

Artigo Teórico-empírico

# Resseguro e Capital de Solvência: Atenuantes da Probabilidade de Ruína de Seguradoras



## Reinsurance and Solvency Capital: Mitigating Insurance Companies' Ruin Probability

Jorge Wilson Euphasio Junior<sup>1</sup>   
João Vinícius França Carvalho<sup>\*1</sup>

### RESUMO

**Contexto:** seguradoras são importantes à sociedade, uma vez que garantem proteção financeira aos indivíduos contra perdas patrimoniais, além de fomentarem o mercado de capitais por meio da alocação de ativos garantidores. Assim, é fundamental avaliar os instrumentos que garantam sua solvência financeira de longo prazo. Dentre eles estão a adoção de tratados de resseguro, alocação de capital de solvência e modelagem atuarial dos processos de risco.

**Objetivo:** estimar a probabilidade de ruína em processos de risco com a adoção de contratos de resseguro (quota-parte e excesso de danos), comparativamente a cenários sem tais tratados. **Métodos:** simulou-se o processo de Cramér-Lundberg via método de Monte Carlo, ajustando diversas distribuições probabilísticas à severidade do processo de Poisson composto, calibrando um conjunto de 3.917.863 microdados reais, segregados em 30 ramos securitários.

**Resultados:** ainda que cada ramo apresente particularidades na severidade do sinistro, a correta escolha de resseguro (proporcional ou não) implica a redução da probabilidade de ruína para um capital de solvência fixo. **Conclusão:** a escolha adequada do contrato de resseguro, especialmente quando há evidências de elevada curtose nos valores de sinistros, intensifica o decaimento exponencial da relação entre o capital de solvência e a probabilidade de ruína.

**Palavras-chave:** processos de risco; resseguro; capital de solvência; probabilidade de ruína.

### ABSTRACT

**Context:** insurance companies are important to society, since they guarantee financial protection to individuals from property losses, in addition to fostering the capital market through the allocation of guarantee assets. Thus, it is essential to evaluate the instruments that guarantee their long-term financial solvency. Among them are the adoption of reinsurance treaties, the sizing of the solvency capital, and the actuarial modeling of risk processes, which allow the measurement of the ruin probability. **Objective:** estimate the ruin probability in risk processes with the adoption of reinsurance contracts (quota share and excess of loss), compared to scenarios without such treaties.

**Methods:** the Cramér-Lundberg process was simulated using the Monte Carlo method, adjusting several probabilistic distributions to the severity of the compound Poisson process, which is calibrated with a set of 3,917,863 real microdata, from 30 insurance lines of business. **Results:** it was found that, although each branch presents particularities in the claim severity, the correct choice of reinsurance (proportional or not) implies the reduction of the ruin probability for a fixed solvency capital. **Conclusion:** the appropriate choice of the reinsurance contract, especially when there is evidence of high kurtosis in the claim values, intensifies the exponential decline in the relationship between the solvency capital and the ruin probability.

**Keywords:** risk processes; reinsurance; solvency capital; ruin probability.

\* Autor Correspondente.

1. Universidade de São Paulo, Faculdade de Economia, Administração, Contabilidade e Atuária, São Paulo, SP, Brasil.

**Como citar:** Euphasio Junior, J. W., & Carvalho, J. V. F. (2022). Resseguro e capital de solvência: Atenuantes da probabilidade de ruína de seguradoras. *Revista de Administração Contemporânea*, 26(1), e200191. <https://doi.org/10.1590/1982-7849rac2022200191.por>

# de revisores convidados até a decisão:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1ª rodada	(X)	👍	👍	(X)					
2ª rodada	👍								

Classificação JEL: G22, C15, C63.

Editor-chefe: Wesley Mendes-Da-Silva (Fundação Getúlio Vargas, EAESP, Brasil)

Pareceristas: Roberto Cazzari (Universidade Federal de São Paulo, Brasil)

Elizabeth Borelli (Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil)

Relatório de Revisão por Pares: O Relatório de Revisão por Pares está disponível neste [link externo](#).

Recebido: 22/05/2020

Última versão recebida em: 12/08/2020

Aceite em: 14/08/2020

## INTRODUÇÃO

O segmento de seguros torna-se cada vez mais importante na economia brasileira, pois sua participação no PIB passou de 2,59% em 2003 para 3,82% em 2016 (R\$ 239,4 bilhões), segundo relatório oficial da Superintendência de Seguros Privados – Susep ([Superintendência de Seguros Privados \[SUSEP\], 2018](#)). Neste período, as receitas anuais das seguradoras cresceram à taxa real anual média de 16,60%, mais do que a economia brasileira, que cresceu à taxa real anual média de 4,14%.

O contrato de seguro prevê restituição financeira oriunda de eventos adversos que, em caso de materialização, possam acarretar perdas patrimoniais para uma sociedade com interesses legítimos e comuns. Assim, a partir do momento em que se verificam falências de entidades securitárias, indivíduos segurados e beneficiários indicados não receberão as indenizações esperadas em caso de sinistros, gerando uma externalidade negativa que vai além das consequências inerentes ao funcionamento das companhias. Ademais, seguradoras e entidades previdenciárias são investidores institucionais de grande porte, o que pode criar um efeito sistêmico relevante em caso de insolvência.

Neste contexto, o cálculo da probabilidade de ruína torna-se imprescindível, uma vez que ele fornece uma medida do tamanho da exposição de insuficiência de prêmios, bem como da possibilidade de se incorrer em falência em cenários futuros ([Baumgartner & Gatto, 2010](#)). A estimação da probabilidade é fundamental também para o dimensionamento dos montantes requeridos no presente para manter um nível de solvência futura. Para este caso, o acordo Solvency II, análogo ao Basileia III para os bancos, estabelece a obrigatoriedade de constituição de um capital baseado em risco (CBR, ou capital de solvência, CS), para além de um capital-base (CB) regulatório. Estas reservas visam a proporcionar às seguradoras capacidade de cumprir os compromissos assumidos quando da ocorrência de um choque operacional adverso grave, estabelecendo uma probabilidade de insuficiência de capital frente às obrigações de apenas 0,5%, o que garantiria que a ruína não viesse a ocorrer em mais do que uma vez a cada 200 anos, em média ([Moro & Krvavych, 2017](#)).

Visando a garantir convergência aos ditames do Solvency II, a Susep, por meio da resolução CNSP n.º 321/2015, dispõe sobre a indispensabilidade de constituição de um capital mínimo requerido (CMR). O CMR constitui-se no capital total que uma seguradora, entidade aberta de previdência complementar, sociedade de capitalização ou resseguradora local deve manter visando à manutenção das suas operações, sendo igual ao máximo entre o CB (definido por lei, dependendo da natureza jurídica da companhia) e

o CBR, montante variável em função dos riscos inerentes à sua operação.

Este CBR, ainda segundo a lei, deve ser segregado de maneira a refletir a exposição aos diversos riscos a que uma companhia está exposta, tais como: capitais baseados em riscos de (a) Subscrição (para cada ramo securitário de atuação da entidade), (b) Crédito (que reflita a exposição a potencial inadimplência junto a resseguradores, cosseguradores e outras contrapartes), (c) Operacional (que dimensione a possibilidade de ocorrência de perdas resultantes de falha, deficiência ou inadequação de processos internos, pessoas e sistemas, ou decorrentes de fraudes ou eventos externos, incluindo o risco legal e excluindo os riscos decorrentes de decisões estratégicas e à reputação da instituição) e (d) Mercado (possibilidades de perdas resultantes de flutuações dos mercados financeiros, que causam mudanças na avaliação econômica de ativos e passivos).

Ao final, todas essas parcelas apuradas são combinadas por meio de uma forma quadrática e, considerando uma estrutura de dependência estipulada pelo regulador, combinadas em uma só medida (o CMR), que é alocado como patrimônio líquido. Portanto, o dimensionamento correto das reservas de capital deriva de uma estimação consistente da probabilidade de uma seguradora ir à falência.

Neste trabalho, o interesse recai sobre os riscos de subscrição, que são idiossincráticos dos ramos de atividade securitária. Mas para além da constituição de capital baseado em risco de subscrição, o resseguro é outro instrumento de que a seguradora dispõe para reduzir a volatilidade de suas operações, tendo como consequência de sua adoção mudanças nos montantes das reservas. Especificamente no que tange à atenuação da variabilidade dos volumes de indenização, o resseguro atua como principal ferramenta na redução de medidas gerenciais de risco, incluindo diminuição da probabilidade de ruína. A escolha adequada do tratado de resseguro implica o aumento do coeficiente de ajuste, medida representativa de descasamento entre prêmios e sinistros ([Bowers, Gerber, Hickman, Jones, & Nesbitt, 1997](#)). Logo, a empresa estará menos exposta à ruína quanto mais cuidadosa for a escolha do contrato, uma vez que maior será este coeficiente.

Este trabalho tem por objetivo principal estimar a probabilidade de ruína de uma entidade seguradora ao incorporar instrumentos de limitação das garantias contratuais, comparando a cenários sem tais limitadores. Como objetivo secundário, e derivado diretamente do primeiro, dimensionar o capital de solvência associado a riscos de subscrição. Define-se probabilidade de ruína como a frequência esperada de vezes em que a seguradora teria decretado falência em cenários futuros. Por ruína entende-se o estado que decorre de uma reserva de capital ser

integralmente consumida depois de efetuadas as operações gerenciais de receitas e despesas.

Utilizam-se dados reais fornecidos por uma seguradora (transformados para a manutenção de seu sigilo) com o propósito de avaliar numericamente os resultados obtidos. A partir dessas informações, serão simulados processos de risco, dos quais serão calculadas as respectivas probabilidades de ruína. Depois, a comparação será feita com a presença de resseguro, em que serão considerados os contratos proporcionais e de excesso de danos, visando a mensurar não somente os impactos da adoção desta ferramenta na probabilidade de ruína, mas também os efeitos da escolha por diferentes tipos de contratos, considerando as distintas dinâmicas das carteiras.

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E LITERATURA EMPÍRICA

### Contratos de resseguro e sua estrutura

Alinhado a [Bowers, Gerber, Hickman, Jones e Nesbitt \(1997\)](#), o tratado de resseguro é um contrato acordado pelo segurador (cedente) junto a uma resseguradora, de maneira a transferir a ela o ônus da cobertura financeira de eventos contingentes (extremos ou não). Uma das funções do resseguro é proteger o balanço patrimonial da seguradora pela ocorrência das seguintes configurações: (a) acumulação de sinistros de muitas apólices afetadas pelo mesmo evento; (b) sinistros graves; ou (c) sinistro agregado de uma carteira ir muito além do esperado. Todas essas situações indesejadas, na ausência de proteção do resseguro, podem causar a falência da seguradora, que é responsável direta pela indenização ao segurado.

Assim, é mediante a adoção do tratado de resseguro que a cedente cobre os sinistros extremos, permitindo à companhia elevar a sua subscrição bruta para além do nível de retenção definido pelas normas vigentes, porém, respeitando-as sob a ótica da subscrição líquida. Esse limite de retenção (LR), definido pela seguradora, é uma função do patrimônio líquido contábil e impõe uma restrição à capacidade operacional na subscrição de novos contratos de seguro. Logo, em processos de risco, o tipo de contrato de resseguro adotado impacta diretamente na estimação da probabilidade de ruína, uma vez que a sua estrutura refletirá tanto na expectativa como na variabilidade das indenizações.

Segundo [Deelstra e Plantin \(2014\)](#), os tratados de resseguro podem ser classificados como resseguros proporcionais (dentre os quais destacam-se o quota-parte e o excedente de responsabilidade) ou não proporcionais (os principais são excesso de danos por risco, excesso de danos por evento, excesso de dano catastrófico e *stop-loss*).

Neste trabalho, será avaliado apenas um de cada categoria: quota-parte e excesso de danos por risco. Seja  $X$  uma variável aleatória que denote a severidade associada a uma perda; assim, um contrato de resseguro  $h$  é uma transformação na variável aleatória original:

$$\begin{cases} 1) h(X) = \alpha X, & 0 \leq \alpha \leq 1 \text{ (quota - parte);} \\ 2) h_d(X) = X \wedge d = \min\{X; d\} \text{ (excesso de danos por risco).} \end{cases} \quad (1)$$

A Equação (1) apresenta a formulação matemática para os contratos de resseguro considerados nas simulações propostas, e tem diferentes interpretações, de modo objetivo, em função das suas características. No primeiro caso,  $\alpha$  representa a taxa de retenção incidente sobre o montante do sinistro, que pode ser obtida por meio da divisão do prêmio retido pelo prêmio total. Ou seja, para os contratos proporcionais, as proporções de prêmios, como de sinistros, divididas entre a parcela da seguradora e da resseguradora são idênticas, independentemente da magnitude da severidade do sinistro. Como vantagens, esse tratado apresenta fácil implementação, gerenciamento e redução de risco moral, uma vez que seguradora e resseguradora possuem congruência de interesses.

O segundo não satisfaz a mesma taxa de prêmios e sinistros cedidos, ficando uma das partes com uma parcela maior do risco segurado (geralmente, o ressegurador). O ressegurador intervém somente se o montante do sinistro for superior à prioridade ( $d$ ) estabelecida. A prioridade define a responsabilidade exclusiva da seguradora, independentemente do valor em excesso a  $d$ . Em suma, para um contrato não proporcional, a fração de prêmio transferido ao ressegurador não necessariamente é idêntica à razão da indenização de responsabilidade cedida do sinistro.

Na prática, este limite é dividido em *layers* (prioridades), que consistem em diferentes níveis de retenção (fixados), facilitando a tarifação dos contratos, pois cada resseguradora pode escolher o grau de sua exposição em cada companhia. Os prêmios dos *layers* mais altos são maiores, uma vez que estes patamares configuram as caudas das distribuições das seguradoras, e seu pagamento ocorre somente quando uma prioridade muito alta é cruzada. O desenho operacional do resseguro permite que as seguradoras obtenham uma redução na volatilidade de suas respectivas carteiras ([Bowers et al., 1997](#)). Uma vez que tanto a média quanto a variância diminuem, é possível concluir que, para uma mesma probabilidade de ruína, quando da presença de resseguro, é necessário menos reserva inicial.

[Bowers et al. \(1997\)](#) mostram (Teorema 14.5.1) que o resseguro do tipo excesso de danos (ED), sob certas condições, é sempre ótimo quando comparado a um resseguro proporcional, no sentido de maximizar o coeficiente de ajuste, e, portanto, de reduzir a probabilidade

de ruína. O que o teorema não revela é a magnitude desta redução, principalmente porque o coeficiente de ajuste nunca é diretamente observado. Portanto, eis mais uma contribuição deste trabalho: quantificar os efeitos sobre a probabilidade de ruína e, portanto, no capital de solvência da seguradora.

## Revisão da literatura

A literatura sobre teoria da ruína é extensa e muito relacionada aos desenvolvimentos computacionais, que permitiram avanços nos processos de simulação e métodos numéricos de aproximação. Há diversas maneiras de estimar a probabilidade de ruína. [Gatto e Mosimann \(2012\)](#) exploraram quatro abordagens em processos de risco com Poisson composta. A principal delas é a aproximação via método de Monte Carlo (MMC), simulação estocástica que fornece uma abordagem ao cômputo da probabilidade de ruína. Mais recentemente, [Touazi, Benouaret, Aissani e Adjabi \(2017\)](#) – usando abordagem não paramétrica –, [Bareche e Cherfaoui \(2019\)](#) e [Gatto \(2020\)](#) – estes usando distribuições de cauda pesada – mostraram que as estimativas obtidas pelos métodos de simulação são fortemente estáveis.

Com a evolução das teorias sobre análise de falências e o avanço das técnicas computacionais, foi possível incorporar instrumentos de transferência de risco. [Albrecher e Haas \(2011\)](#) estudaram o comportamento da probabilidade de ruína de uma seguradora que possuía um contrato de resseguro do tipo ED, com prêmios de reintegração. Ao variarem as reintegrações e o prêmio cedido (percentual do prêmio total), constataram que um aumento no número de reintegrações não necessariamente implica redução proporcional da probabilidade de ruína. Este fato é explicado pela redução do risco (pela expansão da cobertura de resseguro) e simultânea elevação do prêmio de resseguro.

Quando fixado o percentual de prêmio cedido, carregamento de segurança e número de reintegrações, os autores identificaram que há uma redução da probabilidade de ruína quanto maior for a reserva inicial, cuja relação dá-se por um decaimento exponencial. Ademais, quando comparado ao cenário-base (sem qualquer tipo de transferência de risco), a inserção de um tratado de resseguro do tipo ED diminui a probabilidade de ir à falência para um mesmo capital inicial, se os carregamentos de segurança da cedente e resseguradora forem semelhantes.

[Charpentier \(2010\)](#) buscou entender a relação entre resseguro, ruína e solvência, atentando para algumas armadilhas que, por falta de uma análise técnica detalhada, podem acarretar aumento da quantidade estimada de falências, contrariamente ao esperado tendo em vista a implementação de um mecanismo de transferência de risco. Sua primeira constatação foi a de que tratados de resseguro

do tipo quota-parte não podem aumentar a probabilidade de ruína de uma seguradora, como esperado. Por meio de um exercício numérico, concluiu que o resseguro proporcional, entretanto, pode não ser o mais eficiente na redução da probabilidade de ruína quando os sinistros possuem caudas pesadas.

Para os não proporcionais, em particular para contratos de Excesso de Danos por Risco, a primeira observação é a de que este tipo de tratado é desfavorável quando ocorrem grandes quantidades de sinistros com baixas severidades, portanto, não ultrapassando a prioridade contratual. Neste cenário, é possível que a probabilidade de ruína aumente mesmo com a presença de resseguro, quando comparada ao cenário sem a presença do resseguro. [Charpentier \(2010\)](#) exemplifica que mudanças sutis no valor do dedutível podem comprometer a solvência da companhia, uma vez que o prêmio líquido decresce mais do que as indenizações líquidas, agravando a probabilidade de ruína. Para um processo de Poisson não homogêneo com dependência entre severidade e frequência de sinistros, a mesma conclusão não intuitiva é obtida: a adoção de resseguro leva a um portfólio mais arriscado.

Imposição de restrições também é objeto de preocupação dos atuários teóricos. Do ponto de vista matemático, [Lefèvre, Trufin e Zuyderhoff \(2017\)](#) mostram que não só a distribuição dos sinistros, mas também a ordenação dos valores de sinistros influencia a avaliação das probabilidades de ruína. Mas não são apenas as ordenações em sinistros que importam: [Dickson e Qazvini \(2016\)](#) avaliam o papel das resseguradoras para minimizar quedas abruptas no patrimônio líquido da seguradora. Já [Ramsden e Papaioannou \(2019\)](#) introduzem ordem sobre o nível de capital, argumentando que a firma poderia tomar empréstimos de terceiros (não apenas seguradoras), em caso de insuficiência do estoque de capital próprio e dificuldade de recapitalização oriunda da perda de confiança dos acionistas. Neste caso, os autores derivam expressões explícitas para a função geradora de momentos das injeções acumuladas de capital até o momento de falência, possibilitando estimar a probabilidade de ruína e os pagamentos de dividendos.

A literatura continua desenvolvendo novas abordagens teóricas de aproximação para a estimativa numérica da probabilidade de ruína, focando em modelos mais representativos dos processos de risco do que aqueles baseados em distribuição Poisson composta. [Wüthrich \(2015\)](#) avalia medidas de risco coerentes (como *expected shortfall*), retornos financeiros e apreçamento do passivo securitário. [Cheng, Gao e Wang \(2016\)](#) usam prêmios estocásticos. Já [Tamturk e Utev \(2018\)](#) usam a mecânica quântica para derivar expressões para a probabilidade de ruína.

Curiosamente, apesar da abordagem complexa, os resultados são similares aos da abordagem markoviana.

Alguns autores argumentam que a hipótese de independência entre as ocorrências de sinistros pode não ser realista para certos portfólios (Cheung, Dai, & Ni, 2018; Eryilmaz & Gebizlioglu, 2017). Em linha similar, mas impondo estrutura de dependência entre as ocorrências de sinistros de diferentes linhas de negócios, Donge Wang (2018) usam processos de renovação com retornos financeiros estocásticos para derivar fórmulas assintóticas para a probabilidade de ruína em tempo finito e infinito. Ainda incorporando dependência, há autores que provam como as probabilidades de ruína podem ser afetadas pela estrutura de dependência de cauda entre riscos financeiros e securitários (Chen & Yuan, 2017; Constantinescu, Kozubowski, & Qian, 2019; Vidmar, 2018).

Na literatura brasileira, também se incorporou uma estrutura de dependência entre eventos. Melo (2008) propõe uma aplicação de cópulas de Lévy para a avaliação de um processo multivariado de ruína. Assumiu-se a existência de uma estrutura de dependência entre os sinistros agregados de diferentes linhas de negócios, de modo que alguns ramos subsidiam outros. Conclui-se que a probabilidade de ruína é subestimada se assumida a hipótese de independência nos dados. Assim, ramos compreensivos podem ser os mais sensíveis, porque um evento exógeno pode resultar em sinistros de diferentes coberturas.

Ressalta-se a grande escassez de trabalhos aplicados que se utilizem de microdados reais (Afonso, Cardoso, Reis, & Guerreiro, 2017), principalmente na literatura nacional. Lemos (2008) testa metodologias clássicas por meio de simulação com distribuições de caudas leves e pesadas. Contudo, não foram incorporadas estruturas de resseguro e seus efeitos nas estimativas para a probabilidade de ruína, e essa é a lacuna que se pretende preencher.

Finalmente, é importante destacar que o presente trabalho é um dos raros casos – mesmo no contexto internacional – em que são utilizados microdados reais, respeitando as peculiaridades de cada ramo securitário, para obter estimativas precisas da probabilidade de ruína. Trata-se de contribuição efetiva para a produção de conhecimento científico nacional sobre a modelagem de estratégias de gerenciamento de riscos securitários.

## MÉTODO

### O processo de Cramér-Lundberg

Para o cálculo da probabilidade de ruína será simulado o processo de risco de Cramér-Lundberg, que pode ser entendido como um modelo estocástico que mede

as variações do patrimônio líquido de uma companhia seguradora temporalmente. A estrutura deste processo é:

$$U_t = U_{t-1} + P_t - S_t, \quad (2)$$

para todo  $t > 0$  e de tal forma que  $U_0$  seja o capital inicial (ou reservas livres, não negativo) da entidade securitária,  $P_t = (1 + \theta)\mathbb{E}[S_t]$  são os prêmios agregados arrecadados no instante  $t$ ,  $\theta > 0$ , o carregamento de segurança e  $S_t$  o sinistro agregado no mesmo instante de tempo  $t$  definido como uma soma aleatória de variáveis aleatórias:

$$S_t = X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_{N(t)} \quad (3)$$

em que  $N(t)$  representa a quantidade de sinistros ocorridos em  $t$  e  $X_i, \forall i = 1, \dots, n$ , variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas não negativas, com  $\mathbb{P}[X_i > 0] = p$ , independentes de  $N(t) = n, \forall n \in \mathbb{R}_+$ , representando a severidade individual de cada sinistro. Logo, o  $S_t$  é uma convolução entre frequência e severidade das indenizações. Destaca-se, por fim, que todas as variáveis aleatórias que regem o processo de risco (i.e., tanto os geradores da frequência como da severidade de cada um dos ramos) são invariantes no tempo.

Exatamente porque as variáveis de entrada do processo de risco definido pela Equação (2) regem a dinâmica da operação precípua de uma seguradora, i.e., a arrecadação de prêmios e pagamento de sinistros, o modelo de Cramér-Lundberg é apropriado para mensurar apenas o CBR de subscrição. Todas as demais parcelas possuem metodologias próprias para seus dimensionamentos.

**Definição** (probabilidade de ruína). *Ocorre ruína se o processo de risco definido pela Equação (2) atingiu um valor negativo. A probabilidade de ruína é uma medida deste evento, tal que:*

$$\psi(U_0) = \mathbb{P}[U_t < 0 | U_0]. \quad (4)$$

A partir do desenvolvimento temporal, define-se o tempo até ruína como:

$$T = \begin{cases} \inf \{t > 0: U_t < 0\}, & \text{se este ínfimo existir,} \\ \infty, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Portanto, trata-se do primeiro instante de tempo em que a seguradora é decretada falida. A probabilidade de ruína também pode ser expressa por  $\psi(U_0) = \mathbb{P}[T < \infty | U_0]$ . Assim, é evidente que o balanço patrimonial possui uma perspectiva estatístico-atuarial. Entre os requerimentos de capital que compõem o balanço de uma seguradora, têm-se as provisões técnicas, obtidas por meio da esperança do sinistro agregado. Como estas provisões técnicas são carregadas por  $\theta$ , tem-se a margem de prudência das provisões técnicas. Ainda na

escala do passivo, adicionalmente à margem de prudência, o capital de solvência ( $U_0$ ) compõe o patrimônio líquido da entidade.

O desconhecimento da verdadeira distribuição do sinistro agregado implica o desconhecimento da probabilidade de ruína. Logo, todas essas contas contábeis são variáveis aleatórias que possuem média e variância, evidenciando que parcela expressiva e relevante do balanço patrimonial de uma seguradora é dotada de incerteza. Portanto, caso o funcional esteja dimensionado incorretamente, o balanço patrimonial não refletirá adequadamente as informações mais fidedignas a respeito de sua situação financeira.

## Procedimento de simulação

Nesta seção são detalhados os procedimentos de ajustes/simulações, visando a obter estimativas das probabilidades de ruína. A primeira etapa consistirá na segregação da base de microdados, segundo enquadramento de cada apólice na codificação dos ramos Susep. Esta separação é necessária porque cada ramo possui uma dinâmica própria de ocorrência de sinistros, exigindo adoção de diferentes distribuições probabilísticas, tanto na frequência como na severidade.

Na segunda etapa serão estimadas as distribuições da severidade de cada ramo, com o objetivo de (a) computar as convoluções de cada ramo pela Equação (3) e (b) dimensionar os prêmios correspondentes de cada ramo. Assim, será possível avaliar a dinâmica da quantidade total de segurados presentes no portfólio de cada ramo, bem como a quantidade histórica de apólices que incorrem em sinistros. Enquanto a primeira quantidade formará o volume de prêmios pagos à seguradora, a segunda frequência representa o  $N(t)$  da Equação (3).

Uma vez realizadas essas duas etapas, será utilizado o MMC para o desenvolvimento das simulações do processo dado pela Equação (2), de maneira que elas sejam obtidas. Segundo [Coulibaly e Lefevre \(2008\)](#), o MMC é comumente utilizado para simular problemas que podem ser representados por processos estocásticos. A implementação deste método não assegura a obtenção da solução exata; entretanto, com o aumento das iterações é possível alcançar estimativas precisas do verdadeiro valor à medida que um número suficientemente grande de simulações é processado ([Gatto & Mosimann, 2012](#)). Além disso, pelo MMC há a criação de amplo espectro de possíveis cenários aleatórios a partir de calibração dos parâmetros ajustados ([Mikosch & Samorodnitsky, 2000](#); [Touazi, Benouaret, Aissani, & Adjabi, 2017](#)).

Serão consideradas como cenário-base as operações contratuais de receitas e despesas da seguradora sem incorporar instrumentos de limitação das garantias

contratuais (resseguro). Assim, a técnica consistirá em repetir as simulações, para cada ramo, 100 mil vezes, de modo a reproduzir as trajetórias futuras da realização do processo de risco definido pela Equação (2). Pela Lei dos Grandes Números ([Baumgartner & Gatto, 2010](#)), se o número de iterações for suficientemente grande é possível garantir convergência entre as estatísticas simuladas e os respectivos valores reais do funcional. Uma vez efetuado este procedimento, o estimador da probabilidade de ruína ( $\hat{\psi}$ ) é:

$$\hat{\psi}_s(U_0) = \frac{\#(U_t < 0 : \text{para algum } t > 0)}{r} \quad (5)$$

em que  $s$  é o ramo Susep considerado e  $r$  a quantidade de replicações/simulações do processo. Adicionalmente, tanto para as análises destinadas ao cenário-base como para os modificados (descritos a seguir) serão feitas variações sobre  $U_0$ , com o intuito de dimensionar o capital de solvência de cada ramo.

Dispondo dos resultados do cenário-base, o passo seguinte consiste em incorporar nas distribuições probabilísticas dos sinistros os instrumentos de resseguro definidos pela Equação (1), inclusive variando o tamanho da prioridade e do quota-parte. Estas modificações possibilitarão observar os efeitos que os mecanismos de transferência de riscos promovem na solvência, atentando-se para a variabilidade dos montantes de indenização, estabilidade de resultado e relação de decaimento exponencial entre capital inicial e probabilidade de ruína.

## A base de dados

A base de dados utilizada contém 3.917.863 apólices, segregadas em 30 ramos Susep, com as suas respectivas emissões efetuadas em algum momento entre 01/01/2015 e 01/05/2018, compreendendo três anos de emissões e ocorrência de sinistros. A razão da segregação em ramos é porque há variação em relação às condições gerais do contrato, especificidades de risco, cláusulas de exclusão e demais características. Inclusive, padrão de vigência contratual do seguro: cada apólice possui sua própria vigência contratual. Por este motivo, todos os contratos foram trazidos à base de duração anual (caso mais comum no setor), para ser contemplada no modelo de Cramér-Lundberg, processo cujo desenvolvimento dá-se como variações do resultado entre receitas (de prêmios) e despesas (de indenizações), que é original e fundamentalmente baseado no regime de caixa (e, no caso particular deste trabalho, em bases anuais).

Visando a mitigar eventuais disparidades temporais de eventos gerados em regime de competência contábil, todas as informações de prêmios, Provisão de Sinistros a Liquidar (PSL), indenizações pagas e recuperações de resseguro foram anualizadas visando a ajustar a exposição destas apólices.

Esta opção metodológica é uma hipótese simplificadora, que poderia gerar algum viés nas estimativas. Entretanto, como o tempo médio de duração das 3.917.863 apólices da base é de 327 dias (com desvio padrão de 110 dias), este problema não compromete as estimativas obtidas por MMC em bases anuais, que, como argumentado ao longo do texto, são fortemente estáveis (Bareche & Cherfaoui, 2019; Gatto, 2020), mitigando eventuais problemas desta natureza. Ademais, como a simulação do processo baseia-se em modelagem de risco coletivo, o efeito de apólices individuais está diluído no conjunto padrão do ramo.

Assim, dada uma apólice de  $n$  anos de vigência, o prêmio pago pelo segurado foi dividido por  $n$ , de forma que a parcela do prêmio corresponde a um ano de cobertura. Este racional também foi aplicado à parcela do sinistro. Portanto, caso esta apólice tenha sinistrado, o valor despendido pela seguradora também foi dividido por  $n$ . Desta forma, a comparação direta entre receitas e despesas, por apólice, torna-se possível, uma vez que ambas as informações estão na mesma base temporal.

Finalmente, destaca-se que os dados originais foram uniformemente transformados para garantir o sigilo da entidade que forneceu os registros, mas mantendo a proporcionalidade entre eles.

## As estatísticas descritivas e o ajuste das distribuições de sinistros

Para o cálculo da severidade individual, somou-se o montante de PSL com os pagamentos realizados até a data-base de extração dos dados, pois é de interesse o custo total efetivo relacionado a cada apólice. Assim, para os sinistros cuja regulação já tenha sido encerrada, o custo total é igual ao montante de pagamento anualizado, enquanto para os casos pendentes (em aberto) o custo total consiste na soma da provisão (melhor estimativa do desembolso futuro) com o montante de pagamento anualizado até a data-base. Essas informações constam na Tabela 1.

Após realizada a análise da dinâmica de cada ramo quanto à arrecadação de prêmios, frequência de sinistros, valores médios e desvio padrão, respectivamente, o passo seguinte consistiu no ajuste das distribuições probabilísticas de sinistros. Para isto, por ramo Susep, ajustou-se a distribuição mais aderente às características de determinado ramo, bem como os parâmetros associados, uma vez que diferentes ramos podem possuir a mesma distribuição, ainda que com parâmetros diferentes.

As densidades ajustadas foram: *Exponencial*, *Gama*, *Normal*, *Log-Normal*, *Weibull*, *Weibull Inversa* e *Pareto*, sendo os parâmetros estimados por meio dos métodos da máxima verossimilhança e momentos. O indicador escolhido para

a seleção do melhor modelo foi o critério de informação bayesiano (BIC), buscando seu mínimo.

Nota-se, pela Tabela 2, que há recorrência da *Log-Normal*, devido ao seu formato assimétrico. Ainda, para os ramos que usualmente possuem maiores curtoses, a distribuição de *Pareto* se destacou. Ressalta-se que durante a elaboração do trabalho, as distribuições *Log-Logística* e *t-Student* também foram testadas, sendo elas escolhidas como melhores distribuições para alguns ramos. Todavia, por mais que elas pudessem capturar sinistros de cauda (*outliers*), tal fato refletia significativamente na geração de sinistros de alta severidade, descolando, por consequência, tanto a média como o montante do sinistro agregado gerado nas simulações. Assim, a escolha final das distribuições levou em conta não somente um indicador puramente estatístico, mas também um *backtest* qualitativo da capacidade de geração de observações fidedignas dos sinistros reais.

Selecionado o melhor modelo por ramo Susep, o próximo passo consistiu na geração de 10 mil possíveis cenários de sinistro agregado. Para isto, a frequência foi ajustada por uma distribuição Poisson com parâmetro igual à média observada de sinistros na base de dados, bem como a severidade por meio da distribuição escolhida na Tabela 2, com seus respectivos parâmetros por ramo. Visando a dar robustez ao estudo, também se modelou a frequência por meio de uma *Binomial Negativa (Pólya Composto)*; entretanto, este caso gerou observações de sinistros excessivamente maiores do que os números reais, elevando, por conseguinte, o sinistro agregado e a probabilidade de ruína, por ramo. Assim, optou-se por seguir a literatura, rodando as simulações como um processo Poisson composto.

Dada a aleatoriedade na geração do montante dos sinistros, utilizou-se como Limite Máximo de Indenização (LMI) de cada ramo o valor de duas vezes o maior sinistro observado na base de dados, sob o argumento de que a presença de sinistros com valores irreais (porque a seguradora não subscreve riscos desta magnitude) enviesariam a análise final do processo de risco. Portanto, os valores que excediam este LMI foram excluídos do sinistro agregado.

Uma análise de sensibilidade foi realizada, em que se constatou imaterialidade na quantidade de sinistros excluídos, pois, em média, foram deletados apenas 0,37% dos sinistros gerados nas 10 mil simulações. Esta análise também foi realizada para cenários com cem e mil simulações, que demonstraram um percentual de exclusão, respectivamente, de 0,34% e 0,37%. Ou seja, aumentar o número de simulações não implica crescimento proporcional do percentual de exclusão, garantindo a viabilidade de sua aplicação no estudo.

**Tabela 1.** Estatísticas descritivas da base de dados por ramo Susep.

Ramo Susep	Descrição do ramo	Quantidade de apólices	Prêmio médio	Prêmio máximo	Prêmio mínimo	Quantidade de sinistros	Severidade média	Severidade máxima	Severidade mínima
0114	Compreensivo Residencial	104.912	443	201.221	23	3.665	3.170	133.009	50
0115	Roubo	24.579	1.438	3.555.903	78	1.724	14.144	5.528.754	50
0116	Compreensivo Condomínio	133.069	2.200	188.218	167	15.497	7.774	3.416.440	22
0118	Compreensivo Empresarial	159.848	1.900	501.630	29	9.368	13.423	6.639.786	40
0141	Lucros Cessantes	3.007	40.693	22.530.363	78	149	55.914	1.464.188	50
0167	Riscos de Engenharia	1.661	20.824	2.652.080	278	129	100.087	2.910.709	200
0171	Riscos Diversos	27.554	7.481	10.250.780	94	1.522	69.905	3.372.572	120
0196	RN e RO	1.404	298.618	22.985.034	275	226	1.985.611	211.148.985	160
0310	D&O	889	21.462	661.213	1.121	32	145.214	725.332	5.090
0351	R. C. Geral	14.610	14.864	8.963.370	19	1.123	76.978	9.132.978	50
0378	R. C. Profissional	2.431	21.506	2.010.760	224	195	82.091	3.002.375	303
0520	APP	127.018	2.286	352.673	70	15.445	31.725	578.717	70
0531	Automóvel – Casco	2.716.996	2.056	8.527.948	144	209.931	10.535	1.373.636	21
0542	Assistência e Outras Cobert.	1.101	7.461	174.011	707	113	23.195	172.602	165
0553	RCFV	12.698	8.213	1.903.616	353	1.989	19.437	1.313.308	70
0622	Transporte Internacional	1.374	2.558	1.968.857	11	28	10.265	90.062	22
0776	Garantia Segurado – Privado	750	19.484	1.428.468	89	18	54.233	180.500	100
0929	Seguro Funeral	172	2.655	12.897	124	24	14.408	190.966	359
0982	AP – Coletivo	1.078	10.496	804.270	50	69	42.926	346.454	80
0993	Vida – Pessoas Coletivo	3.273	9.384	1.484.533	59	279	64.837	1.294.180	50
1061	Habitacional – Prestamista	41	816.594	4.872.770	1.750	19	380.745	1.858.775	12.753
1065	Habitacional – Demais	30	266.117	2.523.042	611	12	40.799	171.917	743
1107	Florestas sem FESR	724	46.663	8.998.143	419	37	368.361	3.144.258	1.903
1108	Florestas com FESR	56	16.906	163.688	978	11	309.346	603.246	54.737
1130	Benfeitorias e Prod. Agropec.	33.046	3.081	1.876.238	33	2.052	31.989	1.275.627	50
1162	Penhor Rural	60.333	1.255	2.625.958	50	1.310	30.467	1.693.228	119
1369	Viagem	440.742	223	8.945	6	8.578	4.352	590.423	27
1381	AP – Individual	5.650	426	23.363	19	80	20.321	239.264	100
1391	Vida – Pessoas Individual	30.252	715	369.394	13	85	143.205	2.053.441	100
1433	Marítimos (Casco)	8.565	5.300	2.635.601	265	252	122.024	3.782.900	865

**Nota.** Estatísticas descritivas de todas as apólices ativas (sinistradas ou não) entre jan/2015 e maio/2018. Fonte: elaborado pelos autores, a partir dos microdados cedidos por uma seguradora.



**Tabela 2.** Distribuições mais aderentes e seus respectivos parâmetros.

Ramo Susep	Distribuição escolhida	Parâmetro 1	Parâmetro 2
0114	Pareto	3,923732	8.971,131000
0115	Log Normal	7,874931	1,633912
0116	Log Normal	7,658535	1,676110
0118	Pareto	1,475869	5.038,577000
0141	Pareto	0,612967	1.210,940000
0167	Log Normal	9,473071	2,041693
0171	Log Normal	9,756488	1,820056
0196	Pareto	0,494173	11.990,450000
0310	Weibull Inversa	0,713026	14.855,770000
0351	Log Normal	8,719645	2,194422
0378	Log Normal	9,437439	1,877550
0520	Weibull	1,163465	33.468,830000
0531	Log Normal	8,576584	1,180336
0542	Pareto	1,823012	22.083,000000
0553	Log Normal	8,847384	1,364390
0622	Log Normal	7,107324	2,287613
0776	Weibull	0,687407	44.799,860000
0929	Log Normal	8,171670	1,481832
0982	Weibull	0,575525	27.042,790000
0993	Weibull	0,531372	35.212,310000
1061	Exponencial	0,000003	-
1065	Exponencial	0,000025	-
1107	Log Normal	11,239290	2,099462
1108	Weibull	1,870992	348.268,600000
1130	Pareto	1,324501	13.649,750000
1162	Log Normal	9,188282	1,510290
1369	Log Normal	7,492330	1,220113
1381	Weibull	0,603155	13.780,910000
1391	Weibull	0,592405	88.280,090000
1433	Log Normal	10,534710	1,490059

**Nota.** Distribuição paramétrica ajustada ao padrão de severidade de cada ramo Susep para os sinistros observados entre jan/2015 e maio/2018. Fonte: elaborado pelos autores, a partir dos microdados cedidos por uma seguradora.

Conforme a Tabela 3, o procedimento de simulação foi absolutamente capaz de reproduzir os padrões de ocorrências. Praticamente em todos os ramos a frequência, a severidade e o  $S_{Ag}$  ficaram próximos dos números reais. Para os ramos em que isto não se verificou, tais como 0115, 0141, 0378 ou 0929, a justificativa da subestimação reside

no fato de que existe um, dois ou, no máximo, três sinistros que destoam completamente da média. Como mais de 98% dos valores estão próximos da média observada, as distribuições escolhidas ponderam este fato e não geram *outliers* de tamanha magnitude.

**Tabela 3.** Comparativo dos resultados das 10 mil simulações geradas.

Ramo SUSEP	Quantidade real de sinistros	Severidade real média	Desvio-padrão da severidade real	Sinistro agregado real	Quantidade simulada de sinistros	Desvio-padrão da quantidade simulada de sinistros	Severidade média simulada	Desvio-padrão da severidade simulada	Sinistro agregado simulado	Desvio-padrão do sinistro agregado simulado
0114	3.665	3.170	6.219	11.304.497	3.664	60	3.068	71	11.241.646	321.511
0115	1.724	14.144	153.754	23.691.684	1.724	42	9.993	851	17.224.825	1.526.160
0116	15.497	7.774	37.514	115.973.402	15.498	124	8.623	264	133.631.878	4.226.332
0118	9.368	13.423	112.225	123.317.872	9.368	97	10.226	681	95.801.861	6.465.361
0141	149	55.914	235.608	8.051.606	148	12	36.315	14.726	5.363.731	2.211.263
0167	129	100.087	348.572	12.410.834	129	11	86.632	26.583	11.157.005	3.565.402
0171	1.522	69.905	175.689	102.341.011	1.522	39	83.879	6.994	127.645.585	11.145.762
0196	226	1.985.611	15.971.559	395.136.599	225	15	2.313.002	1.203.446	519.986.423	272.772.749
0310	32	145.214	225.743	3.194.702	31	6	89.235	34.347	2.756.309	1.152.132
0351	1.123	76.978	415.125	78.209.877	1.123	34	63.111	10.664	70.877.974	12.167.670
0378	195	82.091	300.082	9.933.014	195	14	67.262	16.443	13.121.638	3.346.181
0520	15.445	31.725	29.325	480.245.649	15.445	124	31.743	221	490.292.785	5.248.623
0531	209.931	10.535	18.919	2.094.995.096	209.925	451	10.648	40	2.235.261.496	9.717.617
0542	113	23.195	33.311	2.528.304	112	11	22.246	3.399	2.496.865	450.023
0553	1.989	19.437	55.375	36.833.542	1.989	44	17.618	902	35.046.728	1.960.556
0622	28	10.265	21.634	215.570	28	5	7.765	3.769	214.409	110.012
0776	18	54.233	57.041	921.957	18	4	51.057	15.954	909.918	351.544
0929	24	14.408	39.268	345.787	24	5	10.148	4.641	243.210	118.570
0982	69	42.926	74.669	2.833.139	69	8	41.755	8.682	2.875.300	685.610
0993	279	64.837	145.872	17.181.765	279	17	63.143	7.741	17.609.584	2.379.540
1061	19	380.745	457.635	7.234.153	19	4	380.539	89.980	7.200.097	2.366.969
1065	12	40.799	47.816	489.587	12	3	40.598	12.331	487.979	200.162
1107	37	368.361	640.511	12.892.629	36	6	351.766	130.853	12.756.151	5.126.124
1108	11	309.346	179.427	3.402.804	11	3	308.670	54.199	3.398.395	1.162.105
1130	2.052	31.989	83.250	63.753.243	2.050	46	31.899	2.217	65.388.380	4.746.168
1162	1.310	30.467	82.954	38.388.106	1.310	36	30.331	2.226	39.730.908	3.109.557
1369	8.578	4.352	14.203	29.768.255	8.578	92	3.775	76	32.381.395	729.853
1381	80	20.321	34.979	1.442.772	80	9	20.462	3.946	1.637.020	365.818
1391	85	143.205	297.613	11.886.047	85	9	134.649	26.161	11.431.826	2.521.761
1433	252	122.024	352.286	27.577.383	252	16	111.985	17.288	28.214.144	4.667.516

**Nota.** Da segunda à quinta coluna, são apresentados os valores efetivamente observados na base de dados por ramo Susep; da sexta à nona coluna, são apresentados os resultados das simulações. As duas últimas colunas trazem os resultados das convoluções (entre frequência e severidade) para cada ramo. Fonte: elaborado pelos autores, a partir dos microdados cedidos por uma seguradora.

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

### Cenário-base

Tanto para o cenário-base (processo de risco de Cramér-Lundberg sem a incorporação de resseguro) como para os cenários modificados, simularam-se 100 mil trajetórias temporais, de maneira a observar em quantas

destas o  $U_t$  da Equação (2) tornou-se estritamente menor que zero. Ademais, como a quantidade de apólices e frequência de sinistros referem-se a três anos de operação, as 100 mil trajetórias consideraram 70 períodos de evolução, o que significam 210 anos de desenvolvimento no tempo. Esta quantidade de períodos foi definida tendo em vista a expectativa considerada aceitável pelo *Solvency II*: uma ruína a cada 200 anos (0,5%).

Tomaram-se como premissas: (a) carteiras estáveis, em que entradas e saídas estão equilibradas e com mesmo padrão, para todos os ramos; (b) o percentual de inadimplência é igual a zero; e (c) a arrecadação de prêmios é constante em cada período e igual à quantidade de apólices vezes o prêmio médio calculado. O  $S_{Ag}$  de cada período foi obtido por meio de uma escolha aleatória do vetor de 10 mil

cenários possíveis mencionado na subseção 'As estatísticas descritivas e o ajuste das distribuições de sinistros'

A Tabela 4 traz a probabilidade de ruína estimada no cenário-base (sem resseguro) para cada ramo, em função de diferentes valores do capital de solvência ( $U_0$ ), com o objetivo de avaliar a sua sensibilidade a variações de diferentes definições da reserva inicial.

**Tabela 4.** Probabilidade de ruína (em %) estimada por ramo Susep e capital de solvência.

Ramo	Capital de solvência <sup>(1)</sup>												
	0	500	1.000	1.500	2.000	2.500	3.000	3.500	4.000	4.500	5.000	5.500	6.000
0114	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0115	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0116	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0118	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0141	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0167	0,3	0,2	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0171	8,6	7,8	7,4	6,9	6,7	6,1	5,5	5,1	4,7	4,4	3,9	3,7	3,5
0196	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
0310	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0351	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0378	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0520	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
0531	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0542	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0553	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0622	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0776	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0929	35,1	1,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0982	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0993	6,6	4,6	3,1	2,0	1,3	0,8	0,6	0,3	0,2	0,1	0,0	0,0	0,0
1061	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1065	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1107	3,4	2,9	2,4	2,0	1,8	1,5	1,2	1,0	0,9	0,8	0,6	0,5	0,5
1108	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
1130	13,1	11,5	9,5	8,3	7,0	6,1	5,1	4,1	3,5	2,9	2,4	2,0	1,6
1162	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1369	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1381	80,7	57,3	39,3	26,5	17,7	11,6	7,5	4,8	3,0	1,9	1,1	0,7	0,4
1391	9,1	6,9	5,2	3,8	2,7	2,1	1,4	1,0	0,7	0,5	0,4	0,2	0,2
1433	30,2	27,3	24,4	22,1	19,8	18,0	16,1	14,1	12,7	11,0	10,0	8,7	7,8

**Nota.** As probabilidades de ruína (em %) foram estimadas para cada ramo a partir das 100.000 simulações de Monte Carlo do processo de risco de Cramér-Lundberg, para diferentes níveis de capital de solvência, sem resseguro. <sup>(1)</sup> em R\$ 1.000,00. Fonte: elaborado pelos autores, a partir dos resultados das simulações.

A primeira conclusão que a Tabela 4 proporciona é a de que cada ramo possui uma dinâmica própria. Observa-se que diversos ramos apresentam percentuais de ruína próximos de zero (dentre os quais encontram-se importantes ramos como 0118, 0310, 0531, 0553, 1061) mesmo sem capital de solvência, enquanto outros têm reduções significativas com aumentos da reserva inicial (0171, 0929, 0993, 1130, 1381, entre outros). No extremo oposto, alguns relevantes ramos (0196, 0520 e 1108) continuam com 100% de ruína esperada ou próximos deste nível, mesmo com elevados volumes de capital de solvência. Esta ruína (quase) certa tem como justificativa principal o fato de que os sinistros destes ramos possuem elevados patamares de resseguro, evitando, justamente, que estes cenários de insolvência se materializem (o ramo 0196, por exemplo, pela Tabela 1 possui o sinistro com maior severidade da base de dados – cerca de 211 milhões de reais).

Ainda, a ruína (quase) certa do ramo 0520 e o percentual próximo de zero do 0531 podem ser um indício de que há um subsídio cruzado, de forma que as coberturas oferecidas encontram-se juntas no momento de emissão das apólices, o que possibilitaria ao prêmio excedente do 0531 oxigenar o resultado do 0520. Já para o ramo 1108, uma possível explicação seria a própria lógica de sua construção, uma vez que contém cobertura do Fundo de Estabilidade do Seguro Rural (FESR), que possui como objetivo manter e garantir o equilíbrio das operações agrícolas no país, bem como atender à cobertura suplementar dos riscos de catástrofe, inerentes à atividade rural.

Assim, as sociedades seguradoras recuperam do FESR, no seguro florestas, a parcela de seus sinistros retidos compreendidos entre 100% e 150% de sinistralidade, assim como os montantes que excedam 250% de sinistralidade. Ou seja, exemplificando para um sinistro, já líquido dos mecanismos de resseguro, caso este, individualmente, ainda ultrapasse 100% de sinistralidade, os valores incorridos pela seguradora que compõem o excesso aos 100% poderão ser recuperados via FESR, limitados a 150%. Entre 150% e 250% de sinistralidade, o ônus da severidade do sinistro volta a ser integralmente da seguradora, porém, após ultrapassar 250%, há novamente o direito de recuperação por meio do FESR.

### Com resseguro proporcional

Para este cenário, promoveu-se a inserção de um tratado de resseguro proporcional do tipo quota-parte, transformando a variável aleatória original – vide a Equação (1). Assim, simulou-se o processo de risco com dois diferentes percentuais de retenção ( $\alpha$ ), aplicados diretamente tanto na arrecadação dos prêmios como nos montantes de sinistro agregado. Os percentuais de retenção

definidos no estudo foram de 90% e 80%, respectivamente, sendo a escolha por estes patamares baseada estritamente nos dispostos da Política de Riscos da seguradora que forneceu os dados, bem como em seu painel de resseguro praticado no exercício de 2018. O procedimento adotado para a escolha dos percentuais visa a atribuir autenticidade ao trabalho, uma vez que as cessões assumidas estão em linha com as práticas atuais do regulador.

Como é possível notar pela comparação das Tabelas 4 e 5, a imposição de um tratado de resseguro proporcional do tipo quota-parte, devido ao seu próprio desenho, permite à seguradora reduzir a incerteza de seus resultados e, consequentemente, diminuir a probabilidade de ruína para um mesmo nível de reserva inicial. Ainda, quando se confronta o mecanismo de transferência de riscos com diferentes pesos de retenção, fica evidente que a redução do  $\alpha$  contratual intensifica o decaimento da probabilidade de ruína estimada para zero. Como exemplo, a Figura 1 traz a comparação da sensibilidade do funcional para o ramo 0171.

Entretanto, cabe ressaltar que para os ramos apontados como mais desequilibrados na subseção ‘Cenário-base’ (tais como 0196, 0520, 1108 e 1381), a presença do resseguro proporcional não se mostrou suficiente para tornar o ramo solvente *per se*. Esta evidência é parcialmente explicada pelo fato de que, independentemente do percentual de retenção definido, ainda assim os sinistros de extrema severidade acarretarão dispêndios elevados à seguradora, uma vez que o ônus da materialização do risco coberto incidirá nas partes envolvidas (seguradora e resseguradora) na proporção do repasse do prêmio. Desta maneira, em praticamente todas as simulações, os prêmios retidos em certo instante de tempo são integralmente consumidos pelos sinistros de cauda, assim como a reserva de solvência inicialmente estabelecida.

### Com resseguro não proporcional

Para este cenário, considerou-se a imposição de um tratado de resseguro não proporcional do tipo ED, conforme a Equação (1). Assim, para cada sinistro simulado, por ramo e por simulação (10 mil cenários de sinistro agregado), promoveu-se uma verificação do montante individual de severidade, de forma que se este montante superasse a prioridade do ramo, então o seu valor deixaria de ser o originalmente simulado, passando a assumir o valor da prioridade. Ou seja, a severidade individual dos sinistros simulados foi truncada pela prioridade do ramo, uma vez que se avalia a perspectiva da seguradora, e o excesso torna-se de responsabilidade da resseguradora.

**Tabela 5.** Probabilidade de ruína estimada (em %) por ramo Susep e capital de solvência – quota-parte com  $\alpha = 90\%$ .

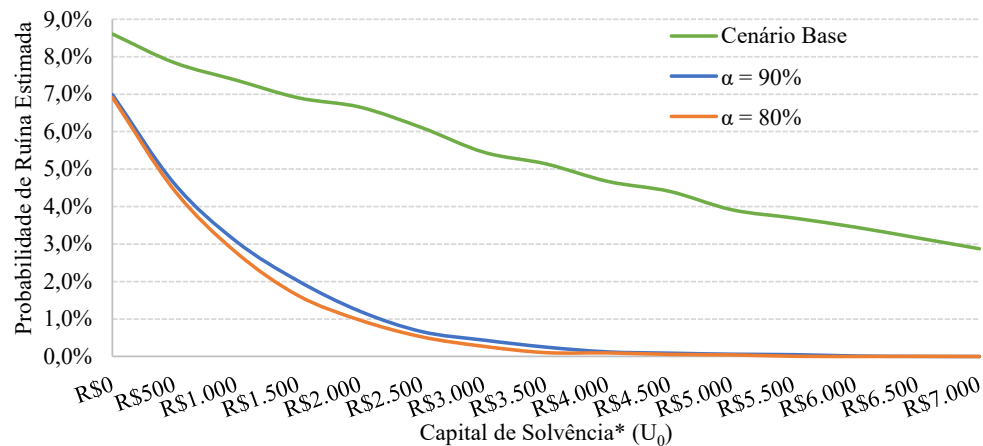
Ramo	Capital de solvência <sup>(1)</sup>												
	0	500	1.000	1.500	2.000	2.500	3.000	3.500	4.000	4.500	5.000	5.500	6.000
0114	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0115	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0116	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0118	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0141	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0167	0,3	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,0	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0171	8,1	7,6	6,9	6,3	5,8	5,3	5,0	4,6	4,2	3,7	3,4	3,0	2,8
0196	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
0310	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0351	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0378	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0520	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
0531	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0542	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0553	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0622	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0776	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0929	34,9	0,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0982	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0993	7,0	4,6	3,1	2,0	1,2	0,7	0,4	0,3	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0
1061	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1065	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1107	3,4	2,9	2,4	1,9	1,5	1,3	1,0	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,4
1108	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
1130	13,9	11,9	10,1	8,4	7,1	5,9	5,0	4,0	3,4	2,7	2,0	1,7	1,3
1162	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1369	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1381	81,0	54,8	35,2	22,6	14,0	8,8	5,1	3,0	1,8	1,1	0,6	0,3	0,2
1391	10,3	7,8	5,2	3,7	2,7	1,8	1,3	1,0	0,6	0,4	0,3	0,2	0,2
1433	29,3	26,4	23,2	20,5	18,2	16,1	13,9	12,7	10,9	9,7	8,3	7,3	6,5

**Nota.** as probabilidades de ruína (em %) foram estimadas para cada ramo a partir das 100.000 simulações de Monte Carlo do processo de risco de Cramér-Lundberg, para diferentes níveis de capital de solvência, com resseguro quota-parte ( $\alpha = 90\%$ ). <sup>(1)</sup> em R\$ 1.000,00. Fonte: elaborado pelos autores, a partir dos resultados das simulações.

**Tabela 6.** Probabilidade de ruína estimada (em %) por ramo Susep e capital de solvência – quota-parte com  $\alpha = 80\%$ .

Ramo	Capital de solvência <sup>(1)</sup>												
	0	500	1.000	1.500	2.000	2.500	3.000	3.500	4.000	4.500	5.000	5.500	6.000
0114	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0115	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0116	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0118	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0141	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0167	0,3	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0171	8,1	7,3	6,8	6,2	5,7	5,2	4,6	4,3	3,7	3,4	2,9	2,6	2,4
0196	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
0310	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0351	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0378	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0520	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
0531	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0542	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0553	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0622	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0776	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0929	34,9	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0982	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0993	6,9	4,4	2,8	1,6	1,0	0,5	0,3	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0
1061	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1065	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1107	3,6	2,7	2,2	1,7	1,4	1,1	1,0	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,3
1108	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
1130	13,9	11,5	9,6	7,9	6,5	5,2	4,3	3,5	2,7	2,0	1,6	1,3	1,0
1162	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1369	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1381	81,1	51,8	31,6	18,9	11,1	6,4	3,5	1,9	1,0	0,6	0,3	0,1	0,0
1391	10,1	7,2	5,1	3,4	2,2	1,5	1,1	0,7	0,5	0,3	0,2	0,2	0,1
1433	29,2	25,7	22,6	19,6	16,7	14,9	12,8	11,4	9,7	8,3	7,2	6,1	5,3

**Nota.** As probabilidades de ruína (em %) foram estimadas para cada ramo a partir das 100.000 simulações de Monte Carlo do processo de risco de Cramér-Lundberg, para diferentes níveis de capital de solvência, com resseguro quota-parte ( $\alpha = 80\%$ ). <sup>(1)</sup> em R\$ 1.000,00. Fonte: elaborado pelos autores, a partir dos resultados das simulações.



**Figura 1.** Probabilidade de ruína estimada – comparativo dos cenários para o ramo 0171.

\* Os valores de capital de solvência estão expressos em R\$ 1.000,00. Fonte: elaborado pelos autores.

Inicialmente, a escolha da prioridade, por ramo, foi feita tendo em vista o LR informado na plataforma oficial SES-Susep, posição de ago/2018. Todavia, apurou-se que o histórico de sinistros, em sua maioria, não continha severidades que excediam os LR informados. Assim, assumiram-se os valores da extração como prioridade do contrato de resseguro somente

para os ramos cuja suposição fazia-se cabível. Estes ramos estão detalhados na Tabela 7.

Para os demais, elaborou-se uma análise para verificar qual deveria ser a prioridade considerada para o ramo, transferindo à resseguradora aproximadamente a mesma proporção dos ramos cuja escolha do limite deu-se por meio do SES-Susep.

**Tabela 7.** Descritivo da prioridade considerada (em R\$).

Ramo Susep	Descrição do ramo	Severidade máxima real	Limite de retenção informado	Prioridade considerada para o excesso de danos
0114	Compreensivo Residencial	133.009	10.000.000	66.000
0115	Roubo	5.528.754	10.000.000	2.700.000
0116	Compreensivo Condomínio	3.416.440	10.000.000	1.700.000
0118	Compreensivo Empresarial	6.639.786	10.000.000	3.300.000
0141	Lucros Cessantes	1.464.188	10.000.000	700.000
0167	Riscos de Engenharia	2.910.709	10.000.000	1.500.000
0171	Riscos Diversos	3.372.572	10.000.000	1.700.000
0196	RN e RO	211.148.985	10.000.000	10.000.000
0310	D&O	725.332	2.000.000	360.000
0351	R. C. Geral	9.132.978	2.000.000	2.000.000
0378	R. C. Profissional	3.002.375	2.000.000	2.000.000
0520	APP	578.717	1.910.938	22.000
0531	Automóvel – Casco	1.373.636	1.910.938	680.000
0542	Assistência e Outras Cobert.	172.602	1.910.938	85.000
0553	RCFV	1.313.308	3.500.000	650.000
0622	Transporte Internacional	90.062	4.000.000	44.000
0776	Garantia Segurado – Privado	180.500	5.000.000	90.000
0929	Seguro Funeral	190.966	1.500.000	95.000
0982	AP – Coletivo	346.454	1.910.938	170.000
0993	Vida – Pessoas Coletivo	1.294.180	1.910.938	641.000
1061	Habitacional – Prestamista	1.858.775	5.000.000	920.000
1065	Habitacional – Demais	171.917	10.000.000	85.000
1107	Florestas sem FESR	3.144.258	3.000.000	3.000.000
1108	Florestas com FESR	603.246	3.000.000	75.000
1130	Benfeitorias e Prod. Agropec.	1.275.627	10.000.000	630.000
1162	Penhor Rural	1.693.228	10.000.000	840.000
1369	Viagem	590.423	1.910.938	290.000
1381	AP – Individual	239.264	1.910.938	118.000
1391	Vida – Pessoas Individual	2.053.441	1.910.938	1.910.938
1433	Marítimos (Casco)	3.782.900	2.000.000	2.000.000

**Nota.** A tabela traz um comparativo entre a maior severidade (em R\$) observada na base de dados e o limite de retenção (prioridade) informado pela seguradora à Susep. Esta prioridade legal foi utilizada para impor um limiar de transferência de risco para a resseguradora. Para os ramos Susep em que todas as severidades observadas estavam abaixo da prioridade definida, optou-se por transferir à resseguradora a mesma proporção dos ramos cuja escolha do limite deu-se por meio do SES-Susep. Fonte: elaborado pelos autores, a partir da base de dados e do SES-Susep.

**Tabela 8.** Probabilidade de ruína estimada (em %) por ramo Susep e capital de solvência – excesso de danos.

Ramo	Capital de solvência <sup>(1)</sup>												
	0	500	1.000	1.500	2.000	2.500	3.000	3.500	4.000	4.500	5.000	5.500	6.000
0114	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0115	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0116	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0118	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0141	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0167	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0171	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0196	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0310	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0351	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0378	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0520	43,4	36,3	30,4	24,7	20,0	16,1	12,6	9,8	7,8	6,1	4,8	3,8	3,0
0531	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0542	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0553	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0622	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0776	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0929	11,6	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0982	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0993	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1061	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1065	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1107	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1108	76,1	39,6	19,6	9,3	4,2	2,0	0,9	0,4	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0
1130	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1162	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1369	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1381	9,6	1,0	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1391	0,2	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1433	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

**Nota.** As probabilidades de ruína (em %) foram estimadas para cada ramo a partir das 100.000 simulações de Monte Carlo do processo de risco de Cramér-Lundberg, para diferentes níveis de capital de solvência, com resseguro de excesso de danos. <sup>(1)</sup> em R\$ 1.000,00. Fonte: elaborado pelos autores, a partir dos resultados das simulações.

A partir da Tabela 8, é possível observar que o ramo 0196, que antes apresentava percentuais de ruína próximos de 100%, agora, mesmo sem reserva inicial, revela-se perto de zero. Isto acontece porque há em seu histórico real de sinistros apenas uma observação cujo resultado de subscrição desequilibra a carteira. Assim, no momento das simulações, a constituição de um ou mais sinistros de tamanha severidade é suficiente para levar a entidade à falência. Portanto, quando se limita a perda máxima da seguradora no montante da prioridade estabelecida (neste caso igual a R\$ 10 milhões),

verifica-se que os prêmios retidos são suficientes para manter a solvência durante o desenvolvimento do processo de risco. Os ramos 1108, 1381 e 1391 também apresentam reduções expressivas em suas estimativas de ruína, além de demonstrarem extrema sensibilidade frente a variações de diferentes definições da reserva inicial.

Conforme resultado trazido pela Tabela 4, parece haver indícios de que os ramos 0520 e 0531 possuam algum tipo de subsídio cruzado. Esse fenômeno pode ocorrer desde a estruturação dos produtos, tendo em vista que as



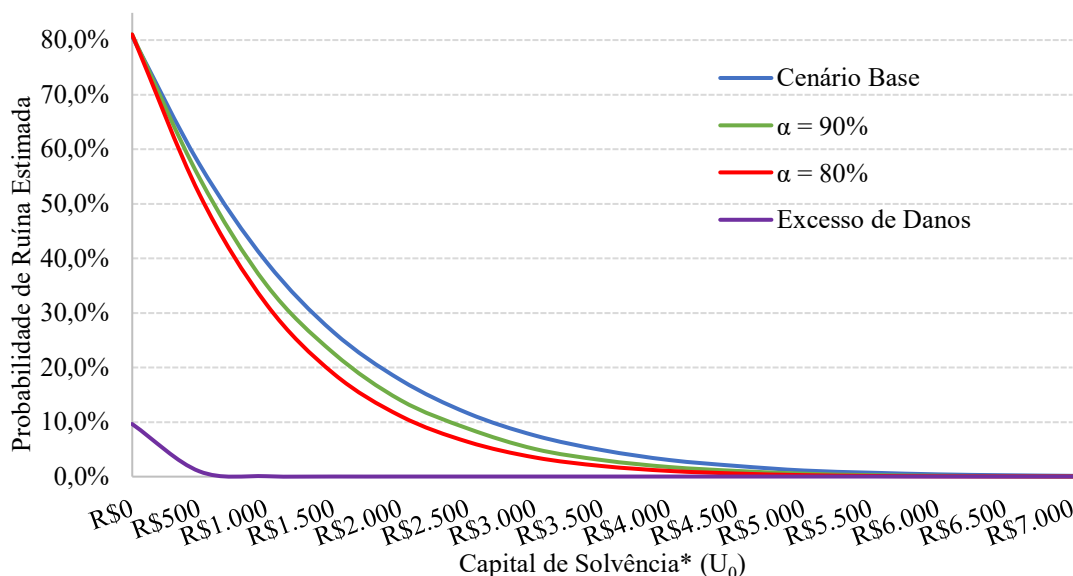
coberturas de Acidentes Pessoais de Passageiros (0520) e Automóvel – Casco (0531) costumam ser oferecidas em conjunto na cobertura básica oferecida pelas seguradoras. Ainda, existe respaldo legal (parágrafo 8º do artigo 2º do anexo XXVII da resolução CNSP n.º 321/2015) que permite às seguradoras desenvolver metodologias atuariais agregadas de precificação e avaliação de reservas, desde que as entidades sejam capazes de demonstrar, por meio de justificativa técnica, algum critério de similaridade entre os ramos agrupados (homogeneidade de fatores de risco).

Portanto, a probabilidade de ruína de 3,0% do ramo 0520 para um elevado capital de solvência (R\$ 6.000.000,00), na verdade, estaria superdimensionada, uma vez que o prêmio excedente do ramo 0531 (com ruína esperada de 0% desde R\$ 0,00 de capital de solvência) auxiliaria na manutenção do equilíbrio da carteira.

Ademais, é importante frisar que a efetividade do resseguro não proporcional está diretamente associada a uma

escolha correta da prioridade. No caso de uma definição equivocada, de um lado, o prêmio retido será reduzido devido ao repasse à resseguradora de uma parcela do prêmio total, enquanto do outro, os sinistros incorridos não terão recuperações de resseguro, uma vez que suas severidades individuais não alcançam a prioridade contratual. Desta maneira, o objetivo de blindar o resultado da companhia não é alcançado. Pelo contrário: aumenta-se a exposição do ramo a um possível cenário de insolvência, realidade que talvez não se verificasse sem a implementação do resseguro.

A Figura 2 traz, como exemplo, o ramo 1381. A Figura 2 exemplifica duas importantes conclusões: (a) formato exponencial do decaimento da probabilidade de ruína estimada a partir de aumentos consecutivos do capital de solvência; e (b) que a adoção de um contrato de resseguro adequado às características do ramo possibilita deslocamento da curva de estimativas de ruína, haja vista a queda do percentual inicial de 80% para 10%.



**Figura 2.** Probabilidade de ruína estimada – comparativo dos cenários para o ramo 1381.

\* Os valores de capital de solvência estão expressos em R\$ 1.000,00. Fonte: elaborado pelos autores.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, buscou-se estimar a probabilidade de ruína de uma entidade seguradora ao incorporar contratos de resseguro, comparando ao cenário-base em que as operações gerenciais de receitas e despesas ocorrem sem modificações em suas variáveis aleatórias. Na literatura são escassos os trabalhos que propuseram aplicações diretas do processo

de risco a microdados, incorporando, ainda, estruturas de resseguro e entendendo seus efeitos nas estimativas de falência. Como consequência, pôde-se dimensionar o capital de solvência associado a riscos de subscrição, bem como analisar os seus efeitos na redução da probabilidade de ruína.

Para obter estimativas precisas, a metodologia aqui desenvolvida pautou-se em recursos computacionais que executaram rotinas via MMC. Assim, o trabalho foi

estruturado em quatro etapas: extração e validação da base de dados com histórico de sinistros reais, seguidas pelo ajuste das distribuições probabilísticas, por ramo Susep. Depois, simularam-se 10 mil cenários de sinistro agregado, para cada ramo, visando a medir a capacidade de geração de observações fidedignas dos sinistros reais. Com isto, variaram-se três cenários de processos de risco, em que foram simuladas 100 mil trajetórias temporais, desenvolvidas, cada uma, por 210 anos.

Finalmente, foi possível observar o decaimento exponencial na relação entre a probabilidade de ruína a aumentos no capital de solvência, sendo esta sensibilidade intensificada por meio da adoção de contratos de resseguro. Ademais, para um mesmo nível de reserva inicial, a probabilidade de ruína é menor com um tratado de ED comparativamente a uma quota-parte, desde que calibrada a prioridade contratual. Por isso, é imprescindível que seja feita uma análise minuciosa e técnica no momento da escolha do painel de resseguros, visando a assegurar a convergência das expectativas de redução da volatilidade da

operação e de medidas gerenciais de risco com os resultados reais observados nas carteiras.

Por simplificação, não foram considerados fatores intrínsecos à operação de uma seguradora, tais como: rendimentos de investimentos, distribuição de dividendos, despesas administrativas e reconhecimento contábil por regime de competência, constituindo a principal limitação deste estudo. Da mesma maneira, não foram abordadas as parcelas de CBR de crédito, operacional e de mercado. Não obstante, a importância deste estudo é reforçada pelo advento das normas contábeis internacionais. O IFRS 17, que substituirá o IFRS 4 e passará a vigorar em 2023, acentuará ainda mais a indispensabilidade da mensuração do capital de solvência e outras quantidades (England, Verrall, & Wüthrich, 2019; Moro & Krvavych, 2017). Logo, as metodologias internas deverão ser capazes de incorporar todos os mecanismos de transferência de risco, analisando conjuntamente os valores brutos e líquidos, além de explicitar para os gestores e *stakeholders* os efeitos que estas ferramentas promovem na solvência de longo prazo.

## REFERÊNCIAS

- Afonso, L. B., Cardoso, R. M. R., Reis, A. D. E. dos, & Guerreiro, G. R. (2017). Measuring the impact of a bonus-malus system in finite and continuous time ruin probabilities for large portfolios in motor insurance. *ASTIN Bulletin*, 47(2), 417–435. <https://doi.org/10.1017/asb.2017.3>
- Albrecher, H., & Haas, S. (2011). Ruin theory with excess of loss reinsurance and reinstatements. *Applied Mathematics and Computation*, 217(20), 8031–8043. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2011.02.109>
- Bareche, A., & Cherfaoui, M. (2019). Sensitivity of the stability bound for ruin probabilities to claim distributions. *Methodology and Computing in Applied Probability*, 21(4), 1259–1281. <https://doi.org/10.1007/s11009-018-9675-7>
- Baumgartner, B., & Gatto, R. (2010). A bootstrap test for the probability of ruin in the compound poisson risk process. *ASTIN Bulletin*, 40(1), 241–255. <https://doi.org/10.2143/AST.40.1.2049227>
- Bowers, N. L., Gerber, H. U., Hickman, J. C., Jones, D. A., & Nesbitt, C. J. (1997). *Actuarial mathematics* (2nd ed.). Schaumburg, IL: The Society of Actuaries.
- Charpentier, A. (2010). Reinsurance, ruin and solvency issues: Some pitfalls [Working Paper hal-00463381]. *HAL Archives-Ouvertes*. Retrieved from <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00463381/document>
- Chen, Y., & Yuan, Z. (2017). A revisit to ruin probabilities in the presence of heavy-tailed insurance and financial risks. *Insurance: Mathematics and Economics*, 73, 75–81. <https://doi.org/10.1016/j.insmathco.2017.01.005>

- Cheng, J., Gao, Y., & Wang, D. (2016). Ruin probabilities for a perturbed risk model with stochastic premiums and constant interest force. *Journal of Inequalities and Applications*, 2016(1), 214. <https://doi.org/10.1186/s13660-016-1135-8>
- Cheung, E. C. K., Dai, S., & Ni, W. (2018). Ruin probabilities in a Sparre Andersen model with dependency structure based on a threshold window. *Annals of Actuarial Science*, 12(2), 269–295. <https://doi.org/10.1017/S1748499517000215>
- Constantinescu, C. D., Kozubowski, T. J., & Qian, H. H. (2019). Probability of ruin in discrete insurance risk model with dependent Pareto claims. *Dependence Modeling*, 7(1), 215–233. <https://doi.org/10.1515/demo-2019-0011>
- Coulibaly, I., & Lefèvre, C. (2008). On a simple quasi-Monte Carlo approach for classical ultimate ruin probabilities. *Insurance: Mathematics and Economics*, 42(3), 935–942. <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2007.10.008>
- Deelstra, G., & Plantin, G. (2014). *Risk theory and reinsurance*. London: Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4471-5568-3>
- Dickson, D. C. M., & Qazvini, M. (2016). Gerber–Shiu analysis of a risk model with capital injections. *European Actuarial Journal*, 6(2), 409–440. <https://doi.org/10.1007/s13385-016-0131-1>
- Dong, Y., & Wang, D. (2018). Uniform asymptotics for ruin probabilities in a two-dimensional nonstandard renewal risk model with stochastic returns. *Journal of Inequalities and Applications*, 2018(1), 319. <https://doi.org/10.1186/s13660-018-1913-6>
- England, P. D., Verrall, R. J., & Wüthrich, M. V. (2019). On the lifetime and one-year views of reserve risk, with application to IFRS 17 and Solvency II risk margins. *Insurance: Mathematics and Economics*, 85, 74–88. <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2018.12.002>
- Eryilmaz, S., & Gebizlioglu, O. L. (2017). Computing finite time non-ruin probability and some joint distributions in discrete time risk model with exchangeable claim occurrences. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 313, 235–242. <https://doi.org/10.1016/j.cam.2016.09.025>
- Gatto, R. (2020). The stability of the probability of ruin. *Stochastic Models*, 36(1), 112–133. <https://doi.org/10.1080/15326349.2019.1695135>
- Gatto, R., & Mosimann, M. (2012). Four approaches to compute the probability of ruin in the compound Poisson risk process with diffusion. *Mathematical and Computer Modelling*, 55(3–4), 1169–1185. <https://doi.org/10.1016/j.mcm.2011.09.041>
- Lefèvre, C., Trufin, J., & Zuyderhoff, P. (2017). Some comparison results for finite-time ruin probabilities in the classical risk model. *Insurance: Mathematics and Economics*, 77, 143–149. <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2017.09.004>
- Lemos, S. R. R. (2008). *Probabilidade da ruína no mercado de seguros: Fundamentos teóricos e alguns resultados de simulação* (Master thesis). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE, Brazil Retrieved from <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/6171>
- Melo, E. F. L. de. (2008). Uma aplicação de cópulas de Lévy na agregação de processos multivariados de ruína. *Revista Brasileira de Risco e Seguro*, 4(7), 47–64. Retrieved from <http://www.rbrs.com.br/arquivos/RBRS7-3%20Eduardo%20Fraga.pdf>
- Mikosch, T., & Samorodnitsky, G. (2000). Ruin probability with claims modeled by a stationary ergodic stable process. *Annals of Probability*, 28(4), 1814–1851. <https://doi.org/10.1214/aop/1019160509>
- Moro, E. D., & Krvavych, Y. (2017). Probability of sufficiency of Solvency II reserve risk margins: Practical approximations. *ASTIN Bulletin*, 47(3), 737–785. <https://doi.org/10.1017/asb.2017.12>
- Ramsden, L., & Papaioannou, A. D. (2019). Ruin probabilities under capital constraints. *Insurance: Mathematics and Economics*, 88, 273–282. <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2018.11.002>
- Superintendência de Seguros Privados. (2018). 6º relatório de análise e acompanhamento dos mercados supervisionados. *SUSEP*. Rio de Janeiro, RJ, Brazil. Retrieved from <http://www.susep.gov.br/menuestatistica/SES/6b0%20RelatAcompMercado2018.pdf>
- Tamturk, M., & Utev, S. (2018). Ruin probability via quantum mechanics approach. *Insurance: Mathematics and Economics*, 79, 69–74. <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2017.12.009>
- Touazi, A., Benouaret, Z., Aissani, D., & Adjabi, S. (2017). Nonparametric estimation of the claim amount in the strong stability analysis of the classical risk model. *Insurance: Mathematics and Economics*, 74, 78–83. <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2017.02.007>
- Vidmar, M. (2018). Ruin under stochastic dependence between premium and claim arrivals. *Scandinavian Actuarial Journal*, 2018(6), 505–513. <https://doi.org/10.1080/03461238.2017.1391114>
- Wüthrich, M. V. (2015). From ruin theory to solvency in non-life insurance. *Scandinavian Actuarial Journal*, 2015(6), 516–526. <https://doi.org/10.1080/03461238.2013.858401>


## Autoria

### Jorge Wilson Euphasio Junior

Universidade de São Paulo, Faculdade de Economia, Administração, Contabilidade e Atuária

Av. Luciano Gualberto, nº 908, Butantã, 05508-010, São Paulo, SP, Brasil.

E-mail: jorgeeuphasio@gmail.com


 <https://orcid.org/0000-0003-3112-2281>

### João Vinícius França Carvalho\*

Universidade de São Paulo, Faculdade de Economia, Administração, Contabilidade e Atuária

Av. Luciano Gualberto, nº 908, Butantã, 05508-010, São Paulo, SP, Brasil.

E-mail: jvfcarvalho@usp.br

 <https://orcid.org/0000-0002-1076-662X>

\* Autor Correspondente

## Financiamento

Os autores relataram que não houve suporte financeiro para pesquisa deste artigo.

## Conflito de Interesses

Os autores informaram que não há conflito de interesses.

## Verificação de Plágio

A RAC mantém a prática de submeter todos os documentos aprovados para publicação à verificação de plágio, mediante o emprego de ferramentas específicas, e.g.: iThenticate.

## Direitos Autorais

A RAC detém os direitos autorais deste conteúdo.

## Contribuições dos Autores

**1º autor:** curadoria de dados (igual); análise formal (igual); investigação (igual); software (igual); validação (igual); visualização (igual); escrita - rascunho original (igual); escrita - revisão e edição (igual).

**2º autor:** conceituação (liderança); curadoria de dados (igual); análise formal (igual); investigação (igual); metodologia (igual); administração de projeto (liderança); software (igual); supervisão (liderança); validação (igual); visualização (igual); escrita - rascunho original (igual); escrita - revisão e edição (igual).

## Método de Revisão por Pares

Este conteúdo foi avaliado utilizando o processo de revisão por pares duplo-cego (*double-blind peer-review*). A divulgação das informações dos pareceristas constantes na primeira página e do Relatório de Revisão por Pares (Peer Review Report) é feita somente após a conclusão do processo avaliativo, e com o consentimento voluntário dos respectivos pareceristas e autores.

## Disponibilidade dos Dados

Os autores optaram por não compartilhar a sua base de dados, e afirmam que o fazem tendo em vista que um dos autores assinou um acordo de sigilo informacional com a entidade que gentilmente forneceu os dados apenas para o desenvolvimento da pesquisa. Este documento, com fé pública, devidamente assinado foi enviado à RAC como justificativa formal para o não compartilhamento dos dados. Os autores afirmam apoiar a política de *Open Science* promovida pela RAC em tudo o que está ao alcance legal.

A RAC incentiva o compartilhamento de dados mas, por observância a ditames éticos, não demanda a divulgação de qualquer meio de identificação de sujeitos de pesquisa, preservando a privacidade dos sujeitos de pesquisa. A prática de open data é viabilizar a reproducibilidade de resultados, e assegurar a irrestrita transparência dos resultados da pesquisa publicada, sem que seja demandada a identidade de sujeitos de pesquisa.

A RAC é membro e subscreve os princípios do COPE - Comitê de Ética em Publicações

