

# Dinâmica de massa variável: corrente suspensa na máquina de Atwood

(Variable mass dynamic: hanging chain in Atwood machine)

B.N. Sismanoglu<sup>1</sup>, R.F. Caetano, J.S.E. Germano, M.V.O. Rezende e Y.D. Hoyer

*Departamento de Física, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, Comando Geral de Tecnologia Aeroespacial,  
São José dos Campos, SP, Brasil*

Recebido em 17/3/2010; Aceito em 6/4/2011; Publicado em 6/7/2011

Este artigo trata do estudo de um sistema dinâmico de massa variável onde se implementa o experimento da corrente de elos cuja extremidade está unida através de um fio a um corpo suspenso na máquina de Atwood. O movimento harmônico amortecido do sistema foi observado. O princípio fundamental da dinâmica foi empregado na obtenção da taxa de variação temporal da aceleração linear do movimento ascendente da corrente. O emprego de uma filmadora digital no processo experimental possibilitou a caracterização do movimento através do registro da posição dos corpos envolvidos em função do tempo, de uma maneira simples e econômica. Um software de domínio público (VirtualDub) foi usado para a seleção dos quadros da filmagem. As variáveis dinâmicas obtidas experimentalmente foram confrontadas com os resultados esperados baseados na teoria, com boa concordância. Comparações foram feitas entre estes resultados com os obtidos através do emprego de fotogates (sensores) comerciais dispendiosos. A ineficácia dos fotogates foi verificada na coleta das variáveis dinâmicas no início do movimento.

**Palavras-chave:** dinâmica, Atwood, corrente de elos, filmadora digital.

This paper deals with the study of a variable mass dynamic where is developed the Atwood machine experiment with variable mass of a resting chain in which one end is attached to a fine string which passes over a pulley and carries a weight. The damped harmonic oscillation was observed. The Newton's second law was employed to obtaining of the upward motion of the chain. Using a digital camera and free software VirtualDub it was possible to record the evolution of the space-time and to reproduce it in a number of frames in a low cost operation. Good agreement was obtained between experimental results and the predictions of the movement dynamical variables. Comparisons between these results and those obtained using expensive photogates were done. These photogates shown bad results of the measurements done at the beginning of the movement.

**Keywords:** mechanics, movement, body free fall, digital camera.

## 1. Introdução

O estudo de sistemas dinâmicos de massa variável é um capítulo da Mecânica que propicia a aplicação das leis de Newton na solução de problemas complexos da dinâmica, como o de lançamento de foguetes e sondas e do escoamento de fluidos ou partículas sólidas pequenas (grãos), através de orifícios de compartimentos fechados [1]. Nesta lista também podem entrar o movimento de massas de gelo nas calotas polares, os processos de avalanche nas regiões montanhosas, o processo erosivo nas dunas (como nos Lençóis Maranhenses), o fluxo de massas gasosas na atmosfera terrestre e a fantástica movimentação de lava durante as explosões vulcânicas. A produção de esteiras transportadoras de cargas e de máquinas industriais que carregam e deslocam partículas granulosas também requer conhecimentos de sistemas de massa variável.

<sup>1</sup>E-mail: bogos@ita.br.

Portanto, nas diversas áreas do conhecimento humano, como na física Aplicada, na astronomia, na meteorologia e nas engenharias, o conhecimento das leis fenomenológicas que regem estes complexos sistemas dinâmicos citados anteriormente é de fundamental importância.

Experimentos que envolvem este assunto da dinâmica devem ser implementados nos laboratórios de física ou afins destes cursos da área de exatas. Isto é necessário porque através da experimentação os alunos conseguem captar melhor os conceitos físicos envolvidos, tornando o laboratório um ambiente facilitador da aprendizagem científico-tecnológica. Também o laboratório deve ser implementador da saudável comunhão não só entre os alunos e os educadores, mas, principalmente, entre a teoria e a prática.

No estudo de sistemas de massas variáveis a com-

preensão das leis da dinâmica é fundamental para a correta aplicação do princípio fundamental da dinâmica (PFD) e da lei da conservação do momento linear além da interpretação dos termos que surgem na aplicação do PFD nos corpos envolvidos. A prática experimental favorece então a compreensão do fenômeno estudado. Como exemplos de problemas práticos que envolvem um sistema de massa variável e que geram as mais variadas interpretações possíveis aos incautos, podemos citar o experimento da corrente de elos que cai verticalmente sob a ação do campo gravitacional, com o elo mais baixo encostado no chão e também o da corrente que se movimenta como “bungee jump”, ambos tratados em nosso artigo anterior [2]. No primeiro caso, a corrente tem intensidade de aceleração igual à da gravidade local  $g$  e a força aplicada pela corrente no chão aumenta durante o tempo de queda, até alcançar o triplo da força peso total da corrente, quando então o último elo atinge o chão. No tratamento teórico do problema o elo que alcança o chão com velocidade  $v$  (movimento uniformemente variado) para instantaneamente numa colisão perfeitamente inelástica, aplicando uma força  $\rho v^2$  ( $\rho$  é a massa específica da corrente). No instante final da queda, em que toda a corrente fica empilhada no chão, esta força tem intensidade igual ao dobro do peso da corrente que, somada a este peso, dá o resultado final.

No segundo caso, do “bungee jumping”, a corrente é presa num ponto fixo acima do solo e a extremidade livre é abandonada do seu repouso à mesma altura deste ponto fixo (corrente em forma de “U”), verificando-se aqui um interessante “paradoxo”: a intensidade da aceleração da extremidade da corrente em queda ( $a$ ) é superior à da aceleração da gravidade ( $g$ ) [2]. Em artigo recente, Heck e cols. [3] ilustram bem como este problema, que aparentemente seria mais um de queda livre, ainda surpreende inclusive físicos teóricos, quando se defrontam com o fato de que  $a > g$ . A simples intuição não basta para solucionar os problemas. A solução teórica deste em questão é extremamente complexa e, portanto, há a necessidade da experimentação para comprovação dos resultados obtidos e para a visualização do fenômeno.

Schagerl e cols. [4] dão uma explicação bastante criativa (ao estilo de Albert Einstein) para intuir este resultado  $a > g$ : durante a queda da corrente, a porção esquerda presa ao teto permanece imóvel na posição vertical. O elo  $b_i$  que chega ao ponto mais baixo da trajetória, e que irá “agregar massa” ao ramo esquerdo imóvel da corrente, estaciona neste ponto repentinamente, sem oscilação. Portanto, este elo  $b_i$  executa um giro de  $180^\circ$  e para. Para que isto ocorra, uma força vertical  $F_i$  direcionada para cima deve ser aplicada neste elo, através da união com o elo subsequente  $b_{i+1}$  que desce, a fim de pará-la. Por sua vez, a reação a esta força se dá no elo  $b_{i+1}$ , puxando-o para baixo (3ª lei de Newton). Esta força é a responsável pela aceleração

adicional, acima do valor da aceleração da gravidade local, desta parte da corrente. Novamente verificam-se aqui as ocorrências de processos inelásticos.

Heck e cols. [3] relacionam artigos e autores teóricos que interpretam erroneamente o movimento da corrente, devido à não observância da correta aplicação das leis da dinâmica e enfatizam a importância fundamental da experimentação no processo ensino-aprendizagem. Objetivando principalmente os alunos do Ensino Médio, os autores tratam experimentalmente este problema do “bungee jumping” através do uso do pacote completo computacional COACH, distribuído pela Fundação Holandesa CMA [5] e implementado nas redes de ensino deste país. No procedimento, filma-se o experimento e a imagem captada por uma câmera de alta velocidade (300 quadros por segundo) é enviada ao computador que automaticamente fornece todas as variáveis cinemáticas envolvidas, como trajetória, posição em função do tempo, velocidade instantânea e aceleração. O programa executa o tratamento de todos os gráficos construídos, como diferenciação, integração e ajuste de curvas, que dificilmente seriam realizados pelos alunos, principalmente do Ensino Médio. Resta aos alunos e ao professor a interpretação dos resultados. Observa-se, porém, que todo este processo envolve um custo financeiro elevado.

Em nosso artigo anterior [2] nós apresentamos um método bem mais econômico, objetivando-se alunos universitários. Este método também foi usado no presente artigo e sua aplicação é bastante simples utilizando-se apenas uma filmadora e um microcomputador: (a) prepara-se o local do experimento para a filmagem, por exemplo, de um movimento pendular, não se esquecendo de posicionar uma régua ou papel milimetrado para posterior localização da posição do móvel durante seu movimento; (b) através de uma filmadora digital (25 quadros/s ou mais) ou até mesmo uma webcam, de fácil aquisição pelos estabelecimentos de ensino e também pela maioria da população brasileira, registra-se o movimento a ser estudado; (c) usa-se o software VirtualDub [6], editor completo de áudio e vídeo de domínio público, para transformar o experimento gravado em quadros para posterior análise; (d) a partir destes quadros, pode-se construir facilmente o gráfico da posição do móvel em função do tempo. Por exemplo, com uma filmadora com 60 quadros por segundo consegue-se obter intervalos de tempo de aproximadamente 0,016 s por quadro entre dois pontos sucessivos da trajetória percorrida pelo móvel; (e) finalmente, a partir do gráfico da posição em função do tempo, obtêm-se outras variáveis dinâmicas do problema. Mais detalhes do método podem ser vistos na Ref. [2].

Este método é muito útil para situações em que o movimento de um corpo é bastante rápido, onde até mesmo sensores comerciais como os da Pasco<sup>®</sup> [7] não possuem tempo de resposta apropriado. Heck e cols. [3]

citam nosso artigo [2] observando que nosso método utilizado envolve várias etapas a serem seguidas e que no método empregado por eles basta apenas fazer a filmagem para posterior análise da mesma através do pacote computacional COACH [5]. Observamos que no nosso método, o aluno deverá construir todos os gráficos cinemáticos e dinâmicos do movimento estudado a partir dos dados experimentais, utilizando para isto um software de gráficos apropriado, e deverá por fim confrontá-los com a previsão teórica. Portanto, todo o procedimento posterior à filmagem fica a cargo do estudante ou do pesquisador. Deste modo, acreditamos que o processo de descoberta e de aprendizagem será mais completo, devido à necessidade da participação ativa em cada uma das etapas deste processo.

Para uma outra exemplificação da aplicabilidade do nosso método, vamos mostrar um experimento de dinâmica aparentemente simples, onde o estudante ou até mesmo o pesquisador experimentado dificilmente conseguem prontamente dar uma resposta correta relativa à evolução do movimento. Este é um interessante experimento onde se mostra o movimento de dois corpos, ligados através de uma força variável no tempo e submetidos à ação de uma força externa constante, a força gravitacional que atua no seu centro de massa, acelerando-o constantemente no tempo (Fig. 1). É o chamado sistema “massa – mola – massa”. O operador segura o corpo superior (A) que está unido ao corpo inferior (B) através de uma mola distendida de 80 cm. No experimento, a mola de aço tem constante elástica  $K = 13,6 \text{ N/m}$  e A e B têm massas iguais a 1,0 kg cada ( $g = 9,78 \text{ ms}^{-2}$ ). A superfície pontilhada vertical serve para localizar espacialmente os móveis no decorrer do tempo. A Fig. 1 mostra o instante em que o corpo superior (A) é abandonado do seu repouso. Até então o operador na realidade fazia uma força de aproximadamente 20 N para sustentar o conjunto massa-mola-massa. Este instante inicial é representado pelo quadro 124 e instante 4,96 s. Curiosamente observa-se no quadro 129, ou seja, 0,20 s após o abandono, que o corpo inferior (B) praticamente não se mexeu. A Fig. 2 mostra a variação da aceleração dos corpos. A aceleração do centro de massa é dada pela média aritmética das acelerações, de acordo com o PFD aplicado ao sistema. O que mais intriga ao observador neste experimento é o fato onde o corpo B, de massa considerável, inicialmente fica praticamente parado e só começa a se movimentar muito lentamente quando o corpo A já desceu quase 0,40 m, no quadro 129, apesar do sistema ter sido abandonado para que caísse em queda livre.

O movimento do corpo A é muito rápido e este alcança o corpo B em 0,32 s, portanto, mais rápido que numa queda livre para uma altura equivalente, que ocorreria em 0,40 s. Visualmente fica imperceptível a não movimentação do corpo B durante a aproximação do corpo A. Portanto, mesmo a olho nu, dificilmente consegue-se vislumbrar esta situação. Daí

a importância da aplicabilidade do nosso método de filmagem nos processos dinâmicos rápidos, onde a massa ou a força é variável.

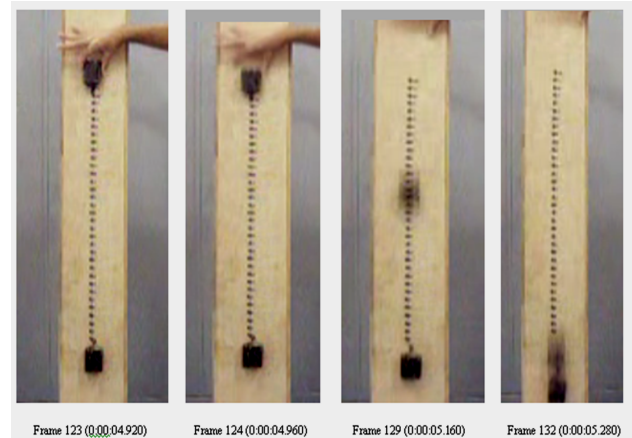


Figura 1 - Sistema “massa - mola - massa” em queda livre.

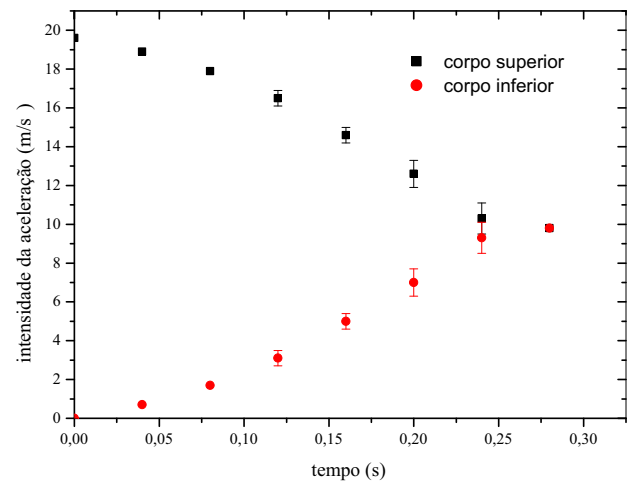


Figura 2 - Gráfico da aceleração das massas unidas por uma mola, situação da Fig. 1.

No presente artigo, o método descrito anteriormente foi usado no estudo do movimento de uma corrente de elos inicialmente empilhada numa mesa. Esta corrente tem uma de suas extremidades atada a um fio inextensível que passa por uma polia fixa (máquina de Atwood) e termina presa a um corpo pendente a uma certa altura da mesa. Objetiva-se obter a aceleração, a velocidade e a posição da corrente em função do tempo, somente para o intervalo de tempo para o qual ela sobe e atinge a altura máxima.

## 2. Abordagem teórica

A Fig. 3 mostra uma corrente metálica de elos empilhada sobre uma superfície horizontal. Esta corrente é igual àquela usada na Ref. [2]. A partir de uma das extremidades da corrente, pende-se um fio fino, leve e inextensível (fio de nylon de pesca com diâmetro de 0,165 mm e que suporta até 2,3 kg) que passa por uma

polia fixa num suporte a 1 m da superfície horizontal e se prende a um corpo suspenso. A polia (modelo da Pasco® ME-9498A com fotogate incorporado [7], ou outra polia leve qualquer) deve ter massa pequena (pequeno momento de inércia de rotação) e girar livremente com muito baixo atrito de rolamento. O corpo suspenso possui massa  $M = 0,015$  kg e a corrente de elos, de comprimento total  $L = 0,89$  m tem massa  $2M$  e massa específica linear uniforme  $\rho$ . Deste modo, na situação de equilíbrio estático, apenas a metade da corrente fica levantada, equilibrando-se com o corpo suspenso.

Portanto, monta-se uma máquina de Atwood com massa variável usando-se uma corrente de elos. Qualquer deslocamento vertical dos corpos da situação de equilíbrio descrita anteriormente gera um movimento harmônico amortecido que facilmente pode ser observado ou intuído. A Fig. 3(a) mostra as condições iniciais usadas no experimento: a corrente fica totalmente acomodada sobre a mesa e a velocidade inicial do sistema é nula,  $v_0 = 0$ , abandonando-se o corpo suspenso de sua posição de repouso  $x = x_0 = 0$  no instante inicial  $t_0 = 0$ . A partir deste instante, o corpo suspenso descerá verticalmente enquanto que a corrente sofrerá movimento ascendente com a mesma velocidade, devido ao vínculo através do fio de nylon, até a nova posição de repouso  $v_1 = 0$  na posição  $x_1 = L\sqrt{3}/2$  (Fig. 3(b)).

Esta situação se repetirá, num movimento harmônico amortecido, até que o sistema se equilibre. Este problema está proposto no livro de dinâmica de Routh [8] e foi tratado teoricamente no artigo do Prof. Satterly [9] e verificado experimentalmente. Porém, a

sua solução teórica estava apenas parcialmente correta, pois em um artigo seguinte, Davis [10] mostra corretamente que durante a queda da corrente, no movimento posterior descendente (Fig. 3(c)), os elos que alcançam a superfície horizontal com velocidade  $v$  chocam-se inelasticamente contra este apoio, fazendo com que uma força vertical dirigida para cima de intensidade  $\rho v^2$  atue na corrente remanescente. No artigo [2] nós também verificamos este termo no movimento de uma corrente em queda livre. Deste modo Satterly [9] errou ao incorporar este termo na equação dinâmica do movimento descendente da corrente, considerando-a como uma força dirigida para baixo. Por alguma razão desconhecida, Satterly também cometeu deslizes na parte experimental, anulando deste modo o erro anterior, resultando por fim em ótima concordância com suas considerações teóricas. Esta situação mostra que todo o cuidado deve ser tomado durante os procedimentos experimentais, pois a soma de erros consecutivos durante a execução do experimento pode levar a conclusões incorretas ou corroborar considerações teóricas inconsistentes previamente elaboradas.

O procedimento usado a seguir para as deduções das equações do movimento pode ser visto em detalhes na Ref. [10] ou na Ref. [11], sendo que neste último, o Prof. Ángel F. Garcia da Universidad del País Vasco desenvolve também uma simulação em linguagem Java do movimento ora apresentado.

Aplicando-se o PFD no corpo suspenso na situação onde a corrente sobe obtém-se

$$Mg - T = \frac{dp_{corpo}}{dt} = M \frac{dv}{dt}, \quad (1)$$

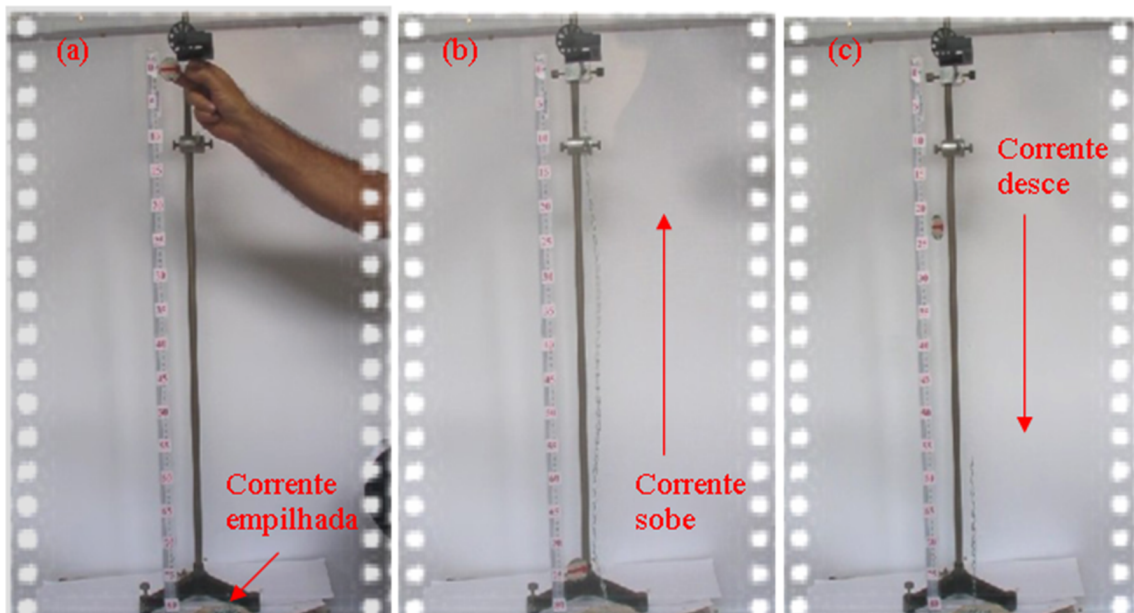


Figura 3 - Máquina de Atwood de massa variável: corpo suspenso versus corrente de elos.

onde  $p_{corpo}$  é o momento linear do corpo de massa  $M$  e  $T$  é a força tensora no fio. A corrente possui massa específica constante  $\rho = 2M/L$  e, portanto, para a altura de elevação  $x$ , a massa correspondente desta porção da corrente será  $2Mx/L$ . Assim, o PFD aplicado à corrente será

$$T - \frac{2Mx}{L}g = \frac{dp_{corrente}}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{2Mx}{L}v \right). \quad (2)$$

Com estes resultados, elimina-se  $T$  no sistema formado pelas duas equações anteriores, obtendo-se

$$\left( \frac{L}{2} + x \right) \frac{dv}{dt} = \left( \frac{L}{2} - x \right) g - v^2. \quad (3)$$

O termo diferencial que aparece na Eq. (3) pode ser expresso na variável  $x$  através do uso da regra da cadeia

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dx}{dt} \frac{dv}{dx} = v \frac{dv}{dx} = \frac{1}{2} \frac{dv^2}{dx}. \quad (4)$$

Finalmente, fazendo-se a mudança de variável  $u^2 = (L/2 + x)^2 v^2$  e integrando-se a Eq. (3) obtém-se

$$\begin{aligned} & \left( \frac{L}{2} + x \right)^2 v^2 - v_0^2 \left( \frac{L}{2} + x_0 \right)^2 = \\ & 2g \left[ \left( \frac{L}{2} \right)^2 x - \frac{x^3}{3} \right] - 2g \left[ \left( \frac{L}{2} \right)^2 x_0 - \frac{x_0^3}{3} \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

Substituindo-se as condições iniciais  $x_0 = 0$  e  $v_0 = 0$  na Eq. (5), pode-se resolvê-la para encontrar a nova situação de repouso  $v_1 = 0$  em  $x_1$ . Nesta posição o corpo alcança a menor altura, para instantaneamente, e retorna verticalmente. Este ponto de retorno é dado pela posição  $x_1 = L\sqrt{3}/2$ , que para a corrente empregada neste experimento será aproximadamente igual a  $x_1 = 0,77$  m.

### 3. Procedimentos experimentais e resultados

O método experimental utilizado está descrito na Ref. [2]. Este método está baseado no uso do software VirtualDub para a transformação do filme em quadros espaçados em intervalos constantes de tempo, a fim de possibilitar a localização espaço-temporal do móvel. O procedimento segue o fluxograma: Montagem do experimento → execução do experimento → filmagem através da câmera digital → conversão do vídeo no formato avi, mpeg2 ou vob → uso do VirtualDub para transformação (verificação) do filme em quadros → confecção de uma tabela da posição do móvel (obtido quadro a quadro) em função do tempo → elaboração de gráficos cinemáticos ou dinâmicos através dos softwares Origin® ou Excel®.

A Fig. 3(a) mostra a situação inicial a partir da qual o movimento será estudado. Abandona-se o corpo

suspensão do ponto mais alto com velocidade nula, estando a corrente completamente imóvel empilhada sobre a mesa. O corpo desce e a corrente sobe, obtendo-se a localização da posição de cada móvel em função do tempo através de uma filmadora com 60 quadros por segundo (aproximadamente 0,016s de incremento temporal). A Fig. 4 mostra os resultados obtidos para a variação temporal da altura da corrente  $x(t)$ . A altura máxima obtida através do nosso método (VirtualDub) e também através do sensor da Pasco® foi a mesma, 0,75 m. A Fig. 4 também mostra esta variação da altura através da solução numérica da equação diferencial (Eq. (3)), substituindo-se  $dv/dt$  por  $d^2x/dt^2$  e  $v$  por  $dx/dt$ , obtendo-se esta equação para  $x(t)$

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = \frac{1}{(0,445 + x)} \left[ 9,78(0,445 - x) - \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 \right]. \quad (6)$$

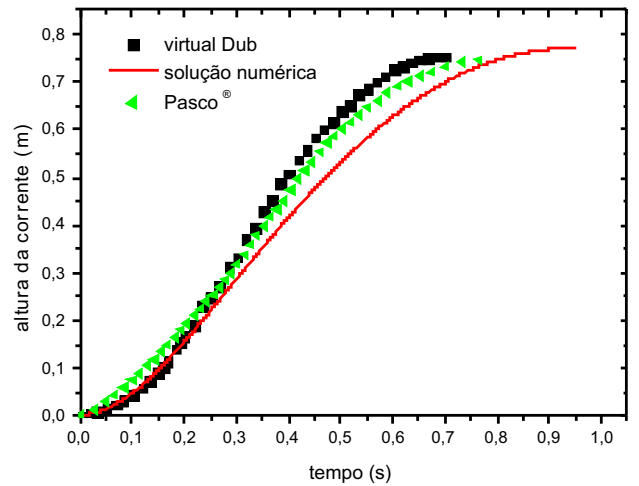


Figura 4 - Altura alcançada pela corrente de elos em função do tempo.

A solução numérica pode facilmente ser obtida através do software Mathematica ou Maple, com as condições de contorno especificadas anteriormente. O erro na leitura da posição no nosso método, através do uso do VirtualDub, não ultrapassou 5%. Observa-se uma boa concordância entre os três resultados na Fig. 4, apesar da corrente se movimentar serpenteando, o que contribui para uma dissipação de energia. A altura máxima dada numericamente foi de 0,77 m.

A Fig. 5 fornece a velocidade escalar instantânea  $v(t)$  da corrente (ou do peso suspenso) em função do tempo, para os três métodos empregados. Através do uso do sensor da Pasco® não se conseguiu obter a velocidade nula inicial do móvel, e o resultado foi de 0,66 m/s. Isto ocorre porque a corrente inicia sua subida com a sua aceleração inicial igual em módulo ao da gravidade local, e que posteriormente diminui rapidamente. Por outro lado, o sensor começa a captar dados da aceleração angular da polia somente após um giro de

36°, o que equivale a 1,5 cm de deslocamento da corrente, o suficiente para uma boa variação na velocidade escalar. No nosso método (VirtualDub), utilizamos a Eq. (5) para a determinação de  $v(t)$ . Substituindo-se  $v_0(t_0 = 0) = 0$  nesta equação, obtém-se

$$v = \frac{\sqrt{19,56[0,198x(t) - x(t)^3/3]}}{0,445 + x(t)} \quad (7)$$

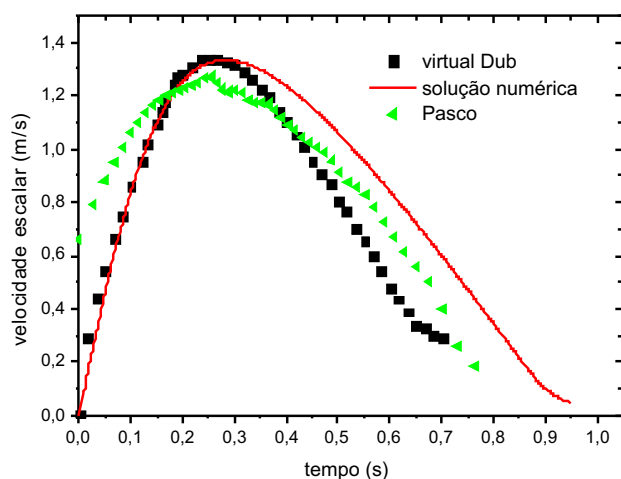


Figura 5 - Gráfico da velocidade da corrente em função do tempo.

Na Eq. (7),  $x(t)$  foi obtido através dos quadros fornecidos pelo VirtualDub (ver Fig. 5). A velocidade máxima foi de 1,34 m/s no instante 0,25 s para os métodos experimentais e 0,28 s na solução numérica. Pode-se obter o gráfico da velocidade também através da diferenciação  $dx(t)/dt$  a partir do gráfico da Fig. 4 para o nosso método. Porém, há a necessidade de se ter mais pontos nesta figura. Este novo estudo está sendo feito com uma filmadora que gera 300 quadros por segundo, e será divulgado posteriormente. Neste procedimento, a maior dificuldade ocorre nos instantes iniciais do movimento, onde a variação de aceleração é muito grande.

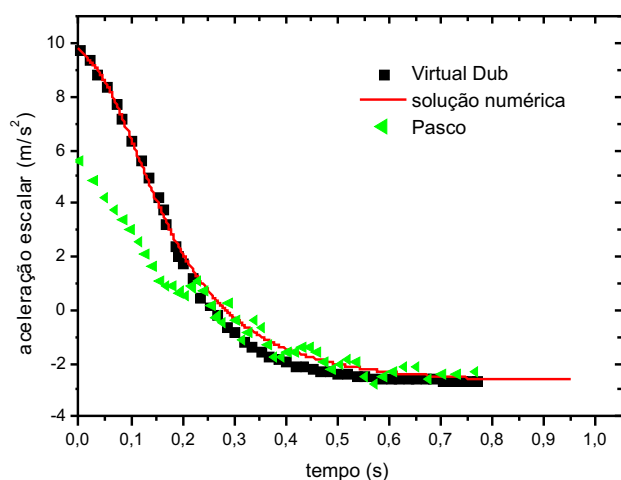


Figura 6 - Gráfico da aceleração da corrente em função do tempo.

A Fig. 6 mostra a taxa de variação temporal da aceleração escalar instantânea da corrente. Observa-se que nos instantes iniciais, a taxa de variação é muito grande, conforme mostram em concordância o nosso método (VirtualDub) e a solução numérica. Já o uso do sensor da Pasco® não conseguiu detectar esta variação, fornecendo aceleração inicial de aproximadamente 5,8 m/s², bem distante dos 9,78 m/s². A aceleração obtida pelo método VirtualDub foi calculada através da Eq. (6) com  $x(t)$  medido através da análise dos quadros da filmagem do movimento e  $v(t)$  nesta equação já fora obtido anteriormente (Fig. 5). De acordo com a Fig. 6, no instante 0,27 s a aceleração se anula e no ponto de retorno, na altura máxima da corrente, a aceleração é -2,6 m/s². Se analisássemos a evolução da variação da aceleração apenas com o emprego das polias da Pasco®, não obteríamos corretamente a variação da aceleração nos instantes iniciais do movimento.

Por fim, através do método experimental da filmagem com a utilização do VirtualDub, consegue-se obter o perfil da variação da aceleração em função do tempo e da variação da velocidade sem ter que resolver numericamente a equação diferencial do movimento. Desta maneira, torna-se válida a teoria desenvolvida sobre a dinâmica do movimento ora apresentado, principalmente através da boa concordância observada na Fig. 4 para os três métodos empregados, que fornece o perfil da variação da posição do móvel em função do tempo. Em futuros experimentos abordaremos todos os movimentos executados pelo sistema, na subida e na descida da corrente, que executa um movimento amortecido.

Estes experimentos descritos neste artigo são objeto de estudo nas aulas teóricas de dinâmica do curso de Engenharia do Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA), ministradas no Departamento de Física pelo Prof. Silvério Germano. A abordagem exclusivamente teórica dos fenômenos relacionados à dinâmica de massa variável ou a movimentos rápidos onde a aceleração é superior à da gravidade, como no caso do “bungee jumping”, não favorece o desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem visto que é extremamente difícil visualizar os aspectos físicos envolvidos sem que se tenha um conjunto de experimentos capazes de reproduzir o assunto estudado. Estes experimentos devem ser baratos e de fácil execução para que se possam realizá-los amplamente na rede pública além das instituições particulares. A partir do ano de 2007 o Prof. Bogos Sismanoglu, coordenador do Laboratório de Mecânica, Som e Calor, em parceria com os Profs. R. F. Caetano e Marcos Rezende, iniciou a criação e a montagem destes experimentos sugeridos neste artigo e no artigo anterior [2], além de outros. Estes experimentos são baseados geralmente na utilização de filmadoras e de sensores. Com a colaboração do Prof. Silvério alguns experimentos e suas correspondentes simulações foram empregados em sala de aula como complementação da abordagem teórica e outros foram usados em laboratório, seja

para a apresentação de novas ferramentas matemáticas e softwares como também para o conhecimento de experimentos de mecânica mais complexos que envolvem a dinâmica de massa variável, força variável no tempo e sistemas massa-mola. Com isto, alguns aspectos importantes destes experimentos foram discutidos e estudados com mais detalhes, devido à riqueza das informações obtidas através das observações e dos estudos feitos a partir da experimentação.

#### 4. Conclusão

Apesar de ser um tópico bastante estudado nos cursos de física e engenharia, não há muitos experimentos sobre o tema “dinâmica de massa variável”, especialmente aqueles em que não há a necessidade de grandes gastos financeiros para sua implementação e execução. Por ser um experimento que geralmente envolve grandes variações na aceleração ou na velocidade dos móveis, o uso de sensores eletrônicos, como os fotogates, ou de filmadoras digitais, contribui bastante no processo de aquisição de dados.

Através da ferramenta gratuita VirtualDub consegue-se converter uma filmagem em um determinado número de quadros. Estes quadros são espaçados em intervalos de tempo fixos e, portanto, consegue-se facilmente localizar um certo objeto espaço-temporalmente. Se o objeto é um ponto material em movimento, obtém-se a posição deste em função do tempo. Se por outro lado o objeto é uma mola que se deforma, pode-se determinar a variação da força elástica.

Conhecendo-se as equações do movimento através da teoria física envolvida, podem-se obter as variáveis

dinâmicas e cinemáticas através do método da filmagem simplesmente a partir do gráfico da posição do móvel em função do tempo. Este método pode ser empregado nos casos em que as equações do movimento são extremamente complexas, onde se requer solução numérica.

Nos casos em que o movimento estudado inicia-se com grande variação de aceleração, o uso de sensores de aceleração, como os da Pasco<sup>®</sup>, não fornece de maneira simples o resultado esperado, devido a detalhes de fabricação e limitações do próprio sensor. Para estes movimentos, o uso do VirtualDub para tratamento das imagens geradas forneceu bons resultados comparados com aqueles obtidos através de métodos numéricos.

#### Referências

- [1] José Flores, Guillermo Solovey and Salvador Gil, *Am. J. Phys.* **71**, 7 (2003).
- [2] B.N. Sismanoglu, J.S.E. Germano, J. Amorim e R. Caetano, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **31**, 1501 (2009).
- [3] A. Heck, P. Uylings and E. Kedzierska, *Physics Education* **45**, 63 (2010).
- [4] M.Schagerl, A. Steindl, W. Steiner e H. Troger, *Acta Mech.* **125**, 155 (1997).
- [5] [www.cma.science.uva.nl](http://www.cma.science.uva.nl), acesso em 9/3/2010.
- [6] [www.virtualdub.org](http://www.virtualdub.org), acesso em 12/2/2008.
- [7] [www.pasco.com](http://www.pasco.com), acesso em 28/2/2008.
- [8] J. Rough, *Dynamics of a System of Rigid Bodies* (The Macmillan Co., Nova York, 1892).
- [9] J. Satterly, *Am. J. Phys.* **18**, 7 (1950).
- [10] A.W. Davis, *Am. J. Phys.* **20**, 2 (1952).
- [11] [www.sc.ehu.es/sbweb/fisica](http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica), acesso em 10/3/2010.