

Materiais porosos e imagens: uma introdução

Porous media and images: an introduction

André Rafael Cunha^{*1}, Celso Peres Fernandes¹

¹Universidade Federal de Santa Catarina, Laboratório de Meios Porosos e Propriedades Termofísicas, Florianópolis, SC, Brasil

Recebido em 21 de Agosto, 2018. Revisado em 18 de Outubro, 2018. Aceito em 03 de Dezembro, 2018.

A investigação sobre meios porosos tem crescente demanda em parte da comunidade científica atual e busca o aperfeiçoamento das técnicas conhecidas desse tipo de caracterização, assim como o desenvolvimento de novas tecnologias, das quais podemos citar a análise de imagens. Neste trabalho, propomos uma introdução de algumas ideias que transitam no estudo de materiais porosos via análise de imagens e provemos referência avançadas quando necessário.

Palavras-chave: Ciência aplicada, Meios porosos, Análise de imagens.

The research about porous media has a increasing demand in part of scientific community, and pursues the improvement in known techniques, as well the development of new methodologies. Image analysis is a very promising technique in this branch of applied science. In this paper we present some ideas behind the studies of porous materials *via* image analysis. We provide advanced references whenever necessary.

Keywords: Applied science, Porous media, Image analysis.

1. Introdução

No findar do século XIX, a ciência logrou sucesso em conhecer algumas propriedades da matéria, dentre elas, a descontinuidade. A propagação dessa informação para as escalas micro e macroscópicas nos permite ingenuamente, porém verdadeiramente, concluir que todo sólido é um material poroso, pois existem espaços intersticiais entre sua estrutura.

Do ponto de vista técnico, esse entendimento é pouco prático. Portanto, atribuímos um segundo critério para discernir quando estamos interessados nas propriedades porosas de um meio [1]:

1. o material deve conter espaços vazios, os quais designamos por *poros*, entre a matriz sólida.
2. esses espaços devem ser relevantes para as propriedades de transporte de fluidos em seu interior, i.e., o material é permeável a determinados fluidos. E nesse sentido, os efeitos capilares são uma boa maneira de atestar a natureza porosa do material.

Dotados desse conceito, podemos perceber a variabilidade de atividades e indústrias que se beneficiam da compreensão sobre esses materiais, como geologia, hidrologia, petrologia, engenharias ambiental e química, metalurgia, indústria cerâmica, dentre muitas outras, anseiam por caracterizar e manipular suas propriedades. Por isso, muitos esforços são empregados no estudo desses materiais.

2. Formas complexas

Álgebra e geometria são os dois grandes pilares da nossa abstração para quantificar nossas interpretações acerca do mundo. Esta última, talvez, seja a que mais exerce influência nos subentendidos devaneios humano, como a intrigante noção de simetria [2].

Consideramos, no ocidente, que a Grécia antiga foi a responsável por uma sistemática compilação dos êxitos matemáticos de outras civilizações, como a egípcia, a suméria e babilônica. Mas suas contribuições estão muito além da nobre tarefa de comunicar legados anteriores. Eles desenvolveram substancialmente a matemática, e elegeram a geometria como rainha para governar sua forma de entender o mundo. Suas conquistas foram impressionantes a ponto de serem elevados ao *status* de dogmas. O misticismo por trás desses objetos, avanços e ideias era de proporção religiosa, a ponto de nos permitir tecer paralelos entre as famosas escolas de pensamentos e seitas com ordinária vocação exclusivista [3]. Aliás, muitos pensadores daquela época se aglutinavam em torno de um expoente e inquestionável líder, e a ele, ou à sua memória, prestavam eterno culto: os pitagóricos, os aristotélicos, os platônicos, etc. Essa religiosa ciência foi capaz de até mesmo engessar a ousadia de pensadores por vários séculos, como os casos do tardio entendimento das leis dos movimentos planetários devidas a Kepler no fim do século XVI, que insistia em compatibilizar os dados astronômicos com o modelo dos sólidos platônicos [4]; e o questionamento dos axiomas de Euclides nas

*Endereço de correspondência: cunha@lmpt.ufsc.br.

primeiras décadas do século XIX, rompendo com alguns importantes conceitos da geometria [5, 6].

Devido à sedutora e rica herança grega, os polígonos e suas propriedades foram estudados à exaustão. Simetria, ou sua consciente ausência, foram perseguidas com afino e obsessão (Fig. 1).

Com as sobreposição das inovações propostas pelas correntes cartesiana e newtoniana [4, 7] (a identificação do espaço físico por coordenadas e o advento do cálculo de funções, respectivamente) passamos a admirar e manipular objetos nos quais a simetria cedeu lugar às noções de *continuidade* e principalmente *suavidade*. Podemos dizer que essa nova “moda” determinou alguns dos futuros grandes quebra-cabeças matemáticos. Nesse sentido, um *infinitésimo* é uma pequena porção bem comportada que gerações de brilhantes matemáticos nos deixaram como herança, escondendo ou, ao menos, diminuindo

as consequências de domá-lo. Trabalhos como os de Richard Dedekind, Giuseppe Peano, George Cantor, dentre muitos outros [8–10], no findar do século XIX, trataram da complexa natureza contínua dos números reais, ou melhor, da *reta* dos reais.

Toda nossa compreensão do mundo precisava passar por esse crivo, seja por necessidade estritamente matemática, ou por questões filosóficas, como a estranheza experimentada por Planck diante da quantização da troca de energia em corpos negros [11]. Debates sobre a natureza descontínua da matéria persistiram até o raiar do século XX, narrando eventos trágicos como o suicídio do físico austriaco Ludwig Boltzmann em 1906 [12]! A própria beleza matemática dos objetos com dimensões fracionárias, ou *fractais*, nos inquieta, como o fez Mandelbrot ao iniciar seu célebre artigo com a capciosa pergunta “quanto mede o litoral britânico?”¹ [15].

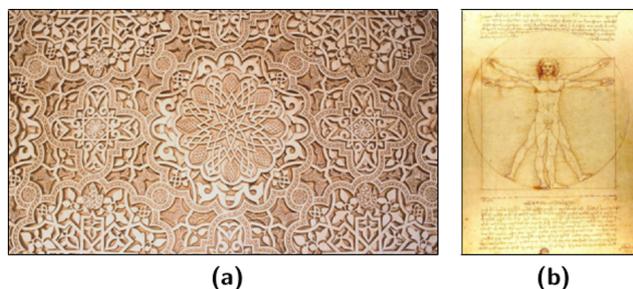


Figura 1: Simetria e cultura. a) A beleza da geometria como adorno nos arabescos de Alhambra (Fonte: [13]). b) Leonardo da Vinci foi um dos grandes artistas do movimento cultural denominado Renascimento. Seus trabalhos e estudos demonstram a obsessão por padrões e simetria nas mais variadas formas, tanto as naturais quanto as matemáticas. Acima a famosa ilustração do Homem de Vitruvius (Fonte: [14]).

3. As limitações da descrição matemática de formas complexas

Como lidar com um objeto que não é nem regular, nem contínuo e nem suave, como o meio poroso da Fig. 2c?

Na verdade, não podemos fazer muito. Se desejamos conhecer propriedades geométricas, não nos resta outra saída senão traduzi-lo utilizando nosso dicionário de termos e formas simétricos e suaves, e por essa comparação conceber uma simplificação do material. Uma outra possibilidade é procurar informações estatísticas adequadamente construídas, mas nesse caso, elas não são capazes de competir com outros métodos quando inquerimos sobre as propriedades de transporte do meio

¹Em tradução livre do inglês “How long is the Coast of Britain?” [15].

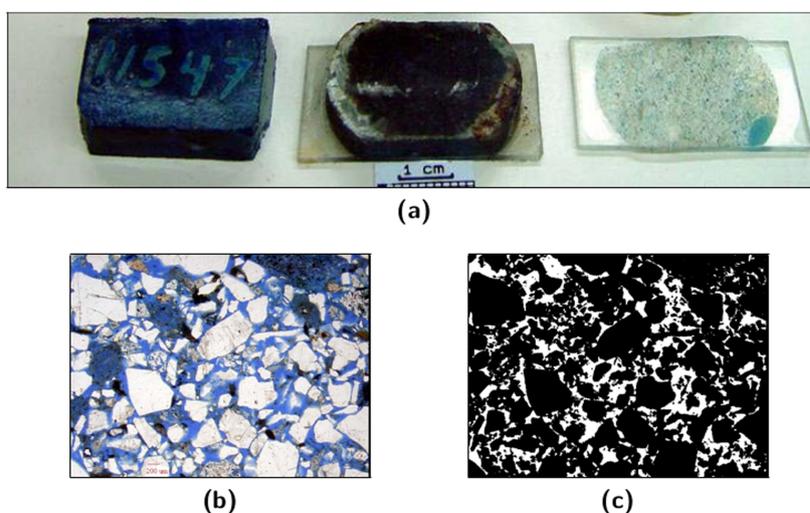


Figura 2: Exemplo de extração de imagens 2D (Fonte: [16]). As figuras acima resumem as fases de captação de imagens 2D: a) Sequência de preparação de uma lâmina. b) Imagem colorida de uma seção plana de uma rocha reservatório obtida por microscopia óptica com resolução de $7.84 \mu\text{m}$. A substância em azul é uma resina com corante injetada com o intuito de conferir estabilidade estrutural ao material e contraste ótico. c) Binarização da imagem em (b) (com fase poro em branco).

poroso, tendo em vista que as informações do dueto topologia/geometria são perdidas, i.e., como e quais poros estão conectados. Na prática, ambas abordagens se complementam para nos fornecer a maior quantidade e qualidade de informações sobre os materiais estudados.

4. Análise de imagens

Por vezes, nos deparamos com diversos problemas cujas técnicas vigentes são incapazes de fornecer respostas quantitativas a nossas inquirições. Sendo assim, contorna-se esse obstáculo com uma sistemática análise qualitativa do problema em questão, na expectativa de que, cedo ou tarde, possa emergir conclusões suficientemente consistentes de tal forma que sejam passíveis de quantificação.

Essa perspectiva de trabalho é típica dos profissionais que estudam solos, rochas, fraturas em metais e cerâmicas, etc. Nesse tipo de abordagem, nada é mais útil que o sentido da visão. Ele acaba por atribuir os critérios primários para interpretar, catalogar e inferir sobre possíveis comportamentos do objeto estudado. E apesar de parecer uma metodologia arcaica, sua capacidade é inquestionavelmente útil, e ganha fôlego a medida que surgem novos e ricos instrumentos, como as diversas técnicas de microscopia e tomografia, por exemplo.

Um grande impulso foi tomado com o advento dos computadores pessoais nas últimas décadas. Nós os instruímos para que ocupem o lugar de nossos olhos. Mas essa intermediação entre homem e máquina só pode ser realizada por critérios quantitativos, que estão relacionados com nossas interpretações geométricas e estatísticas que discutimos nesta seção. Buscamos, por exemplo, medir formas, construir histogramas de pontos para cada fase, observar intensidades de cor e brilho, etc. Quem se encarrega de tais atividades é uma área conhecida como análise e processamento de imagens.

4.1. Morfologia Matemática

Um exemplo bastante oportuno para a contextualização das palavras acima é a gênese da teoria da morfologia matemática, que está intimamente ligada à mineralogia. Trata-se de uma teoria que extrai informações geométricas a partir de imagens do meio. Em 1964, Georges Matheron e Jean Serra, na Escola de Minas de Paris, trabalhavam na quantificação das características mineralógicas a partir de seções retas dos materiais [17–19]. A princípio, o interesse era determinar as proporções de minerais presentes em amostras a partir de suas imagens. Com o passar do tempo, tal metodologia foi expandida para determinar outras informações da imagem, e, por sua vez, tem se mostrado frutífera, ganhando adeptos nas mais diversas vertentes da comunidade da análise de imagens [18, 20, 21].

A morfologia matemática é um exemplo de como comparar a diversificada forma dos poros com outras regulares. Por exemplo: adota-se um objeto padrão (*elemento*

estruturante); varre-se toda a extensão do meio poroso comparando-o com o padrão; pontos que satisfizerem determinadas condições estarão presentes (pertinência) na imagem final, caso contrário, serão retirados (exclusão), funcionando como se fosse um processo de *peneiramento*. Essa é a ideia por trás da operação de *erosão* (Fig. 3).

A outra operação básica da morfologia é a *dilatação* (Fig. 3). Nessa operação, a imagem final será formada pela inicial juntamente com os pontos que a interceptam quando colocamos o elemento estruturante sobre eles.

A analogia do peneiramento possui correspondência direta: utiliza-se morfologia matemática para determinar a granulometria de materiais, equivalentemente aos experimentos nos quais o material é sucessivamente submetido a peneiras com malhas variáveis. Se reinterpretarmos os poros como sendo grão, então determinamos a distribuição de tamanho de poros (Fig. 4).

A morfologia matemática é uma complexa teoria com vida própria, alimentando atividades de pesquisas tanto em suas questões fundamentais quanto de cunho aplicado, não restrita ao âmbito dos materiais porosos.

4.2. Descrição estatística e reconstrução 3D

Conforme comentamos acima, podemos investigar informações de natureza estatística das imagens do meio. Que tipos de informações poderíamos colher da imagem? Para que serviriam?

Começemos pela última pergunta. Geralmente estamos interessados em desvendar as propriedades de uma determinada porção de uma rocha, como a amostra (3D) situada à esquerda da Fig. 2a. Mas para tanto, precisamos inferir tais propriedades a partir de lâminas (2D), como a situada à direita da Fig. 2a. Como garantir essa extrapolação? Durante o processo de reconstrução 3D, um algoritmo de reconstrução gera seções planas (2D) de tal forma que a configuração da fase porosa seja ale-

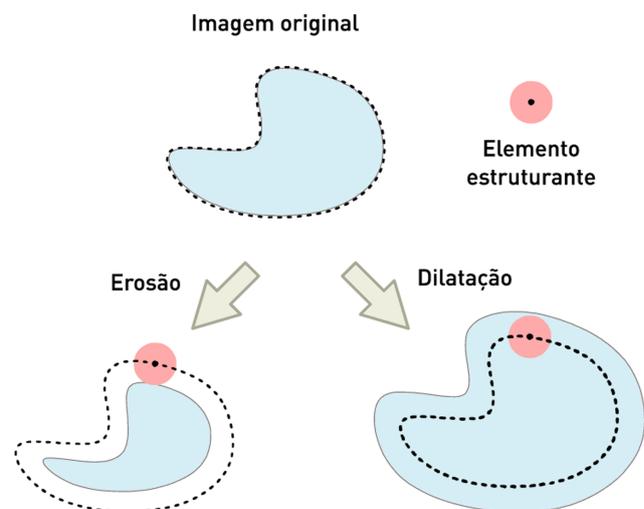


Figura 3: Morfologia matemática: interpretações geométricas das operações de erosão e dilatação (Fonte: [24]).

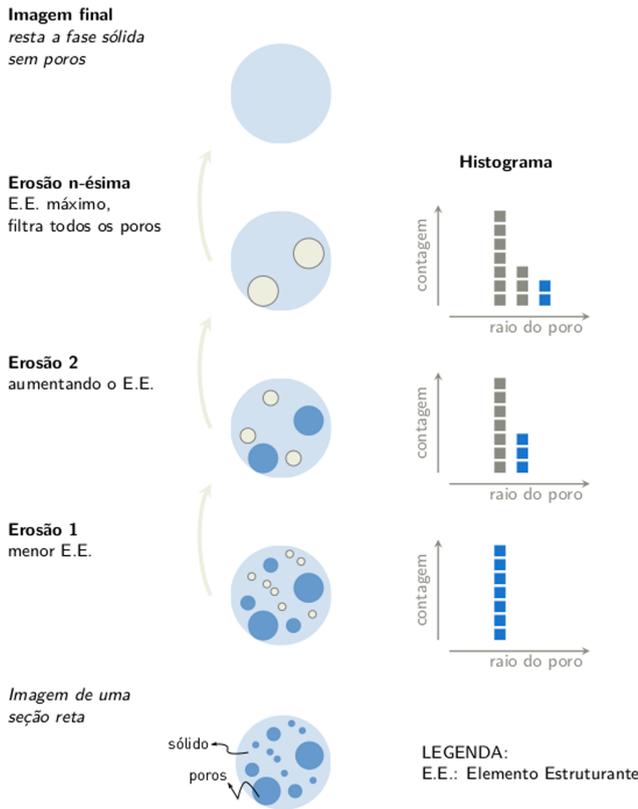


Figura 4: Determinação da distribuição de tamanho de poros por peneiramento virtual utilizando morfologia matemática.

atória, mas que sua distribuição satisfaça as mesmas propriedades estatísticas da lâmina observada (Fig. 5)

Dessa forma, a estrutura 3D reconstruída será estatisticamente coerente com a imagem observada. O ramo da matemática que estuda essas propriedades chama-se *estereologia* [22]. As informações estatísticas também

Reconstrução 3D do meio poroso

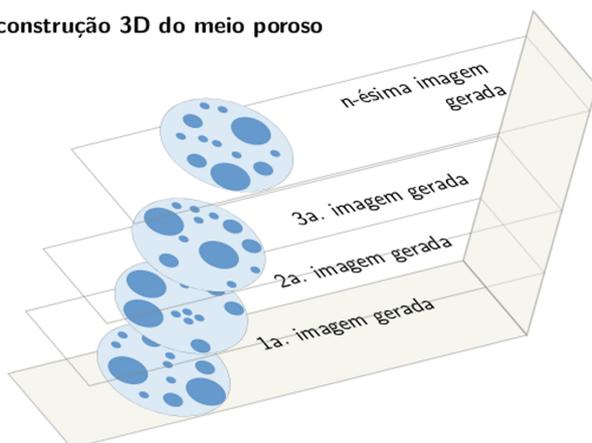


Figura 5: O volume 3D reconstruído é obtido pela sobreposição de imagens geradas a partir da amostra 2D. As imagens 2D são geradas de tal forma que mantenham as mesmas propriedades estatísticas de uma seção reta retirada como amostra, apesar das configurações geométricas/topológicas serem diferentes.

servem como uma maneira de verificar o quanto uma amostra é representativa do meio em que foi retirada, ou seja, se essa amostra é suficientemente adequada para representar todo o meio.

Retornemos agora para a primeira questão. Tenhamos em mente a imagem binária da Fig. 2c, i.e., ela é composta por duas fases: preto equivalente ao sólido, que denotamos por \mathcal{F}_1 ; branco equivalente aos poros, denotada por \mathcal{F}_2 . Escrevemos a seguinte função de fase associada às duas fases da imagem:

$$Z_{\mathcal{F}_i}(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & \text{se } \mathbf{x} \text{ pertence à fase } \mathcal{F}_i \\ 0, & \text{se não pertence} \end{cases} \quad (1)$$

onde, $i = 1, 2$.

Ou seja, essa função rotula os pontos da imagem, dividindo-os entre poros ou sólidos.

Calculamos a média, também chamada de primeiro momento, dessa função por $\phi_{\mathcal{F}_i}$, mais precisamente,

$$\phi_{\mathcal{F}_i} = \langle Z_{\mathcal{F}_i}(\mathbf{x}) \rangle$$

Não é difícil nos convenceremos que se essa média for tomada sobre a fase dos poros \mathcal{F}_2 , ele fornecerá a porosidade, i.e., a razão de quanto espaço vazio existe na amostra.

Calcula-se também a correlação espacial² para a função $Z_{\mathcal{F}_i}(\mathbf{x})$ da seguinte forma:

$$C_{\mathcal{F}_i}(\mathbf{u}) = \langle Z_{\mathcal{F}_i}(\mathbf{x})Z_{\mathcal{F}_i}(\mathbf{x} + \mathbf{u}) \rangle \quad , \quad (2)$$

que, por sua vez, fornece a probabilidade de que dois pontos separados por uma distância \mathbf{u} pertençam à mesma fase em consideração \mathcal{F}_i . O vetor \mathbf{u} é chamada de *vetor deslocamento* ou *dispersão*.

Da eq. (2), constatamos que:

1. Se $\mathbf{u} = \vec{0}$,

$$C_{\mathcal{F}_i}(\vec{0}) = \langle Z_{\mathcal{F}_i}^2 \rangle = \langle Z_{\mathcal{F}_i} \rangle = \phi \quad ,$$

pois da definição de $Z_{\mathcal{F}_i}$ na eq. (??), pode-se constatar que $Z_{\mathcal{F}_i}^2 = Z_{\mathcal{F}_i}$. Esse é o máximo valor que a correlação $C_{\mathcal{F}_i}$ pode assumir. Isso porque à medida que $|\mathbf{u}|$ aumenta, a multiplicação das funções $Z_{\mathcal{F}_i}(\mathbf{x})$ e $Z_{\mathcal{F}_i}(\mathbf{x} + \mathbf{u})$, que assumem apenas os valores 0 e 1, não será capaz de alcançar o valor ϕ .

2. Quando $|\mathbf{u}| \rightarrow \infty$,

$$\begin{aligned} C_{\mathcal{F}_i}(\mathbf{u}) &= \langle Z_{\mathcal{F}_i}(\mathbf{x})Z_{\mathcal{F}_i}(\mathbf{x} + \mathbf{u}) \rangle \\ &= \langle Z_{\mathcal{F}_i}(\mathbf{x}) \rangle \langle Z_{\mathcal{F}_i}(\mathbf{x} + \mathbf{u}) \rangle \\ &= \phi \cdot \phi \\ &= \phi^2 \quad , \end{aligned}$$

²Também chamada de segundo momento, ou ainda estatística de dois pontos.

onde utilizamos o fato de que quando $|\mathbf{u}| \rightarrow \infty$ a correlação entre os pontos é perdida, ou seja, as funções são estatisticamente independentes. Esse é o valor mínimo da função correlação $C_{\mathcal{F}_i}$.

Na Fig. 6, exemplifica-se o comportamento da função correlação para duas amostras diferentes. A curva inferior decai mais rapidamente, revelando que a correlação entre pontos distantes é muito baixa. Isso significa que o tamanho da imagem desse material é suficiente para garantir a homogeneidade, ou seja, a imagem estudada representa estatisticamente o material real. Contrariamente, não podemos dizer o mesmo sobre a curva superior para o intervalo estudado. Demonstrando, portanto, que tal imagem não é representativa.

Por carregar consigo a porosidade em sua definição, diz-se que a função correlação é uma informação mais completa para representar estatisticamente o meio poroso.

Afirmamos anteriormente que as grandezas estatísticas não são capazes de conservar as informações do dueto geometria/topologia. No entanto, essa discordância pode ser amenizada pela criação de estatísticas de múltiplos pontos [?], e essa limitação pode ser arbitrariamente relaxada.

5. Microtomografia de raios-X e modelos 3D

A partir de meados da década de 80, uma nova tecnologia adentrou nos domínios dos materiais porosos, a microtomografia de raios-X [25–27]. Com essa técnica estamos aptos a gerar uma imagem 3D do meio poroso sem a necessidade do processo de reconstrução 7. Além disso, apenas dessa maneira captamos toda a complexidade da intrincada topologia porosa [28–30].

Destacamos anteriormente que frequentemente estamos interessados nas propriedades de transporte de um

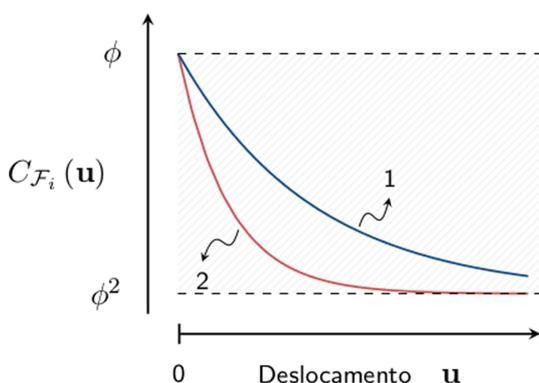


Figura 6: Comportamento da função correlação da eq. (2): a curva 2 decai mais rapidamente, revelando que o tamanho da imagem desse material é suficiente para garantir a homogeneidade e representar estatisticamente o material real. A curva 1, por sua vez, não possui a mesma representatividade.

material, e afirmamos ainda que o dueto topologia/geometria é um atributo fundamental para tais questões (Fig. 8). Assim sendo, uma imagem microtomográfica é de grande utilidade para tais estudos.

Para simular um determinado fenômeno dentro da imagem 3D, como um escoamento de um fluido, é de costume simplificar essa imagem para amenizar o excesso de cálculos computacionais. Várias são as formas de realizar tal simplificação, uma delas se traduz perfeitamente com a ideia explicada nas páginas anteriores: representar a

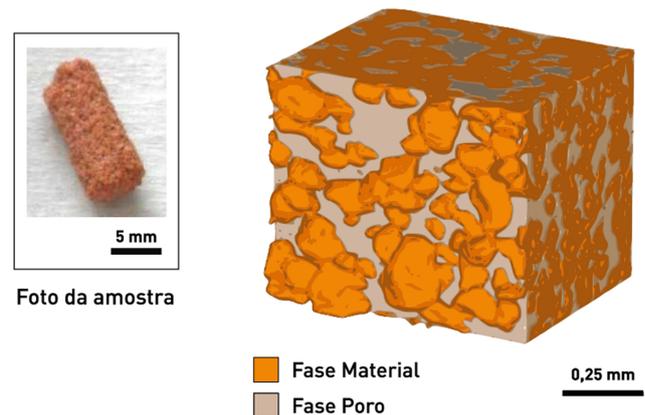
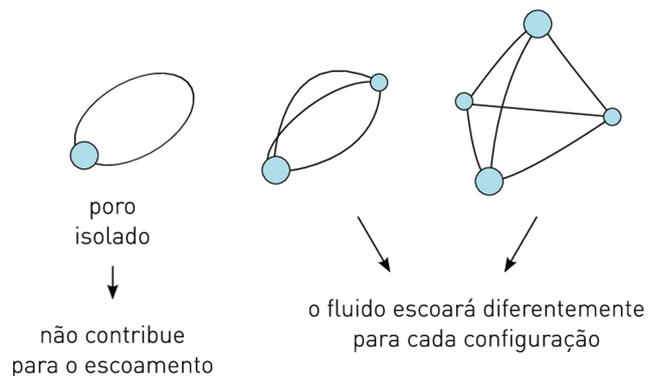


Figura 7: Exemplo de imagem 3D obtida por microtomografia de raios-X.

a. Exemplos de disposições topológicas dos poros



b. Topologia equivalente com geometria distinta

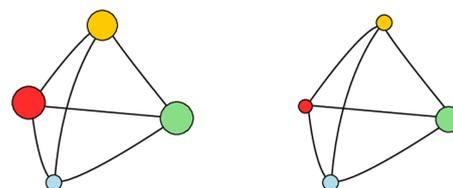


Figura 8: Topologia de redes de poros. a) Exemplos de configurações topológicas de poros (Fonte: [1]). b) A interação entre topologia e geometria revela que apesar de as duas redes de poros serem topologicamente equivalentes, as características geométricas dos poros interligados demonstra que cada rede se comportará diferentemente diante de um escoamento através de sua estrutura.

irregular estrutura a partir de um empacotamento de esferas que preenchem o espaço vazio (Fig. 9) [28–37].

Depois de preencher todo o espaço vazio com esferas, efetua-se sua distinção entre poros esféricos e gargantas cilíndricas (Fig. 9). Isso é realizado tendo em vista que os estrangulamentos possuem efeito inibidor sobre o escoamento. O resultado é a imagem da Fig. 10, chamada de *rede poro-ligações*. A partir dessa segmentação da fase porosa podemos vislumbrar a importância das disposições topológicas para o fluxo.

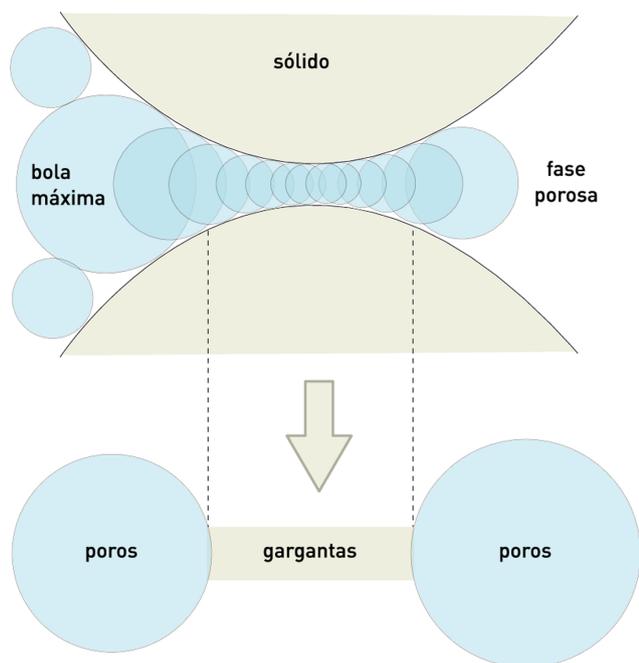


Figura 9: Representação da fase porosa por bolas máximas e modelização em *poros esféricos* e *gargantas cilíndricas*. Isso é motivado pelo comportamento do espaço vazio ante o escoamento de um fluido.

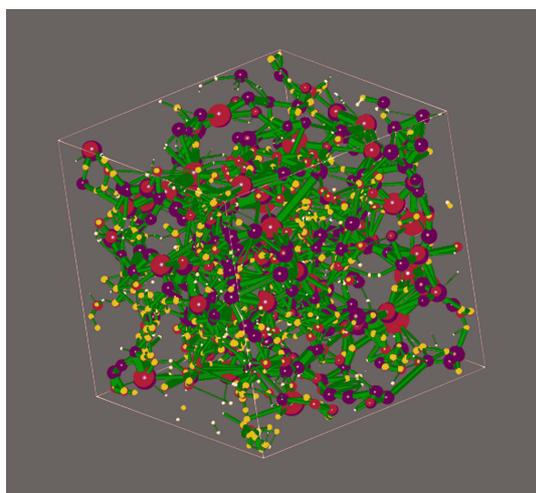


Figura 10: Resultado da aplicação do algoritmo das bolas máximas.

Como exemplo de aplicação do procedimento acima, citamos a determinação da permeabilidade absoluta e condutividade elétrica de rochas [16] (ver Apêndice), comumente utilizada pela indústria petrolífera, e por causa das necessidades energéticas de nosso tempo, suas exigências desempenham papel destacado nessas pesquisas.

Esses modelos são alimentados retroativamente por dados experimentais para que suas previsões melhorem o grau de confiabilidade. Por isso, encontram-se em constante desenvolvimento.

6. Conclusão

Intentamos através destas páginas trazer à luz um pouco do contexto das ideias subjacentes aos estudos sobre os meios porosos de um ponto de vista teórico. A meta é mostrar como podemos estudar esses materiais utilizando análise de imagens como rota complementar às complexas atividades de experimentação que permeiam esse ramo. Reafirmamos aqui a atualidade do tema revelando sua larga amplitude nas atividades de nosso cotidiano tecnológico.

Os parágrafos acima, comentam sobre uma das várias formas de se modelizar o meio poroso. Naturalmente, não é a única. Trata-se de uma área rica e diversificada em pleno desenvolvimento com correntes de pensamentos variadas. Seria, então, inviável contemplar todas suas facetas. No entanto, afirmamos que a extração da rede de poro-ligações baseada na simplificação geométrica e/ou na reconstrução estatística é tema recorrente em parte da literatura.

Agradecimentos

Os autores agradecem o suporte da CAPES, da FEESC e da Petrobras

Material suplementar

O seguinte material suplementar está disponível online:
Apêndice: Noções básicas sobre imagens digitais

Referências

- [1] F.A.L. Dullien, *Porous Media* (Academic Press, San Diego, 1979).
- [2] M. Livio, *A equação que ninguém conseguia resolver* (Record, São Paulo, 2008).
- [3] C. Sagan, *Cosmos* (Gradiva, Lisboa, 1991).
- [4] L. Peduzzi, *Evolução dos conceitos da física* (Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2011).
- [5] A. Mishchenko e A. Fomenko, *A course of differential geometry and topology* (Mir, Moscow, 1988).
- [6] J.M.F. Bassalo, *Rev. Bras. Ens. Fís.* **19**, 266 (1997).
- [7] T. Roque, *História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas* (Zahar, Rio de Janeiro, 2012).

- [8] E.L. Lima, *Curso de análise* (Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 2004), v. 1.
- [9] E. Hairer e G. Wanner, *Analysis by its history* (Springer, Nova Iorque, 2008).
- [10] J.M.F. Bassalo, Rev. Bras. Ens. Fís. **20**, 48 (1998).
- [11] B. Feldens, P.M.C. Dias e W.M.S. Santos, Rev. Bras. Ens. Fís. **32**, 2602 (2010).
- [12] L. Mlodinow, *O andar do bêbado* (Zahar, Rio de Janeiro, 2008).
- [13] http://wallpaperstock.net/inside-alhambra_wallpapers_4474_2560x1600_1.html, acessado em 30/03/2018.
- [14] http://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Da_Vinci_Vitruve_Luc_Viatour.jpg, acessado em 30/03/2018.
- [15] B.B. Mandelbrot, Science **156**, 636 (1967).
- [16] A.R. Cunha, A.C. Moreira, D.P. Kronbauer, I.F. Mantovani e C.P. Fernandes, Rev. Bras. Ens. Fís. **34**, 4315 (2012).
- [17] J. Serra, *Image analysis and mathematical morphology* (Academic Press, Londres, 1982).
- [18] P. Soille, *Morphological Image Analysis* (Springer, Berlim, 2004) 2 ed.
- [19] J.P. Delhomme e G. Marsily, *Space, Structure and Randomness* (Springer, Nova Iorque, 2005).
- [20] F.Y. Shih, *Image processing and mathematical morphology* (CRC Press, Boca Raton, 2009).
- [21] E.R. Dougherty e R.A. Lotufo, *Hands-on morphological image processing* (SPIE, Bellingham, 2003).
- [22] P.R. Mouton, *Unbiased stereology: a concise guide* (Johns Hopkins University Press, Baltimore, 2011).
- [23] H. Okabe e M. Blunt, J. Petrol. Sci. Eng. **46**, 121 (2005).
- [24] H. Pedrini e R.W. Schwartz, *Análise de imagens digitais* (Thomson Pioneira, São Paulo, 2007).
- [25] H.J. Vinegar e S.L. Wellington, Rev. Sci. Instrum **58**, 96 (1987).
- [26] J.H. Dunsmuir, S.R. Ferguson, K.L. D'Amicoe e J.P. Stokes, em *Proceedings of 66th SPE Conference*, (Society of Petroleum Engineers, Dallas, 1991).
- [27] E.N. Landisa e D.T. Keaneb, Mater. Character. **61**, 1035 (2010).
- [28] S. Bryant e M. Blunt, Phys. Rev. A **46**, 2004 (1992).
- [29] S.L. Bryant, P.R. King e D.W. Mellor, Transport Porous Med. **11**, 53 (1993).
- [30] S. Bryant, D.W. Mellor e C.A. Cade, AIChE J. **39**, 387 (1993).
- [31] P.E. Øren e O.J. Arntzen, SPE J. **3**, 324 (1998).
- [32] P.E. Øren e S. Bakke, Transport Porous Med. **46**, 311 (2002).
- [33] P.E. Øren e S. Bakke, J. Petrol. Sci. Eng. **39**, 177 (2003).
- [34] J.F. Thovert, F. Yousefian, P. Spanne, C.G. Jacquín e P.M. Adler, Phys. Rev. E **63**, 061307 (2001).
- [35] D. Silin e T.W. Patzek, Physica A, **371**, 330 (2006).
- [36] A.S. Al Kharusi e M.J. Blunt, J. Petrol. Sci. Eng. **56**, 219 (2007).
- [37] H. Dong e M. Blunt, Phys. Rev. E **80**, 036307 (2009).
- [38] G. Schena e S. Favretto, Transport Porous Med. **70**, 181 (2007).