

# Potência e força eletromotriz em um gerador didático de corrente alternada

Power and electromotive force in a didactic alternating current generator

André Luíz Alves<sup>\*1</sup>, Deywindir Michell Santana<sup>1</sup>, Cledrilon Pereira Machado<sup>1</sup>,  
Kaio Alan Littike<sup>1</sup>, Márcio Solino Pessoa<sup>1</sup>, Paulo Sérgio Moscon<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal do Espírito Santo, São Mateus, ES, Brasil.

Recebido em 26 de outubro de 2021. Revisado em 25 de novembro de 2021. Aceito em 28 de novembro de 2021.

Dentre os diversos dispositivos tecnológicos desenvolvidos a partir do advento do eletromagnetismo, os geradores elétricos estão entre os que envolvem a maior parte de suas fundamentações teóricas, condensadas nas equações de Maxwell do eletromagnetismo. Considerando que são dispositivos do cotidiano dos estudantes, neste trabalho produziu-se um gerador elétrico didático de corrente alternada de baixo custo, no qual foi possível associar a geração da energia elétrica com as equações do eletromagnetismo que regem este fenômeno. Adicionalmente, estudou-se as grandezas relacionadas associando a força eletromotriz com potência e corrente elétricas em um circuito resistivo. Analisou-se a relação entre estas grandezas nos casos em que: (i) não há carga ligada ao gerador, (ii) a frequência de rotação do gerador é mantida constante, (iii) a tensão nos terminais de uma carga resistiva é constante e (iv) o caso em que se fixa um valor de resistência e aumenta a frequência de rotação do gerador. Os resultados experimentais concordam com os fundamentos teóricos abordados nos cursos clássicos de eletromagnetismo. O experimento constituiu uma importante ferramenta para a associação dos conceitos teóricos abstratos com a intuição prática no ensino experimental do eletromagnetismo.

**Palavras-chave:** Ensino, Construção, Gerador Elétrico, Força Eletromotriz, Potência.

Electric generators are potential topics to be applied in teaching and learning physics. They are the source of all modern technology and are part of everyday life for students. Therefore, in this work, a didactic alternating current electric generator of low cost, was produced, in which it was possible to approach the generation of electric energy and the relationships between electromotive force, power and current in a resistive circuit. Students can experience through practice and graphical analysis the relationship between these quantities in cases where: (i) there is no load connected to the generator, (ii) the generator rotation frequency is kept constant, (iii) the voltage in the terminals of a resistive load is constant and (iv) the case is that a resistance value is fixed and the generator rotation frequency increases. All experimental data agree with the theories of electrical circuits, making this experiment a potential tool for the experimental teaching of electromagnetism.

**Keywords:** Teaching, Construction, Electric Generator, Electromotive Force, Power.

## 1. Introdução

A Física como ciência que descreve os fenômenos da natureza é de fato grandiosa e encantadora. Abrange desde o estudo de partículas subatômicas, explicando o comportamento da matéria e fenômenos associados, até o universo como um todo, abordando sua origem, evolução e morte. Entender um fenômeno natural e reproduzi-lo em laboratório permite o desenvolvimento de diversos dispositivos tecnológicos, contribuindo para a melhoria da qualidade de vida, desde o conforto até o aumento na expectativa de vida através da aplicação destes dispositivos na área da saúde. Do ponto de vista do processo ensino-aprendizagem, é de grande importância que um fenômeno físico, quando abordado em sala de aula, seja realizado levando-se em consideração toda a tecnologia que pode ser gerada a partir dele, explorando

sua magnificência e despertando o interesse do estudante pela Física. Isto pode ser realizado utilizando-se, em conjunto, a prática experimental em sala de aula, vídeos, simulações computacionais e feiras de ciências. Entretanto, devido a diversos fatores não é essa a realidade vivenciada por muitos estudantes nas instituições de ensino [1, 2]. Por muitas vezes, eles presenciam uma Física dogmática e produtora de verdades absolutas com pouca participação em sala. Nas palavras de Marinho, 2020 [2]:

“A perpetuação da postura de transmissão de conhecimentos por parte do docente, tem contribuído para a desmotivação do discente, já que o mesmo não encontra espaço para participar argumentando, tomando suas decisões e compartilhando seus conhecimentos. Dessa forma, gera um desconhecimento total da possibilidade de transformar a aprendi-

\* Endereço de correspondência: [andre.alves@ufes.br](mailto:andre.alves@ufes.br)

zagem da ciência em algo apaixonante. Ao se integrar na escola, os discentes deixam seu dia-a-dia de lado, e passam a conviver com as regras escolares, onde muitas vezes não há espaços para emoção e sentimentos. Esse choque de realidade pode limitar a criticidade e criatividade do discente”.

Portanto as posturas de alguns docentes em sala atrelada a abstrações de conteúdos dificultam ainda mais o processo de ensino-aprendizagem. Neste contexto, a eletricidade é uma das áreas da Física que possuem maior número de estudos referentes à essas dificuldades de aprendizagem. Os estudos incluem dificuldades conceituais, concepções alternativas, raciocínios errôneos no estudo de circuitos elétricos e o uso indiscriminado da linguagem [1, 3]. Logo, é viável se pensar em maneiras mais eficientes de tratar em sala os conteúdos do eletromagnetismo, de modo que este se interligue com dispositivos que se fazem presentes no cotidiano do discente. De acordo com Mion e Angotti, 2004 [4]: “o uso de sistemas físicos reais como recurso didático de caráter teórico-experimental, potencializa o diálogo em sala de aula, aproxima o estudante da realidade que o cerca e tem a função pedagógica de propiciar uma melhor compreensão conceituada de teorias físicas”. Desta forma, o professor ao trabalhar com experimentos de eletricidade e eletromagnetismo em sala, estará contribuindo para que o estudante vivencie os fenômenos físicos associados, tenha mais participação em aula e compreenda com maior facilidade a teoria abordada no experimento.

A eletricidade do tipo alternada faz parte do cotidiano de toda uma população. Foi nas duas últimas décadas do século XIX, num cenário conhecido como a Guerra das Correntes, que ela se demonstrou mais eficiente em termos de produção e distribuição quando comparada com a eletricidade do tipo contínua [5]. No sistema de Nicola Tesla e George Westinghouse, demonstrou-se possível a transmissão de eletricidade do tipo alternada por distâncias muito maiores e com custo relativamente baixos quando comparados com o sistema de distribuição de Thomas Edison, que utilizava a corrente contínua. A partir deste cenário, os geradores de corrente alternada tornaram-se o futuro da energia elétrica, movendo máquinas nas residências, fábricas e indústrias. A corrente contínua, por outro lado, possui melhor aplicação na eletrônica.

Tendo em vista que os fenômenos eletromagnéticos e da eletricidade estão presentes no cotidiano de toda uma população, a geração de energia elétrica, necessária para a aplicação de quase todos estes fenômenos, assume fundamental importância no aprendizado dos estudantes. Segundo a fala de Queiroz, 2011 [6]:

“Além do mais, compreender a produção de energia elétrica se faz de extrema importância para a formação do cidadão, uma vez que ele faz uso dela em muitos momentos de sua vida. Na verdade, na maior parte do

tempo, estamos, de alguma forma, envolvidos em situações nas quais a energia elétrica está presente. É preciso dar condições para que o aluno (cidadão) tenha como fazer a sua própria reflexão a respeito do que lhe é oferecido em termos de conforto trazido pela eletricidade”.

Deste modo, faz-se necessário a produção de conjuntos didáticos de custo relativamente baixo para fins dos conteúdos do eletromagnetismo, fornecendo aos professores uma sequência didática de operação. A proposta deste trabalho consiste na construção de um gerador elétrico didático de corrente alternada de baixo custo, visando sua aplicação para o ensino: (i) da geração da energia elétrica alternada, (ii) da força eletromotriz ( $f_{em}$ ,  $\varepsilon$ ) do gerador e (iii) da Potência ( $P$ ) entregue a uma carga resistiva. Investigam-se os casos no qual o gerador está aberto e aquele em que ele está ligado a uma carga resistiva. No segundo caso, são estudados os comportamentos da corrente ( $i$ ),  $f_{em}$  e  $P$  em função da Resistência ( $R$ ) da carga e da frequência elétrica ( $f_{el}$ ) do gerador. O leitor deste trabalho, caso tenha interesse em montar este experimento e uma sequência didática de ensino, pode entrar em contato com nosso grupo de pesquisa através do email: andre.alves@ufes.br. Este trabalho faz parte de um projeto de ensino vinculado à Pró-Reitoria de Graduação/ UFES e ao Programa Institucional de IC/UFES, contando ao todo com quatro alunos bolsistas.

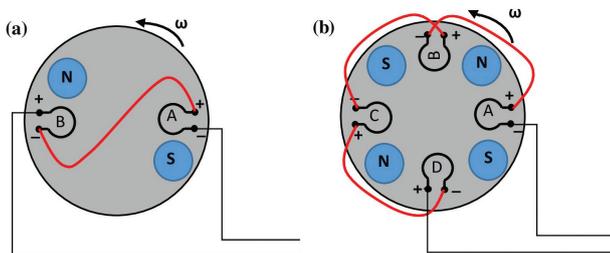
## 2. Referencial Teórico

Um gerador de corrente alternada é uma máquina elétrica rotativa que converte energia mecânica em energia elétrica. Os dois componentes principais são o estator e o rotor. O estator corresponde à parte estática do gerador sendo constituído por bobinas de núcleo ferromagnético simetricamente espaçadas. O rotor corresponde à parte girante do gerador sendo também constituído por núcleos de material ferromagnético envolvidos por bobinas [7]. Sua função é produzir campos magnéticos constantes que atravessam as bobinas do estator. O rotor, ao girar próximo às bobinas do estator, produzirá nelas um fluxo de campo magnético variável que de acordo com a lei de Faraday induz uma força eletromotriz,  $\varepsilon$ , nas bobinas do estator [8]. Esta grandeza é consideravelmente aumentada quando as bobinas são conectadas em série [9].

Neste trabalho o gerador didático produzido é do tipo síncrono de ímãs permanentes de fluxo axial. Nele os eletroímãs do rotor são substituídos por ímãs permanentes com polaridades Norte (N) e Sul (S) alternadas, na mesma direção do eixo de rotação, o que maximiza o fluxo do campo. O termo síncrono se deve ao fato de o gerador operar a uma frequência de rotação constante sincronizada com a frequência da tensão elétrica alternada. Neste caso a velocidade de rotação do campo

magnético nas bobinas do estator é igual a velocidade de rotação do rotor [6].

Nas Figuras 1(a) e 1(b) estão ilustradas as formas geométricas de dois geradores de fluxo axial. As bobinas fixas no estator, representadas pelas letras A, B, C e D, estão simbolizadas pelos círculos abertos e os ímãs, na parte superior ao estator, com faces alternadas de polos N e S, pelos círculos em azul. O rotor ao girar no sentido anti-horário, com velocidade angular  $\omega$ , fará com que faces distintas dos ímãs passem sobre bobinas, produzindo fluxos de campo em sentidos opostos sobre elas. Inicialmente, na Figura 1(a) quando o campo magnético produzido pelo polo S do ímã atravessar a bobina A, a  $fem$  será tal que o conector superior desta bobina estará no maior potencial (+) e o conector inferior no menor potencial (-). De forma semelhante, quando o polo N do ímã passar por cima da bobina B, o conector superior estará no potencial (+) e o inferior no potencial (-) [9]. A ligação entre as bobinas está ilustrada por meio de uma linha vermelha: conector com potencial (+) ligado ao conector com potencial (-). Tendo em vista que a tensão gerada está intrinsecamente relacionada a variação do fluxo do campo, a polaridade desta irá inverter em cada bobina, quando o polo N passar pela bobina A e o S pela bobina B. Assim, a tensão elétrica nos fios que saem das bobinas oscilará no tempo, alternando entre positiva e negativa. Esse gerador que produz uma tensão alternada é conhecido como monofásico. O estudante pode verificar que para o gerador da Figura 1(b) a polaridade da tensão em cada uma das bobinas é dada como indicado nesta figura. A conexão entre as bobinas, deve ser feita na forma (+ com -) assim como se fazem com pilhas químicas [9].



**Figura 1:** Em (a) uma ilustração de um gerador monofásico de dois polos e duas bobinas. Em (b) um gerador de 4 polos e 4 bobinas. Em ambos os geradores as ligações pelo fio em vermelho, favorece a máxima tensão gerada. As respectivas polaridade das tensão elétrica estão indicadas pelos sinais (+) e (-). Fonte: Acervo do autor.

No sistema discutido anteriormente (Figura 1(a)), a tensão elétrica completará um ciclo quando o polo norte passar por uma das bobinas e o mesmo retornar na mesma bobina, ou seja, para uma rotação de  $360^\circ$ . Nessa condição a frequência do rotor, denominada de frequência mecânica ( $f_m$ ), é igual à frequência com que os ímãs (com a mesma polaridade) passam pelas bobinas, e a mesma da tensão elétrica gerada, deno-

minada de frequência elétrica ( $f_{el}$ ). A distinção entre essas frequências ocorre quando, por exemplo, se dobra a quantidade de ímãs no rotor. Para esse caso, o valor da  $f_{el}$  é duplicada em relação a  $f_m$ . Uma verificação na Figura 2(b) ajudará o estudante a compreender este exemplo específico: quando o rotor gira de  $180^\circ$ , o polo N e o S já terão atravessados duas das bobinas uma vez, condição de um ciclo da tensão alternada. Adicionalmente se o rotor completa 1 ciclo a tensão elétrica já terá completada 2 ciclos, ou seja, duplica-se a  $f_{el}$  em relação a  $f_m$  para um gerador de 4 polos. Para um número  $N$  total de polos, a relação entre  $f_m$  e  $f_{el}$ , medidas em RPM, é dada por:

$$f_{el} = \frac{N}{2} f_m. \tag{1}$$

Considerando que  $1 \text{ RPM} = 1/60 \text{ Hz}$ , para se obter a  $f_{el}$  em unidades de Hz, com  $f_m$  em RPM, basta multiplicar o denominador da Equação (1) por 60 [6]. De acordo com a Equação (1), um gerador com muitos ímãs não necessitará de uma frequência de rotação muito elevada. Isto pode ser observado, por exemplo, nos geradores eólicos, quando se percebe a baixa velocidade da rotação mecânica das hélices. Outro exemplo é a usina hidrelétrica de Itaipu, cujo gerador possui  $N = 80$  polos e  $f_m = 90 \text{ RPM}$  (1,5 Hz) resultando em  $f_{el} = 3600 \text{ RPM} = 60 \text{ Hz}$  [9].

Nas ilustrações das Figuras 1(a) e (b) a distância e o formato dos ímãs não favorecerão a uma onda senoidal da tensão [9, 10]. Porém, quando as formas dos ímãs e bobinas são adequadas e a disposição destes no gerador estão de acordo com o projeto elétrico, haverá nestas condições uma tensão típica cuja forma se aproxima muito de uma senóide [7]. Esta pode ser descrita com aproximações como:

$$V(t) = V_m \text{sen}(\omega t + \phi), \tag{2}$$

no qual:  $V_m$  é a amplitude da tensão;  $\omega = 2\pi f_{el}$  é a frequência angular em rad/s e  $\phi$  é o ângulo de fase. Define-se o valor eficaz ou *Root Mean Square* (RMS) da tensão dada pela Equação (2) como:

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v(t)^2 dt}. \tag{3}$$

Substituindo a Equação (2) em (3), obtém-se:

$$V_{RMS} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \tag{4}$$

Devido à resistência interna ( $r$ ) dos geradores o valor de  $V_{RMS}$  não será igual a  $fem$  eficaz ( $\epsilon_{RMS}$ ) gerada quando o gerador está alimentando um circuito. Para um gerador de resistência interna  $r$ , alimentando uma carga resistiva com uma corrente elétrica eficaz ( $i$ ), é válida a relação [11]:

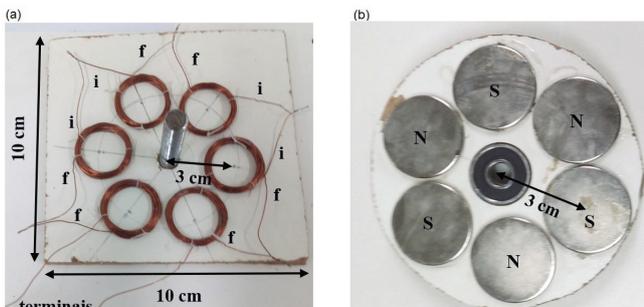
$$V_{RMS} = \epsilon_{RMS} - ri \tag{5}$$

Em geradores de indução, as reatâncias das bobinas também devem ser levadas em consideração nessa equação. Entretanto, desconsidera-se este termo neste trabalho, devido a pequena indutância das bobinas do gerador aqui produzido,  $L = 0,12$  mH. Mesmo para as maiores frequências utilizadas neste trabalho,  $f \approx 13000$  RPM ( $\approx 217$  Hz), a reatância indutiva obtida,  $X_L \approx 0,16$   $\Omega$ , representa uma fração de apenas 5% da resistência ôhmica interna. Em geradores químicos como em pilhas e baterias, o valor de  $V_{RMS}$  tende a diminuir com o tempo devido ao aumento de  $r$ , ocasionado pelo envelhecimento dos constituintes químicos destes geradores [11].

### 3. Aparato Experimental

Para a construção do gerador utilizou-se um rotor e um estator de madeira tipo MDF (*Medium Density Fiberboard*), nos quais os respectivos ímãs de Neodímio (modelo N35/  $30 \times 3$  mm) e bobinas foram colados com cola tipo *tek bond*®. A espessura da madeira utilizada no estator foi de 3 mm, enquanto para o rotor foi de 15 mm, pois neste teve de ser acoplado dois rolamentos. Foram utilizados 6 ímãs no rotor e 6 bobinas no estator em posições simétricas. As etapas detalhadas de montagem seguem a mesma sistemática dos geradores produzidos em um recente trabalho de nossa autoria [9]. Encoraja-se o leitor a verificar o passo a passo da montagem nesta referência.

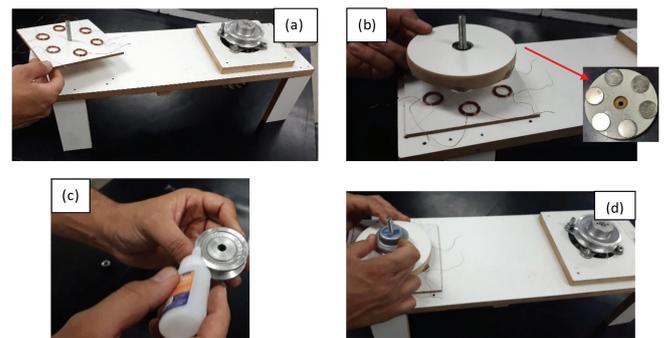
O estator e o rotor fabricados estão apresentados nas Figuras 2(a) e 2(b) respectivamente. Os centros de cada ímã, assim como os das bobinas, foram posicionados em torno de um círculo de 3 cm de raio em distâncias simétricas e defasadas de  $60^\circ$ . As bobinas foram feitas com fios de cobre esmaltado com bitola AWG 23 e consistiram de 30 espiras de 10 mm de raio, que foram enroladas em torno de um pincel atômico do tipo utilizado em quadro branco. Um furo central foi feito no estator, para que ele pudesse passar através de um eixo. O eixo consiste de uma barra rosca de 7 mm



**Figura 2:** (a) Estator e (b) rotor do gerador didático produzido. As letras “i” e “f” no estator indicam o início e o final dos terminais das bobinas, respectivamente. No rotor, as letras “N” e “S” indicam as polaridades norte e sul dos ímãs, respectivamente. Fonte: Acervo do autor.

de diâmetro. Já no rotor foi feito um furo com broca chata de 7/8 de polegada de diâmetro, em cada uma das faces. Os furos tiveram  $\approx 5$  mm de profundidade para que rolamentos NSK 608 fossem inseridos afim de minimizar o atrito quando o rotor é colocado no eixo para girar.

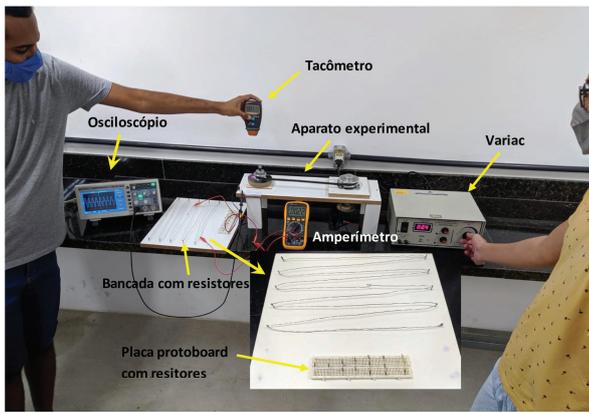
O sistema tipo bancada utilizado para o estudo dos geradores está mostrado na Figura 3(a). Inicialmente é mostrado como se insere o estator do gerador nesta bancada. No lado direito dessa Figura, uma polia foi cuidadosamente acoplada no eixo de motor universal (não mostrado na figura), que se localiza na parte inferior da bancada. Um Variac foi ligado aos terminais do motor para que, ao se variar a tensão, a rotação do motor pudesse ser controlada. Detalhes da construção da bancada didática podem ser consultadas em Alves e cols., 2020 [9].



**Figura 3:** (a) Bancada para o estudo do gerador produzido. Aqui é mostrado o instante em que se coloca o estator no eixo de rotação do gerador. (b) O rotor é colocado sobre o estator. Na parte inferior direita dessa figura, é mostrado os ímãs do rotor. Em (c) e (d) são mostradas a instalação da polia menor sobre o rotor. Fonte: Acervo do autor.

Após o encaixe do estator, uma porca foi utilizada na barra rosca para fixá-lo no sistema. Segue-se assim com o encaixe do rotor sobre o estator, como mostrado na Figura 3(b). Aqui a face que contém os ímãs é voltada para baixo. Após passar a cola *tek bond*® sobre a base inferior de uma polia menor (Figura 3(c)), esta foi colada sobre a outra face do rotor (Figura 3(d)). Uma correia (não mostrada) deve passar por essas polias para girar a uma determinada frequência o rotor do gerador. O controle da velocidade de rotação da polia maior possibilita o controle de rotação do gerador. Embora outra fonte pudesse ter sido utilizada para colocar o gerador em funcionamento (vento ou queda d’água), o motor e o variac foram a melhor maneira encontrada visando utilização do aparato em salas de aulas. A geração de rotação através de outros tipos de forças mecânicas é possível através da adaptação da polia para interação com o ambiente específico; por exemplo, adaptação de uma hélice de ventilador para gerar rotação através de sua exposição a ventos (geração eólica).

Na Figura 4 está mostrado o aparato experimental completo com os instrumentos de medição utilizados. Inicialmente pode ser visto a bancada completa com a



**Figura 4:** Aparato experimental para o estudo do gerador. Fonte: Acervo do autor.

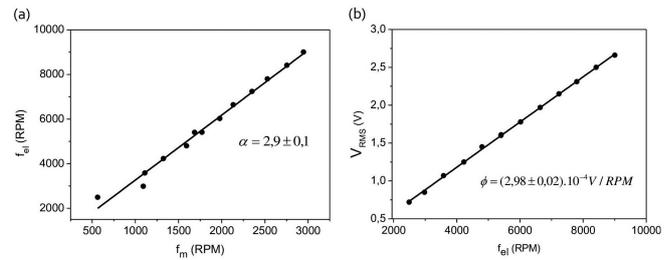
correia acoplada à polia menor e maior. Uma bancada de resistores (ampliada na Figura) com resistências diversas foi utilizada para o estudo das tensões e potências com resistência variável. Esta consistiu de um resistor de chuveiro esticado e colocado em “zig zag” sobre a bancada e resistores de carbono diversos, fixados na placa protoboard. As resistências variaram de 0,1 a 6,0  $\Omega$  ao longo do comprimento do resistor de chuveiro e de 5,6–38,0  $\Omega$  para os resistores de carbono.

Um tacômetro digital óptico modelo DT2234C foi utilizado para medir a  $f_m$  do gerador em RPM. Os valores de  $f_{el}$  e  $V_{RMS}$  foram obtidos diretamente na tela de um osciloscópio modelo Minipa MO-2100 enquanto, a corrente foi lida com um multímetro digital modelo Politerm-76.

## 4. Propostas Experimentais

### 4.1. Gerador aberto

Neste estudo a rotação do gerador foi variada por meio da rotação do motor ligado ao Variac e os valores de  $f_{el}$ ,  $f_m$  e  $V_{RMS}$  foram medidos simultaneamente. Para esta medição, o estudante pode optar por coletar as grandezas supracitadas em valores de intervalos de frequências específicas, ou simplesmente filmar o experimento com o celular e depois coletar os dados dando pausa no vídeo. Optou-se pelo segundo método o que facilitou a coletas dos dados com intervalos escolhidos dinamicamente (diferentes quantidades de pontos experimentais) a qualquer momento futuro. Este experimento foi realizado em uma faixa de  $f_m$ 's de 500–3000 RPM ( $f_{el}$ 's = 2000–9500 RPM). Nas Figuras 5(a) e (b) estão representados os respectivos gráficos da  $f_{el}$  em função da  $f_m$  e  $V_{RMS}$  em função da  $f_{el}$ . Como se trata do gerador aberto, tem-se que  $V_{RMS} = \varepsilon_{RMS}$  na Equação (5). Para ambos os gráficos a função que melhor se adequa aos pontos experimentais é a do tipo linear. O coeficiente angular da reta que descreve a relação entre  $f_{el}$  e  $f_m$  é indicado por ‘ $\alpha$ ’ e a relação entre  $V_{RMS}$  e  $f_{el}$  é indicado por ‘ $\Phi$ ’.



**Figura 5:** (a) Dependência da  $f_{el}$  com a  $f_m$ . A relação entre estas grandezas é indicada por  $\alpha$ . (b) Dependência de  $V_{RMS}$  com a  $f_{el}$ . A relação entre estas grandezas é indicada por  $\Phi$ .

Foi observado que o valor de  $\alpha$  obtido graficamente está em excelente concordância com a Equação (1): se  $N = 6$ , por exemplo a  $f_{el}$  deve ser triplicada e o valor  $\alpha = 2,9 \pm 0,1$  está de acordo com o esperado. O pequeno valor de  $\Phi = (2,98 \pm 0,02) \cdot 10^{-4}$  V/RPM implica em uma baixa eficiência do gerador construído, que possui 30 espiras por bobina. Por exemplo em valores de  $f_{el} \approx 5000$  RPM tem-se que  $V_{RMS} \approx 1,5$  V. Em um trabalho anterior mostrou-se que para bobinas de 100 espiras, conseguiu-se  $V_{RMS} \approx 7,5$  V para  $f_{el} \approx 5000$  RPM, indicando uma pequena melhoria do sistema com o aumento do número de espiras [9]. A relação entre  $V_{RMS}$  e  $f_{el}$  se deve ao menor número de espiras das bobinas e o fato de o estator e o rotor não terem núcleos construídos com material ferromagnético. Buscou-se aqui a forma mais simples de se construir um gerador de ímãs permanentes de fluxo axial. Por outro lado, os baixos valores de tensão atingidos não afetam os resultados experimentais aqui obtidos, já que se busca sua aplicação didática.

Um modelo de gerador simples, abordados em livros textos para disciplinas de eletromagnetismo em nível de graduação, consiste de uma bobina de área  $A$ , imersa em um campo magnético uniforme [12]. Quando a bobina é posta para girar com frequência ( $f$ ) constante, uma  $fem$  do tipo  $\varepsilon = kf \sin(2\pi ft)$ , no qual  $k$  é uma constante, é gerada em seus terminais. O valor eficaz para este modelo de gerador é igual a  $\varepsilon_{RMS} = kf/\sqrt{2}$ , ou seja, diretamente proporcional a  $f$ . No experimento aqui realizado, observa-se um comportamento semelhante: a tensão gerada oscila com o tempo e seu valor eficaz é proporcional a  $f$ . Portanto, o modelo de gerador descrito neste trabalho pode ser utilizado em sala de aula ou laboratório, sem muitas complicações, para exemplificar um modelo simples abordado na graduação ajudando o estudante a vivenciar a teoria e prática.

### 4.2. Medições de potência em carga resistiva

Aqui são apresentados os resultados no qual o gerador está conectado a cargas resistivas. Foram realizadas análises nas quais uma das grandezas  $f_{el}$ ,  $R$  e  $V_{RMS}$  (medida na carga) foi mantida constante.

#### 4.2.1. Frequência constante

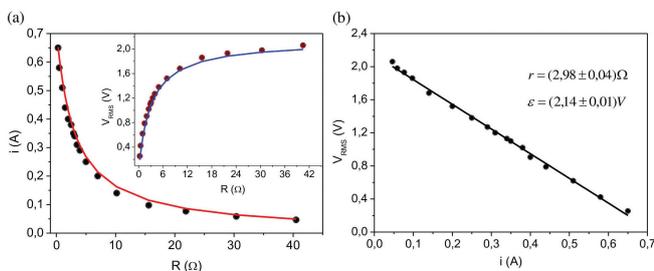
Neste experimento, manteve-se a  $f_{el} \approx 120$  Hz e aumentando-se os valores da  $R$ , utilizando a bancada de resistores, mediu-se os valores de  $V_{RMS}$ ,  $i$ ,  $f_{el}$ . Para cada valor de  $R$  (na faixa de  $0 - 42\Omega$ ), ajustava-se a  $f_{el}$  para que ela se mantivesse em  $\approx 120$  Hz. Na Figura 6(a) está representado, por meio de círculos sólidos, a dependência experimental de  $i$  com  $R$ . Neste mesmo gráfico, no canto superior à direita, também por círculos sólidos, a dependência de  $V_{RMS}$  com  $R$ . As linhas contínuas coloridas representam curvas teóricas que serão discutidas posteriormente.

Observa-se que enquanto  $i$  decresce com o aumento de  $R$  os valores de  $V_{RMS}$  aumentam com  $R$ . Embora:

$$V_{RMS} = Ri, \quad (6)$$

todas as grandezas nela variem de forma diretamente/inversamente proporcional, dificultando as análises. O comportamento observado pode ser melhor compreendido por meio da Equação (5) e da Figura 5(b) (seção anterior). Observa-se pela Figura 5(b) que  $\varepsilon_{RMS}$  é proporcional a  $f_{el}$ , e pode-se supor que  $\varepsilon_{RMS}$  seja constante para  $f_{el}$  constante, independente do valor de  $R$ , externo ao gerador. Se isso é verdadeiro, então pela Equação (5) um gráfico de  $V_{RMS}$  em função de  $i$  deve fornecer uma reta, pois  $r$  também é constante nesta equação. Esse gráfico está representado na Figura 6(b) e torna esta suposição verdadeira. Nele, o aumento de  $i$  (ocasionado pelo decréscimo em  $R$ , (Figura 6(a)) faz com que os valores de  $V_{RMS}$  decresçam linearmente. Isto está de acordo com a Equação (5) para  $\varepsilon_{RMS}$  constante. Resultado semelhante foi obtido por Oliveira e cols., 2017 [11]. Conclui-se aqui que  $\varepsilon_{RMS}$  dependa apenas de fatores de construção do gerador e da velocidade de rotação do mesmo.

De acordo com a Equação (5) uma regressão linear no gráfico da Figura 6(b) fornece para o coeficiente linear, o valor de  $\varepsilon_{RMS}$  e para o coeficiente angular o valor da resistência interna,  $r$ , do gerador. Os resultados



**Figura 6:** (a) Na parte esquerda, através dos pontos pretos, a dependência experimental de  $i$  com  $R$ . A linha sólida em vermelho representa o “ajuste” obtido com uma função teórica de  $i(R)$ . Na parte superior direita dessa figura, através dos pontos marrons, a dependência de  $V_{RMS}$  com  $R$ . (b) Dependência de  $V_{RMS}$  com  $i$ . A linha sólida representa uma regressão linear realizada. Os valores de  $r$  e  $\varepsilon_{RMS}$  foram obtidos desta regressão.

dessa regressão fornecem:  $\varepsilon_{RMS} = (2,14 \pm 0,01)$  V e  $r = (2,98 \pm 0,04)$   $\Omega$ . O valor experimental para  $r$ , medido com um multímetro digital, fornece  $r_{exp} = (2,9 \pm 0,5)$   $\Omega$ , estando dentro da faixa de valores obtidos a partir da regressão linear. Uma vez que  $\varepsilon_{RMS}$  é constante, pode-se discutir as curvas da Figura 6(a), sem muitas dificuldades. Demonstra-se a partir das Equações (5) e (6) que a dependência de  $i$  com  $R$  é do tipo:

$$i(R) = \frac{\varepsilon_{RMS}}{r + R}. \quad (7)$$

Substituindo a Equação (7) na Equação (5), obtém-se para a dependência de  $V_{RMS}$  com  $R$ :

$$V_{RMS}(R) = R \frac{\varepsilon_{RMS}}{r + R}. \quad (8)$$

Os gráficos teóricos das duas últimas equações estão representados na Figura 6(a) por meio das linhas sólidas em vermelho e azul para  $i(R)$  e  $V_{RMS}(R)$ , respectivamente. Nelas foram utilizadas  $\varepsilon_{RMS} = 2,14$  V e  $r = 2,98$   $\Omega$ . Os valores experimentais de  $R$  foram utilizados nas Equações (7) e (8) para a obtenção das curvas teóricas. Observa-se um bom “ajuste” da curva teórica a experimental confirmando a teoria através dos dados experimentais.

Na Figura 7 estão apresentados os gráficos de  $P$  em função de  $R$ . Os círculos em vermelho representam os pontos experimentais obtidos a partir da Equação:

$$P = V_{RMS}i, \quad (9)$$

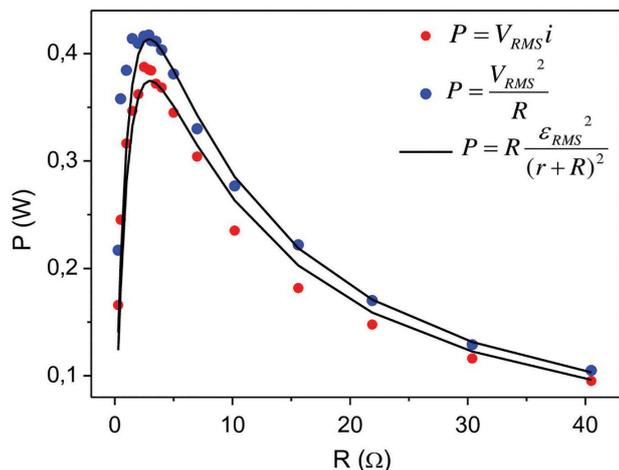
enquanto, os círculos em azul os obtidos a partir da Equação:

$$P = \frac{V_{RMS}^2}{R}. \quad (10)$$

Em ambos os casos, a potência aumenta com  $R$  até um certo valor e então passa a decrescer, tendendo a valores relativamente baixos para altos valores de  $R$ . A dependência de  $P$  com  $R$  pode ser obtida teoricamente, fazendo a Equação (8) na Equação (10) obtendo-se:

$$P = R \frac{\varepsilon_{RMS}^2}{(r + R)^2}. \quad (11)$$

Teoricamente, o valor de  $P$  é máximo na condição  $dP/dt = 0$ , o que ocorre para  $R = r$  [10, 11]. As linhas pretas representam a curva teórica de  $P$  em função de  $R$ , utilizando a Equação (11) para ambos os pontos experimentais em vermelho e azul. Os valores de  $r$  e  $\varepsilon_{RMS}$  foram variados para que a função descrita pela Equação (11) pudesse se ajustar, em cada vez, aos pontos em vermelho e azul. Os valores de  $r$  e  $\varepsilon_{RMS}$  obtidos por este método estão, respectivamente, nas faixas de  $2,9 - 3,0$   $\Omega$  e  $2,19 - 2,12$  V. Assim, os valores médios com incerteza para estas grandezas são  $r = (2,95 \pm 0,05)$   $\Omega$  e  $\varepsilon_{RMS} = (2,16 \pm 0,04)$  V, estando de acordo com os valores obtidos por regressão linear da Figura 6(b).



**Figura 7:** Gráficos de Potência em função da resistência dos resistores.

Adicionalmente, pode-se fazer  $R = r$  na Equação (11) e utilizar os valores supracitados de  $r$  e  $\epsilon_{RMS}$  para obter a potência máxima dissipada. O estudante pode verificar que essa potência vale  $P_{M\acute{a}x} = (0,40 \pm 0,02)$  W, que está na faixa de valores máximos de potência visualizados na Figura 7.

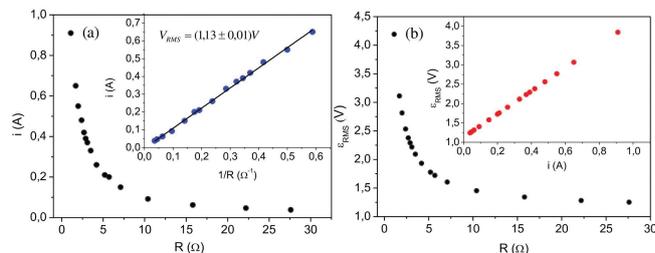
**4.2.2. Tensão Constante**

Para este estudo, o valor de  $V_{RMS}$  nos terminais dos resistores foi mantido fixo enquanto os valores de  $R$  foram variados. Para os valores de  $R$  na faixa de 0,2 – 30,0  $\Omega$  verificou-se uma variaao nos valores de  $V_{RMS}$  na faixa de 1,12 – 1,20 V e, portanto, assumiu-se um valor médio para  $V_{RMS}$ . Os valores de  $f_{el}$  estiveram compreendidos na faixa de 2.450 – 13.350 Hz. A corrente elétrica  $i$  esteve compreendida na faixa de valores de 0,0 – 1,0 A.

No gráfico da Figura 8(a) é possível observar um decréscimo em  $i$  com o aumento de  $R$ . Uma vez que buscou-se um valor constante para  $V_{RMS}$ , pode-se utilizar a Equaao (6) para demonstrar que a dependência de  $i$  com  $R$  segue a forma:  $i(R) = V_{RMS}/R$ . Isto é confirmado através do gráfico no canto superior direito da Figura 8(a), no qual a dependência de  $i$  com  $1/R$  é linear. O coeficiente angular deste gráfico fornece  $V_{RMS} = (1,13 \pm 0,01)$  V como valor médio. Este valor de  $V_{RMS}$  foi utilizado para se obter a dependência de  $\epsilon_{RMS}$  com  $R$  (Figura 8(b)). Primeiro foram utilizadas as Equaoes (5) e (6), para demonstrar que:

$$\epsilon_{RMS} = V_{RMS} \left( \frac{r}{R} + 1 \right). \tag{12}$$

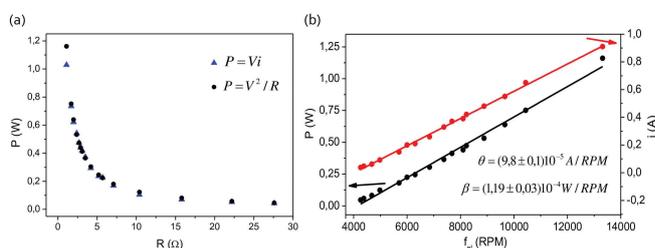
e de posse  $r = 2,98 \Omega$  utilizou-se essa equaao para a construao do gráfico da Figura 8(b) (pontos pretos). De forma semelhante e com o auxílio da Equaao (5), foi possível obter a dependência entre  $\epsilon_{RMS}$  com  $i$  medidos no amperímetro. Este gráfico está mostrado no canto



**Figura 8:** (a) Na parte esquerda, através dos pontos pretos, a dependência experimental de  $i$  com  $R$ . Na parte superior direita, através dos pontos azuis, a dependência de  $i$  com  $1/R$ . (b) Os pontos pretos representam a dependência de  $\epsilon_{RMS}$  com  $R$ , enquanto os pontos vermelhos, no canto superior direito, a dependência de  $\epsilon_{RMS}$  com  $i$ .

superior da Figura 8(b), pelos pontos em vermelho, e de acordo com a Equaao (5) utilizada, apresenta um comportamento linear.

Na Figura 9(a) está representado o gráfico de  $P$  em funao de  $R$ , no qual se utilizou-se as equaoes  $P = V^2/R$  (círculos pretos) e  $P = Vi$  (triângulos em azul). Observa-se que as duas equaoes fornecem resultados semelhantes para o gráfico de  $P$  com  $R$ . Na Figura 9(b) está representado, por meio de círculos pretos, o gráfico de  $P$  em funao de  $f_{el}$  e com círculos em vermelho, o gráfico de  $i$  em funao de  $f_{el}$ . As linhas sólidas nesta figura representam regressões lineares para cada caso. Observa-se através do gráfico de  $P$  em funao de  $f_{el}$  um comportamento linear entre estas duas grandezas. Constata-se que para um aumento na potência dissipada na carga, o gerador deve girar mais rápido para fornecer mais energia a ela. A taxa no qual a potência aumenta com a frequência foi calculada como  $\beta = (1,193 \pm 0,001) \cdot 10^{-4}$  W/RPM.



**Figura 9:** (a) Dependência de  $P$  com  $R$ . (b) Os pontos pretos representam a dependência de  $P$  com a  $f_{el}$ , enquanto os pontos vermelhos a dependência de  $i$  com a  $f_{el}$ .

Para um melhor entendimento do comportamento linear de  $P$  com  $f_{el}$ , recorre-se ao gráfico de  $i$  em funao de  $f_{el}$ , na Figura 9(b), que também é descrito por um comportamento linear. Da regressão linear obtem-se que a taxa no qual  $i$  varia com  $f_{el}$  é  $\theta = (9,8 \pm 0,1) \cdot 10^{-5}$  A/RPM. Assim:

$$i = \theta f_{el}. \tag{13}$$

Agora, substituindo a Equação (13) na Equação (9) e tendo em vista que  $V_{RMS}$  é constante, tem-se que:

$$P = V_{RMS}\theta f_{el}, \quad (14)$$

o que comprova o comportamento linear de  $P$  com  $f_{el}$ . Ainda, de acordo com esta equação tem-se que  $\beta = V_{RMS}\theta$ . Considerando que  $V_{RMS} = (1,13 \pm 0,01)$  V e  $\theta = (9,8 \pm 0,1) \cdot 10^{-5}$  A/RPM, o valor calculado para  $\beta$  é aproximadamente  $1,1 \cdot 10^{-4}$  W/RPM. Este valor é da ordem de grandeza do valor obtido por regressão linear.

#### 4.2.3. Resistência constante

Neste último experimento foi utilizado o resistor de chuveiro da bancada de resistores. Foi escolhido  $R \approx (2,9 \pm 0,5) \Omega$  ( $R \approx r$ ), mantido constante nos terminais do gerador. Os valores  $f_{el}$  foram variados na faixa de 1750–8450 RPM e os valores de  $V_{RMS}$  e  $i$  estiveram na faixa de 0,29 – 1,35 V e 0,1 – 0,45 A, respectivamente.

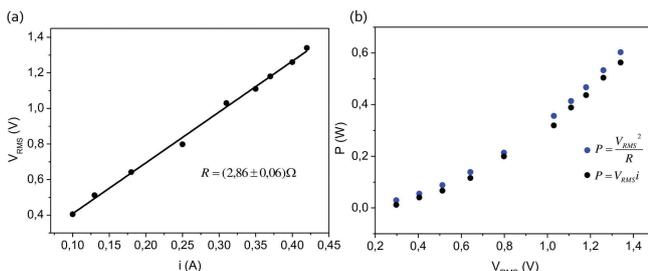
Na Figura 10(a) está representado o gráfico de  $V_{RMS}$  em função de  $i$ . Observa-se um comportamento linear entre estas grandezas, como já esperado. A relação entre  $V_{RMS}$  e  $i$  é dado pela Equação (6) e utilizando uma regressão linear, obteve-se  $R = (2,86 \pm 0,06) \Omega$ , equivalente ao valor de 2,9  $\Omega$  escolhido. Na Figura 10(b) estão mostrados os gráficos de  $P$  em função de  $V_{RMS}$ , juntamente com as Equações (9) e (10) para fins comparativos. Observa-se um comportamento semelhante entre as mesmas e uma pequena diferença nos valores de  $P$ .

Na Figura 11 Estão representados em um mesmo gráfico a dependência de  $V_{RMS}$  e  $P$  com  $f_{el}$ . Observa-se um comportamento linear de  $V_{RMS}$  com a  $f_{el}$  e a regressão linear fornece para a taxa de variação de  $V_{RMS}$  com  $f_{el}$  o valor de  $\sigma = (1,57 \pm 0,01)10^{-4}$  V/RPM. Desta forma, pode-se escrever que:

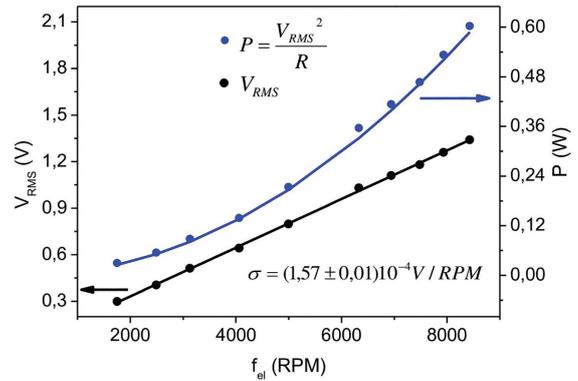
$$V_{RMS} = \sigma f_{el}. \quad (15)$$

Por outro lado o gráfico de  $P$  com  $f_{el}$  não é do tipo linear. Para uma abordagem teórica deste comportamento, substitui-se a Equação (15) na Equação (10), para obter:

$$P = \frac{\sigma^2}{R} f_{el}^2, \quad (16)$$



**Figura 10:** (a) Dependência de  $V_{RMS}$  com  $i$ . A linha sólida representa uma regressão linear. (b) Dependência de  $P$  com a  $f_{el}$  utilizando as equações apresentadas na legenda.



**Figura 11:** Em azul a dependência de  $P$  com a  $f_{el}$  e em preto a dependência de  $V_{RMS}$  com  $f_{el}$ . Os pontos representam medidas experimentais enquanto a curva sólida em azul foi construída utilizando a Equação (16). A curva sólida em preto representa uma regressão linear para a dependência de  $V_{RMS}$  com  $f_{el}$ .

o que suporta uma dependência quadrática de  $P$  com  $f_{el}$ . Adicionalmente a linha sólida em azul, construída a partir dessa equação, se ajusta bem aos dados experimentais.

## 5. Considerações Finais

O sistema didático abordado neste trabalho demonstrou-se de grande utilidade para a abordagem experimental e teórica da tensão alternada e dos parâmetros elétricos associados. Todos os resultados experimentais estiveram em plena concordância com as teorias previstas. No primeiro estudo com o gerador em aberto observou-se que a frequência elétrica é triplicada com relação a frequência mecânica e a força eletromotriz cresce linearmente com a velocidade de rotação do gerador. Já no segundo estudo com o gerador alimentando uma carga resistiva com sua rotação mantida fixa, a força eletromotriz também se mantém constante e independente da carga resistiva ligada ao gerador. Em específico, o aumento da resistência levou a uma queda nos valores de corrente e aumento nos valores da tensão eficaz. A potência tem um máximo quando a resistência da carga se torna igual a resistência interna do gerador.

Quando a tensão é mantida constante nos terminais do gerador a corrente no circuito diminui com o aumento da resistência. Tendo em vista a dependência linear entre a força eletromotriz e a corrente, esta grandeza decresce com o decréscimo na corrente. O aumento da resistência leva a um decréscimo na potência dissipada na carga e consequentemente o gerador “precisa” girar menos para fornecer menos energia ao circuito. No último experimento o aumento da tensão nos terminais do resistor, com a resistência é mantida constante, leva a um aumento da potência do circuito e um consequente aumento da velocidade de rotação do gerador.

Desta forma, demonstra-se em um experimento único, parâmetros associados aos geradores elétricos e o uso da

fórmula  $V = \varepsilon - ri$ , geralmente abordada em circuitos de corrente contínua.

## Agradecimentos

Agradecemos à PROGRAD/UFES pelo financiamento deste trabalho e concessões de bolsas de estudo.

## Referências

- [1] D.G. Pérez, I.F. Montoro, J.C. Alís e A. Cachapuz, *J. Praia Ciência & Educação* **7**, 125 (2001).
- [2] E.C.P. Marinho e E.A.V. Rodriguez, *Ensino e Tecnologia em Revista* **4**, 21 (2020).
- [3] P.F.T. Dorneles, I.S. Araujo e E.A. Veit, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **28**, 487 (2006).
- [4] R.A. Mion, J.A.P. Angotti, in: *Anais do IX Encontro Nacional de Pesquisa em Ensino de Física* (Jaboticatubas, 2004).
- [5] J. Jonnes, *Empires Of Light: Edison, Tesla, Westinghouse, And The Race To Electrify The World* (Random House, New York, 2004).
- [6] M. Queiroz. *Uma Proposta Didática para o Ensino de Geradores de Energia Elétrica*. Dissertação de Mestrado, Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte (2011).
- [7] S.D. Umans, *Máquinas Elétricas* (AMGH Editora Ltda, Porto Alegre, 2014), 7<sup>a</sup> ed., v. 1, p. 193.
- [8] A.L. Alves, D.J.C. Coura, M.S. Pessoa, S.S. Bento e P.S. Moscon, *A Física na Escola* **17**, 46 (2019).
- [9] A.L. Alves, Y.B. Motta e A.C.B. Zancanella, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* **37**, 879 (2020).
- [10] G.T. Azevedo, C. J.T. Peixoto, F.F. Bargas e C.R. Menegatti, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **39**, e3503 (2017).
- [11] F. Oliveira e J.A. Paixão, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **39**, e1402 (2017).
- [12] H. D. Young, R. A. Freedman. *Física III: Eletromagnetismo* (Pearson Education do Brasil, São Paulo, 2009), 12<sup>a</sup> ed., v. 3, p. 286.