

MODELOS DE AFILAMENTO PARA *Pinus taeda* L. BASEADOS EM PONTOS DE MUDANÇA DE FORMA

TAPER MODELS FOR *Pinus taeda* L. BASED ON FORM CHANGE POINTS

Carlos Alberto Martinelli de Souza^{1†} César Augusto Guimarães Finger² Paulo Renato Schneider¹
Ivanor Muller⁴

RESUMO

Este trabalho foi concebido com os objetivos de determinar matematicamente os pontos de mudança da forma do fuste (*pmf*), o número de mudanças na forma geométrica, ajustar e comparar modelos matemáticos para estimar os diâmetros ao longo do fuste de *Pinus taeda* L. Os dados foram amostrados em árvores que cresceram em povoamento implantado em espaçamento de 2,50 x 2,50 m e manejado com dois desbastes, aos 9 e 14 anos, e corte final aos 30 anos pertencentes à Klabin S.A., em Telêmaco Borba, estado do Paraná. Quarenta árvores das classes médias e dominantes foram abatidas e cubadas pelo Método de Smalian, nas posições fixas de 0,10 m; 0,30 m; 0,80 m; 1,30 m; e após em comprimentos de 1 em 1 m, até a altura total. Na parte relativa à copa, os pontos de medição foram deslocados para os entrenós e a seguir foram retiradas fatias para análise de tronco, resultando, quando considerada a idade, em conjunto de dados relativos a 649 árvores com idades entre 8 a 30 anos, das quais foram selecionadas aleatoriamente, 50 árvores em cada classe de *pmf* para modelagem. As árvores foram agrupadas segundo os *pmf* de acordo com as quantidades de pontos definidos pela segunda derivada do polinômio do 5º ajustado para cada árvore. Com base nas estatísticas de ajuste e precisão na análise gráfica dos resíduos, nas estatísticas *viés* (*v*), média das diferenças (*md*) e desvio padrão das diferenças (*dpd*) foi selecionado o Polinômio de quinto grau para estimar os diâmetros em alturas relativas do tronco e, alternativamente, o modelo de Garay, seguido do modelo de Max e Burkhart com dois ou modificado para um segmento conforme o número de *pmf* definidos na derivada.

Palavras-chave: sortimentos; inventário florestal; forma do fuste; modelos não segmentados.

ABSTRACT

This work was planned to describe the change point of stem taper (*pmf*), the number of geometric change points, adjust and compare mathematical models to predict diameters along of stem of *Pinus taeda* L. The data sampled were measured on trees growing in stands implanted with spacing of 2,50 x 2,50m, thinned at 9 and 14 years and final cut at 30 years old, from Klabin S.A., Telêmaco Borba, Paraná state, Brazil. Fourty trees between the average and dominant trees were cut and measured with Smalian method at the positions 0,10m; 0,30m; 0,80m; 1,30m; and from them at each 1m to the top. At crown part the measured point were moved among knot. After that, at each measured point, slices to stem analysis were cut. If considered the age, a group of 649 trees between 8 to 30 years old resulted of the analysis. From this group, 50 trees were selected at random of each *pmf* class to modeling. The trees were grouped in *pmf* by the number of change point of stem shape defined by the second derivative of the polynomial 5th. Degree 5th grad Polinon adjusted for each tree. The statistics of adjustment and precision, residuals graphics, bias (*v*), average difference (*md*), and difference of standard deviation (*dpd*) showed as better model the polynomial 5th. degree to predict the diameter at relative height of stem, and alternatively the Garay model and the

1 † Engenheiro Florestal, Dr., Professor Adjunto da Universidade Federal do Espírito Santo, Campi de Alegre, CEP 29500-000, Alegre (ES), Brasil (*in memoriam*).

2 Engenheiro Florestal, Dr., Professor Titular do Departamento de Ciências Florestais, Centro de Ciências Rurais, Universidade Federal de Santa Maria, Av. Roraima, 1000, CEP 97105-900, Santa Maria (RS), Brasil. cesarfinger.ufsm@gmail.com

3 Engenheiro Florestal, Dr., Professor Titular do Departamento de Ciências Florestais, Centro de Ciências Rurais, Universidade Federal de Santa Maria, Av. Roraima, 1000, CEP 97105-900, Santa Maria (RS), Brasil. schneider.paulorenato@gmail.com

Max-Burkhardt with two segments or modify to one segment according to the number of *pmf* calculated by the derivative.

Keywords: assortment; forest inventory; stem shape; segmented; non-segmented models.

INTRODUÇÃO

A classificação da produção de plantações florestais, segundo o conceito de multiprodutos, permite flexibilizar sua destinação, refletindo diretamente na receita econômica e financeira do empreendimento, pois permite direcionar o produto de determinada classe de dimensão e qualidade para o melhor valor de mercado. Com isso, o produtor florestal poderá otimizar as receitas, de forma a obter o máximo rendimento, que será transformado em lucro no final do processo (LEITE, 1994).

Em processos de produção de madeira, que se destinam a multiprodutos, os inventários florestais precisam ser mais detalhados, sendo a precisão das estimativas de estoque essencial para a eficiência do planejamento da produção florestal. Outro fator decisivo é a acurácia na estimativa dos diâmetros para a formação das classes de sortimento, a qual é dificultada pela variação da forma do fuste que é dependente da espécie, e estágio de desenvolvimento da árvore (LIMA, 1986); e é alterada pela competição a que árvore está submetida. Neste processo dinâmico, os inúmeros fatores que influenciam o crescimento também modificam a forma da árvore, sejam estes fatores do ambiente (luz, temperatura, umidade, vento, etc.) ou relacionados com a concorrência, como a densidade do povoamento, distância entre árvores, entre outros. Neste contexto, algumas pesquisas buscam estudar o efeito do ambiente e de práticas silviculturais sobre a distribuição do incremento anual de madeira ao longo do fuste. Tal processo fisiológico repercute diretamente na forma e, conseqüentemente, no sortimento de produtos madeiráveis (ANDRADE et al., 2007). De acordo com Assmann (1970), Husch, Miller e Beers (1982) e Finger (1992), fatores como espaçamento, sítio, competição e seleção genética alteram a forma geométrica do fuste, sendo possível identificar uma, duas, ou mais formas geométricas em um único tronco. Devido a esta variabilidade, pode haver dificuldade em encontrar uma função capaz de estimar com acurácia os diâmetros ao longo de todo o fuste. Muitos modelos apresentam estimativas tendenciosas nas extremidades sendo necessário empregar modelos matemáticos de

maior complexidade, como o segmentado (MAX; BURKHART, 1976). Tais modelos apresentam maior flexibilidade e, em alguns casos, possibilitam maior acurácia ao utilizar duas ou mais funções para representar o perfil da árvore, aumentando, porém, a complexidade do modelo (ASSIS, 2000).

Por outro lado, modelos matematicamente menos complexos podem aliar eficiência à simplicidade de aplicação, como no caso dos polinomiais. Porém, a definição prévia de um ou outro modelo não pode ser feita, pois a *performance* de um modelo depende da variabilidade de dimensões entre árvores, bem como dentro dos fustes destas árvores.

Uma das formas clássicas para redução da variância na busca de melhorar a acurácia da estimativa é a estratificação, a qual comumente emprega classes diamétricas e pode trazer melhor ajuste para qualquer modelo, independentemente de sua complexidade matemática.

Neste sentido, este trabalho foi concebido com os objetivos de determinar matematicamente a existência de pontos de mudança da forma do fuste (*pmf*), o número de mudanças na forma geométrica dentro do fuste, ajustar e comparar modelos matemáticos para estimar os diâmetros ao longo do fuste de *Pinus taeda* L.

MATERIAL E MÉTODOS

Localização e descrição da área de coleta dos dados

Os dados para o presente trabalho foram medidos em povoamentos de *Pinus taeda* L., localizados na Klabin S.A., em Telêmaco Borba, estado do Paraná, a 24° sul e 50°30' oeste, com altitude variando entre 750 a 868 m. O clima local é Cfa – Subtropical, segundo a classificação de Köppen, apresentando temperatura média no mês mais frio de 15,6°C, temperatura média no mês mais quente de 22,3°C, e temperatura mínima registrada de -5,2°C. A média anual de precipitação nos últimos 54 anos foi 1.508,8 mm. Os solos predominantes são latossolo e cambissolo, com textura argilosa e média. O material de origem é

predominantemente relacionado ao intemperismo e retrabalho de litologias referentes às formações Rio Bonito, Itararé e Diques de Diabásio (EMBRAPA, 2006).

Características do povoamento e informações coletadas

As árvores amostradas cresceram em povoamento implantado em espaçamento de 2,50 x 2,50 m (1.600 árvores/ha) e manejado com dois desbastes. O primeiro, realizado aos 9 anos de idade, foi sistemático na sexta linha e seletivo entre elas, tendo remanescido 675 árvores/ha. O segundo, aos 14 anos, foi seletivo permanecendo em pé 275 árvores/ha. O corte final foi realizado aos 30 anos.

Quarenta árvores, das classes médias e dominantes, foram abatidas e cubadas pelo Método de Smalian, nas posições fixas de 0,10 m; 0,30 m; 0,80 m; 1,30 m; e, após, em comprimentos de 1 em 1 m até a extremidade da copa. Na parte relativa à copa, os pontos de medição foram deslocados para os entrenós. Em todas as posições foram retiradas fatias do tronco para análise. Considerando a idade das árvores e o número amostrado foi gerado o conjunto de dados relativos a 649 árvores com idades de 8 a 30 anos, sendo destas selecionadas 50 árvores para o estudo de funções de afilamento.

Determinação dos pontos de mudanças de formas nos fustes

A determinação dos pontos de mudança de forma (*pmf*) foi conhecida com a derivada do polinômio de grau 5 ajustado para cada árvore-amostra, em cada idade entre 8 e 30 anos. O ponto da mudança na forma geométrica foi definido como sendo a curva que descreve o perfil do fuste e que mudou de concavidade, isto é, o ponto de inflexão da curva obtido a partir da 2ª derivada da função.

Assim, obtidos os coeficientes do polinômio do 5º grau para cada árvore-amostra em cada idade, entre 8 a 30 anos, foram realizadas duas derivações visando determinar os pontos de inflexão na curva. Após, igualadas a zero, obtiveram-se os pontos que definiam a mudança na forma geométrica. As funções que possuíam três pontos de inflexão representaram árvores com três *pmf*. Quando possuíam dois pontos de inflexão reais e um imaginário, possuíam dois *pmf*, e, quando possuem um ponto de inflexão real e dois imaginários, possuíam apenas um *pmf*.

Modelos estudados

Três modelos matemáticos foram testados. O modelo de Max e Burkhart (1976) (modelo 1) é um modelo segmentado, em que os pontos de junção representam a mudança na forma geométrica, os *pmf*. O modelo em sua forma original considera a existência de três figuras geométricas diferentes nas árvores e, por isso, tem 2 pontos de junções sendo expresso por:

$$d_i = dap [\beta_1(X-1) + \beta_2(X^2-1) + \beta_3(a_1-X)^2 I_1 + \beta_4(a_2-X)^2 I_2]^{0.5} + e_i$$

Para as árvores com três *pmf* foi acrescentado ao modelo um ponto de junção passando a forma:

$$d_i = dap [\beta_1(X-1) + \beta_2(X^2-1) + \beta_3(X^3-1) + \beta_4(a_1-X)^2 I_1 + \beta_5(a_2-X)^2 I_2 + \beta_6(a_3-X)^2 I_3]^{0.5} + e_i$$

E para as árvores com 1 *pmf*, ao contrário, foi feita a redução no modelo que passou a ser escrito:

$$d_i = dap [\beta_1(X-1) + \beta_2(a-X)^2 I]^{0.5} + e_i$$

Em que: $I_1 = 1$ se $X \leq a_i$; $I_1 = 0$ se $X > a_i$; $i = 1, 2$; $X = h_i / h$; a_1, a_2 e a_3 = pontos de junções dos polinômios; d_i = diâmetro na *i*ésima posição em cm; *dap* = diâmetro a altura do peito em cm; h_i = altura na *i*ésima posição em m; h = altura da árvore em m; \hat{a}_i = parâmetros da regressão, sendo $i = 0, 1, \dots, n$; e_i = erro aleatório.

O polinômio do 5º grau (modelo 2) é um modelo linear não segmentado com a seguinte forma:

$$\frac{d_i}{dap} = \left[\hat{a}_0 + \hat{a}_1 \left(\frac{h_i}{h}\right) + \hat{a}_2 \left(\frac{h_i}{h}\right)^2 + \hat{a}_3 \left(\frac{h_i}{h}\right)^3 + \hat{a}_4 \left(\frac{h_i}{h}\right)^4 + \hat{a}_5 \left(\frac{h_i}{h}\right)^5 \right] + e_i$$

O 3º modelo, o de Garay, é não segmentado e não linear e foi definido por:

$$d_i = dap \beta_0 \left[1 + \beta_1 Ln \left(1 - \beta_2 h_i^{\beta_3} h^{-\beta_3} \right) \right] + e_i$$

Após o ajuste, os modelos de Max e Burkhart (1976), em sua forma original para dois segmentos e os modificados para um e três segmentos, passaram a ser denominados modelo 1 sendo, cada um deles, ajustados para dados com 1, 2 e 3 *pmf*, conforme o caso; o Polinômio do 5º grau, como modelo 2 e o modelo de Garay como modelo 3.

O modelo linear foi ajustado pelo método

dos mínimos quadrados ordinários e os não lineares foram ajustados pelo procedimento de Gauss Newton do programa estatístico SAS (SAS INSTITUTE, 2004).

Avaliação dos modelos

Os modelos tiveram o desempenho comparados para as estimativas dos perfis dos fustes das árvores com 1, 2 e 3 *pmf*. O ajuste e a precisão foram avaliados por meio do coeficiente de determinação ajustado (\bar{R}^2_{aj}) e do coeficiente de variação CV (%). Os coeficientes dos modelos foram avaliados quanto à significância pelo teste t ($Pr > t < 0,05$), bem como foi avaliada a distribuição de resíduos percentuais contra a variável dependente observada.

A acurácia das estimativas nos perfis dos fustes foi examinada em testes baseados nos resíduos, por meio das estatísticas de *viés* (*v*), média das diferenças (*md*) e desvio padrão das diferenças (*dpd*), conforme relacionado na Tabela 1.

A partir das estatísticas da Tabela 1 foi elaborado um *ranking* para auxiliar na seleção dos modelos para as árvores com 1, 2 e 3 *pmf* sendo atribuída nota 1 para o modelo que apresentou melhor acurácia até a nota 3 para o menos acurado. O modelo selecionado foi o que apresentou o menor valor de somatório das notas de cada estatística.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Pontos de mudanças de formas nos fustes e ajuste dos modelos

A mudança na forma geométrica dos troncos definidas pelas derivadas do polinômio de grau 5 ajustado para cada árvore amostra definiu a separação de grupos de árvores de acordo com a quantidade de *pmf* (Tabela 2) e, a partir daí, as estimativas dos perfis de cada árvore e para os três conjuntos de árvores; 1, 2 e 3 *pmf*.

Os modelos 1, 2 e 3 ajustados individualmente para cada árvore, classificadas nos grupos com 1, 2 e 3 *pmf* após o cálculo da segunda derivada, mostram, em todos os ajustes, mais de 90% da variação total explicada. O coeficiente de determinação variou entre 90 e 99%, com maior ocorrência próxima do limite superior, indicando a alta precisão dos três modelos nas classes de *pmf*. Ainda, considerando os menores R^2_{aj} e maiores CV%, ou seja, os piores resultados, verificou-se dentro das classes de *pmf*

que, modelos para árvores com 1 *pmf* tiveram R^2_{aj} de 90,3% e CV% de 13,5%; árvores com 2 *pmf* 94,8% e 11,2%, e para as árvores com 3 *pmf* 91,7% e 8,8%, respectivamente, mostrando que dentro de qualquer das classes houve homogeneidade na precisão e ajuste. O resultado pode ser comprovado na Tabela 3 com os valores médios e desvio padrão de R^2_{aj} e CV% para os modelos 1, 2 e 3 calculado para as respectivas classes de *pmf*, em que, para qualquer um dos casos, o modelo 2, descrito pelo polinômio de 5 grau, teve o melhor desempenho, devendo, entretanto, ser considerado que todos os modelos apresentaram bons ajuste e precisão.

A análise estatística que considerou o *viés*, a média das diferenças e o desvio padrão das diferenças (Tabela 4) comprovaram o resultado anterior, mostrando a superioridade do modelo polinomial, tanto nas estatísticas individuais como no *ranking*. O modelo 3 ficou com a segunda classificação, seguido do modelo de Max e Burkhart (1976).

Comparativamente, os valores das estatísticas calculadas para os modelos 1 e 3 apresentaram menores diferenças com o aumento do número de *pmf* da árvore, isto é, com o aumento no número de formas geométricas no fuste. Essa tendência é natural, pois, sendo as árvores de maior variação quanto à forma do fuste, seria esperado que o modelo segmentado, justamente por considerar essas variações, fosse o de maior acurácia, pelo menos nas referidas classes de *pmf* e também devido à retirada da interferência das árvores mais cilíndricas (menor número de *pmf*) para um conjunto de dados separado (classe de *pmf* 1). Entretanto, resultados comparativos de modelos segmentados e não segmentados ajustados com dados sem estratificação também indicaram a superioridade de modelos não segmentados (SCOLFORO et al., 1998; SOUZA, 2005; 2007). Tais resultados não podem ser generalizados e necessitam ser comprovados para cada conjunto de dados, pois, deve-se considerar que uma mesma árvore tem a forma do fuste modificada em decorrência da deposição anual do incremento no tronco. A distribuição do incremento dentro de uma mesma árvore é influenciada pela idade, sítio e concorrência exercida sobre a árvore (ASSMANN, 1970; ANDRADE et al., 2007).

Os resíduos em função do *dap* para cada classe de *pmf*, apresentados em conjunto para as árvores da classe, (Figura 1) confirmou a *performance* apresentada pelo modelo 2 com a distribuição dos erros; permitindo também visualizar

TABELA 1: Avaliação do ajuste e validação dos modelos.
TABLE 1: Evaluation of fit and model validation.

Estatística	Estimador
<i>Viés</i> (v)	$v = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i - \sum_{i=1}^n \hat{Y}_i}{n}$
Média das diferenças absolutas (md)	$md = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i - \hat{Y}_i }{n}$
Desvio padrão das diferenças (d_{pd})	$d_{pd} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n d_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n d_i\right)^2 / n}{n - p}}$

Em que: Y_i = valor observado e \hat{Y}_i = valor estimado; n = número de observações; e p = número de parâmetros do modelo; $d_i = (Y_i - \hat{Y}_i)$.

a distribuição e amplitude de resíduos dos modelos 1 e 3 que mostraram uma pequena tendência para superestimar os valores.

Resultados semelhantes foram encontrados por Assis (2000) na comparação de modelos para estimativas de diâmetros e volumes de troncos de *Pinus taeda* L., que indicaram como inadequado o modelo de Max e Burkhart (1976) para estimativas de diâmetros abaixo de 10% da altura de árvores menores que 45 cm de *dap*, e abaixo de 25% da altura de árvores com diâmetro maior que 45 cm.

A análise do resíduo confirmou o resultado do *ranking* que mostrou ser menor o *viés* do modelo 2 em relação ao 1 e ao 3, o que se comprovou ao observar a tendência apresentada na distribuição dos resíduos. A observação do resíduo é propícia para essa análise, pois, enquanto a estatística descreve a dimensão da tendência na estimativa, a figura mostra sua amplitude e distribuição.

O mesmo também foi constatado para a média das diferenças (md). Esta estatística complementa o *viés*, fornecendo o afastamento dos resíduos independentemente da existência de tendências, no qual, de acordo com os valores contidos na Tabela 4, o modelo 1 foi superior em relação aos outros modelos. Com relação às árvores com 2 *pmf*, a equação do modelo 2 apresentou dispersão residual pequena e semelhante à das árvores com 1 *pmf*; não ocorrendo tendências. A equação do modelo 3, o segundo melhor para essas árvores, apresentou pequena subestimativa em todo conjunto amostral, mas restrita a poucas

árvores. A grande maioria apresentou a dispersão dos resíduos em $\pm 30\%$, o que pode ser considerado um limite aceitável.

Mesmo a equação do modelo 1, apontada pelas estatísticas como a menos acurada, apresentou distribuição uniforme dos resíduos, com maior dispersão em relação aos outros modelos, mas em geral sem tendências.

Para as árvores com 3 *pmf*, a equação do modelo 2 foi igualmente a de melhor desempenho. Não houve tendências e a dispersão residual limitou-se entre $\pm 10\%$. As equações dos modelos 3 e 1, que tiveram a segunda e terceira melhores *performances*, respectivamente, também não apresentaram tendências e mantiveram baixa amplitude de dispersão dos resíduos.

CONCLUSÕES

Nas condições de realização do estudo com árvores de *Pinus taeda* L., com dimensões anuais reconstruídas por dendrocronologia para a amplitude de diâmetros entre 17 e 45 cm, pode-se concluir que:

- O fuste de *Pinus* apresentam entre 1 e 3 pontos de mudança de forma, não sendo possível associar esse número à classe de diâmetro.

- Os modelos não segmentados: polinômio do 5º grau e Garay estimam com maior acurácia os diâmetros do fuste de *Pinus taeda* L. comparativamente ao modelo segmentado de Max e Burkhart, ajustado para dois segmentos (*pmf*) ou

TABELA 2: Distribuição por classe de diâmetro sem casca e altura de árvores amostradas segundo o número de *pmf* (1, 2 e 3).TABLE 2: Frequency of distribution by diameter and height classes of trees with 1, 2 and 3 *pmf*.

1 <i>pmf</i>							
Classes de altura (m)	Diâmetro (cm)						Total
	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	
12	1						1
14	2						2
16							0
18	2	1	1				4
20	1		1				2
22				1			1
24			2		2		4
26			5	1	2		8
28				5	3		8
30			1	6	2		9
32			2	4	2	1	9
34					1		1
36					1		1
Total	6	1	12	17	13	1	50
2 <i>pmf</i>							
	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	Total
20			1				1
22		2	2	2			6
24		4	7	2			13
26			6	1			7
28			4	3			7
30					3	1	4
32				1	2	2	5
34					2	3	5
36					1	1	2
Total		6	20	9	8	7	50
3 <i>pmf</i>							
	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	Total
12	1						1
14	4	1					5
16	4	5					9
18	1	5					6
20	1	5	3				9
22		5	3	2			10
24			5	2			7
26			1	1			2
28							
30				1			1
Total	11	21	12	6			50

TABELA 3: Média e desvio padrão do coeficiente de determinação e de variação dos modelos para árvores com 1, 2 e 3 *pmf*.TABLE 3: Mean and standard deviation of the coefficients of determination and variation of models for trees with 1, 2 and 3 *pmf*.

	1 <i>pmf</i>			2 <i>pmf</i>			3 <i>pmf</i>		
	Modelos			Modelos			Modelos		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
R ² _{aj}									
média	0,9479	0,9961	0,9897	0,9728	0,9976	0,9862	0,9870	0,9980	0,9913
desvio	0,0190	0,0020	0,0046	0,0113	0,0023	0,0058	0,0114	0,0012	0,0046
CV%									
média	7,33	3,36	4,93	8,22	4,33	6,17	6,02	2,86	5,17
desvio	3,06	0,93	1,20	1,60	1,94	1,25	1,44	0,82	1,08

TABELA 4: Estatísticas e *ranking* para determinação do desempenho do modelo para estimar os diâmetros ao longo do fuste.TABLE 4: Statistics and *ranking* for determining the performance of the model to estimate the diameters along the stem.

Modelos	Viés	Estatísticas		
		<i>md</i>	<i>d_{pd}</i>	Total
		1 <i>pmf</i>		
1	-0,8619 (3)	1,6154 (3)	2,0800 (3)	9
2	-0,0021(1)	0,4933 (1)	0,6760 (1)	3
3	-0,0035 (2)	0,8175 (2)	1,0319 (2)	6
		2 <i>pmf</i>		
1	0,1248 (3)	1,3887 (3)	1,7147 (3)	9
2	-0,0248 (2)	0,6165 (1)	0,9109 (1)	4
3	0,0039 (1)	1,0129 (2)	1,2429 (2)	5
		3 <i>pmf</i>		
1	-0,0301 (3)	0,7214 (3)	1,3811 (3)	9
2	0,0012 (1)	0,3264 (1)	0,5368 (1)	3
3	0,0136 (2)	0,6537 (2)	1,1577 (2)	6

modificado para um e três *pmf*.

O polinômio do 5º grau foi o modelo com o melhor desempenho para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste seguido pelo de Garay e o de Max e Burkhart (1976).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRADE, C. M. et al. Variação do incremento anual ao longo do fuste de *Pinus taeda* L. em diferentes idades e densidades populacionais. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 17, n. 3,

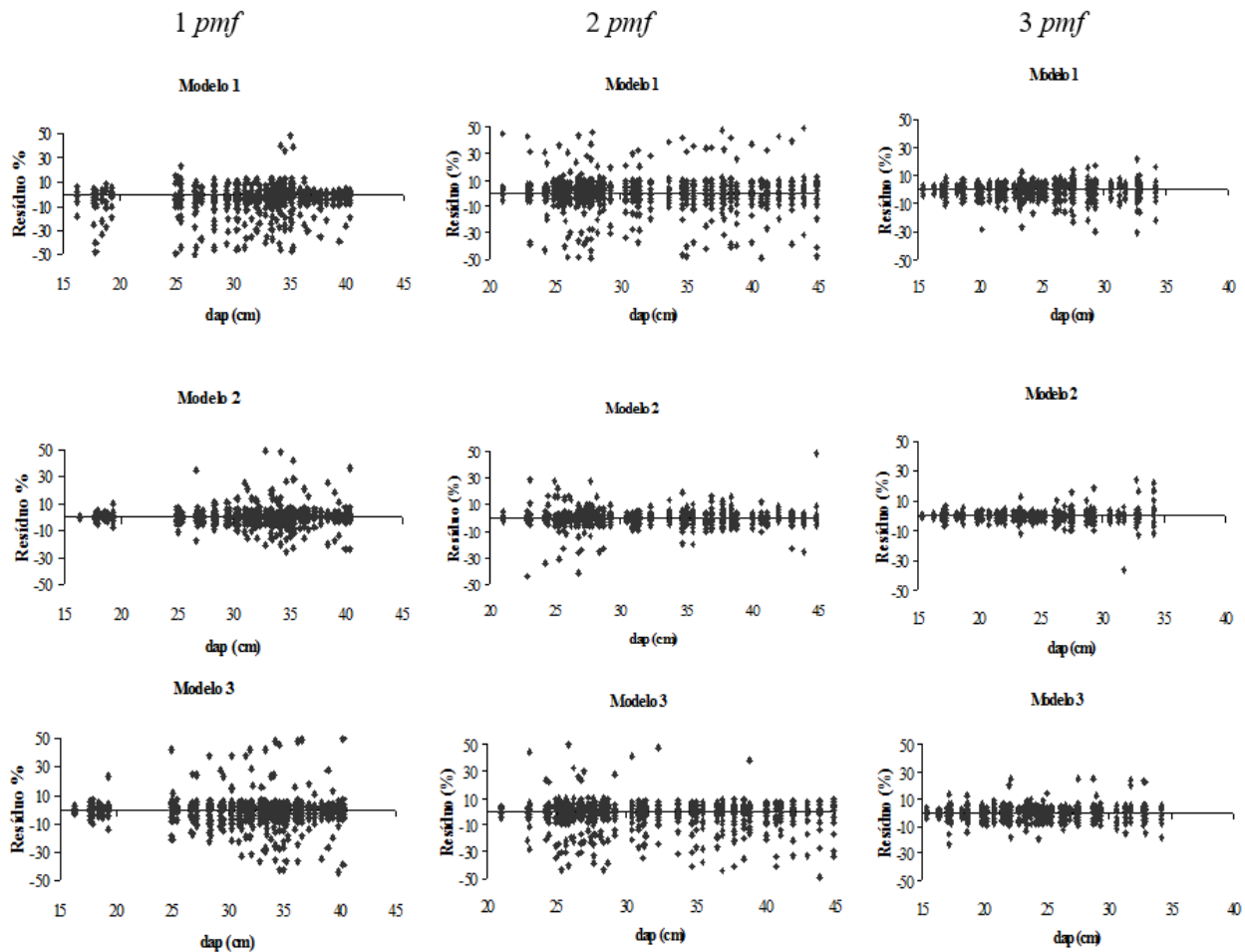
p. 239-246, 2007.

ASSMANN, E. **The Principles of Forest Yield Study**. New York: Pergamon Press, 1970. 506 p.

ASSIS, A. L. **Avaliação de modelos polinomiais segmentados e não segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda***. 2000. 198 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2000.

EMBRAPA. Centro Nacional de Pesquisa de Solos. **Sistema brasileiro de classificação de solos**. Brasília: Embrapa – SPI; Rio de Janeiro: Embrapa –

FIGURA 1: Resíduos em porcentagem em função dos diâmetros.
 FIGURE 1: Residual in percent as function of diameters.



Solos, 2006. 306 p.

FINGER, C. A. G. **Fundamento de Biometria Florestal**. Santa Maria: [s. n.], 1992. 169 p.

HUSCH, B.; MILLER, C. I.; BEERS, T. W. **Forest Mensuration**. New York: Jon Wiley & Sons, 1982. 402 p.

LEITE, H. G. **Conversão de fustes em multiprodutos de madeira, utilizando programação dinâmica**. 1994. 230 f. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 1994.

LIMA, F. **Análise de funções de “taper” destinadas à avaliação de multiprodutos de árvores de *Pinus elliottii***. 1986. 96 f. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 1986.

MAX, T. A.; BURKHART, H. E. Segmented polynomial regression applied to taper equations. **Forest Science**, Washington, v. 22, n. 3, p. 283-289, 1976.

SAS INSTITUTE. **The SAS System for Windows**. Cary: SAS Institute, 2004.

SCOLFARO, J. R. S. ET AL. **ACURACIDADE DE EQUAÇÕES DE AFILAMENTO PARA REPRESENTAR O PERFIL DO FUSTE DE *PINUS ELLIOTTI***. CERNE, LAVRAS, V. 4, N. 1, P. 100-122, 1998.

SOUZA, A. N. **Crescimento, produção e análise econômica de povoamentos clonais de *Eucalyptus* sp. em sistemas agroflorestais**. 2005. 223 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2005.

SOUZA, C. A. M. **Avaliação de modelos de taper não segmentados e segmentados na estimação da altura e volume comercial de fustes de *Eucalyptus* sp.** 2007. 115 f. Dissertação (Mestrado em Produção Vegetal) – Universidade Federal do Espírito Santo, Alegre, 2007.