comprimento e velocidade de propagação dessas ondas (MACIEL, 2001; ZANUTTIGH & LAMBERTI, 2007; FERREIRA, 2013; DI CRISTO; IERVOLINO; VACCA, 2015). No entanto, ainda

existem poucos trabalhos na literatura que tratam da tensão de cisalhamento no fundo ao longo do comprimento da *roll wave* presente nas corridas de lama, seja em regimes laminares ou turbulentos. Assim, o parâmetro tensão de cisalhamento no fundo reportada à tensão de cisalhamento do escoamento base (regime uniforme) passa a ser a chave de discussão da maior ou menor capacidade erosiva do fenômeno.

Portanto, o objetivo deste trabalho foi, em um primeiro momento, determinar, a partir de um modelo matemático para fluidos não newtonianos, com base nas equações de águas rasas (MACIEL; FERREIRA; FIOROT, 2013) e em regime laminar, a evolução da velocidade média e da tensão de cisalhamento no fundo de canais com presença de *roll waves* em lamas. Em um segundo momento, explorar os resultados do modelo proposto, na perspectiva de inferir a ação dos efeitos pulsantes (*roll waves*) como incremento na capacidade erosiva do escoamento base. Os resultados do modelo matemático 1D proposto (explorados na plataforma MATLAB®) serão comparados com os obtidos por meio do software Fluent®, no qual as equações completas de Cauchy são resolvidas. Ambos os resultados numéricos serão confrontados com um estudo de caso experimental de *roll wave* gerada em canal no laboratório.

Os parâmetros de entrada dos modelos são resultados experimentais obtidos pelo grupo de pesquisa certificado no Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq). Reologia de Materiais Viscosos e Viscoplasticos (RMVP), utilizando o gel de carbopol 996 como fluido teste, de natureza não newtoniana (comportamento reológico de Herschel-Bulkley). O gel de carbopol 996 tem características reológicas semelhantes às lamas encontradas nas corridas e em pés de barragens. Sua confecção e caracterização reométrica são de pleno domínio do Grupo RMVP. Uma perturbação com frequência conhecida é aplicada sobre o escoamento uniforme em um ponto a montante do canal, gerando *roll wave* de mesma frequência. Para a aferição da *roll wave* gerada, sensores não intrusivos (ultrassom) foram dispostos ao longo do canal, permitindo a medição das profundidades do escoamento perturbado ao longo do tempo.

METODOLOGIA

No processo de modelagem de *roll waves*, devem-se estabelecer as hipóteses, explicitar o modelo reológico mais adaptado ao fluido escoante e as condições de contorno do modelo matemático.

Modelo reológico

O modelo reológico representativo de fluidos lamosos é, segundo estudos de Coussot (1994), Huang e Garcia (1998) e Maciel, Santos e Ferreira (2009), o modelo de Herschel-Bulkley a três parâmetros que, em condições permanentes e de cisalhamento simples, pode ser escrito como a Equação 1:

$$\tau_{xz} = \tau_c + K_n \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^n, \text{ se } \tau_{xz} > \tau_c \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = 0, \text{ se } \tau_{xz} < \tau_c$$

Em que:

τ_{xz} = a tensão de cisalhamento atuando na direção x devido a um gradiente em z ;

u = a componente da velocidade na direção x ;

z = a coordenada vertical;

$\partial u / \partial z$ = a taxa de deformação ou cisalhamento;

τ_c = a tensão limite de escoamento;

K_n = o índice de consistência do fluido;

n = o índice de escoamento do fluido.

Hipóteses para o modelo matemático

Visando simplificar o problema real, são estabelecidas hipóteses:

- Fluido lamoso homogêneo, de comportamento reológico de Herschel-Bulkley e incompressível, portanto a massa específica (ρ) é constante;
- Condições de águas rasas, isto é, profundidade do escoamento (h) muito menor que o comprimento longitudinal característico (L) e a largura do canal (l);
- Escoamento ocorre principalmente pela ação da gravidade, em regime laminar;
- Fundo do canal impermeável.

Condições de contorno para o modelo matemático

As condições de contorno são dadas por:

Condições cinemáticas na superfície livre — $w(x, z, t) = \frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x}$
para $z = h(x, t)$;

Condições de impermeabilidade no fundo — $u(x, z, t) = w(x, z, t) = 0$
para $z = 0$;

Tensões na superfície livre e no fundo do canal — $P(z) = 0$ e $\tau_{xz}(z) = 0$
para $z = h(x, t)$, $\tau_{xz}(z) = \tau_f$ para $z = 0$.

Em que:

w = a componente da velocidade na direção z ;

P = a pressão;

τ_f = a tensão de cisalhamento no fundo do canal;

t = o tempo.

Modelo matemático

Equações governantes

O modelo matemático clássico do fenômeno *roll waves* foi apresentado, pela primeira vez, por Dressler (1949), sob as hipóteses de águas rasas, fluido invíscido e termos de fricção modelados pela relação de Chézy.

No contexto de escoamento de fluidos lamosos (fluidos não newtonianos), as equações motrizes do fenômeno são obtidas a partir do sistema de equações de Cauchy (conservação da massa e balanço de quantidade de movimento), conforme os trabalhos de Liu e Mei (1994), Ng e Mei (1994) e Balmforth e Liu (2004). Assim, com base na Figura 1, nas hipóteses supracitadas e seguindo o mesmo protocolo adotado por Dressler (1949), obtiveram-se as Equações 2, 3 e 4 (FERREIRA, 2013; MACIEL; FERREIRA; FIOROT, 2013).

Conservação da massa:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

Balanço de quantidade de movimento na direção x :

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \rho g \sin \theta + \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{xz}) \quad (3)$$

Balanço de quantidade de movimento na direção z :

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g \cos \theta \quad (4)$$

Em que:

θ = a inclinação do canal;

g = a aceleração da gravidade.

Promediação e adimensionalização das equações

Promediando as Equações 2, 3 e 4 ao longo da profundidade e aplicando as condições de contorno supracitadas, obteve-se o sistema de Equações 5 e 6, que constitui a base para o desenvolvimento do modelo matemático das *roll waves* (MACIEL; FERREIRA; FIOROT, 2013).

Conservação da massa:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}h)}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

Balanço de quantidade de movimento na direção x :

$$\frac{\partial (\bar{u}h)}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha \bar{u}^2 h)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(-g \cos \theta \frac{h^2}{2} \right) + g h \sin \theta + \frac{1}{\rho} (\tau_f) \quad (6)$$

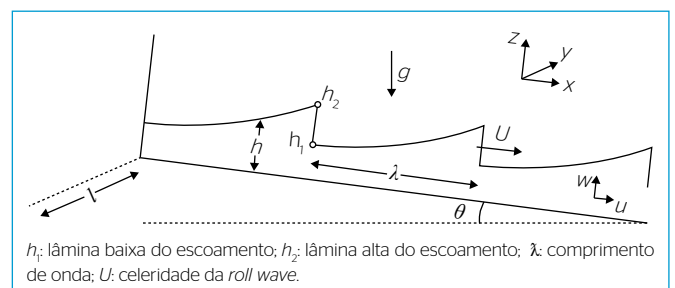


Figura 1 - Esquema do problema das *roll waves*.

Em que:

α = o coeficiente de distribuição da velocidade na vertical;

τ_f = a tensão de cisalhamento no fundo do canal, representada pela Equação 7, cujo desenvolvimento é detalhado em Huang e Garcia (1998) e verificado por Ferreira (2013).

$$\tau_f = \tau_c + K_n \left\{ \frac{\bar{u}h(\rho g \text{sen} \theta)^2 (n+1)(2n+1)}{(h\rho g \text{sen} \theta - \tau_c) [n(n+1)h\rho g \text{sen} \theta + n^2 \tau_c]} \right\}^n \quad (7)$$

O sistema, composto das Equações 5 e 6, pode ser reescrito a partir das boas escalas de adimensionalização, a saber:

Escala de comprimento: $x^* = x / L$ e $(h^*, z^*) = (h, z) / h_0$;

Escala de velocidade: $\bar{u}^* = \bar{u} / \bar{u}_0$;

Escala de tempo: $t^* = \bar{u}_0 t / L$.

Com os seguintes números dimensionais:

Número de Froude: $Fr = \bar{u}_0 / \sqrt{gh_0 \cos \theta}$;

Tensão limite de escoamento adimensional: $C^* = \tau_c / (\rho gh_0 \text{sen} \theta)$;

Tensão de cisalhamento no fundo adimensional: $\tau_f^* = \tau_f / (\rho gh_0 \text{sen} \theta)$.

Em que:

L = o comprimento característico dado por $L = \bar{u}_0^2 / g \text{sen} \theta$;

\bar{u} = a velocidade média na direção x ;

$()_0$ = condições de escoamento uniforme;

$()^*$ = as variáveis adimensionais.

Optou-se, no artigo, por omitir o sobrescrito das Equações de 8 a 18. Assim, têm-se as Equações 8 e 9 em variáveis adimensionais.

Conservação da massa:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}h)}{\partial x} = 0 \quad (8)$$

Balanco de quantidade de movimento na direção x :

$$h \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \alpha \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) + \frac{h}{Fr^2} \frac{\partial h}{\partial x} + (1-\alpha) \bar{u} \frac{\partial h}{\partial t} = = h - C - (1-C) \left[\bar{u}h \frac{(1-C)(n+1+nC)}{(h-C)((n+1)h+nC)} \right]^n \quad (9)$$

Equação da roll wave

A equação das *roll waves* é estabelecida a partir das Equações 8 e 9, reescritas em um sistema móvel de coordenadas que se desloca com velocidade de propagação da *roll wave* (sua celeridade). Assim por hipótese, tem-se $x' = x - Ut$, sendo U a velocidade de propagação da *roll wave*. Dessa forma, as Equações 10 e 11 são reescritas como:

Conservação da massa:

$$h(\bar{u} - U) = q \quad (10)$$

Balanco de quantidade de movimento na direção x :

$$h \left(-U \frac{\partial \bar{u}}{\partial x'} + \alpha \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x'} \right) + \frac{h}{Fr^2} \frac{\partial h}{\partial x'} - (1-\alpha) U \bar{u} \frac{\partial h}{\partial x'} = = h - C - (1-C) \left[\bar{u}h \frac{(1-C)(n+1+nC)}{(h-C)((n+1)h+nC)} \right]^n \quad (11)$$

Vale ressaltar que $(h, \bar{u}) = (h_c, \bar{u}_c) = (1, 1)$ é uma solução da Equação 10, em regime permanente, portanto q é uma constante e vale $q = 1 - U$.

A solução do sistema de Equações 10 e 11, determinada por Maciel, Ferreira e Fiorot (2013), produziu a Equação 12 (equação da *roll wave*), função da profundidade do escoamento, do número de Froude, da velocidade de propagação da *roll wave* e dos parâmetros reológicos do fluido.

Equação da *roll wave*:

$$\frac{\partial h}{\partial x'} = \frac{h - C - (1-C) \left[1 + U(h-1) \left(\frac{1-C}{h-C} \right) \left(\frac{n+1+nC}{(n+1)h+nC} \right) \right]^n}{(\alpha-1)U^2 - \frac{\alpha(1-U)^2}{h^2} + \frac{h}{Fr^2}} = \frac{F(h)}{G(h)} \quad (12)$$

Em que:

$$Fr > Fr_{\min} = \frac{g}{(\varphi^2 - 2\alpha\varphi g + \alpha g^2)^{1/2}};$$

$$g = n(1-C);$$

$$\varphi = \frac{(n+1)(2n+1)}{(n+1+nC)} \quad (\text{MACIEL; FERREIRA; FIOROT, 2013}).$$

A partir da Equação 10, pode-se reescrever a Equação 12 em função da velocidade média $\bar{u}(x')$, o que resulta na Equação 13 (TONIATI, 2015).

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x'} = \frac{\frac{q}{\bar{u}-U} - C - (1-C) \left[\left(\frac{\bar{u}q(1-C)}{q-C(\bar{u}-U)} \right) \left(\frac{n+1+nC}{(n+1)\frac{q}{\bar{u}-U} + nC} \right) \right]^n}{\frac{q}{\bar{u}-U} (-U + \alpha \bar{u}) - \frac{q^2}{(\bar{u}-U)^3} \frac{1}{Fr^2} + (1-\alpha) U \bar{u} \frac{q}{(\bar{u}-U)^2}} = \frac{\mathcal{F}(\bar{u})}{\mathcal{G}(\bar{u})} \quad (13)$$

As soluções das *roll waves* podem ser interpretadas como soluções contínuas não periódicas que, uma vez interconectadas por choques, apresentam a mesma topologia que o problema de Dressler para um fluido ideal (DRESSLER, 1949). Para tanto, o choque requerido obedece às condições de Rankine-Hugoniot da dinâmica dos gases, qual seja, considera-se salto de propriedades (massa e quantidade de movimento) através do choque. Assim, as condições de choque são dadas pelas Equações 14 e 15.

Para a massa:

$$U [h]_1^2 = [\bar{u}h]_1^2 \quad (14)$$

Para a quantidade de movimento:

$$U[\bar{u}h]_1^2 = \left[\alpha \bar{u}^2 h + \frac{1}{2} \left(\frac{h}{Fr} \right)^2 \right]_1^2 \quad (15)$$

Em que:

$[\]_1^2$ = o salto de propriedades;

$[h]_1^2 = h_2 - h_1$;

$[\bar{u}h]_1^2 = \bar{u}_2 h_2 - \bar{u}_1 h_1$.

Combinando as Equações 14 e 15 e reescrevendo h em função de \bar{u} , pode-se estabelecer uma relação entre as velocidades médias \bar{u}_1 e \bar{u}_2 , representada pela Equação 16.

$$\bar{u}_2^2 (-\alpha \bar{u}_1 + \alpha U) + \bar{u}_2 \left(2\alpha U \bar{u}_1 - \alpha U^2 + \frac{1}{2Fr^2} \frac{q}{\bar{u}_1 - U} - U^2 \right) + \frac{1}{2Fr^2} q \left[\frac{2U - \bar{u}_1}{\bar{u}_1 - U} \right] - \alpha U^2 \bar{u}_1 + U^3 = 0 \quad (16)$$

Como não há nenhuma outra relação entre \bar{u}_1 e \bar{u}_2 , além da Equação 16, o valor da velocidade máxima \bar{u}_2 foi determinada a partir da imposição de \bar{u}_1 , valor este menor que o do regime uniforme ($\bar{u}_0 = 1$), o que nos leva à Equação 17.

$$\bar{u}_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (17)$$

Em que:

$$a = -\alpha \bar{u}_1 + \alpha U \quad (17A)$$

$$b = 2\alpha U \bar{u}_1 - \alpha U^2 + \frac{1}{2Fr^2} \frac{q}{(\bar{u}_1 - U)} - U^2 \quad (17B)$$

$$c = -\frac{1}{2Fr^2} q \left[\frac{2U - \bar{u}_1}{\bar{u}_1 - U} \right] - \alpha U^2 \bar{u}_1 + U^3 \quad (17C)$$

Determinação da tensão de cisalhamento no fundo do canal ao longo do comprimento da roll wave, na sua forma adimensional

A tensão de cisalhamento no fundo na forma adimensional (Equação 18) é obtida a partir das integrações das Equações 12 e 13, conhecidos os parâmetros reológicos do fluido.

$$\tau_f = C + (1-C) \left[\bar{u}h \frac{(1-C)(n+1+nC)}{(h-C)((n+1)h+nC)} \right]^n \quad (18)$$

Modelo numérico

A solução numérica da equação da *roll wave*, para h (Equação 12) e para \bar{u} (Equação 13), bem como o da tensão de cisalhamento no

fundo τ_f (Equação 18), foi determinada utilizando a plataforma MATLAB®/Simulink®, utilizando método numérico de Adams-Bashforth-Moulton, apresentando boa estabilidade numérica, com passo variável e tendo como condição inicial a menor profundidade (h_1).

Validação e comparação com o modelo matemático 1D

Visando discutir, confrontar e validar o modelo matemático 1D proposto, foram realizados:

- Comparação com o modelo de Ng e Mei (1994), para um fluido tipo *power law*;
- Testes numéricos para quantificar a influência dos parâmetros reológicos na tensão de cisalhamento no fundo;
- Confrontação dos resultados com trabalhos experimentais realizados em canal por Maciel *et al.* (2017) e com simulação numérica, utilizando o *software* Fluent®.

MATLAB®/Simulink®

Na primeira parte de Resultados e Discussões, é apresentada uma comparação com o modelo proposto por Ng e Mei (1994) para um fluido tipo *power law*, isto é, sem tensão limite de escoamento ($C=0$), com índice de consistência $K_n=0,4 \text{ Pa.s}^n$, $n=0,4$ e imposição da menor profundidade (h_1), obtida por aqueles autores.

Em Resultados e Discussões – Parte 2, foram realizados, inicialmente, testes com fluidos sem tensão limite ($C=0$) e índice de escoamento $n < 1$ e, na sequência, testes para fluidos lamosos com presença de tensão limite ($C=0,1$ e $C=0,2$), todos esses visando retratar o comportamento da máxima tensão de cisalhamento no fundo (τ_{fmax}).

Fluent®

A simulação numérica utilizou o *software* Fluent®, conforme Ferreira *et al.* (2014), com resolução numérica por volumes finitos e técnica VoF (*volume of fluid*) das equações completas de Cauchy. Vale lembrar que nesse tipo de simulação pode-se determinar diversas propriedades do escoamento, quais sejam: amplitude e comprimento das *roll waves*, tensão de cisalhamento no fundo, taxas de deformação, campo de pressão etc.

Modelo experimental

Os ensaios experimentais foram realizados em um canal de 3 m de comprimento, utilizando o fluido teste gel de carbopol 996 (Tabela 1), com

Tabela 1 – Parâmetros de entrada para as simulações numéricas.

Fluido (carbopol)				Escoamento				
ρ [kg.m ⁻³]	τ_c [Pa]	K_n [Pa.s ⁿ]	n	h_o [10 ⁻³ m]	h_l [10 ⁻³ m]	θ [°]	Fr	Re
1016,00	1,44	0,30	0,60	5,80	3,90	7	0,75	0,52

ρ : massa específica; τ_c : tensão limite de escoamento; K_n : índice de consistência do fluido; n : índice de escoamento; h_o : profundidade do escoamento uniforme; h_l : lâmina baixa do escoamento; θ : inclinação do canal; Fr : número de Froude; Re : número de Reynolds.

o canal inclinado em 7°. A vazão média testada foi de 0,39 L.s⁻¹ para a bomba de deslocamento positivo em rotação de 400 rpm.

Inicialmente, foi medida a lâmina do escoamento em regime uniforme (h_0). Em seguida, o escoamento foi perturbado, a montante do canal, com frequência de 1,5 Hz. As aferições das amplitudes de ondas foram feitas por meio de um sistema ultrassônico. As propriedades reológicas do fluido foram aferidas por meio de um reômetro Brookfield R/S (*shear rate/shear stress*), com geometria de cilindros coaxiais e temperatura controlada. Experimentalmente, foram medidos as amplitudes e os períodos de onda. Os parâmetros utilizados para as simulações numéricas são apresentados na Tabela 1.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

1ª Parte: do modelo matemático 1D versus modelo de Ng e Mei (1994) (C=0)

Neste primeiro resultado, são apresentados três estudos de caso, conforme a Tabela 2. Vale lembrar que, por se tratar de simulações numéricas referentes ao modelo matemático escrito em variáveis adimensionais, a variação do número de Froude implicaria, na realidade, na mudança de vazão e/ou inclinação do canal. Por exemplo, para uma determinada inclinação, o aumento da vazão acarretaria o aumento da profundidade. Já para determinada vazão, o aumento da inclinação diminuiria a profundidade, acarretando o aumento de velocidade.

A Figura 2 apresenta simulação do modelo de *roll wave* proposto neste artigo e o de Ng e Mei (1994), para $h_c=1$, $Re=100$. Os resultados estão sobrepostos, o que evidencia uma convergência absoluta do nosso modelo mais geral para o modelo particular de Ng e Mei (1994).

Confirmada a boa resposta do modelo para as amplitudes de onda e as velocidades médias, passa-se a determinar outros parâmetros de interesse, como a tensão de cisalhamento no fundo e, sobretudo, a influência dos parâmetros reológicos sobre os resultados dos valores máximos de τ_f , na presença de *roll waves*.

2ª parte: do modelo matemático 1D

As Figuras 3, 4 e 5 mostram a variação dos valores máximos de tensão de cisalhamento no fundo com o número de Froude. Para números de Froude menores que 1, observa-se que há uma região em que o valor

é máximo e que, em seguida, decresce até o valor de 1 (valor da tensão de cisalhamento do escoamento base). Em relação ao maior valor de $\tau_{f,max}$, não se observa, nesses três casos, elevação ou incremento do máximo valor da tensão de cisalhamento máxima além dos 6% em relação ao escoamento base. À medida que a tensão limite de escoamento aumenta, as curvas mostram tendência a se agruparem/sobreporem à esquerda, como se estabelecesse um padrão de envelope cada vez mais estreito com o aumento de C .

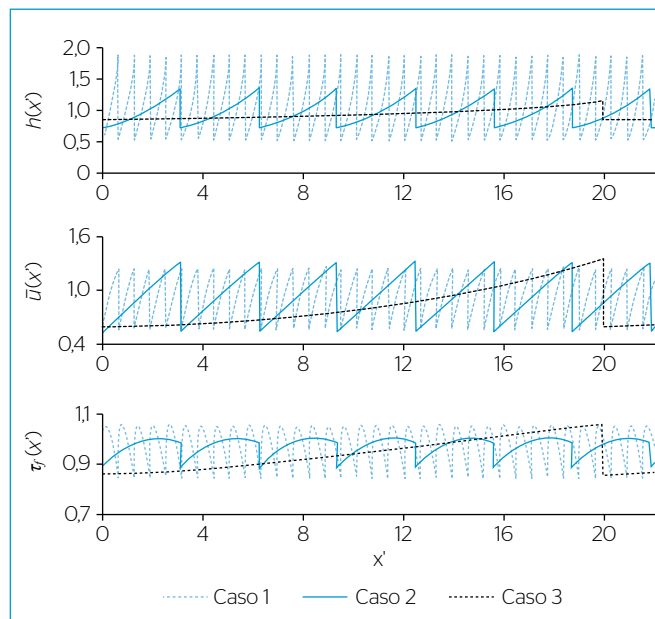


Figura 2 – Resultados obtidos a partir de dados de Ng e Mei (1994) para os três casos teste.

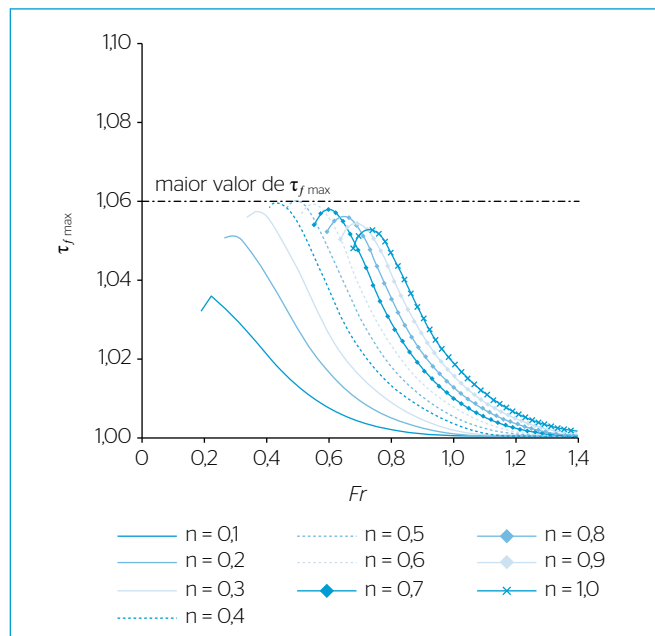


Figura 3 – Valores de tensão de cisalhamento máxima para C=0 e n variando de 0,1 a 1,0.

Tabela 2 – Valor da menor profundidade imposta para cada caso testado.

Caso	Número de Froude (Fr)	Profundidade h_f
1	∞	0,53
2	1	0,72
3	$1/\sqrt{5}$	0,85

h_f : lâmina baixa do escoamento.

Ainda, observou-se o aumento de $\tau_{f\text{máx}}$ para $Fr > 1$. Dessa forma, decidiu-se verificar o comportamento da tensão máxima de cisalhamento no fundo, fixando-se o índice de escoamento em $n=0,6$ para elevados números de Froude, conforme apresentado na Figura 6.

A tensão limite de escoamento (C) para números de Froude elevados ($Fr > 1$) apresenta efeito significativo no aumento da tensão de cisalhamento no fundo e, conseqüentemente, no aumento da capacidade erosiva, na presença de *roll waves*, podendo chegar à ordem de 12% da

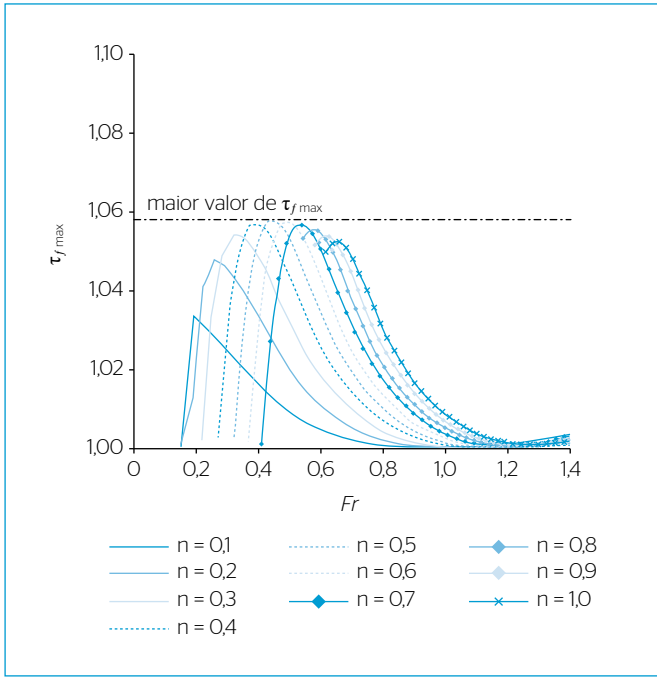


Figura 4 - Valores de tensão de cisalhamento máxima para $C=0,1$ e n variando de 0,1 a 1,0.

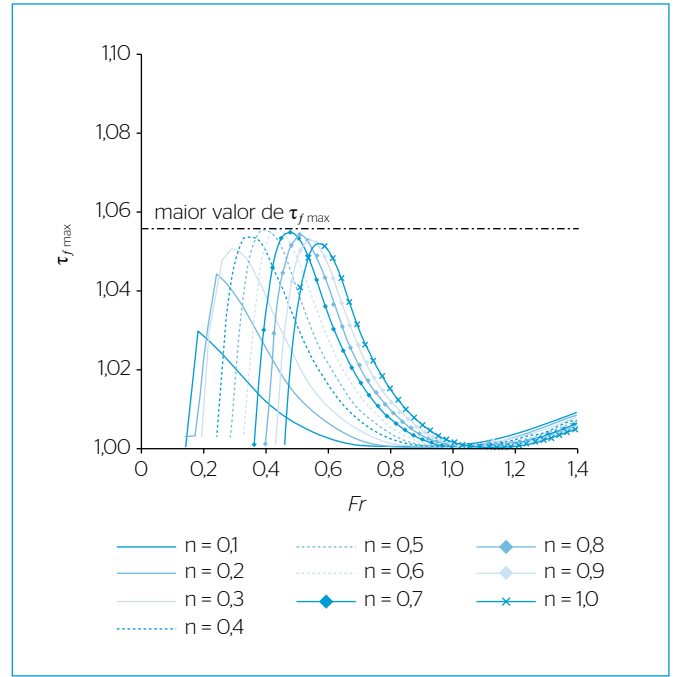


Figura 5 - Valores de tensão de cisalhamento máxima para $C=0,2$ e n variando de 0,1 a 1,0.

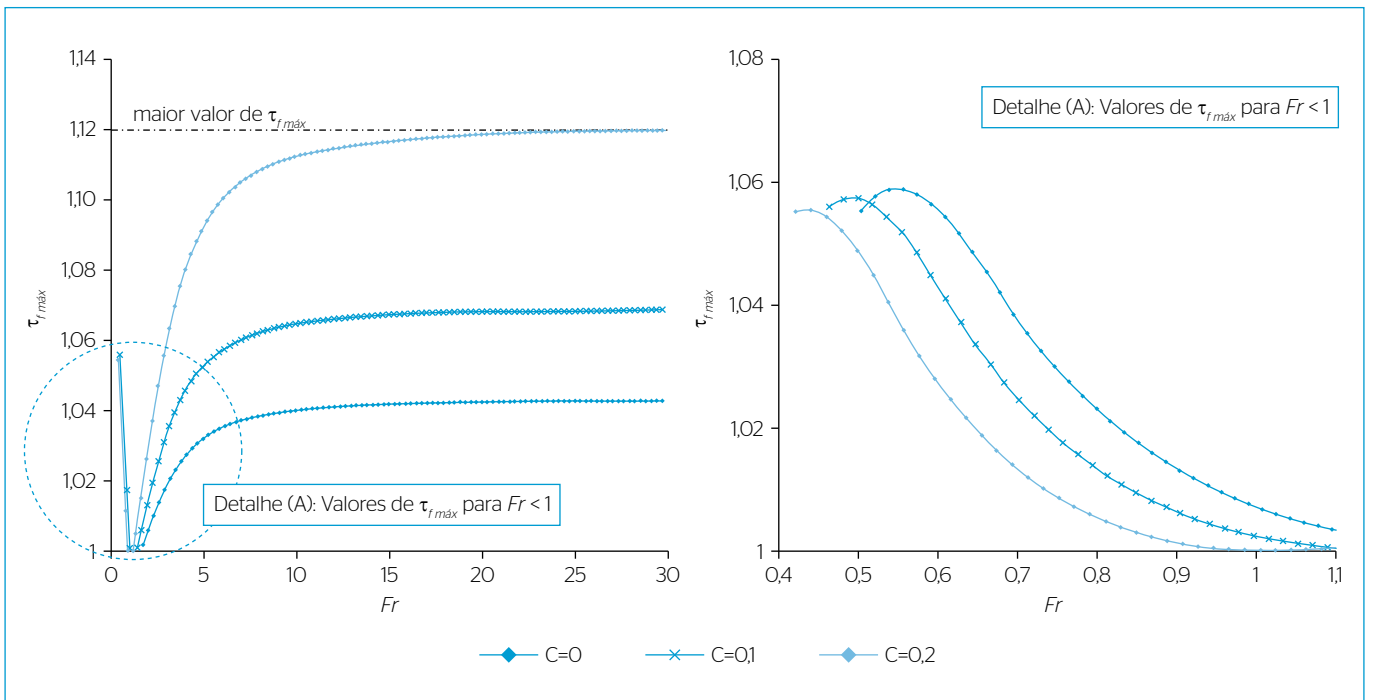


Figura 6 - Valores de tensão de cisalhamento máxima para $n=0,6$ e C variando de 0 a 0,2.

tensão de cisalhamento do escoamento base, efeito distinto do subdomínio $Fr < 1$ (menos que 6%), em que a tensão limite de escoamento, em presença de *roll waves*, vem concorrer com ação menos acentuada na capacidade erosiva, conforme as Figuras 3, 4 e 5.

3ª parte: confrontação de resultados entre o modelo matemático 1D, simulação com o Fluent® e experimentos em canal

Pode-se observar na Figura 7 boa concordância no que diz respeito ao comprimento/celeridade das *roll waves* para os dois modelos (Tabela 3) com o experimental; já em relação à amplitude, o modelo matemático 1D apresenta melhor concordância com os resultados experimentais vis-à-vis dos resultados obtidos por meio do *software* Fluent®, para o qual se deve sempre estar atento à necessidade de uma boa malhagem. Ademais, vale observar que o modelo matemático 1D representou bem a forma das ondas de choque, ou seja, ondas bastante íngremes, características das *roll waves*. Assim exposto, passou-se a inferir sobre o comportamento da tensão de cisalhamento

no fundo em presença de *roll waves*, por meio do modelo matemático 1D proposto.

Ao confrontar os resultados do modelo matemático 1D com o Fluent® (Figura 8), observou-se que este não reproduz o “choque tão bem definido”, como visto no modelo matemático 1D e no registro experimental. Ademais, apesar das diferenças entre valores absolutos de máximo e mínimo nas amplitudes de onda, na velocidade média ou na tensão de cisalhamento no fundo, as variações não excederam em 20, 18 e 12%, respectivamente.

Ainda em questão de comportamento, verificou-se que os resultados apontados pelo Fluent® apresentaram uma defasagem entre os três parâmetros em estudo bem menos acentuada que no modelo matemático 1D, embora seja “difícil” a determinação da real posição do choque.

Ainda, pode-se observar, na Figura 8 (linhas verticais tracejadas), que para o modelo matemático 1D há uma defasagem do pico da tensão de cisalhamento no fundo com o pico da amplitude da onda. Ainda que o valor de pico de tensão de cisalhamento tenha excedido minimamente para o teste experimental em questão — apenas 1,4% do escoamento base (de 7 Pa para 7,10 Pa) —, não se deve perder de vista que tal efeito poderá ser maior (até 12% do escoamento base), conforme comentado na segunda parte dos Resultados e Discussão deste artigo.

Em suma, os resultados apontados pelos modelos mostram concordância aceitável para a amplitude, o comprimento, a celeridade, a velocidade média e a tensão de cisalhamento no fundo quando da propagação de *roll waves* em escoamentos de lama.

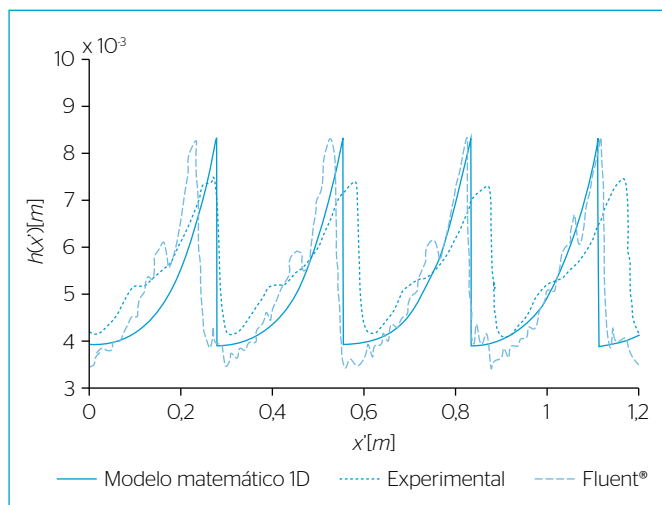


Figura 7 - Amplitudes de onda: modelo matemático 1D versus *software* Fluent® versus experimental.

Tabela 3 - Valores de amplitude, comprimento de onda e celeridade para modelos testados.

	Amplitude ($\Delta h \pm \sigma$) [10^{-3} m]	Período ($T \pm \sigma$) [s]	Comprimento de onda ($\lambda \pm \sigma$) [m]	Celeridade ($U \pm \sigma$) [m.s ⁻¹]
Modelo Matemático 1D	4,40±0,00	0,62±0,00	0,28±0,00	0,45±0,00
Experimental	4,79±0,12	0,65±0,09	0,29±0,04	0,43±0,14
Fluent®	3,27±0,04	0,67±0,01	0,30±0,01	0,45±0,04

Δh : amplitude; σ : desvio padrão; T : período; λ : comprimento de onda; U : celeridade da *roll wave*.

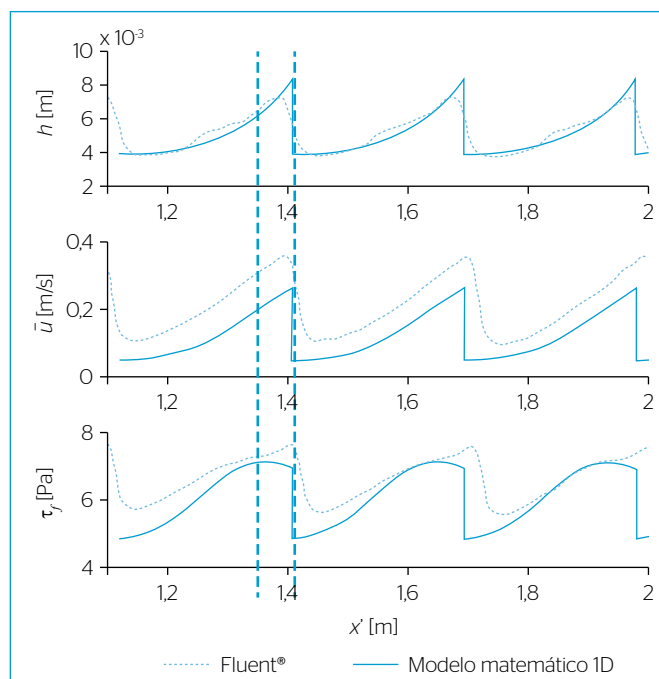


Figura 8 - Profundidades, velocidade média e tensão de cisalhamento no fundo para os dois modelos (modelo matemático 1D e Fluent®).

CONCLUSÕES

A partir do modelo matemático 1D proposto, pode-se calcular, de forma rápida e com compromissos de engenharia, os perfis de amplitude das *roll waves*, as velocidades médias e a tensão de cisalhamento no fundo de canais, além de verificar o comportamento dessas variáveis em função dos parâmetros reológicos do fluido escoante. Os resultados dos modelos numéricos confrontados, de maneira geral, são promissores, com boa concordância no que tange ao comprimento de onda e à celeridade, restando, no entanto, picos de amplitude ainda discrepantes (da ordem de 20% entre os modelos) e defasagem entre a amplitude e a tensão de cisalhamento no fundo, notadamente no caso do modelo matemático 1D. Quanto ao choque não integralmente definido na simulação com o Fluent®, isso pode ser atribuído a uma difusão numérica e, provavelmente, à técnica de rastreamento de fronteira do VoF utilizada. Ademais, a literatura tem noticiado valores de picos de tensão de cisalhamento no fundo em até 10% acima do valor de tensão de cisalhamento do escoamento base. A previsão do modelo matemático 1D

chegou a patamares (incrementos de capacidade erosiva) de 12%, o que pode ser significativo e que deve ser melhor investigado quando dos processos de erosão e transporte de sedimentos em canais em eventos de corridas de lama com presença de *roll waves*.

No que diz respeito à aplicação em eventos naturais, embora o modelo 1D apresente hipóteses simplificativas, ele tem se mostrado representativo para análises de perfil de *roll waves*, conforme trabalho já realizado quando do estudo do evento ocorrido em Acquabona, Itália, que possibilitou, inclusive, confrontação com dados de campo (FIOROT, FERREIRA, DUPONT, MACIEL, 2014). Quanto à sua aplicação em âmbito nacional, por exemplo, na Região Serrana do Rio de Janeiro (2011) e no evento de Mariana (2015), o modelo poderia ser utilizado para se fazer leituras interpretativas daqueles eventos, como a determinação de amplitudes máximas de ondas geradas sobre a corrida de lama, podendo assim inferir o acréscimo da capacidade erosiva em fundo de canais; ainda que dados de campo e políticas de monitoramento de movimento de massas sejam praticamente inexistentes no país.

REFERÊNCIAS

- ANCEY, C. (2007) Plasticity and geophysical flows: A review. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, v. 142, n. 1-3, p. 4-35. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jnnfm.2006.05.005>
- BALMFORTH, N.J.; LIU, J.J. (2004) Roll waves in mud. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 519, p. 33-54. <https://doi.org/10.1017/S0022112004000801>
- CARMO, R. do; VALÊNCIO, N. (2014) *Segurança Humana no Contexto dos Desastres*. São Carlos: RiMa. 210 p.
- COUSSOT, P. (1994) Steady, laminar, flow of concentrated mud suspensions in open channel. *Journal of Hydraulic Research*, v. 32, n. 4, p. 535-559.
- DI CRISTO, C.; IERVOLINO, M.; VACCA, A. (2013) On the applicability of minimum channel length criterion for roll-waves in mud-flows. *Journal of Hydrology and Hydromechanics*, v. 61, n. 4, p. 286-292. <https://doi.org/10.2478/johh-2013-0036>
- DI CRISTO, C.; IERVOLINO, M.; VACCA, A. (2015) On the stability of gradually varying mud-flows in open channels. *Meccanica*, v. 50, n. 4, p. 963-979. <https://doi.org/10.1007/s11012-014-0075-y>
- DRESSLER, R.F. (1949) Mathematical solution of the problem of roll waves in inclined open channels. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, v. 2, n. 2-3, p. 149-194. <https://doi.org/10.1002/cpa.3160020203>
- FERREIRA, F. de O. (2013) *Estabilidade e controle dinâmico de roll waves*. 204f. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Ilha Solteira.
- FERREIRA, F. de O.; MACIEL, G. de F.; FIOROT, G.H.; CUNHA, E.F. (2014) Numerical analysis of roll waves generation on non-Newtonian fluids flowing down an inclined plane. *Advanced Materials Research*, v. 1006-1007, p. 160-167. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.1006-1007.160>
- FIOROT, G.H.; FERREIRA, F. de O.; DUPONT, P.; MACIEL, G. de F. (2014) Roll waves study on Acquabona watershed: an application of mathematical modelling. In: ANALYSIS AND MANAGEMENT OF CHANGING RISKS FOR NATURAL HAZARDS, 2014, Padova. *Proceedings of Analysis and Management of Changing Risks for Natural Hazards*, v. AP7, p. 1-10.
- HUANG, X.; GARCIA, M.H. (1998) A Herschel-Bulkley model for mud flow down a slope. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 374, p. 305-333. <https://doi.org/10.1017/S0022112098002845>
- LIU, K.; MEI, C.C. (1994) Roll waves on a layer of a muddy fluid flowing down a gentle slope - A Bingham model. *Physics of Fluids*, v. 6, n. 8, p. 2577-2590. <https://doi.org/10.1063/1.868148>
- MACIEL, G. de F. (2001) *Roll waves evoluindo em canais de forte declividade: Uma abordagem matemática com aproximação numérica*. 184f. Tese (Livre Docência) - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Ilha Solteira.
- MACIEL, G. de F.; FERREIRA, F. de O.; Cunha, E.F.; FIOROT, G.H. (2017). Experimental apparatus for roll wave measurements and comparison with a 1D mathematical model. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 143, n. 11. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0001366](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0001366)

MACIEL, G. de F.; FERREIRA, F. de O.; FIOROT, G.H. (2013) Control of instabilities in non-Newtonian free surface fluid flows. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, v. 35, n. 3, p. 217-229. <http://dx.doi.org/10.1007/s40430-013-0025-y>

MACIEL, G. de F.; SANTOS, H.K. dos; FERREIRA, F. de O. (2009) Rheological analysis of water clay compositions in order to investigate mudflows developing in canals. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, v. 31, n. 1, p. 64-74. <http://dx.doi.org/10.1590/S1678-58782009000100010>

NG, C.-O.; MEI, C.C. (1994) Roll waves on a shallow layer of mud modelled as a power-law fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 263, n. 1, p. 151-183. <https://doi.org/10.1017/S0022112094004064>

TONIATI, A.L. (2015) *Comunicação digital: a era dos MOOCs cenarizando o estudo de roll waves*. 99f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia) - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Ilha Solteira.

ZANUTTIGH, B.; LAMBERTI, A. (2007) Instability and surge development in debris flows. *Reviews of Geophysics*, v. 45, n. 3, p. 1-45. <https://doi.org/10.1029/2005RG000175>

