

Usando um voltímetro para medir tempo

(Using a voltmeter to measure time)

Roberto Hessel¹ e Ângelo C. Perinotto²

¹*Departamento de Física, Instituto de Geociências e Ciências Exatas,
Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, SP, Brasil*

²*Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, Brasil*
Recebido em 27/10/2010; Aceito em 6/4/2011; Publicado em 1/12/2011

Às vezes, para se medir um intervalo de tempo, é suficiente um cronômetro, outras vezes é preciso imaginar ou lançar mão de métodos indiretos. Neste trabalho exploramos um método indireto para medir intervalos de tempo baseado na curva de descarga de um capacitor através de um resistor. O capacitor, previamente carregado, está ligado em série com o resistor e uma chave apropriada inicialmente aberta. Quando a chave é acionada durante um certo tempo, o capacitor perde parte de sua carga e a tensão nos seus terminais cai para um valor V . Medindo-se a tensão inicial V_0 e a tensão V , determina-se a partir da curva de descarga ou da equação de descarga de um capacitor num circuito RC o tempo t durante o qual a chave permaneceu fechada. O método consiste justamente em associar a duração de um evento ao tempo t durante o qual a chave permaneceu fechada. Para medir V e V_0 sem que o capacitor se descarregue através da resistência interna do voltímetro, acoplamos a ele um amplificador operacional (CA 3140), montado na configuração seguidor emissor. O método foi testado com sucesso numa série de experiências que realizamos. Numa delas, por exemplo, medimos a duração de uma colisão entre duas esferas de aço e, numa outra, medimos a velocidade de um projétil disparado por uma carabina de pressão.

Palavras-chave: medida de tempo, amplificador operacional, seguidor de tensão, seguidor emissor, duração de uma colisão.

The most direct way to measure time intervals is through the use of a chronometer. But sometimes we need to use some non-conventional method. In this work we explore an indirect method to measure time intervals based on the discharge curve of a capacitor through a resistor. The capacitor previously charged is connected in series with the resistor and a proper switch initially open. When the switch is closed for a certain time, the capacitor discharges partially and the potential difference across its terminals decays from an initial value V_0 to V . Using the discharge curve or the discharge equation of a capacitor in RC circuit, and measuring both the voltage V_0 and V , we can determine the time t during which the switch remained closed. The method consists in associating the duration of an event to the time t . To avoid the capacitor to discharge through the voltmeter resistance when measuring V and V_0 , we use a operational amplifier (CA 3140) set up as a unity gain voltage follower. The method was successfully tested in a series of experiments we perform. In one of them, for instance, we measured the duration of a collision between two steel balls. In another, we measured the speed of a pellet fired by an air rifle.

Keywords: measurement of time interval, operational amplifier, voltage follower, collision time, unity gain buffer.

1. Introdução

Intervalos de tempo extremamente longos ou extremamente curtos requerem métodos de medida bastante sofisticados e, na maioria das vezes, indiretos [1]. Já intervalos de tempo da ordem de 10^{-3} a 10^{-1} s podem ser medidos com relativa facilidade, usando um cronômetro digital, marcadores de tempo do tipo PSSC ou mesmo faiscadores [2-4].

Os dispositivos que permitem medir o tempo diretamente utilizam, em geral, uma base de tempo associada a um evento periódico, com frequência bem definida, e um contador. Um cronômetro digital, por exemplo, consiste basicamente num oscilador que gera pulsos a uma frequência bem definida associado a um circuito contador. A razão entre o número de pulsos contados pelo contador durante um certo evento e a frequência do oscilador corresponde à duração do evento. Se a

¹E-mail: fisica@rc.unesp.br.

frequência de oscilação for dada em hertz, a medida do intervalo de tempo será dada em segundos [5].

Às vezes não se tem um cronômetro disponível ou está disponível mas não há como usá-lo para um certo tipo de medida. Em outros casos, temos o equipamento, mas ele não opera na faixa que desejamos. Quando isso acontece, é preciso lançar mão de procedimentos indiretos. Um método possível, de aplicação bastante extensa, utiliza a equação de descarga de um capacitor num circuito RC -série [6, 7]. Esse é um método importante porque pode ser empregado para medir intervalos de tempo tanto da ordem do segundo como do nanosegundo. Para isso, aplica-se uma tensão V_0 num capacitor de capacitância C ligado em série com um resistor de resistência R e uma chave inicialmente aberta. Quando a chave é fechada durante um certo tempo, o capacitor descarrega-se parcialmente e a tensão nos seus terminais cai para um valor V . Medindo-se a tensão inicial V_0 e a tensão final V , determina-se a partir da equação de descarga do capacitor o tempo t durante o qual a chave permaneceu fechada. Se fizermos corresponder o fechamento e a abertura da chave, respectivamente, ao início e ao término de um evento, então, t será igual à duração do evento.

2. Procedimento experimental

A montagem que usamos para medir o tempo com um voltímetro está esquematizada na Fig. 1. Inicialmente, carrega-se o capacitor, ligando-se seus terminais aos polos de uma bateria.

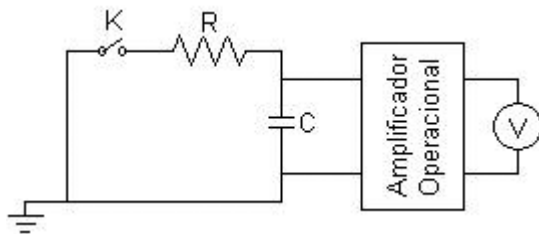


Figura 1 - Diagrama esquemático para medir a tensão num capacitor antes e após ter sofrido uma descarga parcial através de um resistor.

Quando a chave K for acionada por um certo tempo t , a tensão, que inicialmente era V_0 , cai para um valor V . O tempo t , obtido a partir da equação de descarga para um circuito RC , $V = V_0 e^{-t/RC}$, é dado por

$$t = RC \ln \frac{V_0}{V}. \quad (1)$$

Se a constante de tempo capacitiva RC for conhecida, basta medir V_0 e V para se determinar t . A medida de V e V_0 não pode ser feita, evidentemente, com um voltímetro comum pois o capacitor descarrega-se através de sua resistência interna. Para evitar que isso aconteça, usamos, acoplado ao voltímetro, um amplificador operacional (como o CA 3140, por exemplo),

operando na configuração seguidor de tensão de ganho unitário [8, 9] para aumentar muitas e muitas vezes a resistência interna do voltímetro. Para isso, os terminais do operacional deverão ser ligados, segundo o fabricante [10], como mostra a Fig. 2.

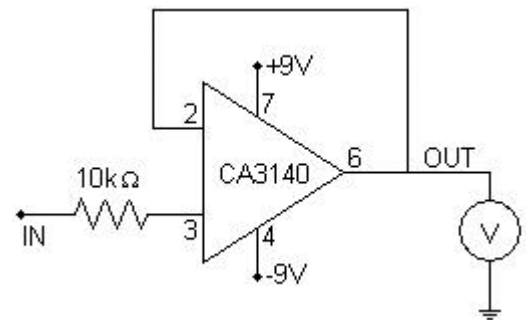


Figura 2 - Amplificador operacional 3140 configurado como seguidor de tensão de ganho unitário.

Em princípio, a ordem de grandeza do intervalo de tempo possível de ser medida depende da constante de tempo capacitiva do circuito RC e das características dos componentes usados para acionar a chave e/ou do próprio modelo da chave escolhido, ou seja, do tempo de chaveamento do dispositivo utilizado como chave. Por exemplo, se usarmos uma das chaves disponíveis no CI 4066, este limite ficará em torno de 10^{-8} s [10].

3. Exemplos de aplicações

3.1. Experiência 1 - medida da duração de uma colisão entre duas esferas de aço

A Fig. 3 mostra duas esferas de aço suspensas por fios metálicos fixados num suporte isolante e de tal modo que estejam em contato quando em repouso. A experiência consiste em puxar uma das esferas até a uma altura h e, em seguida, soltá-la para que colida com a outra inicialmente em repouso. A descarga do capacitor começa quando as esferas entram em contato e cessa quando se separam.

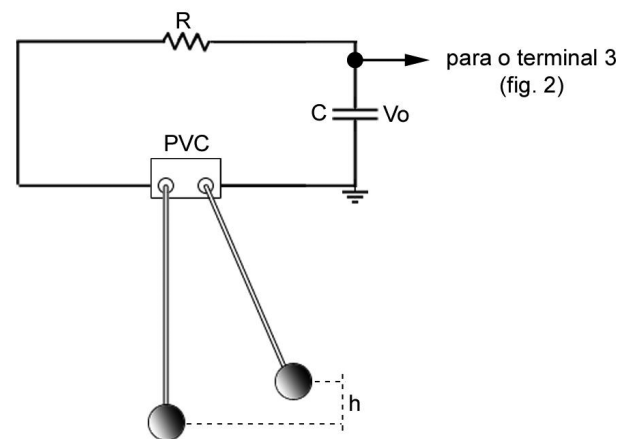


Figura 3 - Montagem esquemática para medida da duração de uma colisão entre duas esferas de aço.

Medindo-se, respectivamente, as tensões V_0 e V no capacitor antes e após a colisão, determina-se a duração da colisão pela Eq. (1). Para medir essas tensões, uma das extremidades do capacitor é conectada ao terminal 3 do amplificador operacional esquematizado na Fig. 2.

A Fig. 4 mostra a duração da colisão τ para duas esferas de aço de diâmetro 27,0 mm como função da altura h . Cada ponto representa a média de 5 medidas e a linha cheia corresponde a um ajuste linear. Esses dados foram obtidos usando-se, na Fig. 2, $R = 200 \Omega$ ($\pm 1\%$), $C = 1,00 \mu\text{F}$ ($\pm 2,5\%$) e 3 pilhas de 1,5 V cada ligadas em série para carregar o capacitor.

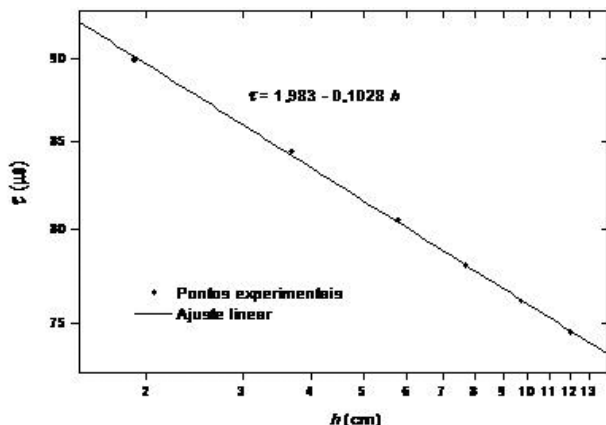


Figura 4 - Gráfico da duração da colisão em função da altura h usando escala log-log. Os pontos representam os dados experimentais e a linha cheia corresponde ao ajuste usando a equação $\tau = ph^q$.

Os resultados nos mostram que a duração da colisão obedece à relação $\tau \propto h^q$ para a faixa de altura estudada ou que $\tau \propto v^{2q}$, uma vez que $h = v^2/2g$ ($v =$ velocidade de impacto). O valor de $2q$, aproximadamente igual a $-0,206 \pm 0,003$, concorda razoavelmente bem como o valor $-1/5$ previsto por Hertz [11] e é praticamente igual ao melhor valor conhecido medindo-se a carga residual no capacitor por meio de um galvanômetro balístico [12]. E é também semelhante ao valor de $2q = -0,202 \pm 0,002$ que obtivemos num outro trabalho, utilizando um contador eletrônico em associação com um oscilador a cristal de 1 MHz para medir a duração da colisão [13]. Esta última referência traz informações sobre como fixar os fios nas esferas de aço(esferas de rolamento) e como medir h .

3.2. Experiência 2 - medida da velocidade de um projétil

A Fig. 5 mostra esquematicamente um circuito RC apropriado para medir a velocidade de um projétil [6].

Enquanto as chaves S_1 e S_2 estiverem fechadas a tensão inicial no capacitor permanece igual à tensão V_0 da fonte de alimentação. Quando o projétil rompe a chave S_1 , o capacitor começa a descarregar-se através do resistor. A descarga continua até que ele rompa a

chave S_2 , quando então a tensão no capacitor se estabiliza num valor final V . O tempo de voo t do projétil entre uma chave e outra é determinado pela Eq. (1). Conhecendo-se t e a distância d entre as chaves, calcula-se a velocidade v do projétil pela relação d/t .

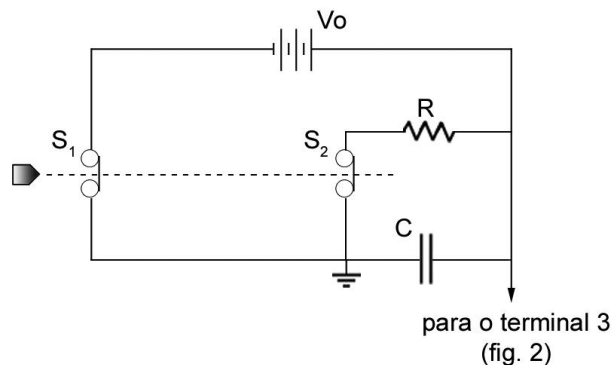


Figura 5 - Circuito elétrico para medida da velocidade de um projétil.

Com essa montagem medimos a velocidade de um chumbinho disparado por uma carabina de pressão. Para isso escolhemos um resistor de $10 \text{ k}\Omega$, um capacitor de $2,2 \mu\text{F}$, três pilhas em série como fonte de alimentação e distância d entre chaves de $0,586 \text{ m}$.

Resultados experimentais típicos para a velocidade variaram entre 190 m/s e 260 m/s . Isto porque a velocidade de um chumbinho ao sair da arma depende tanto de sua massa (que pode variar, conforme o tipo, de $0,32 \text{ g}$ a $0,42 \text{ g}$) como de sua adaptação dentro do cano da arma (isto é, se entra no cano com mais ou menos pressão.)

A Fig. 6 mostra esquematicamente a estrutura das chaves que foram confeccionadas com papel alumínio. A função da etiqueta colante fixada na parte inferior da chave é oferecer maior resistência à penetração do projétil. Ela não só serve como alvo como também facilita o rompimento da pequena tira que une as duas partes maiores da chave, fixadas com fita adesiva nas barras de PVC (ou acrílico) mostradas na figura. Uma vez montadas, as chaves devem ser fixadas numa base de madeira. Para facilitar a realização do experimento, a arma também deve, de alguma maneira, ser mantida fixa numa mesa antes do disparo.

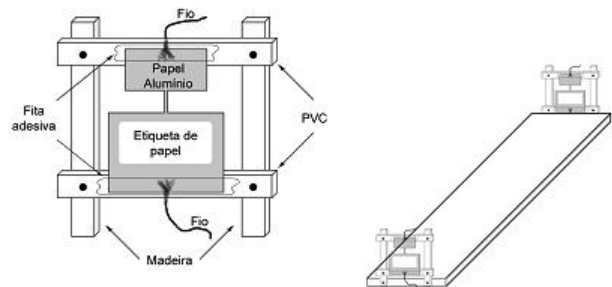


Figura 6 - Detalhes da estrutura e montagem das chaves de alumínio.

3.3. Experiência 3 - medida do período de um pêndulo

É interessante medir um intervalo de tempo previamente conhecido para mostrar ao aluno a viabilidade ou confiabilidade do método. Uma possibilidade, por exemplo, é medir o período de um pêndulo, usando o circuito mostrado na Fig. 7 e compará-lo com o valor previsto teoricamente. Para a realização deste experimento, necessitamos também de uma chave óptica (a Ref. [5] traz informações de como montar uma chave óptica simples).

Os elementos novos nesse circuito são os integrados 4066 e 4017. O 4066 contém 4 chaves digitais bilaterais. Essas chaves funcionam como um interruptor comum; têm dois terminais para entrada/saída e um terminal de comando para ligar/desligar a chave. Quando o nível lógico no terminal de comando é 0 (nível baixo), a chave está aberta e quando é 1 (nível alto), está fechada. A Fig. 7 mostra a chave com os terminais 1, 2 e 13, que é uma das quatro disponíveis num 4066 [10].

O 4017, por sua vez, é um contador/divisor com uma entrada (clock) e 10 saídas. Essas saídas vão para o nível alto uma após a outra à medida que o clock (terminal 14) recebe pulsos retangulares. Em qualquer instante, apenas uma de suas 10 saídas está num nível alto enquanto todas as demais permanecem no nível baixo [14].

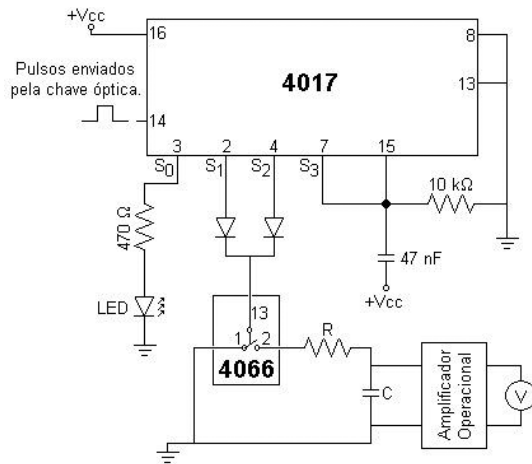


Figura 7 - Diagrama esquemático para medir o período de um pêndulo.

O circuito eletrônico (Fig. 7) funciona, resumidamente, da seguinte maneira. Suponhamos que o LED ligado à saída S_0 do 4017, indicada na figura, esteja inicialmente aceso. Isto significa que S_0 está no nível 1 e tanto S_1 como S_2 estão no nível 0. Conseqüentemente, a chave do 4066 com os terminais 1, 2 e 13 está aberta. Quando o pêndulo passa pela 1ª vez pela chave óptica, um pulso retangular é gerado e enviado para o clock do 4017. Com isso S_0 vai para 0 enquanto S_1 vai para 1. A chave, portanto, fecha-se e o capacitor começa a descarregar-se. Ao passar a 2ª vez pela chave óptica,

no retorno, um novo pulso é enviado para o clock e S_1 volta para 0 enquanto S_2 vai para 1, de modo que o capacitor continua perdendo carga (os diodos impedem que uma saída interfira na outra [14]). Na 3ª passagem pela chave óptica, quando o pêndulo completa, então, uma oscilação, S_2 volta para 0 e a descarga do capacitor é interrompida porque a chave do 4066 abre-se. Como a saída S_3 foi para o nível 1 e está ligada ao reset (pino 15), o circuito volta à situação inicial, isto é, LED aceso (a função do resistor e do capacitor conectados ao pino 15 do 4017 é meramente garantir que a saída S_0 esteja no nível 1 assim que o circuito for energizado [15].)

A experiência consiste, então, em deixar o pêndulo executar uma oscilação completa e ler a tensão final V no voltímetro. Tendo V e a tensão inicial V_0 , calcula-se o período do pêndulo pela Eq. (1), que deve, finalmente, ser comparado com o valor calculado a partir da expressão $T = 2\pi\sqrt{l/g}$.

3.4. Experiência 4 - curvas de carga e descarga de um capacitor

Até aqui mostramos como medir intervalos de tempo por meio da montagem esquematizada na Fig. 1. Mas, com uma pequena modificação (Fig. 8), essa montagem é também especialmente útil para levantar as curvas de carga e descarga de um capacitor num circuito RC -série, quando usada em conjunto com um cronômetro manual.

Começa-se com o capacitor descarregado. Para carregá-lo, aciona-se o cronômetro e, simultaneamente, põe-se a chave S em contato com o ponto P por cerca de 10 s (por exemplo).

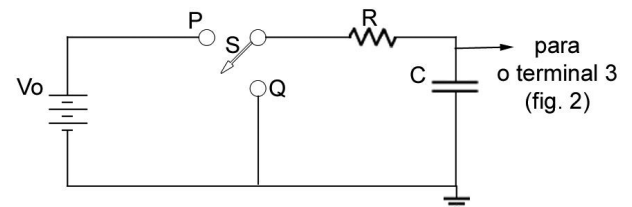


Figura 8 - Circuito RC apropriado para levantar as curvas de carga e descarga de um capacitor através de uma resistência R .

Lê-se, então, a tensão no capacitor e, em seguida, repete-se a operação por mais 10 s e assim por diante (em nosso laboratório didático, costumamos carregar o capacitor por um tempo equivalente a 3 vezes a constante capacitiva do circuito RC). Com os dados assim obtidos obtém-se a curva da tensão em função do tempo durante o carregamento, que é também a curva da carga armazenada pelo capacitor uma vez que a carga num capacitor é proporcional à tensão nos seus terminais.

Para obter a curva de descarga, deve-se, em primeiro lugar, carregar totalmente o capacitor, curto-circuitando momentaneamente a resistência R enquanto a chave S é mantida em contato com o ponto P . Depois disso, põe-se a chave S em contato com o ponto

Q por cerca de 10 s. Lê-se, então, a tensão no capacitor e, em seguida, repete-se a operação por mais 10 s e assim por diante.

A Fig. 9 mostra um resultado típico obtido quando usamos $R = 33 \text{ M}\Omega$ ($\pm 1\%$), $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$ ($\pm 5\%$) e $V = 4,54 \text{ Volts}$. Os pontos correspondem aos dados experimentais enquanto as linhas cheias correspondem aos ajustes usando as equações de carga e descarga de um capacitor num circuito RC . Esses dados também podem ser representados numa escala mono-log [16].

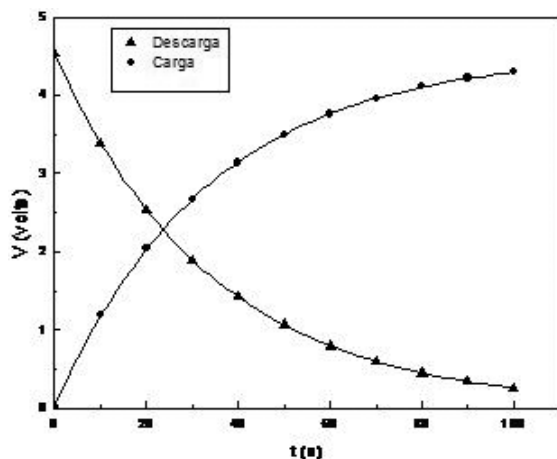


Figura 9 - Curvas mostrando a carga e a descarga de um capacitor de $1 \text{ }\mu\text{F}$ ($\pm 5\%$) através de um resistor de $33 \text{ M}\Omega$ ($\pm 1\%$).

Partindo do ponto de intersecção dessas duas curvas, onde $t_1 = t_2 = t_i$ e $V_1 = V_2$, pode-se mostrar que $t_i = RC \ln 2$. Conhecendo-se t_i , determina-se RC ou, conhecendo-se t_i e C , determina-se R . Este procedimento é particularmente útil quando se deseja medir resistências de grande valor [16].

A principal vantagem deste método é a rapidez com que os dados podem ser obtidos (alguns poucos minutos) e o custo baixo da montagem. Métodos mais antigos eram muito trabalhosos e exigiam um tempo considerável para a obtenção de dados porque o procedimento envolvia o uso de um galvanômetro balístico. Com o surgimento do “vacuum-tube voltmeter” o trabalho foi simplificado [16, 17], mas não tanto quanto a montagem descrita acima. Uma alternativa seria usar um eletrômetro, mas seu custo é proibitivo quando se pensa em termos de equipamento para laboratório didático de física básica.

4. Conclusões

Mostramos que intervalos de tempo tanto da ordem do segundo como da ordem do microssegundo podem ser medidos com relativa facilidade e confiabilidade mesmo que não se disponha de um cronômetro. A maior parte das aplicações sugeridas envolve medida de tempo usando um procedimento indireto, baseado na descarga parcial de um capacitor através de um resistor, mas a montagem utilizada para isso também pode ser usada para levantar as curvas de carga e descarga de um ca-

pacitor num circuito RC -série. Os circuitos de medida são montados com componentes de baixo custo e facilmente encontrados no comércio especializado. Além disso, os experimentos escolhidos meramente a título de ilustração podem ser reproduzidos sem grande dificuldade e são apropriados para um laboratório didático de física básica.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao apoio da FAPESP, Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (Proc. 00/03742-8) e à colaboração e sugestões de nossos funcionários Rosana Angélica Gonçalves Pesce e Saulo Ricardo Canola e da monitora Rosana Cavalcanti Maia Santos que facilitaram enormemente a finalização deste trabalho.

Referências

- [1] R.P. Feynman, R.B. Leighton, M. Sands, ‘The Feynman Lectures on Physics’ (Addison-Wesley, Massachusetts, 1966), cap. 5, seções 5.3 e 5.4.
- [2] PSCC, Physical Science Study Committee, Física. (São Paulo, EDART, 1970), 6ª ed., parte 1, cap. 2.
- [3] Advanced Undergraduate Laboratory Experiments in Physics, The Taylor Manual. (Addison-Wesley, Massachusetts, 1961), cap. 2.
- [4] R. Hessel and H.M. Gupta, Phys. Teach. **21**, 172 (1983).
- [5] R. Hessel, C.S. de Oliveira, G.A. Santarine e D.R. Vollet, Revista Brasileira de Ensino de Física **30**, 1501 (2008). Erratum: **31**, 4901 (2009).
- [6] C.H. Hayn and D. Dazols, Phys. Teach. **23**, 448 (1985).
- [7] F. Fontanelli, L. Repetto and R. Chittofrati, Am. J. Phys. **70**, 1284 (2002).
- [8] P. Horowitz, W. Hill, *The Art of Electronics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1980), p. 95.
- [9] H.A. Ashworth and R.K. Curtis, Phys. Teach. **17**, 612 (1979).
- [10] Informações sobre os componentes eletrônicos utilizados neste trabalho podem ser encontradas acessando o site <http://www.datasheet4u.com>.
- [11] S.P. Timoskenko and J.N. Goodier, *Theory of Elasticity* (McGraw-Hill, New York, 1997), 3ª ed., p. 421.
- [12] D. Guban, Am. J. Phys. **68**, 920 (2000). Ver na Ref. [6] desse artigo os comentários do autor.
- [13] R. Hessel, A.C. Perinotto, R.A.M. Alfaro and A.A. Freschi, Am. J. Phys. **74**, 176 (2006).
- [14] Ver <http://www.doctrionics.co.uk/4017.htm>.
- [15] R. Hessel, C.S. de Oliveira, G.A. Santarine e D.R. Vollet, Revista Brasileira de Ensino de Física **30**, 1502 (2008).
- [16] S.W. Leifson, Am. J. Phys. **25**, 89 (1957).
- [17] S.W. Leifson, Am. J. Phys. **26**, 239 (1958).