



Análise probabilística da distribuição de dados diários de chuva no estado do Paraná

doi: 10.4136/ambi-agua.1489

Received: 17 Aug. 2014; Accepted: 12 Oct. 2014

Airton Kist; Jorim Sousa das Virgens Filho*

Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), Ponta Grossa, PR, Brasil
Departamento de Matemática e Estatística

*Autor correspondente: e-mail: jvirgens@uepg.br,
kist@uepg.br

RESUMO

O regime de chuvas no Brasil tem uma distribuição diferente dos países do hemisfério norte onde em pesquisas de natureza hidrológica, utilizam-se os simuladores de dados climáticos desenvolvidos e calibrados para a Europa e /ou EUA. Assim, ao serem aplicados os dados de estações meteorológicas brasileiras podem produzir resultados não muito satisfatórios. Com o intuito de introduzir a distribuição de probabilidade Exponencial Mista, como alternativa para modelar dados de chuva no Brasil, este trabalho objetivou analisar probabilisticamente a distribuição de dados diários de chuva no estado do Paraná, determinando, dentre várias funções densidade de probabilidade, a que melhor se ajusta mensalmente às séries históricas. Para isso foram usadas séries históricas de trinta anos (1980-2009) de 29 localidades, nas quais foram avaliadas as aderências das distribuições de probabilidade Exponencial, Gama, Weibull, Log-Normal, Pareto Generalizada e Exponencial Mista com base nos testes não-paramétricos de Anderson-Darling e Qui-Quadrado. Na análise sem a distribuição Exponencial Mista a distribuição Gama foi a que teve o maior número de vezes o maior valor-p nos dois testes, seguida pela Weibull. Quando a Exponencial Mista foi incluída na análise, ela obteve o maior número de vezes o maior valor-p nos testes de aderência, chegando a 73,85% das vezes no teste de Anderson-Darling e 71,84% das vezes no teste Qui-Quadrado.

Palavras-chave: dados de chuva, distribuição de probabilidade, distribuição exponencial mista.

Probabilistic analysis of the distribution of daily rainfall in the State of Paraná

ABSTRACT

Rainfall in Brazil has a different distribution compared with northern hemisphere countries where hydrological research employs climatic data simulators developed and calibrated for Europe and/or the USA. Thus, these simulators do not produce very satisfactory results when applied to data of Brazilian weather stations. With the aim of introducing the Mixed Exponential probability distribution as an alternative to model rainfall data in Brazil, this work probabilistically analyzed the distribution of daily rainfall data in the State of Paraná, by determining which probability density functions best fit the historical monthly

series. The historical series of thirty years (1980-2009) of 29 locations were used, in order to evaluate the fit of the Exponential, Gamma, Weibull, Log-Normal, Mixed Exponential and Generalized Pareto probability distributions, based on the non-parametric Anderson-Darling and Chi-Square tests. In the analyses without the Mixed Exponential distribution, the largest p-value in the two tests occurred most frequently in the Gamma distribution, followed by the Weibull distribution. When the Mixed Exponential was included in the analysis, the largest p-value occurred most frequently in the tests of adhesion, reaching 73.85% of the time in the Anderson-Darling test and 71.84% of the time in the Chi-Square test.

Keywords: mixed exponential distribution, probability distribution, rainfall data.

1. INTRODUÇÃO

A chuva (precipitação pluvial) é um dos fatores climáticos que mais favorece alterações nas condições ambientais de um agroecossistema, pois é grande a influência da sua ocorrência na caracterização do microclima local. As peculiaridades do regime de chuva proporcionam as variações observadas na temperatura do ar, umidade do ar, nebulosidade e na quantidade de radiação solar incidente na superfície, que afetam diretamente o crescimento e desenvolvimento das plantas. Do ponto de vista socioeconômico, o excesso ou escassez da chuva pode interferir profundamente em atividades econômicas e na vida do cidadão comum. Casos como o racionamento de energia em 2001 no Brasil e as frequentes enchentes em zonas urbanas mostram a importância da pluviosidade e de seu monitoramento mais sistemático e detalhado (Salgado et al., 2007).

Uma das preocupações quanto à chuva é a intensidade e a frequência de sua ocorrência, pelos seus efeitos potencialmente danosos, quando em excesso ou por escassez. Assim, o conhecimento das probabilidades de ocorrência de chuva torna-se de suma importância no planejamento de atividades relacionadas à agricultura ou no monitoramento de processos hidrológicos concernentes às bacias hidrográficas. Neste contexto, a chuva de um determinado local pode ser estimada, dentre outras formas, em termos probabilísticos, mediante modelos teóricos de distribuição ajustados a uma série histórica.

Existem várias pesquisas realizadas sobre a aderência de funções densidade de probabilidade aos dados de chuva de regiões ou cidades do Brasil. Algumas dessas pesquisas se referem à avaliação da chuva total mensal, outras por decêndios e/ou diário mensal. Catalunha et al. (2002), por exemplo, testaram a aderência de cinco funções densidade de probabilidade (Exponencial, Gama, Log-Normal, Normal e Weibull) às séries de chuva para 982 estações meteorológicas do estado de Minas Gerais nas escalas diária do decêndio, diária mensal, total do decêndio e total mensal. Silva et al. (2007) também avaliaram o comportamento destas cinco distribuições para a chuva mensal para Santa Maria, RS.

Com intuito semelhante no estado do Paraná, Sampaio et al. (2007) avaliaram a distribuição de chuva decendial para o estado do Paraná testando as distribuições Gama e Log-Normal em 22 postos de medição com um mínimo de 12 anos de observação. Pedron e Klosowski (2008) efetuaram o ajuste da distribuição Exponencial para descrever a distribuição de frequências de totais diários de chuva de 18 estações meteorológicas paranaenses. Outras pesquisas também têm sido conduzidas com o objetivo de avaliar os totais mensais de chuva. Souza et al. (2010) avaliaram o ajuste de seis distribuições de probabilidade a dados de 28 municípios de Pernambuco. Lyra et al. (2006) efetuaram também o ajuste de seis distribuições de probabilidade aos dados de chuva total mensal de 25 estações climatológicas do estado de Táchira, Venezuela.

A análise, entendimento, e simulação de dados climáticos são de grande importância nas avaliações envolvendo tomadas de decisões em atividades humanas estratégicas como a agricultura e o monitoramento ambiental. Diante disso, vários pesquisadores têm dedicado

esforços nessa área e com isso têm sido propostos vários modelos computacionais de simulação de séries sintéticas diárias de dados de chuva, temperatura do ar, umidade relativa do ar, radiação solar, vento e outras variáveis climáticas. Na literatura são descritos vários geradores de dados climáticos diários, nos quais são gerados dados de chuva com as mais variadas distribuições de probabilidade. Na simulação dos dados de chuva pelo LARS-WG (Semenov e Barrow, 1997) é utilizada uma distribuição semi-empírica ajustada a partir dos dados observados. O ClimGen (Stockle et al., 1999) simula a chuva através da distribuição Weibull. O WeaGETS (Chen et al., 2012) gera dados de chuva a partir da distribuição Exponencial ou Gama. No Brasil, o PGECLIMA_R (Virgens Filho et al., 2013) utiliza a distribuição Gama na simulação de séries diárias de chuva.

Ao longo do tempo, comparações vêm sugerindo que uma mistura de duas distribuições de probabilidade exponenciais, ajusta melhor as distribuições observadas de chuva diária do que as alternativas mais comumente usadas, tais como a Exponencial Simples e a Gama (Richardson, 1981; Woolhiser e Roldan, 1982; Foufoula-Georgiou e Lettenmaier, 1987; Wilks, 1999). Além disso, a variabilidade interanual da chuva mensal é fortemente influenciada por eventos extremos raros. Por representar melhor esses eventos extremos, a distribuição Exponencial Mista de três parâmetros, também conhecida como Hiper-Exponencial (Feldmann e Whitt, 1998), melhora a variabilidade interanual da chuva mensal total em relação à distribuição Gama de dois parâmetros que é mais frequentemente utilizada (Wilks, 1999).

Sendo assim, a partir destas considerações acerca dos resultados encontrados nestes trabalhos, justifica-se testar a distribuição Exponencial Mista para dados de chuva diária em localidades brasileiras em detrimento das distribuições usualmente testadas como a Exponencial, Gama, Weibull, Log-Normal e Pareto Generalizada, visto que a avaliação desta distribuição de probabilidade para dados de chuva no Brasil ainda é incipiente. É de se destacar que o regime de chuvas no Brasil tem um comportamento diferente dos países do hemisfério norte. Por isso, os simuladores de variáveis climáticas desenvolvidos e calibrados para a Europa e/ou EUA ao serem aplicados a dados de estações brasileiras podem produzir resultados não muito satisfatórios.

Com o intuito de introduzir a distribuição Exponencial Mista, como alternativa para modelar dados de chuva no Brasil, este trabalho objetiva analisar probabilisticamente a distribuição de dados diários de chuva no estado do Paraná, determinando dentre os vários modelos probabilísticos usuais, o que melhor se ajusta mensalmente às séries históricas.

2. MATERIAIS E MÉTODOS

Esta pesquisa foi conduzida no Laboratório de Estatística Computacional e Aplicada-LECA da Universidade Estadual de Ponta Grossa. Foram utilizados dados climatológicos de 29 estações meteorológicas espalhadas pelo estado do Paraná, pertencentes ao Instituto Agrônomo do Paraná-IAPAR. Considerou-se, para fins de análise, a chuva diária mensal de janeiro a dezembro de um período de trinta anos (1980 a 2009) para todas as localidades. Informações básicas, incluindo o total médio de chuva anual, coordenadas geográficas para estas estações são apresentadas na Tabela 1.

É importante destacar que o total médio de chuva anual nestas estações variou de 1411 mm em Cambará a 2619 mm em Antonina, que representa de forma sucinta a distribuição e a variabilidade natural da pluviometria no Paraná. O tamanho da série histórica, integridade, consistência dos dados, cobertura espacial (Figura 1) e diversidade climática foram fatores relevantes na escolha dos locais.

Tabela 1. Identificador da localidade (ID), coordenadas geográficas e totais médios de chuva anual das estações analisadas.

ID	Nome da Estação	Latitude	Longitude	Altitude (m)	Chuva (mm)
29	Antonina	-25° 13'	-48° 48'	60	2619
16	Apucarana	-23° 30'	-51° 32'	746	1680
18	Bandeirantes	-23° 6'	-50° 21'	440	1446
20	Bela Vista do Paraíso	-22° 57'	-51° 12'	600	1526
17	Cambará	-23° 0'	-50° 2'	450	1411
6	Cascavel	-24° 56'	-53° 26'	760	2033
25	Cerro Azul	-24° 49'	-49° 15'	360	1426
2	Cianorte	-23° 40'	-52° 35'	530	1669
12	Clevelândia	-26° 25'	-52° 21'	930	2053
23	Fernandes Pinheiro	-25° 27'	-50° 35'	893	1624
10	Francisco Beltrão	-26° 5'	-53° 4'	650	2073
22	Guarapuava	-25° 21'	-51° 30'	1058	1956
28	Guaraquecaba	-25° 16'	-48° 32'	40	2423
14	Ibiporã	-23° 16'	-51° 1'	484	1503
19	Joaquim Távora	-23° 30'	-49° 57'	512	1441
8	Laranjeiras Do Sul	-25° 25'	-52° 25'	880	2056
15	Londrina	-23° 22'	-51° 10'	585	1616
27	Morretes	-25° 30'	-48° 49'	59	1997
5	Nova Cantu	-24° 40'	-52° 34'	540	1994
13	Palmas	-26° 29'	-51° 59'	1100	2099
4	Palotina	-24° 18'	-53° 55'	310	1667
1	Paranavaí	-23° 5'	-52° 26'	480	1477
11	Pato Branco	-26° 7'	-52° 41'	700	2080
26	Pinhais	-25° 25'	-49° 8'	930	1469
9	Planalto	-25° 42'	-53° 47'	400	1961
24	Ponta Grossa	-25° 13'	-50° 1'	880	1636
7	Quedas do Iguaçu	-25° 31'	-53° 1'	513	2086
21	Telêmaco Borba	-24° 20'	-50° 37'	768	1619
3	Umuarama	-23° 44'	-53° 17'	480	1637

Foram considerados apenas os dias com alguma quantidade de chuva, sendo que o dia a mais dos anos bissextos foi desconsiderado. Os dados faltantes nas séries históricas foram preenchidos com o auxílio do software PGECLIMA_R (Virgens Filho et al., 2013).

Para testar a hipótese de distribuições semelhantes, ou seja, verificar o nível de aderência entre a distribuição empírica dos dados e distribuição teórica (parâmetros estimados a partir dos dados observados) usou-se os testes não-paramétricos Anderson-Darling (A-D) e Qui-Quadrado (Q-Q) ao nível de significância de 5%. As distribuições de probabilidade avaliadas (resumidas na Tabela 2) nesta pesquisa foram a Exponencial, Gama, Weibull, Log-Normal, Pareto Generalizada e Exponencial Mista.

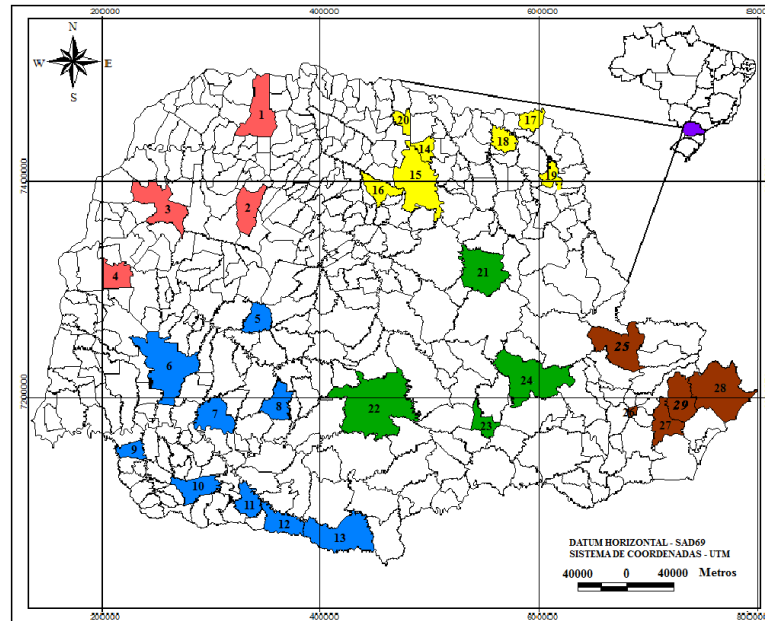


Figura 1. Cobertura espacial das estações meteorológicas, pertencentes ao IAPAR.

Tabela 2. Distribuições de probabilidade e suas respectivas funções densidade de probabilidade.

Distribuição de Probabilidade	Função densidade de probabilidade
Exponencial (λ)	$\lambda e^{-\lambda x}, x \geq 0; \lambda > 0,$
Gama (α, β)	$\frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta}, \quad x > 0; \alpha > 0, \beta > 0$
Weibull (α, β)	$\frac{\alpha}{\beta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-(x/\beta)^\alpha}, \quad x > 0; \alpha > 0, \beta > 0$
Log-Normal (μ, σ)	$\frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln(x)-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad x > 0; -\infty < \mu < \infty, \sigma > 0$
Pareto Generalizada (ξ, μ, σ)	$\frac{1}{\sigma} \left(1 + \frac{\xi(x-\mu)}{\sigma}\right)^{-1-\frac{1}{\xi}}, \quad x \geq \mu$ quando $\xi \geq 0$ e $\mu \leq x \leq \mu - \frac{\sigma}{\xi}$ quando $\xi < 0; -\infty < \mu, \xi < \infty, \sigma > 0$
Exponencial Mista ($\alpha, \lambda_1, \lambda_2$)	$\alpha \lambda_1 e^{-\lambda_1 x} + (1-\alpha) \lambda_2 e^{-\lambda_2 x}, \quad x \geq 0; 0 \leq \alpha \leq 1, \lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0$

Para análise dos resultados foram elaborados gráficos e tabelas, apresentando mensalmente as aderências das distribuições de probabilidade avaliadas nos testes estatísticos realizados nas séries históricas.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nas Tabelas 3 e 4 são apresentados o número de aderências de cada distribuição, para cada mês com base nas 29 estações analisadas segundo os testes A-D e Q-Q, respectivamente.

As distribuições Gama, Weibull e Exponencial Mista são as distribuições que tiveram o maior número de aderências nos dois testes aplicados. O teste A-D foi o teste que apresentou o maior número de aderências.

Tabela 3. Número de aderências de cada distribuição por mês no teste A-D.

Distribuição\Mês	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Exponencial	21	19	13	10	8	11	12	18	27	26	22	20
Gama	29	29	29	29	29	29	28	29	29	29	29	29
Weibull	29	29	29	29	28	29	29	29	29	29	29	29
Log-Normal	16	19	26	26	25	22	27	28	25	12	19	21
Pareto Generalizada	29	29	29	28	27	26	26	27	29	29	29	29
Exponencial Mista	29	29	29	29	29	29	29	29	29	29	29	29

Tabela 4. Número de aderências de cada distribuição por mês no teste Q-Q.

Distribuição\Mês	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Exponencial	2	4	1	0	0	3	1	2	5	3	3	4
Gama	29	29	29	28	28	26	26	27	29	29	29	29
Weibull	29	29	28	28	27	27	27	28	29	27	29	29
Log-Normal	15	18	23	20	20	13	22	28	22	16	18	17
Pareto Generalizada	20	20	20	12	9	11	18	18	19	12	12	19
Exponencial Mista	29	29	29	29	29	28	28	29	29	29	29	29

O resultado do teste A-D, apresentado na Tabela 3, mostrou muito bom desempenho para as distribuições Gama, Weibull, Pareto Generalizada e Exponencial Mista, enquanto que as distribuições Exponenciais e Log-Normal tiveram redução no número de aderências, 59,48% (207 de 348 testes) e 76,44%, respectivamente. As distribuições testadas mantiveram a mesma tendência no teste Q-Q (Tabela 4), em relação ao teste A-D. Pelo teste Q-Q a distribuição Exponencial Mista teve 99,43% de aderências e as distribuições Gama e Weibull tiveram 97,13% e 96,84% de aderências, respectivamente. As distribuições Log-Normal e Pareto Generalizada tiveram 66,67% e 54,60% de aderências, respectivamente, e a distribuição Exponencial teve apenas 8,05% de aderências. No teste Q-Q, não houve aderência de nenhuma distribuição testada nos meses de abril e maio para as localidades avaliadas.

Considerando os dois testes, a distribuição que teve o melhor desempenho foi a Exponencial Mista. No teste A-D houve aderência de 100% e em apenas dois meses (junho e julho) não houve aderência de 100% pelo teste Q-Q. Em termos de número de aderências as distribuições Gama e Weibull tiveram desempenhos próximos. Assim, considerando a quantidade de aderências das distribuições testadas percebe-se que a distribuição Exponencial Mista é a que mais aderiu, seguida pela Gama e Weibull. A distribuição Exponencial foi a que

teve pior desempenho nos dois testes. As distribuições Log-Normal e Pareto Generalizada tiveram desempenho melhor que a Exponencial, porém inferior a Exponencial Mista, Gama e Weibull.

A aderência de uma distribuição aos dados não significa necessariamente que o ajuste é bom. Apenas não teve evidência suficiente na série para essa rejeição. Como foram testadas seis distribuições diferentes, e algumas tiveram alto índice de aderência, fez-se uma análise da qualidade desses ajustes através da probabilidade de significância ou valor-p dos testes.

Dado que existem vários geradores de dados climáticos calibrados para gerar dados de chuva a partir da distribuição Gama, Weibull, Exponencial, por exemplo, e nenhum gera a partir da Exponencial Mista, fez-se inicialmente um estudo do desempenho das distribuições nos testes de aderência com base no maior valor-p. Assim também pode-se comparar este trabalho com o de Catalunha et al. (2002) que estudou a distribuição da chuva para o estado e Minas Gerais.

Os resultados da análise do valor-p, sem considerar a distribuição Exponencial Mista, estão na Figura 2, onde estão representadas a proporção de vezes que cada distribuição teve o maior valor-p em cada um dos testes de aderência (Figura 2(A) e 2(B)). Em todos os meses, nos dois testes, apenas as distribuições Gama e Weibull tiveram proporcionalmente o maior valor-p nas aderências dentre as cinco distribuições analisadas, sendo a Gama a distribuição com o maior número de meses o maior valor-p nos dois testes. A Gama teve em oito meses o maior valor-p nos dois testes e a Weibull nos demais meses.

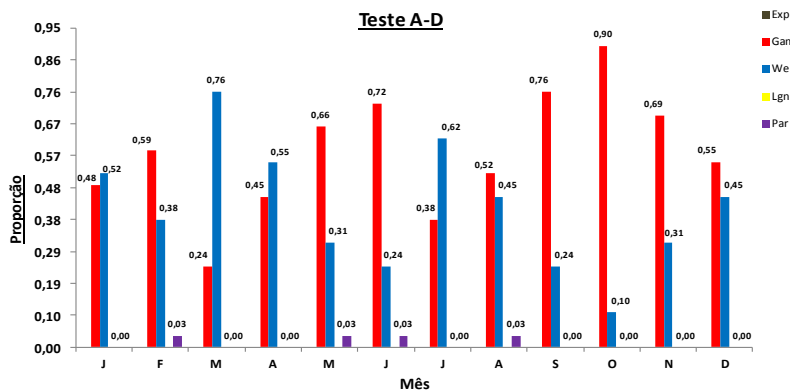
Nos meses onde a Weibull teve o maior número de aderências a diferença em relação a Gama é em geral menor do que nos meses onde a Gama teve mais aderências. Em sete meses (maio, junho, agosto, setembro, outubro, novembro e dezembro) a Gama teve a maior proporção de vezes o maior valor-p nos dois testes enquanto a Weibull em três meses (janeiro, março e julho). A Gama teve em vários meses mais de 60% das vezes o maior valor-p nos dois testes, chegando a 90% em outubro, a Weibull teve o melhor desempenho em março chegando a 76%, ambos no teste A-D.

Em uma análise geral, a distribuição Exponencial não teve o maior valor-p em nenhum mês, nas localidades analisadas. A distribuição Pareto Generalizada teve menos de 2% de vezes o maior valor-p nos dois testes. A Log-Normal teve o maior valor-p apenas no teste Q-Q (Figura 2(B)), 6,03% das vezes. Dentre as cinco distribuições aqui consideradas, nos testes A-D e Q-Q, a distribuição Gama teve 57,76% e 52,87% das vezes o maior valor-p, respectivamente e a Weibull teve 41,09% e 39,65% das vezes o maior valor-p, respectivamente.

Quando se inclui na análise a distribuição Exponencial Mista (Figura 3) os resultados são bem diferentes. Nos testes A-D (Figura 3(A)) e Q-Q (Figura 3(B)) a Exponencial Mista teve em todos os doze meses a maior proporção de vezes o maior valor-p, tendo em nove meses (fevereiro, abril, junho, julho, agosto, setembro, outubro, novembro, dezembro), no teste A-D, mais de 70% das vezes o maior valor-p e em oito meses (abril, maio, julho, agosto, setembro, outubro, novembro, dezembro) no teste Q-Q. Isso evidencia que a Exponencial Mista tem boa aderência em todos os meses sendo, portanto, a distribuição que melhor descreve a distribuição da chuva do período de 1980 a 2009 para as 29 localidades do Paraná.

Em termos gerais, a distribuição Exponencial Mista teve nos doze meses o maior valor-p nos dois testes de aderência, enquanto que a distribuição Exponencial também em nenhum dos testes teve o maior valor-p e as distribuições Log-Normal e Pareto Generalizada tiveram menos de 1% das vezes o maior valor-p. As distribuições Gama e Weibull, por sua vez, tiveram 9,48% e 16,67% no teste A-D e 10,34% e 16,09% das vezes no teste Q-Q o maior valor-p, respectivamente. A distribuição Exponencial Mista teve a maior proporção de vezes o maior valor-p nos dois testes: 73,85% no teste A-D e 71,84% no teste Q-Q.

(A)



(B)

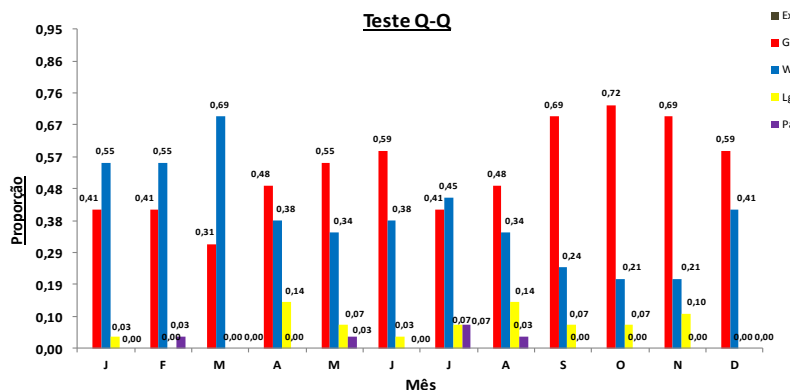
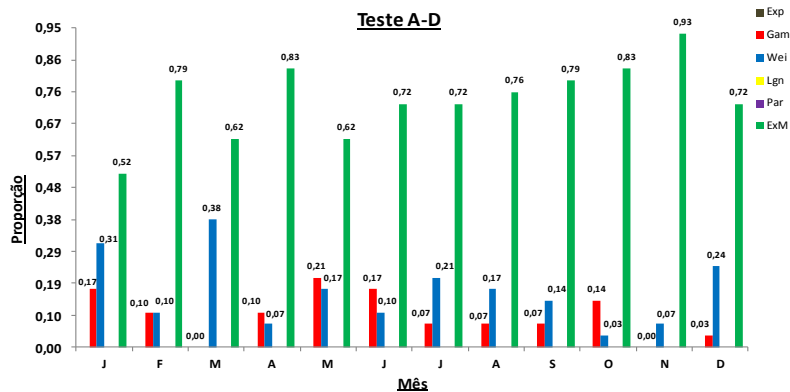


Figura 2. Proporção de aderências com maior valor-p de cada distribuição por mês no teste A-D (A) e teste Q-Q (B), sem se considerar a distribuição Exponencial Mista.

(A)



(B)

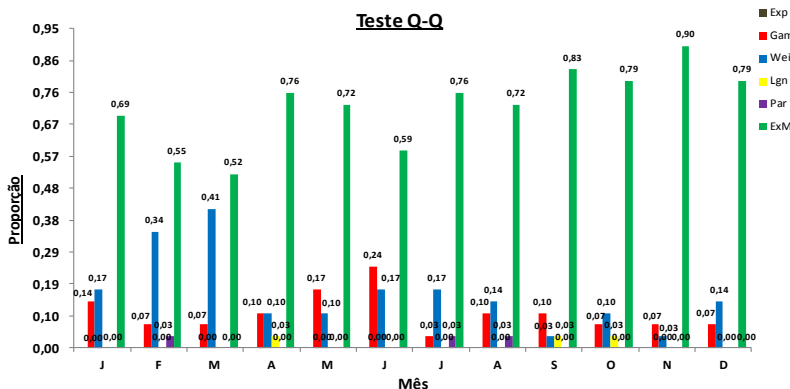


Figura 3. Proporção de aderências com maior valor-p de cada distribuição por mês no teste A-D (A) e teste Q-Q (B) considerando-se na análise a distribuição Exponencial Mista.

Catalunha et al. (2002) analisaram 982 estações meteorológicas do estado de Minas Gerais e concluíram que a distribuição Weibull foi a que melhor ajustou-se aos dados de chuva diária mensal com base no teste Q-Q. Porém, utilizando o teste Kolmogorov-Smirnov (K-S) a distribuição Gama teve o melhor ajuste em sete meses e a Weibull nos outros cinco meses. Dessa forma, concluíram que a distribuição Weibull foi a que melhor aderiu aos dados de chuva diária mensal pelo teste Q-Q e a Gama no teste K-S. Os autores não explicam qual o critério usado para a escolha de uma ou outra, se foi pelo maior valor-p ou o maior número de aderências. Comparando os resultados encontrados para Minas Gerais com os resultados para o estado do Paraná, nota-se que no Paraná tanto pelo teste A-D como pelo teste Q-Q, quando desconsiderado a distribuição Exponencial Mista, a distribuição Gama apresenta melhor aderência, enquanto que para Minas Gerais, segundo Catalunha et al. (2002), a Weibull é melhor no teste K-S e a Gama é melhor no teste Q-Q, fazendo com que este resultado condicione o uso da distribuição levando-se em consideração o poder do teste de aderência.

4. CONCLUSÃO

Dentre as distribuições de probabilidade comumente utilizadas para ajuste de dados diários de chuva, a distribuição Exponencial Mista foi a que melhor se ajustou aos dados no estado do Paraná independente do teste de aderência usado. Na análise realizada sem a distribuição Exponencial Mista a distribuição Gama teve o melhor desempenho seguido pela distribuição Weibull. Dessa forma, sugere-se que na simulação de dados de chuva para localidades do Paraná, sejam utilizados preferencialmente geradores de dados climáticos que estejam calibrados para a distribuição Exponencial Mista. Porém, caso os gerador não disponibilizem esta distribuição, os dados podem ser melhor simulados a partir da distribuição Gama.

5. REFERÊNCIAS

- CATALUNHA, M. J.; SEDIYAMA, G. C.; LEAL, B. G.; SOARES, C. P. B.; RIBEIRO, A. Avaliação de cinco funções densidade de probabilidade a séries de precipitação pluvial no Estado de Minas Gerais. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, v. 10, n. 1, p. 153-162, 2002.
- CHEN, J.; BRISSETTE, F. P.; LECONTE, R. WeaGETS—a Matlab-based daily scale weather generator for generating precipitation and temperature. **Procedia Environmental Sciences**, v. 13, p. 2222-2235, 2012. <http://dx.doi.org/10.1016/j.proenv.2012.01.211>
- FELDMANN, A.; WHITT, W. Fitting mixtures of exponentials to long-tail distributions to analyze network performance models. **Performance Evaluation**, v. 31, p. 245-279, 1998. <http://dx.doi.org/10.1109/INFCOM.1997.631130>
- FOUFOULA-GEORGIU, E.; LETTENMAIER, D. P. A Markov renewal model for rainfall occurrences. **Water Resources Research**, v. 23, n. 5, p. 875-884, 1987. <http://dx.doi.org/10.1029/WR023i005p00875>
- LYRA, G. B.; GARCIA, B. I. L.; PIEDADE, S. D. S.; SEDIYAMA, G. C.; SENTELHAS, P. C. Regiões homogêneas e funções de distribuição de probabilidade da precipitação pluvial no Estado de Táchira, Venezuela. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 41, n. 2, p. 205-215, 2006. <http://dx.doi.org/10.1590/S0100-204X2006000200004>
- PEDRON, I. T.; KLOSOWSKI, E. S. Distribuição de frequência de chuvas diárias no Estado do Paraná. **Scientia Agraria Paranaensis**, v. 7, n. 1-2, p. 55-63, 2008.

- RICHARDSON, C. W. Stochastic simulation of daily precipitation, temperature, and solar radiation. **Water Resources Research**, v. 17, n. 1, p. 182-190, 1981. <http://dx.doi.org/10.1029/WR017i001p00182>
- SALGADO, C. M.; SILVA, T. C.; SOUZA, G. C. A.; FREITAS, H. C. Caracterização temporal e espacial da precipitação no entorno do município de São Gonçalo (RJ) considerando a série histórica de 1968 a 2002. **Sociedade & Natureza**, v. 19, n. 1, p. 19-31, jun. 2007.
- SAMPAIO, S. C.; QUEIROZ, M. D.; FRIGO, E. P.; LONGO, A. J.; SUSZEK, M. Estimativa e distribuição de precipitações decendiais para o Estado do Paraná. **Irriga**, v. 12, n. 1, p. 38-53, 2007.
- SILVA, J. C. da; HELDWEIN, A. B.; MARTINS, F. B.; TRENTIN, G.; GRIMM, E. L. Análise de distribuição de chuva para Santa Maria, RS. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, v. 11, n. 1, p. 67-72, 2007. <http://dx.doi.org/10.1590/S1415-43662007000100009>
- SEMENOV, M. A.; BARROW, E. M. Use of a stochastic weather generator in the development of climate changes scenarios. **Climatic Changes**, v. 35, p. 397-414, 1997. <http://dx.doi.org/10.1023/A:1005342632279>
- SOUZA, I. F.; LUNDGREN, W. J. C.; NETTO, A. O. A. Comparação entre distribuições de probabilidades da precipitação mensal no estado de Pernambuco. **Scientia Plena**, v. 6, n. 6, 2010.
- STOCKLE, C. O.; CAMPBELL, G. S.; NELSON, R. **ClimGen manual**. Pullman: Biological Systems Engineering Department; Washington State University 1999.
- VIRGENS FILHO, J. S.; OLIVEIRA, R. B.; LEITE, M. L.; TSUKAHARA, R. Y. Desempenho dos modelos CLIGEN, LARS-WG e PGECLIMA_R na simulação de séries diárias de temperatura máxima do ar para localidades do estado do Paraná. **Engenharia Agrícola**, v. 33, n. 3, p. 538-547, 2013. <http://dx.doi.org/10.1590/S0100-69162013000300010>
- WILKS, D. S. Interannual variability and extreme-value characteristics of several stochastic daily precipitation models. **Agricultural and Forest Meteorology**, v. 93, p. 153-169, 1999. [http://dx.doi.org/10.1016/S0168-1923\(98\)00125-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0168-1923(98)00125-7)
- WOOLHISER, D. A.; ROLDAN, J. Stochastic daily precipitation models: 2. A comparison of distribution of amounts. **Water Resources Research**, v. 18, n. 6, p. 1461-1468, 1982. <http://dx.doi.org/10.1029/WR018i005p01461>