

## Indícios de interatividade na aplicação de uma Prova-Escrita-em-Fases

### Evidences of interactivity in the application of a written test in phases

 Gabriel dos Santos e Silva<sup>1</sup>

 Regina Luzia Corio de Buriasco<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Paraná (IFPR), Capanema, PR, Brasil.  
Autor Correspondente: [gabriel.santos22@gmail.com](mailto:gabriel.santos22@gmail.com)

<sup>2</sup>Universidade Estadual de Londrina (UEL), Departamento de Matemática, Londrina, PR, Brasil.

**Resumo:** O objetivo deste artigo é apresentar um estudo de indícios de interatividade na aplicação de uma Prova-Escrita-em-Fases em uma turma de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Londrina. A prova analisada neste artigo continha 25 questões envolvendo conteúdos referentes à ementa da disciplina Geometria e Desenho, resolvidas em oito fases. Em cada data, os estudantes podiam resolver questões ou refazê-las, corrigi-las, completá-las, apagar trechos, apagar completamente resoluções apresentadas em fase anterior. Para a análise, foram apresentadas produções escritas e uma discussão a respeito de indícios de interatividade suscitados pela análise dessas produções em duas questões desse instrumento. Pode-se afirmar que a comunicação entre os estudantes se deu ao ensinar um ao outro o procedimento de resolução de alguma questão e ao levar alguns estudantes a refletir em suas respostas. Por conseguinte, os estudantes puderam conhecer conteúdos não trabalhados pelo professor e tiveram a oportunidade de repensar suas conclusões, analisando-as.

**Palavras-chave:** Educação matemática; Ensino superior; Avaliação escolar; Interatividade.

**Abstract:** The objective of this article is to present a study of evidences of interactivity in the application of a Written Text in Phases (stage test) in an undergraduate Mathematics Education program at the State University of Londrina, Paraná, Brazil. The test analyzed in this paper contained 25 questions involving contents related to the program of the Geometry and Drawing disciplines, resolved in eight phases. On each date, students could solve questions or redo them, correct, complete them, delete excerpts, erase completely resolutions presented in a previous step. For analysis, written productions were presented and a discussion about signs of interactivity raised by the analysis of these productions in two questions of this instrument. It can be said that the communication between the students took place when they taught each other the procedure for solving some question and when leading some students to reflect on their answers. As a result, students were able to learn about contents not covered by the teacher and had the opportunity to rethink their conclusions, analyzing them.

**Keywords:** Mathematics education; Higher education; School assessment; Interactivity.

Recebido em: 12/02/2022  
Aprovado em: 03/08/2022



## Introdução

Este artigo visa apresentar alguns resultados da tese de doutorado de Silva (2018) na aplicação de uma Prova-Escrita-em-Fases em uma turma de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Londrina. O instrumento de avaliação aplicado foi um dos 15 trabalhados pelo autor em um contexto de avaliação formativa na perspectiva de avaliação adotada pelo Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação (GEPEMA) e na Educação Matemática Realística (RME).

Um dos aspectos relevantes ao processo de formação dos estudantes na perspectiva da RME é a interação entre professor e estudantes e entre os próprios estudantes. É por meio dessa interação que o professor pode obter indícios do que os alunos já sabem, de suas dificuldades e inseguranças, de como podem contribuir com as discussões. É também por meio dela que os estudantes podem apresentar suas resoluções, justificá-las, refiná-las; aprender com as explicações dos colegas, pedir esclarecimentos, corrigir resoluções uns dos outros. Portanto, este artigo discute a interatividade (um dos princípios da abordagem da RME) no processo formativo dos estudantes.

A fim de efetivar os princípios da Educação Matemática Realística, particularmente o da interatividade, autores do GEPEMA têm utilizado instrumentos de avaliação que podem se tornar recursos para provocar interação entre os sujeitos envolvidos no desenvolvimento dos seus processos de aprender e de ensinar. É objetivo deste artigo, então, apresentar um estudo de indícios de interatividade na aplicação de uma Prova-Escrita-em-Fases em uma turma de Licenciatura em Matemática.

## Interatividade para a educação matemática realística

A Educação Matemática Realística é uma abordagem para o ensino de matemática desenvolvida na Holanda no final da década de 1960, a partir das ideias do matemático alemão Hans Freudenthal, que entendia matemática como uma atividade humana, em contraposição à ideia de matemática pronta adotada na época por abordagens de ensino e, sobretudo, pelo Movimento da Matemática Moderna. Para o autor, matemática como uma atividade humana

[...] é uma atividade de resolver problemas, de procurar por problemas, mas também uma atividade de organizar um assunto. Esse pode ser um assunto da realidade que precisa ser organizado de acordo com padrões matemáticos, caso os problemas da realidade tenham que ser resolvidos. Também pode ser um assunto matemático, resultado novo ou velho, seu ou de outras pessoas, que deve ser organizado de acordo com novas ideias, para ser mais bem compreendido, em um contexto mais amplo, ou por uma abordagem axiomática (FREUDENTHAL, 1971, p. 413-414, tradução nossa).

Nesse sentido, aulas de matemática devem proporcionar ao estudante a oportunidade de fazer matemática, de organizar assuntos e de lidar com eles utilizando temas matemáticos, axiomas, buscando e resolvendo problemas. À ação de 'fazer matemática' dá-se o nome de matematização, que deve ser, de acordo com os autores dessa abordagem, o foco da aprendizagem matemática nas escolas. Isso significa na abordagem da RME, os estudantes devem aprender matemática matematizando, não se colocando passivamente como receptores de algum conhecimento pronto. Devem assumir um papel ativo, de responsáveis pelo seu conhecimento e pelos seus estudos. Cabe ao professor fomentar tal papel.

Adotar um caminho para o ensino de matemática em que o professor começa trabalhando com matemática formal para, depois, ensinar os alunos a aplicá-la, torna-se contrário ao 'natural' (FREUDENTHAL, 1991). Para esse autor, trata-se de uma inversão no processo de elaboração de conhecimentos e, por considerar tal inversão como inadequada para o ensino, Freudenthal (1991) denomina esse caminho como uma inversão antididática. Sua proposta, então, é a de um método de ensino que respeite o processo de elaboração de conhecimento de cada indivíduo: a reinvenção guiada.

A intenção principal da reinvenção guiada é proporcionar aos estudantes uma oportunidade guiada de reinventar temas matemáticos seguindo uma abordagem semelhante à utilizada pelos matemáticos (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2010). Silva (2015) considera que a reinvenção guiada se refere não somente ao objeto a ser reinventado, mas também à forma (ao modo, ao caminho) seguido no processo de reinvenção guiada. Nesse sentido, os caminhos adotados pelos estudantes devem ser valorizados e utilizados como pontos de partida para a reinvenção guiada. O professor, nesse método, assume o papel de guia, orientador do trabalho dos estudantes, conduzindo-os a partir de suas próprias produções que são utilizadas como mote para discussão, para análise, para matematização (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2003).

Não há uma dinâmica de aula pré-concebida para aulas na perspectiva da RME, cabendo ao professor adotar atitudes que convirjam para as ideias da abordagem e buscar caminhos para auxiliar os estudantes em seus processos de aprendizagem. Entretanto, isso não quer dizer que as aulas não devem ser planejadas, é desejável que o professor elabore e desenvolva uma Trajetória de Ensino e Aprendizagem (TEA). Uma TEA é uma descrição de caminhos que podem ser percorridos, não apenas no processo de aprendizagem, mas também no de ensino (ROSSETTO, 2021).

Uma das características fundamentais de aulas de matemática na perspectiva da Educação Matemática Realística é a interatividade. Van den Heuvel-Panhuizen (2000) considera que, para a RME, "[...] a aprendizagem de matemática é considerada como uma atividade social" (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2000, p. 290, tradução nossa) e, desse modo, deve ocorrer por meio de interações sociais, comunicações, diálogos, intervenções.

Para Nelissen e Treffers (2010) há dois tipos de interatividade: a interação entre professor e estudantes e a interação entre os estudantes. Segundo os autores, o primeiro pode se dar de três maneiras: "[...] a) entre o professor e um único aluno; b) entre o professor e um grupo pequeno de alunos [...] e c) entre o professor e toda a turma" (NELISSEN; TREFFERS, 2010, p. 393, tradução nossa). Em qualquer das três situações, o professor pode intervir nas produções dos estudantes por meio de comunicação oral, escrita, não verbal (SILVA, 2018), com intenção de auxiliá-los a regular suas produções, a (re)pensar o encaminhamento de seus trabalhos, a fomentar discussão, ao pensamento crítico, reflexão, a aprofundar seus conhecimentos de algum tema.

Uma das fontes para que o professor produza suas intervenções é a produção escrita dos alunos. De acordo com Santos (2014, p. 63), a análise da produção escrita

[...] como estratégia de ensino pode ser utilizada para auxiliar o professor na obtenção de informações sobre os processos de ensino e de aprendizagem da matemática, as quais posteriormente podem subsidiar a elaboração de intervenções, comentários e/ou questionamentos na produção do aluno [...] de modo que esse possa, sob orientação do professor, desenvolver ferramentas matemáticas [...], isto é, ser autor de seu próprio conhecimento matemático, como preconiza a RME.

Existem outras fontes (orais, não verbais) para obter informações a respeito da aprendizagem dos estudantes, entretanto a produção escrita em aulas de matemática parece ser a mais usual.

A interação entre os estudantes, por sua vez, está relacionada a um modo de trabalho em que os alunos analisam e discutem ideias em pequenos grupos ou com toda a classe. Kwon (2002) entende que, por meio de uma discussão centrada em conjecturas, explicações e justificações, ou seja, na comunicação (oral, escrita, não verbal) da atividade matemática, os estudantes podem reinventar novos conteúdos. De Lange (1999) entende que discussão, justificação, explicação, ilustração, analogias possibilitam que os estudantes construam argumentos a fim de elaborar resoluções para as tarefas matemáticas, ou comunicá-las, contribuindo para a aprendizagem da turma.

Artigue e Blomhøj (2013) consideram que os métodos de ensino baseados em inquirição, como a resolução de problemas, a investigação matemática e a reinvenção guiada, contêm cinco 'ingredientes' principais que são comuns a elas. Dentre elas, destacam-se o papel do professor de orientador/guia, que valoriza as produções e conhecimentos dos estudantes; a cultura de sala de aula, baseada em diálogo, compartilhamento de ideias e justificações; e a atitude colaborativa adotada pelos estudantes, que propõem questões, engajam, exploram, explicam, estendem e avaliam. Além dos 'ingredientes' citados, os autores tratam de as características das tarefas serem abertas, experienciadas como reais e cientificamente relevantes e a visão de matemática como um conjunto de conhecimentos que não está pronto e que pode ser aprendido por meio da inquirição/exploração. Nesses três 'ingredientes', a interatividade se mostra como um fator evidente nos métodos de ensino investigados pelos autores, tanto do ponto de vista das atitudes do professor e do estudante, quanto do ponto de vista da cultura de sala de aula.

### A respeito de provas-escritas-em-fases

Prova-Escrita-em-Fases é o nome dado ao instrumento de avaliação que, como o nome sugere, se desenvolve em várias fases. É uma adaptação da prova em duas fases (DE LANGE, 1999), em que os estudantes têm a oportunidade de resolver a prova em um primeiro momento e resolver, novamente, numa segunda fase, com intervenções do professor. A dinâmica da Prova-Escrita-em-Fases prevê que, na primeira fase, os estudantes resolvam as questões (quais e quantas julgarem que devam fazer); nas fases seguintes, retomam a prova, podendo resolver questões não resolvidas ou dar continuidade a resoluções já começadas, a fim de refazê-las, corrigi-las, completá-las, apagar trechos, apagá-las completamente.

O nome *Prova-Escrita-em-Fases* vem sendo utilizado pelo GEPEMA para caracterizar o instrumento não como uma prova escrita comum, em que se adicionam as fases, mas como um instrumento único que contém todas as fases com características próprias que podem se aproximar (ou não) de características da prova escrita usual.

Na aplicação de Provas-Escritas-em-Fases, a quantidade de fases pode ser definida previamente, ou não. Nas produções dos estudantes, o professor pode fazer intervenções entre as fases, ou não. O conteúdo das questões pode ser referente a um período letivo ou a uma unidade escolhida pelo professor. No **quadro 1** são apresentadas algumas pesquisas realizadas por membros do GEPEMA envolvendo esse instrumento de avaliação, buscando evidenciar a diversidade de possibilidades que pode ser adotada no trabalho com a Prova-Escrita-em-Fases.

**Quadro 1** – Algumas informações de Provas-Escritas-em-Fases desenvolvidas por membros do GEPEMA

	<b>Sujeitos</b>	<b>Fases</b>	<b>Intervenções</b>	<b>Questões</b>
Pires (2013)	Professoras de uma escola municipal do Paraná participantes de um projeto desenvolvido em uma instituição pública do Paraná.	A quantidade de fases foi se dando ao longo do desenvolvimento da prova. A pesquisadora terminou o trabalho na 17ª fase.	Foram feitas intervenções nas resoluções de cada professora nas diferentes fases.	As questões relacionavam-se a conteúdos de matemática da Educação Básica, mas foram escolhidas por potencializarem o surgimento de diferentes resoluções e o pensamento matemático.
Trevisan (2013)	Alunos do Curso de Educação Profissional Técnica de Nível Médio Integrado em Vestuário de uma instituição pública do Paraná.	Foram cinco fases determinadas a priori pelo professor, mais uma inicial para leitura das questões.	Inicialmente, o professor informou que não faria questionamentos nas produções dos estudantes, mas devido ao encaminhamento dado por eles, optou por fazer intervenções nas resoluções de cada um entre a terceira e a quarta fase.	Foram escolhidas para contemplar os conteúdos a serem desenvolvidos em um semestre. Os conteúdos foram sendo trabalhados pelo professor também em sala de aula.
Mendes (2014)	Alunos do curso de Graduação em Engenharia matriculados na Disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I de uma universidade pública do Paraná.	Inicialmente, a professora propôs a resolução da prova em sete fases (15 aulas). Por sugestão dos alunos, a quantidade de fases foi ampliada para dez (30 aulas).	A professora fez intervenções nas resoluções de cada um em seis das dez fases. Nas fases em que não havia intervenções, os alunos podiam continuar trabalhando em suas resoluções.	Foram escolhidas para contemplar conteúdos de Ensino Médio relacionados à disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I. O conteúdo das questões não foi trabalhado <i>diretamente*</i> em sala de aula.
Prestes (2015)	Alunos de quinto ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do Paraná.	A quantidade de fases não foi definida a priori, mas seguiu o encaminhamento dado pelo professor, que decidiu que a quinta fase deveria ser a última.	Foram feitas intervenções nas resoluções de cada um entre cada uma das fases para que os estudantes respondessem na fase seguinte.	As questões escolhidas eram não-rotineiras e referiam-se a conteúdo que poderia ser trabalhado ao longo do ano. Possivelmente, conteúdo que já havia sido trabalhado pela professora da turma, mas as questões eram não-rotineiras.
Paixão (2016)	Professores participantes de um grupo de discussão de um projeto desenvolvido por membros do GEPEMA em uma universidade pública do Paraná.	As fases se deram em seis encontros destinados à realização da prova.	Foram feitas intervenções nas resoluções de cada um entre cada uma das fases para que os professores respondessem na fase seguinte.	Foram escolhidas questões que se referiam a conteúdo de Matemática da Educação Básica de diferentes anos. Possivelmente os professores já lidavam com o conteúdo de matemática envolvido nas questões ao longo de sua carreira, mas as questões tinham a intenção de motivar reflexões via intervenções.
Silva (2018)	Alunos do curso de Licenciatura em Matemática matriculados na disciplina Geometria e Desenho de uma universidade pública do Paraná.	Oito fases foram determinadas pelo professor no início do ano letivo.	Não foram feitas intervenções nas produções dos estudantes.	Foram escolhidas questões referentes ao conteúdo anual previsto pela ementa da disciplina. Parte desse conteúdo foi trabalhado diretamente ao longo do ano letivo, mas outros só foram trabalhados via Prova-Escrita-em-Fases.
Souza (2018)	Alunos do curso de Graduação em Licenciatura em Matemática matriculados na disciplina Prática II: Modelagem Matemática e Resolução de Problemas de uma universidade pública do Mato Grosso do Sul.	A quantidade de fases (seis) foi definida a priori pela professora.	A professora pediu para os estudantes escolherem a ordem na qual resolveriam as questões, excluindo uma das sete propostas por ela. Duas a duas, as questões foram sendo introduzidas nas fases. A professora fez intervenções em todas as questões já resolvidas pelos estudantes entre todas as fases.	Foram escolhidas questões de matemática da Educação Básica. Possivelmente os estudantes já conheciam os conteúdos envolvidos nas questões, mas a reflexão era um elemento importante para a obtenção das respostas das questões e para lidar com as intervenções da professora.

\*A expressão *diretamente* refere-se ao fato de que a Prova-Escrita-em-Fases foi o único instrumento para trabalhar tais conteúdos em forma de revisão, mesmo que eles tenham sido usados, de alguma forma, pelos alunos ou pela professora ao lidar com as questões específicas de Cálculo Diferencial e Integral.

Fonte: elaborado pelos autores.



Além das informações apresentadas no **quadro 1**, outras características diferenciam os trabalhos dos autores, como os critérios de correção e codificação, a pontuação, o uso de outros recursos no decorrer das fases, como o uso de cola adotado por Souza (2018), as intenções, os feedbacks. Entende-se que não há uma dinâmica predeterminada para a Prova-Escrita-em-Fases, mas diferentes encaminhamentos dados pelo professor de acordo com suas intenções pedagógicas.

Além disso, Silva (2018) considera que os instrumentos de avaliação, trabalhados em uma perspectiva de avaliação formativa, podem configurar dinâmicas de aula na perspectiva da Educação Matemática Realística. Isso significa que a Prova-Escrita-em-Fases, por exemplo, é um instrumento que dinamiza aulas na perspectiva da RME e que implementa os princípios dessa abordagem.

### **O contexto de aplicação da prova-escrita-em-fases (procedimentos metodológicos)**

Este artigo apresenta uma investigação de natureza qualitativa, em que os dados são produções escritas de estudantes recolhidas em uma Prova-Escrita-em-Fases aplicada em uma turma de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Londrina em 2016. Foram recolhidos termos de consentimento livres e esclarecidos assinados por todos os estudantes, que concordaram em ceder suas produções, desde que garantido seu anonimato. Desse modo, os estudantes receberam nomes fictícios distribuídos aleatoriamente. Foram elencados 39 nomes distribuídos por meio de um website de sorteios.

Em seguida, foi elaborada uma prova contendo 25 questões envolvendo conteúdos referentes à ementa da disciplina Geometria e Desenho (**figura 1**) para serem resolvidas em 8 fases em datas combinadas com os estudantes. Em cada data, os estudantes podiam resolver questões ou refazê-las, corrigi-las, completá-las, apagar trechos, ou apagá-las completamente.

**Figura 1** – Ementa da disciplina Geometria e Desenho da Universidade Estadual de Londrina em 2016

#### **2MAT055 Geometria e Desenho**

Geometria euclidiana plana. Axiomas. Congruências. Semelhança. Axioma das paralelas. Elementos de Geometria não-euclidiana. Geometria espacial. Construções fundamentais no plano. Construções de polígonos no plano. Equivalências de área. Transformações geométricas. Escala. Tangência, concordância e aplicações.






Fonte: Universidade Estadual de Londrina (2013).

Em relação à dinâmica de aplicação da Prova-Escrita-em-Fases, Silva (2018, p. 55) expõe:

No primeiro dia de aula, mostrei aos estudantes as provas e pedi que escrevessem o nome no cabeçalho de cada folha. Combinamos que os estudantes poderiam ler o conteúdo da prova, mas não poderiam anotar informações, nem as registrar de alguma maneira. Nesse mesmo dia, marquei data para as quatro primeiras fases com os estudantes: 10/05/2016, 07/06/2016, 05/07/2016 e 02/08/2016. No início do segundo semestre e no retorno das aulas após a greve, mais quatro datas para as últimas fases: 28/09/2016, 11/01/2017, 08/02/2017 e 08/03/2017.

As provas de cada um dos alunos foram digitalizadas em cada fase, e organizadas para a análise. A correção das provas foi feita a cada fase utilizando um sistema de códigos por cores. A escolha de cores em substituição à atribuição de notas se deu para evitar que a nota tomasse lugar central no processo de correção e na informação do desempenho dos estudantes. O código de cores utilizado está apresentado no **quadro 2**.

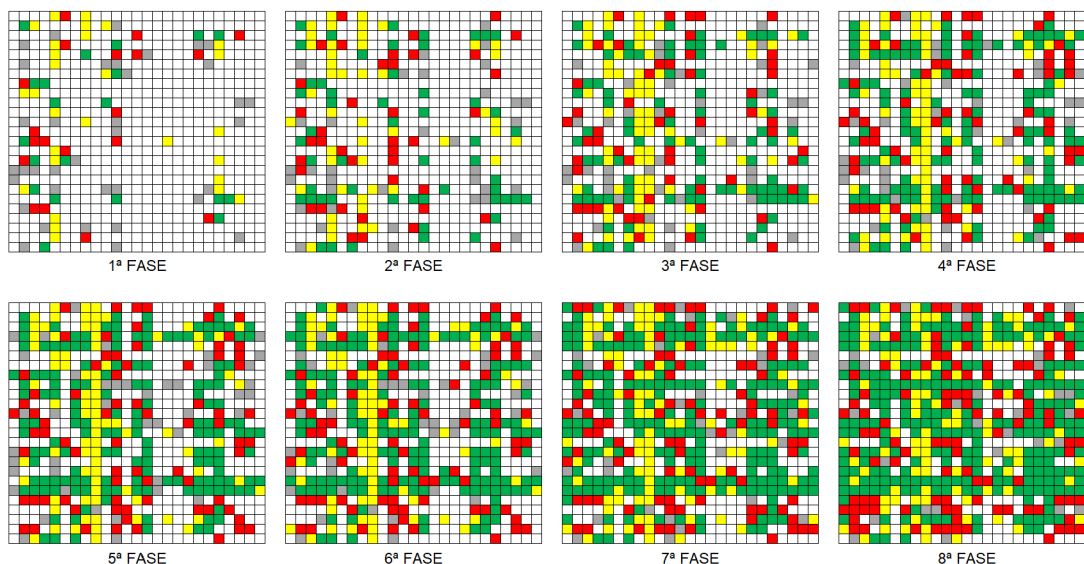
**Quadro 2** – Códigos para a correção da Prova em Fases

Cor	Critérios
 Verde	Resolução correta com resposta.
 Amarelo	Resolução parcialmente correta. Resolução correta sem resposta.
 Vermelho	Resolução incorreta.
 Branco	Questão em branco.
 Cinza	Sem resolução, mas com anotações na questão.

Fonte: Silva (2018).

A correção foi feita em planilhas do Excel. Cada planilha representava uma fase, as colunas representavam as questões e as linhas representavam os estudantes. Em cada planilha, os alunos estavam organizados em linhas, enquanto as questões, em colunas, como ilustrado na **figura 2**.

**Figura 2** – Correção da Prova-Escrita-em-Fases



Fonte: Silva (2018).

Desse modo, foram obtidas 8 imagens que representam o desempenho geral da turma em cada fase. Neste artigo, serão utilizadas apenas partes da **figura 2** para ilustrar as discussões fomentadas pelo tema adotado. Para fins de análise, foram investigadas as produções dos 25 alunos que concluíram o ano letivo, efetuando um corte e deixando de utilizar as 14 produções dos estudantes que não concluíram a disciplina.

Em seguida à correção, foram feitas leituras flutuantes das produções dos alunos na Prova-Escrita-em-Fases, em busca dos princípios da Educação Matemática Realística, conforme orientações da Análise de Conteúdo (BARDIN, 2016). Cada produção em que encontrávamos algum indício de algum dos princípios era separada das demais. Como a busca era por indícios dos princípios, optou-se por não agrupar as produções, uma vez que, a cada uma das selecionadas, havia diferentes indícios. Para este artigo, optamos por trabalhar apenas com as produções que continham indícios do princípio da Interatividade. Por fim, organizamos as produções, os indícios encontrados e as justificativas em um quadro para construir a análise.

### Indícios de interatividade na aplicação de uma prova-escrita-em-fases

Nesta seção apresentam-se produções escritas e uma análise de indícios de interatividade suscitados por essas produções em duas questões da Prova-Escrita-em-Fases. Essas questões foram escolhidas porque produções associadas a elas evidenciam indícios de que houve comunicação entre os estudantes, que podem provocar discussão a respeito do tema.

A questão sete da prova tinha como enunciado *construa, com régua e compasso, um polígono regular de sete lados inscrito na circunferência abaixo* e apresentava uma circunferência com seu centro. Em sala de aula, foram estudadas as construções de polígonos regulares de três, quatro, cinco, seis, oito, dez e doze lados inscritos em circunferências e o Processo Geral de Rinaldini<sup>1</sup> para a construção dos demais polígonos regulares. Por ter sido apresentado em sala de aula, o autor esperava que os estudantes construíssem o polígono na prova por meio do Processo Geral de Rinaldini. No **quadro 3** apresenta-se a correção da questão sete da Prova-Escrita-em-Fases em cada uma das fases.

**Quadro 3** – Correção da questão sete em cada uma das fases

	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª
Alexandre				■	■	■	■	■
Amanda								■
Arthur							■	■
Caio			■	■	■	■	■	■
Cássio			■	■	■	■	■	■
Christian								
Daniel					■			■
Douglas			■	■	■	■	■	■
Eduardo			■	■	■	■	■	■
Giovane		■	■	■	■	■	■	■
Isabella			■	■	■	■	■	■
Jaqueline			■	■	■	■	■	■
João P			■	■	■	■	■	■
Jorge								
Karen								
Kelly	■	■	■	■	■	■	■	■
Larissa								
Luana			■	■	■	■	■	■

<sup>1</sup>Trata-se de um processo para a divisão de uma circunferência em partes aproximadamente iguais e que pode ser usado para fazer construções aproximadas de polígonos regulares inscritos em circunferências com uma quantidade qualquer de lados.



	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª
Lucca		■	■	■	■	■	■	■
Marcos		■	■	■	■	■	■	■
Mariana								
Nicolas			■	■	■	■	■	■
Patrick			■	■	■	■	■	■
Rafael		■	■	■	■	■	■	■
Roberto		■	■	■	■	■	■	■

Fonte: elaborado pelos autores.

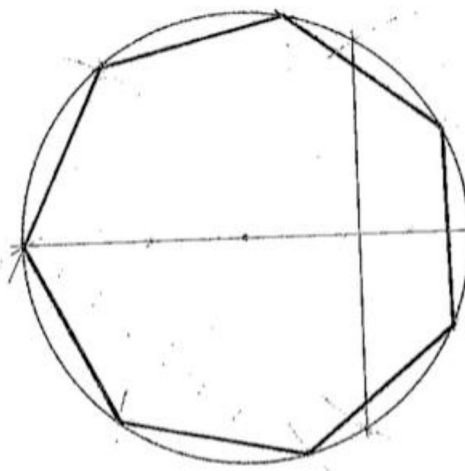
É possível afirmar que houve pouca mudança nos códigos de correção dos estudantes ao longo das fases. Isso parece ser uma característica do instrumento, sobretudo, pela escolha de não fazer intervenções.

Observa-se, no **quadro 3**, que, na primeira fase, nenhum estudante resolveu a questão sete; na segunda, os estudantes Lucca e Roberto resolveram corretamente. Diferente do que se esperava, Lucca e Roberto resolveram a questão de maneira alternativa à esperada: utilizaram uma construção particular do heptágono, como ilustrado na **figura 3**. Tal construção também é aproximada, mas só é válida para polígonos regulares de sete lados, inscritos em circunferências.

Na terceira fase, outros sete estudantes resolveram a questão utilizando o procedimento adotado por Lucca e Roberto; na quarta fase, mais dois alunos; na sétima fase, mais um e, na oitava fase, outros dois. Nenhum dos estudantes que resolveu corretamente a questão utilizou a estratégia esperada pelo professor para a resolução.

Pode-se afirmar que o instrumento deu a oportunidade aos alunos de investigarem procedimentos de resolução por eles mesmos, incentivando sua autonomia. Para além disso, porém, infere-se que houve comunicação entre os estudantes ao *ensinarem um ao outro o procedimento de resolução*. Nessa direção, é possível que os estudantes Lucca e Roberto (ou apenas um deles) tenham ensinado a outro aluno (ou outros) o procedimento de resolução e, assim, outras pessoas tiveram acesso a essa estratégia.

**Figura 3** – Resolução de Lucca para a questão sete na fase dois



Fonte: elaborado pelos autores.

É possível, também, que Lucca ou Roberto tenha indicado o procedimento a outro aluno (ou outros) e, esse aluno tenha pesquisado o método de resolução por conta própria. De qualquer forma, infere-se que houve interação entre os estudantes para a divulgação do procedimento de resolução alternativo ao esperado pelo professor.

Tal comunicação, tradicionalmente, não é desejada durante o processo de resolução de uma prova. No âmbito das práticas tradicionais de aplicação de uma prova escrita, usualmente há a regra de coibir a comunicação entre estudantes, visando a uma resolução que seja própria do resolvedor da prova.

Há, também, a falsa noção de que, ao resolver sozinho uma questão de uma prova, o estudante está evidenciando aquilo que aprendeu sem a influência de outras pessoas. No contexto da Educação Matemática Realística, é interessante aos processos de ensino e de aprendizagem que os estudantes saibam resolver as tarefas, seja porque aprenderam com o professor, com os livros, seja porque elaboraram um procedimento próprio de resolução ou porque aprenderam com algum colega. A Prova-Escrita-em-Fases pode provocar e fomentar a comunicação entre os estudantes visando à resolução das tarefas presentes nela. Isso se dá pela distância entre as fases: no intervalo em que os alunos não estão diante do instrumento, eles têm a chance de, entre outras coisas, buscar estratégias adotadas pelos próprios colegas para resolver tarefas de matemática.

Além disso, destaca-se que, embora durante o ano letivo o professor não tenha trabalhado o método particular de construção aproximada de um heptágono regular inscrito em uma circunferência, os alunos da turma *puderam ter acesso a esse assunto*, por meio da interatividade propiciada pela dinâmica da Prova-Escrita-em-Fases.

Isso reforça a ideia de que as aulas de matemática, na perspectiva adotada, não são centradas no professor e em seu conhecimento e não se limitam a eles. Ainda que a dinâmica da Prova-Escrita-em-Fases tenha sido proposta pelo professor, coube aos estudantes efetivarem a interação para que a resolução da questão pudesse ser feita por meio de conteúdo não trabalhados em sala de aula. Desse modo, o papel ativo dos alunos é essencial à condução das disciplinas e, nas dinâmicas envolvendo instrumentos de avaliação, sobretudo, é essencial para que o professor e seu conhecimento não continuem ocupando um lugar central.

Outra questão que será discutida neste artigo é a 19ª da Prova-Escrita-em-Fases, cujo enunciado é *uma pizzaria serve duas pizzas redondas da mesma espessura, do mesmo recheio e em tamanhos diferentes. A menor delas tem um diâmetro de 30 cm e custa 30 reais. A maior delas tem um diâmetro de 40 cm e custa 40 reais. Qual das pizzas tem o preço mais vantajoso? Explique o que pensou para resolver e dar a resposta*. No **quadro 4** é apresentada a correção da questão 19 da Prova-Escrita-em-Fases em cada uma das fases.

**Quadro 4** – Correção da questão 19 em cada uma das fases

	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª
Alexandre				■	■	■	■	■
Amanda								■
Arthur							■	■
Caio			■	■	■	■	■	■
Cássio			■	■	■	■	■	■
Christian								
Daniel								■
Douglas			■	■	■	■	■	■
Eduardo			■	■	■	■	■	■
Giovane		■	■	■	■	■	■	■
Isabella			■	■	■	■	■	■
Jaqueline			■	■	■	■	■	■

	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª
João P			■	■	■	■	■	■
Jorge								
Karen								
Kelly	■	■	■	■	■	■	■	■
Larissa								
Luana			■	■	■	■	■	■
Lucca		■	■	■	■	■	■	■
Marcos			■	■	■	■	■	■
Mariana								
Nicolas			■	■	■	■	■	■
Patrick			■	■	■	■	■	■
Rafael		■	■	■	■	■	■	■
Roberto		■	■	■	■	■	■	■

Fonte: elaborado pelos autores.

Na terceira fase, Eduardo apresentou alguns cálculos em sua resolução e apresentou sua resposta (**figura 4**).

**Figura 4** – Resolução de Eduardo para a questão 19 na fase três

*Na hora de concluir minha resposta, notei que o exercício não se refere a quem a vantagem do preço, disto conclui que como a pizza maior oferece um preço menor é mais vantajosa para quem compra, por ser mais barata, já a pizza maior oferece um preço maior, então é mais vantajosa para quem vende por gerar um lucro maior.*

Transcrição: Na hora de concluir minha resposta, notei que o exercício não se refere a quem a vantagem do preço, disto conclui que como a pizza maior oferece um preço menor é mais vantajosa para quem compra, por ser mais barata, já a pizza maior oferece um preço maior, então é mais vantajosa para quem vende por gerar um lucro maior.

Fonte: laborado pelos autores.

Eduardo, na **figura 4**, considerou que a resposta à pergunta está condicionada ao sujeito ao qual a vantagem está sendo atribuída. Ele foi o primeiro estudante a apresentar tal reflexão em sua resolução. Até então, os estudantes apresentavam conclusões como a de João Pedro (**figura 5**).

**Figura 5** – Resolução de João Pedro para a questão 19 na fase três

*Logo, a pizza que tem o preço mais vantajoso é a pizza maior.*

Transcrição: Logo, a pizza que tem o preço mais vantajoso é a pizza maior.

Fonte: elaborado pelos autores.

Na quinta fase, o estudante João Pedro não alterou seus cálculos, mas modificou sua resposta, como ilustrado na **figura 6**.

**Figura 6** – Resolução de João Pedro para a questão 19 na fase cinco

A pizza mais vantajosa tem dois casos: a do cliente e a do vendedor.  
Portanto, a pizza mais vantajosa para o cliente é a maior. Por outro lado, a pizza menor é a mais vantajosa para o vendedor.

Transcrição: A pizza mais vantajosa tem dois casos: a do cliente e a do vendedor. Portanto, a pizza mais vantajosa para o cliente é a maior. Por outro lado, a pizza menor é a mais vantajosa para o vendedor.

Fonte: elaborado pelos autores.

É possível observar que, na resolução, João Pedro, na quinta fase, passou a considerar que o enunciado não esclarece para quem é a vantagem, portanto, modificou sua resolução. Isso pode sugerir que *houve comunicação* entre Eduardo e João Pedro *a respeito do enunciado da tarefa*. Poder-se-ia afirmar que João Pedro, ao refletir sobre as questões da prova, pensou que o enunciado não era claro, mas ele não fez modificações em nenhuma outra questão que já parecia estar finalizada, mesmo naquelas que estavam incorretas na quinta fase, como indica o **quadro 5**.

**Quadro 5** – Correção das questões um a 25 na quarta e quinta fases da Prova-Escrita-em-Fases de João Pedro

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
4ª fase			■	■			■	■	■		■		■	■				■	■	■	■		■		
5ª fase		■	■	■			■	■	■	■	■		■	■	■			■	■	■	■	■	■		

Fonte: elaborado pelos autores.

Outro indício de que o estudante se comunicou com Eduardo apenas a respeito de a vantagem ser subjetiva é o fato de que João Pedro só acrescentou à sua resolução indicativos de que consideraria dois casos: o do cliente e o do vendedor. O estudante não revisou sua resolução na qual os cálculos (considerados corretos) e a conclusão (considerada correta até a quarta fase e incorreta na quinta fase) não tinham coerência após acrescentar as novas asserções. Desse modo, o estudante passou a receber código *parcialmente correto* nas suas produções.

A comunicação entre os estudantes, evidenciada na questão 19, motivou um deles a *refletir e repensar parte de sua resolução*. Como discutido anteriormente, essa consequência da interação entre os estudantes não é bem-vista nas práticas tradicionais de avaliação, uma vez que há a concepção de que a função dos instrumentos é mostrar ao professor o que os estudantes são capazes de fazer sozinhos, sem acesso a consultas e recursos e sem a possibilidade de refazer ou refletir em momentos posteriores. É comum ao rito avaliativo presente nas escolas imaginar que as provas têm a função de fornecer um retrato estático das aprendizagens dos estudantes em momentos estanques e que cabe aos alunos estarem prontos nas ocasiões destinadas 'a tirar a foto', atingindo as metas e objetivos fornecidos pelo professor.

Na dinâmica da Prova-Escrita-em-Fases, ao contrário, refletir e repensar a resolução é desejável, pois evidencia que o pensamento dos estudantes está em constante desenvolvimento e não deve ser avaliado em momentos estanques. Fomenta, também, a concepção de avaliação como processo, uma vez que possibilita aos alunos fornecerem indícios de suas aprendizagens em diferentes momentos do ano letivo.

Romper com o rito avaliativo tradicional, buscando novas práticas e novos instrumentos, permite que outros níveis de pensamento (como a reflexão) sejam mobilizados pelos estudantes. Tais mobilizações podem se dar em momentos de aula, de resolução de provas, de estudos em casa e, até mesmo, na comunicação entre os estudantes.

Pode parecer que a possível comunicação com Eduardo prejudicou o estudante, visto que sua resolução estava sendo considerada correta e passou a ser considerada parcialmente correta. Isso pode ser verdade se, novamente, o olhar para a prática avaliativa se der por meio de uma concepção tradicional. Na prática adotada pela Educação Matemática Realística, é inconcebível afirmar que o estudante 'deixou de saber' ou 'passou a saber menos', ainda que o crédito dado à resolução tenha mudado. É possível afirmar que a produção escrita de João Pedro não evidenciava que sua conclusão era incorreta (do ponto de vista de seus cálculos), porque não indicava o sujeito da vantagem. A mudança de resolução do aluno acrescentou elementos à resolução, que podem possibilitar ao professor reconhecer uma implicação incorreta. Nesse caso particular, a interação entre os estudantes provocou, além de um refinamento na produção de um estudante por meio da reflexão, a inserção de afirmações que esclarecem para o professor aspectos relacionados à sua resolução.

### Considerações finais

O objetivo deste artigo era apresentar um estudo de indícios de interatividade na aplicação de uma Prova-Escrita-em-Fases em uma turma de Licenciatura em Matemática. Para tanto, foram discutidas produções de estudantes que evidenciaram indícios de comunicação entre eles, ao longo das fases, em duas questões da Prova-Escrita-em-Fases.

De Lange (1999) e Kwon (2002) apresentaram uma lista de ações que estão ligadas com a interatividade entre os estudantes. Observou-se que o uso Prova-Escrita-em-Fases em uma perspectiva de avaliação que visa a aprendizagem dos estudantes, potencializa o diálogo e a comunicação entre eles. Nesse sentido, os estudantes puderam: *ensinar um ao outro o procedimento de resolução de uma questão da prova, aprender autonomamente a resolver questões cujos assuntos matemáticos não foram abordados em sala de aula, conversar a respeito do enunciado de questões da prova entre as fases e refletir e repensar suas resoluções* motivados pela comunicação entre as fases da prova. Entende-se, aqui, que essa perspectiva de avaliação, bem como a dinâmica desse instrumento de avaliação, proporcionam aos estudantes a oportunidade de desempenhar um papel ativo, sendo responsáveis não somente por suas aprendizagens, mas também pelas dos colegas.

Além disso, os indícios apresentados neste artigo apontam para o fato de que a avaliação, na perspectiva adotada pelo GEPEMA, com o uso de instrumentos como a Prova-Escrita-em-Fases possibilitam a implementação de princípios da Educação Matemática Realística; aqui, especificamente, o da interatividade. Isso indica que o princípio da interatividade, originalmente pensado como um princípio relacionado ao ensino, pode ser implementado por meio de estratégias de avaliação.

Sabe-se que outras consequências da interação influenciaram no desenvolvimento das fases e na mobilização das estratégias dos estudantes, mas, possivelmente, não puderam ser reconhecidos nos registros escritos (e apenas neles). Caso o trabalho não fosse centrado nas produções escritas (e seus indícios), outras considerações poderiam ser feitas. Se a opção tivesse sido por um modelo de Prova-Escrita-em-Fases em que o professor fizesse intervenções a cada fase, como Pires (2013), Mendes (2014), Prestes (2015), Paixão (2016), Souza (2018) e outros autores vêm fazendo, tais discussões poderiam emergir. Ainda, se as informações coletadas contivessem registros da prática do professor, seria possível unir tais informações às produções escritas, discutindo a interação entre professor e estudantes e sua relação com a Prova-Escrita-em-Fases. Esses podem ser temas para investigações futuras.

## Referências

- ARTIGUE, M.; BLOMHOJ, M. Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM Mathematics Education*, Heidelberg, v. 45, p. 797-810, 2013. Doi: <https://doi.org/ghqjcw>.
- BARDIN, L. *Análise de conteúdo*. Lisboa: Edições 70, 2016.
- DE LANGE, J. *Framework for classroom assessment in mathematics*. Madison: WCER, 1999.
- FREUDENTHAL, H. Geometry between the devil and the deep sea. *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, v. 3, n. 3/4, p. 413-435, 1971. Doi: <https://doi.org/10.1007/BF00302305>.
- FREUDENTHAL, H. *Revisiting mathematics education*. Netherlands: Kluwer, 1991.
- KWON, O. N. Conceptualizing the realistic mathematics education approach in the teaching and learning of ordinary differential equations. In: VAKALIS, I.; HUGHES-HALLETT, D.; KOUROUNIOTIS, Ch.; QUINNEY, D. (ed.). *Proceedings of the 2nd international conference on the teaching of mathematics (at the undergraduate level)*. New York: John Wiley, 2002.
- MENDES, M. T. *Utilização da prova em fases como recurso para regulação da aprendizagem em aulas de cálculo*. 2014. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.
- NELISSEN, J.; TREFFERS, A. Marco de enseñanza. In: VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. (org.). *Los niños aprenden matemáticas*. México: Correo del Maestro, 2010. p. 389-416.
- PAIXÃO, A. C. G. *Uma prova em fases de matemática: da análise da produção escrita ao princípio de orientação*. 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.
- PIRES, M. N. M. *Oportunidade para aprender: uma prática da reinvenção guiada na prova em fases*. 2013. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.
- PRESTES, D. B. *Prova em fases de matemática: uma experiência no 5º ano do ensino fundamental*. 2015. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2015.
- ROSSETTO, H. H. P. *O desenvolvimento de um framework de trajetórias de ensino e aprendizagem de matemática*. 2021. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2021.



SANTOS, E. R. Análise da produção escrita em matemática: de estratégia de avaliação a estratégia de ensino. 2014. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

SILVA, G. S. *Uma configuração da reinvenção guiada*. 2015. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2015.

SILVA, G. S. *Um olhar para os processos de aprendizagem e de ensino por meio de uma trajetória de avaliação*. 2018. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2018.

SOUZA, J. A. *Cola em prova escrita: de uma conduta discente a uma estratégia docente*. 2018. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2018.

TREVISAN, A. L. *Prova em fases e um repensar da prática avaliativa em matemática*. 2013. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDRINA. *Deliberação: câmara de graduação nº 013/2013*. Londrina: UEL, [2013]. Disponível em: <https://cutt.ly/WXv4htb>. Acesso em: 18 ago. 2022.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. *Mathematics education in the Netherlands: a guided tour*. Utrecht: Utrecht University: Freudenthal Institute, 2000. Disponível em: <https://cutt.ly/8Xv5bGG>. Acesso em: 18 ago. 2022.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, v. 54, n. 1, p. 9-35, 2003.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. Reform under attack: forty years of working on better mathematics education thrown on the scrapheap? no way! In: SPARROW, L.; KISSANE, B.; HURST, C. (ed.). *Shaping the future on mathematics education: proceedings of the 33rd annual conference of the mathematics education research group of Australasia*. Fremantle: MERGA, 2010. Disponível em: <https://cutt.ly/OXbqlrK>. Acesso em: 12 ago. 2022.