

Lateral distortional buckling of cellular composite-beams

Flambagem lateral com distorção de vigas mistas celulares



A. D. PIASSI^a
allan_piassi@yahoo.com.br

J. V. DIAS^b
joaovdias@gmail.com

A. F. G. CALENZANI^a
afcalenzani@gmail.com

F. C. C. MENANDRO^a
fernando.menandro@ufes.br

Abstract

In the region of negative bending moments of continuous and semi-continuous steel and concrete composite beams, the inferior portion of the steel section is subjected to compression while the top flange is restricted by the slab, which may cause a global instability limit state known as lateral distortional buckling (LDB) characterized by a lateral displacement and rotation of the bottom flange with a distortion of the section's web when it doesn't have enough flexural rigidity. The ABNT NBR 8800:2008 provides an approximate procedure for the verification of this limit state, in which the resistant moment to LDB is obtained from the elastic critical moment in the negative moment region. One of the essential parameters for the evaluation of the critical moment is the composite beam's rotational rigidity. This procedure is restricted only to steel and concrete composite beams with sections that have plane webs. In this paper, an equation for the calculation of the rotational rigidity of cellular sections was developed in order to determine the LDB elastic critical moment. The formulation was verified by numerical analyses performed in ANSYS and its efficiency was confirmed. Finally, the procedure described in ABNT NBR 8800:2008 for the calculation of the critical LDB moment was expanded to composite beams with cellular sections in a numerical example with the appropriate modifications in geometric properties and rotational rigidity.

Keywords: cellular profile, rotational stiffness, lateral distortional buckling, elastic critical moment.

Resumo

Na região de momento negativo das vigas mistas de aço e concreto contínuas e semicontínuas, a parte inferior do perfil de aço está sujeita à compressão, enquanto a mesa superior está travada pela laje, o que pode ocasionar um estado limite de instabilidade global denominado flambagem lateral com distorção (FLD) caracterizado por deslocamento lateral e giro da mesa inferior mediante a distorção ocorrida na alma do perfil de aço caso esta não possua rigidez flexional suficiente. A ABNT NBR 8800:2008 fornece um procedimento aproximado para verificação desse estado limite pelo qual se obtém o momento fletor resistente à FLD a partir do momento crítico elástico da região de momento negativo. Uma grandeza fundamental para se chegar ao valor do momento crítico elástico é a rigidez rotacional da viga mista. O procedimento da ABNT NBR 8800:2008 se restringe somente às vigas mistas de aço e concreto com perfis de aço de alma cheia. Nesse trabalho, uma formulação analítica para o cálculo da rigidez rotacional da alma de um perfil celular foi desenvolvida com vistas à determinação do momento crítico elástico à FLD. A formulação foi verificada por análises numéricas desenvolvidas no ANSYS que comprovaram a sua eficiência. Por fim, o procedimento descrito na ABNT NBR 8800:2008 para cálculo do momento crítico à FLD é estendido a vigas mistas com perfil de aço celular em um exemplo numérico com as devidas modificações nas propriedades geométricas e na rigidez rotacional.

Palavras-chave: perfil celular, rigidez rotacional, flambagem lateral com distorção, momento crítico elástico.

^a Centro Tecnológico, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, ES, Brazil;
^b Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brazil.

1. Introdução

Viga mista de aço e concreto, de acordo com a ABNT NBR 8800:2008 [1], consiste em um componente de aço simétrico em relação ao eixo de flexão, que pode ser um perfil I ou uma treliça, com uma laje de concreto acima de sua face superior. Deve haver ligação mecânica por meio de conectores de cisalhamento entre o componente de aço e a laje, de tal forma que ambos funcionem como um conjunto para resistir à flexão.

Nas vigas mistas de aço e concreto contínuas ou semicontínuas, as regiões próximas aos apoios internos ficam sujeitas a momentos negativos e, como a mesa inferior e parte da alma estão comprimidas, a viga estará sujeita a flambagem lateral com distorção (FLD), flambagem local da mesa (FLM) e flambagem local da alma (FLA).

A ABNT NBR 8800:2008 [1] fornece um procedimento aproximado para verificação do estado limite de flambagem lateral com distorção (FLD), similar ao da norma europeia EN 1994-1-1:2004 [2], com base no comportamento do mecanismo "U" invertido, pelo qual se obtém o momento fletor resistente à FLD a partir do momento crítico elástico da região de momento negativo. Uma grandeza fundamental para se chegar ao valor do momento crítico elástico é a rigidez rotacional da viga mista. Esse procedimento fornecido pela norma se restringe somente às vigas mistas com perfis de aço de alma cheia. A investigação da flambagem lateral com distorção de vigas mistas com perfil celular é algo ainda recente.

2. Flambagem lateral com distorção

A Flambagem Lateral com Distorção acontecerá na região de momentos negativos das vigas mistas contínuas e semicontínuas devido à compressão da mesa inferior e a tendência desta de flambar em relação ao seu eixo de maior inércia, já que em relação ao eixo de menor inércia é impossível devido à restrição da alma do perfil. Caso a alma não tenha rigidez suficiente à flexão lateral, ela distorce e a mesa comprimida desloca lateralmente acompanhada de uma torção. (Figura 1)

O modelo considerado pela ABNT NBR 8800:2008 [1] para representar o comportamento de uma viga mista à FLD é o mecanismo "U" invertido. Esse mecanismo é formado por duas

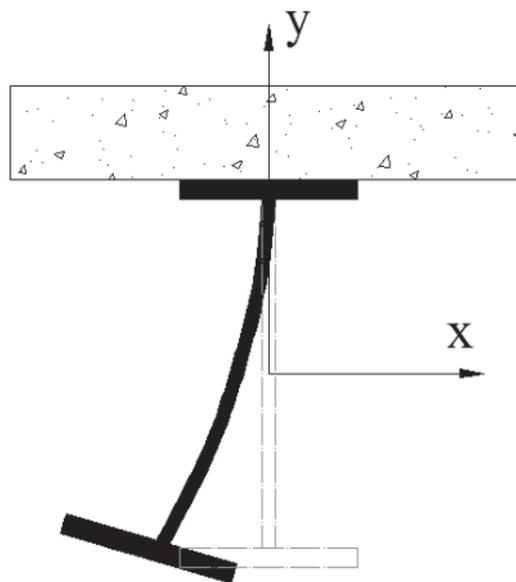


Figura 1
Flambagem lateral com distorção [3]
Adaptada pelos autores

ou mais vigas paralelas conectadas por meio de conectores de cisalhamento a uma mesma laje, conforme a Figura 2.

Resultados experimentais de Fan [5] comprovaram que o mecanismo "U" invertido é mais adequado para representar o comportamento de uma viga mista à FLD do que o mecanismo "T" formado por uma única viga de aço conectada à laje de concreto por meio de conectores de cisalhamento. O mecanismo "U" consegue retratar de forma mais realística as restrições ao deslocamento lateral e à torção impostas à mesa inferior do perfil de aço pela laje de concreto. A rigidez desse mecanismo em relação ao eixo longitudinal dos perfis de aço é chamada de rigidez rotacional (k_r). Segundo Johnson [6], a rigidez rotacional de uma viga mista relaciona uma força de perturbação F na mesa inferior dos perfis de aço com a rotação θ e conseqüentemente com o deslocamento lateral δ nessas mesas conforme Figura 3. Essa rigidez, aplicada a uma mola de rotação situada na mesa superior de uma viga, permite reproduzir a influência do mecanismo "U" na resistência à

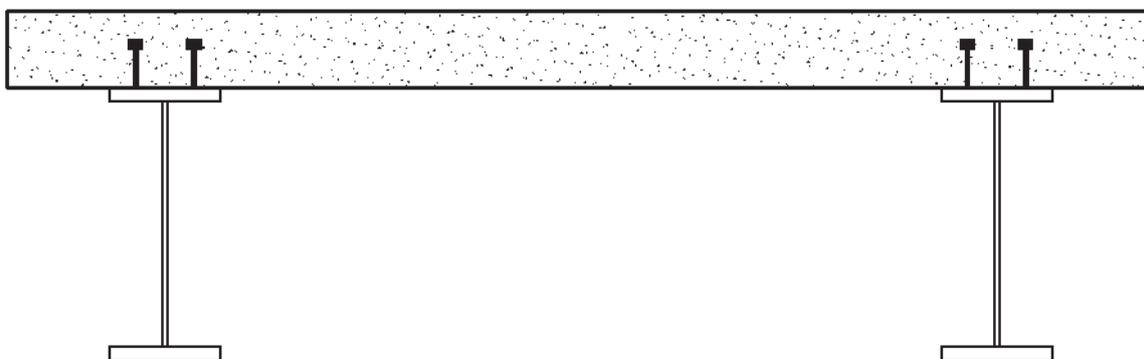


Figura 2
Mecanismo "U" invertido [4]

FLD é obtida por unidade de comprimento da viga, relacionando o momento no ponto A, situado no centro geométrico da mesa superior, ao ângulo de rotação, conforme equação 1:

$$k_r = \frac{Fh_0}{\delta/h_0} \tag{1}$$

onde F é a força aplicada na mesa inferior, h_0 é a altura da alma do perfil de aço, medida de centro a centro das mesas.

A determinação da rigidez rotacional (k_r) diretamente pela equação (1) depende de análises experimentais ou numéricas de alto grau de complexidade. A ABNT NBR 8800:2008 [1] fornece um método direto e simplificado de resolver o problema, encontrado em Johnson [6]. O método consiste em obter as rotações isoladas devido à flexão transversal da laje de concreto, a distorção da alma e a deformação do conector de cisalhamento. Assim, pode-

se obter o valor da rigidez rotacional do sistema em função da rigidez à flexão da laje (k_1), da rigidez à flexão da alma do perfil (k_2) e da rigidez à flexão da conexão de cisalhamento (k_3), conforme a conhecida expressão da resultante de molas ligadas em série.

$$\frac{1}{k_r} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} \tag{2}$$

Para a rigidez à flexão da laje fissurada na direção longitudinal dos perfis de aço, pode-se considerar a laje como uma viga engastada nos perfis, Johnson [6]. Aplicando rotações unitárias nos engastes, os momentos que surgem são as rigidezes procuradas em cada apoio conforme a Figura 4. Generalizando, tem-se a rigidez à flexão da laje por unidade de comprimento:

$$k_1 = \frac{\alpha(EI)_2}{a} \tag{3}$$

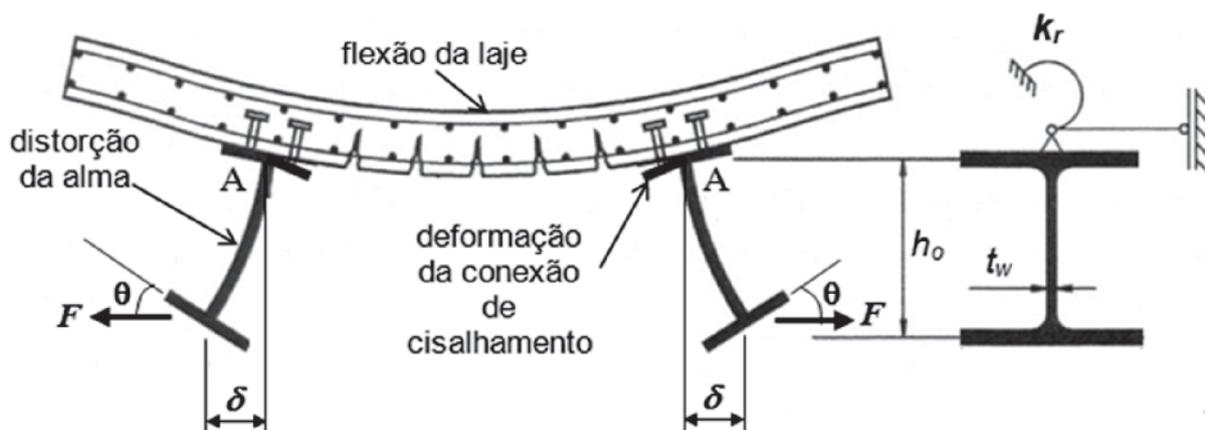


Figura 3
Rigidez rotacional de uma viga mista [4]
Adaptada pelos autores

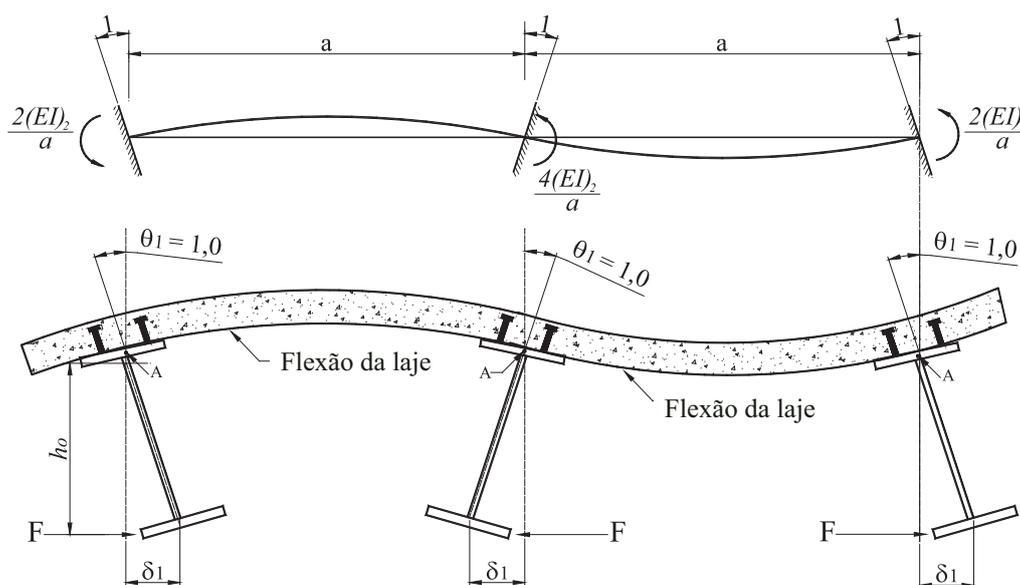


Figura 4
Rigidez à flexão da laje fissurada [4]

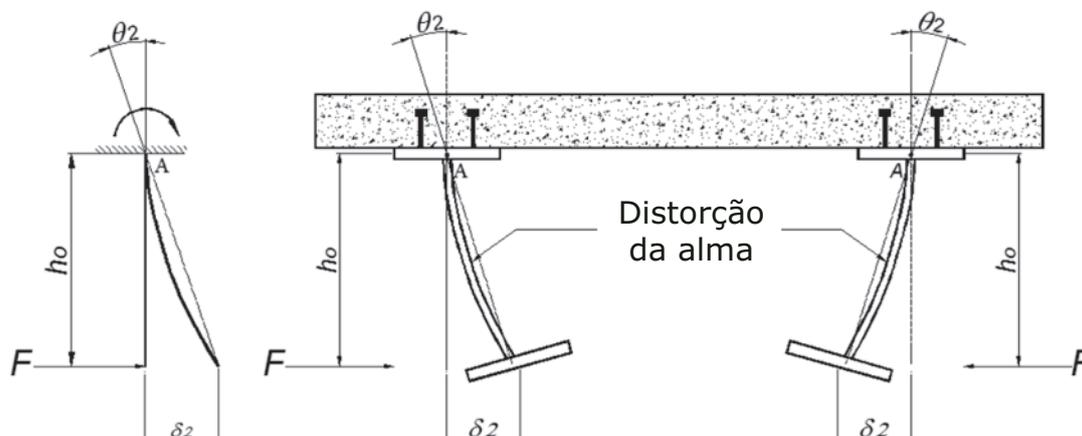


Figura 5
Rotational stiffness of the profile web [4]

Onde α é o coeficiente que depende da posição da viga analisada, ou seja, se a viga situa-se na extremidade da laje, α é igual a 2, se a viga for interna, α é igual a 3 (para vigas internas com quatro ou mais vigas similares, pode-se adotar igual a 4). O termo $(EI)_2$ é a rigidez à flexão da seção mista homogeneizada da laje, desconsiderando o concreto tracionado, por unidade de comprimento, tomada como o menor valor entre as rigidezes no meio do vão e no apoio interno. O valor de a é a distância entre as vigas paralelas.

Para a rigidez à flexão da alma do perfil de aço, como pode ser observado na Figura 5, considera-se a alma como uma placa engastada no centro geométrico da mesa superior e livre no centro geométrico da mesa inferior, Jonhson [6]. A força horizontal F que atua na mesa inferior está relacionada com o deslocamento δ_2 . Considerando o valor da rigidez à flexão da placa por unidade de comprimento, obtêm-se:

$$k_2 = \frac{E_a t_w^3}{4h_0(1 - \nu_a^2)} \quad (4)$$

onde t_w é a espessura da alma, E_a módulo de elasticidade e ν_a o coeficiente de Poisson do aço.

A rigidez da conexão de cisalhamento, k_3 , depende de um grande número de fatores, o que torna praticamente impossível de obtê-la analiticamente. Essa rigidez costuma ser muito elevada, então é desprezada por diversos métodos de cálculo, inclusive pela o da ABNT NBR 8800:2008 [1]. De acordo com Johnson and Molenstra [7], experimentos em vigas mistas de pontes mostraram que a rigidez da conexão de cisalhamento afeta em menos de 1% a rigidez rotacional total.

Calenzani *et al.* [8] apresentaram uma formulação para determinar a rigidez rotacional de vigas mistas com perfis de alma senoidal com base nos resultados de quatro protótipos experimentais representativos do mecanismo “U” invertido que foram utilizados no desenvolvimento e calibração de um modelo numérico de elementos finitos. Para avaliar os parâmetros que influenciam a rigidez rotacional dessas vigas, sessenta e oito modelos numéricos foram processados. O momento crítico elástico à FLD (M_{cr}) é definido pela Equação 5 de acordo com a ABNT NBR 8800:2008 [1] que utiliza a formulação de Roik, Hanswille e Kina [9].

$$M_{cr} = \alpha_g \frac{C_{dist}}{L} \sqrt{\left(GJ + \frac{k_r L^2}{\pi^2}\right) EI_{af,y}} \quad (5)$$

onde G é o módulo de elasticidade transversal do aço; L é o comprimento da viga entre apoios verticais (exige-se que ambas as mesas do perfil de aço possuam contenção lateral nesses apoios), J é a constante de torção do perfil de aço, $I_{af,y}$ é o momento de inércia da mesa inferior do perfil de aço em relação ao eixo y , C_{dist} é um coeficiente que depende da distribuição de momentos fletores no comprimento L , α_g é um fator relacionado à geometria da seção transversal da viga mista, k_r é a rigidez rotacional da viga mista.

Vigas mistas com perfil de aço celular, Figura 6, vêm sendo correntemente utilizadas na construção de edifícios devido a inúmeras vantagens tais como: boa resistência em relação ao seu peso que surge como resultado do aumento da sua altura, possibilidade de construção de vãos longos, passagem de dutos de serviços através das aberturas nas almas das vigas, entre outras. Entretanto, essas vigas não são abordadas pelas principais

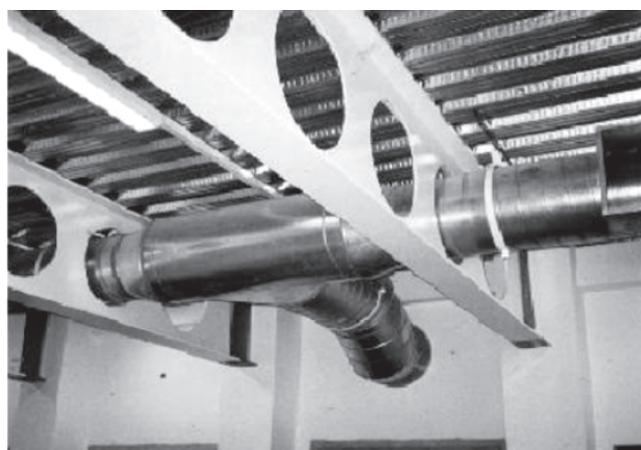


Figura 6
Aplicação de viga mista com perfil celular [10]



A Protótipos de vigas mistas com perfil celular



B Colapso por FLD

Figura 7
Experimentos em vigas mistas com perfil celular [12]

normas de projeto, sendo necessário recorrer a guias de projeto para o seu dimensionamento, tais como o de Lawson e Hicks [10] e o de Ward [11]. Em se tratando o comportamento na região de momento negativo, poucas pesquisas sobre a FLD de vigas mistas com perfis de aço celular são encontradas na literatura.

Gizejowski e Khalil [12] desenvolveram um trabalho experimental para avaliar o comportamento de vigas mistas de aço e concreto com perfis de aço com aberturas na alma, sujeitas à momento negativo. Doze protótipos foram ensaiados, considerando seis com vãos longos para representar os casos nos quais a flexão controla o comportamento das vigas e seis com vãos curtos para considerar o efeito de cisalhamento. Três diferentes tipos de abertura na alma do perfil de aço foram analisados: abertura retangular, hexagonal e circular. Em todos os ensaios, Gizejowski e Khalil [12] observaram o modo de flambagem lateral com distorção (Figura 7). O deslocamento lateral com uma pequena deformação de distorção da alma do perfil de aço predominou nas vigas de vãos longos com aberturas circulares ou hexagonais. Para as vigas com abertura retangular, e para todos os protótipos com vãos curtos, predominou o modo de flambagem de torção com um pequeno deslocamento lateral da alma do perfil de aço. Nesse trabalho, uma formulação analítica para o cálculo da rigidez rotacional da alma de perfis celulares é desenvolvida com vistas à determinação do momento crítico elástico à FLD. Além disso, o procedimento da ABNT NBR 8800:2008 [1] de obtenção Momento crítico Elástico é exemplificado em uma viga mista formada por perfil de aço celular, com as adaptações necessárias nas propriedades geométricas e na rigidez rotacional.

3. Proposição de formulação analítica para rigidez rotacional da alma celular

A metodologia utilizada na determinação analítica da rigidez rotacional da alma de perfis celulares inicia-se pelo cálculo do deslocamento transversal de uma placa com abertura circular. Para obtenção desse deslocamento, um modelo simplificado utilizando a teoria de elementos lineares e o princípio dos trabalhos virtuais (PTV)

foi utilizado. Esse modelo, apresentado na Figura 8, representa uma barra de comprimento igual à distância entre os centros de mesas superior e inferior do perfil de aço e de seção transversal variável devido à abertura. A força é aplicada na extremidade inferior da placa. Foi considerada apenas uma abertura centralizada na placa. O modelo simplificado foi dividido em três regiões para a integração, regiões 1, 2 e 3, Figura 9. A primeira região estende-se do engaste até o início da abertura circular, a segunda abrange a área da abertura da placa, e a terceira, estende-se do fim da abertura até a extremidade inferior da placa. A necessidade da divisão do modelo deve-se à variação do momento de inércia da placa. O deslocamento total do modelo simplificado, δ_2 , é igual à soma dos deslocamentos da placa, $\delta_{2,1}$, $\delta_{2,2}$ e $\delta_{2,3}$ correspondentes respectivamente aos comprimentos l_1 , l_2 e l_3 , portanto:

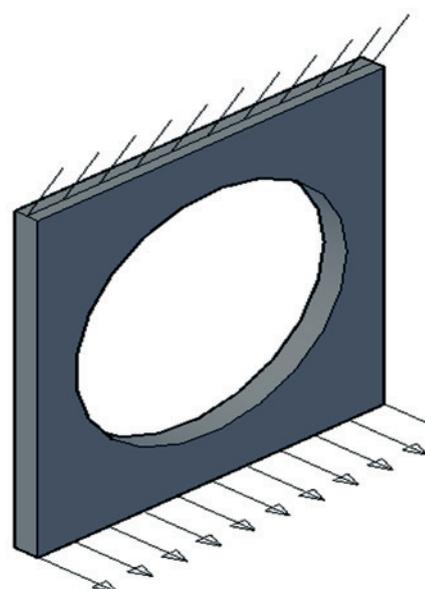


Figura 8
Modelo simplificado para formulação analítica

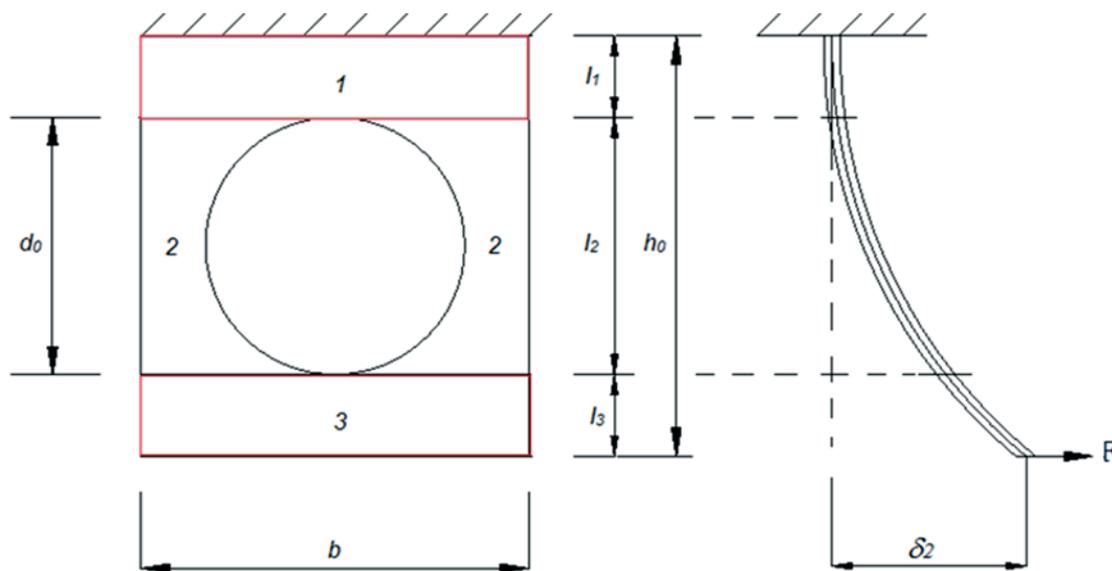


Figura 9
Regiões para integração

$$\delta_2 = \delta_{2,1} + \delta_{2,2} + \delta_{2,3} \tag{6}$$

Para obter o deslocamento do primeiro trecho, da parte engastada até o início da abertura, utiliza-se a equação 7.

$$\delta_{2,1} = \int_0^{\frac{h_0-d_0}{2}} \frac{Fx^2}{EI} dx = \frac{F}{24EI} (h_0 - d_0)^3 \tag{7}$$

Para a terceira parte, do fim da abertura até a extremidade inferior da alma, o procedimento se assemelha ao da primeira parte, uma vez que o momento de inércia é constante, mudando apenas os limites de integração, conforme:

$$\delta_{2,3} = \int_{\frac{h_0+d_0}{2}}^{h_0} \frac{Fx^2}{EI} dx = \frac{F}{3EI} \left(h_0^3 - \frac{(h_0 + d_0)^3}{8} \right) \tag{8}$$

Para o segundo trecho, os limites de integração correspondem ao diâmetro da abertura e a equação do deslocamento fica:

$$\delta_{2,2} = \int_{\frac{h_0-d_0}{2}}^{\frac{h_0+d_0}{2}} \frac{12Fx^2}{Et_w^3 \left(b - 2\sqrt{\frac{d_0^2}{4} - \left(\frac{h_0}{2} - x\right)^2} \right)} dx \tag{9}$$

Para solucionar a Equação (9) foi necessária à utilização do software MATHEMATICA 10.3 [13]. O software apresentou uma solução com números reais e complexos. Após manipulações matemáticas, chegou-se à equação do deslocamento do segundo trecho.

$$\delta_{2,2} = \frac{3F}{4Et_w^3} \left(4bd_0 + \pi(2b^2 - d_0^2 - 2h_0^2) - \frac{(b^3 - bd_0^2 - bh_0^2)}{\sqrt{b^2 - d_0^2}} \left(4\arctg\left(\frac{d_0}{\sqrt{b^2 - d_0^2}}\right) + 2\pi \right) \right) \tag{10}$$

Obtidos os deslocamentos individuais, obtém-se a equação para o deslocamento de uma placa com furo centralizado e uma força aplicada em sua extremidade inferior:

$$\delta_2 = \frac{F}{Ebt_w^3} \left((4h_0^3 - 3d_0h_0^3 - d_0^3) + \frac{3b}{4} \left(4bd_0 + \pi(2b^2 - d_0^2 - 2h_0^2) - \frac{(b^3 - bd_0^2 - bh_0^2)}{\sqrt{b^2 - d_0^2}} \left(4\arctg\left(\frac{d_0}{\sqrt{b^2 - d_0^2}}\right) + 2\pi \right) \right) \right) \tag{11}$$

Um modelo genérico com base no modelo simplificado de placa com uma abertura centralizada é proposto para determinação do deslocamento transversal de uma placa com n aberturas. Sabendo-se que a alma celular possui diversas aberturas igualmente espaçadas da distância s , e que a primeira e a última abertura ficam distantes de s_e das extremidades, Figura 10, o modelo genérico foi gerado agrupando-se n placas centrais de largura s a duas placas de extremidade de largura igual à soma de s_e com $0,5d_0$ e $0,5s$.

A alma do perfil submetida à força F na sua extremidade inferior apresenta um deslocamento lateral igualitário ao longo do comprimento da viga, uma vez que está conectada a uma mesa inferior que é rígida. Por isso, esse trabalho propõe obter o deslocamento lateral da alma celular com n furos, $\delta_{2,c}$, por meio da média ponderada dos deslocamentos das placas isoladas (centrais e de extremidades) em relação ao comprimento de cada placa. Os deslocamen-

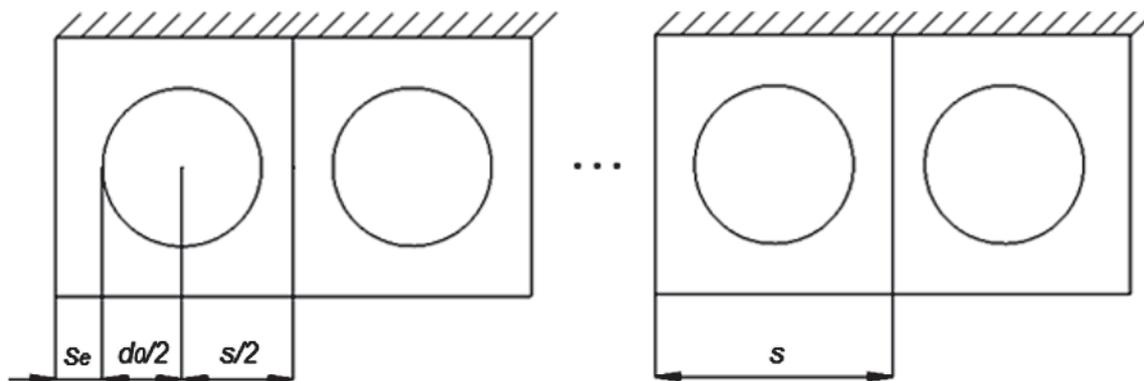


Figura 10
Modelo para viga celular com n aberturas

tos $\delta_{2,cent}$ e $\delta_{2,ext}$ são calculados por meio da Equação (11), onde a largura b é tomada igual a s para as placas centrais e igual a $s_e + 0,5d_o + 0,5s$ para as placas de extremidades. A força F aplicada nas placas deve ser distribuída de forma proporcional ao comprimento de cada placa isolada.

$$\delta_{2,c} = \frac{2(s_e + 0,5d_o + 0,5s)\delta_{2,ext} + (n - 2)s\delta_{2,cent}}{L} \quad (12)$$

Para o cálculo da rigidez rotacional do perfil celular, tomam-se como base as Equações 11 e 12. Substituindo a equação dos deslocamentos (de uma placa e de n placas), é possível obter a rigidez rotacional de uma barra com uma abertura circular e para n aberturas, respectivamente apresentadas nas Equações 13 e 14.

$$k_{2,c} = \frac{Et_w^3 h_0^2}{(4h_0^3 - 3d_o h_0^2 - d_o^3) + \frac{3b}{4} \left(4bd_o + \pi(2b^2 - d_o^2 - 2h_0^2) - \frac{(b^3 - bd_o^2 - bh_0^2)}{\sqrt{b^2 - d_o^2}} \left(4arctg\left(\frac{d_o}{\sqrt{b^2 - d_o^2}}\right) + 2\pi \right) \right)} \quad (13)$$

$$k_{2,c} = \frac{Fh_0^2}{2(s_e + 0,5d_o + 0,5s)\delta_{2,ext} + (n - 2)s\delta_{2,cent}} \quad (14)$$

4. Avaliação numérica da formulação de rigidez da alma celular

Modelos numéricos foram definidos para simular o comportamento da alma do perfil celular em regime elástico por meio do método dos elementos finitos (Figura 11). Os resultados numéricos de deslocamento lateral da placa da alma e conseqüentemente da sua rigidez foram obtidos e comparados com os resultados analíticos. O objetivo era avaliar a formulação analítica para sua posterior utilização no cálculo do momento crítico elástico de vigas mistas com perfis celulares.

A modelagem numérica foi realizada utilizando-se o software

de análise de elementos finitos ANSYS 15.0 [14]. Foram implementados modelos tridimensionais em elementos finitos de placa, desenvolvidos para retratar de forma mais realística possível o comportamento estrutural das placas com aberturas circulares. Para representar a alma do perfil de aço celular, elementos de casca SHELL181 foram utilizados. O SHELL 181 é recomendado para modelar estruturas de espessura fina a moderadamente grossa, sendo útil em análises lineares, não-lineares, com grandes deslocamentos e grandes deformações, ANSYS 15.0 [14]. Esse elemento é definido por quatro nós e seis graus de liberdade por nó, translações e rotações nas três direções ortogonais. Diversos autores utilizaram o elemento SHELL 181 em modelos numéricos de vigas com perfis de aço e vigas mistas de aço e concreto considerando análises lineares, não lineares e de flambagem. Dentre eles, podem-se citar os trabalhos de Abreu [15], Calenzani [4] e Oliveira [3]. A resistência ao escoamento do aço da alma do perfil celular foi tomada igual a 34,5 kN/cm². O coeficiente de Poisson e o módulo de elasticidade foram tomados iguais a 0,3 e 20000 kN/cm², respectivamente. Para simular as condições de contorno, na extremidade superior da alma celular, os deslocamentos e rotações nas direções

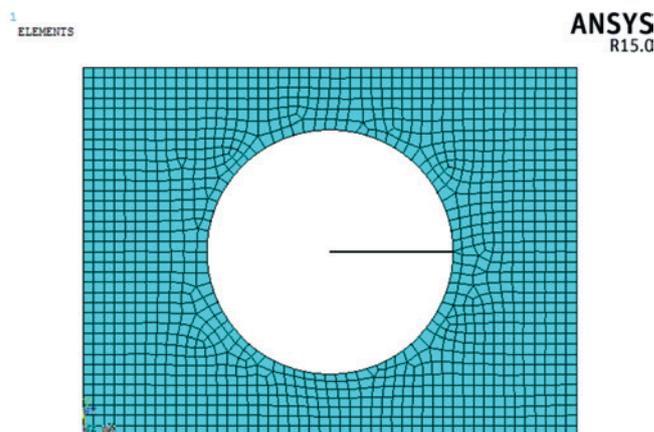


Figura 11
Modelo numérico da placa celular – frontal

globais x , y e z foram impedidos. Na extremidade inferior, o deslocamento dos nós foi acoplado, fazendo com que houvesse um deslocamento igualitário ao longo do comprimento do modelo, simulando a mesa inferior. Essa restrição foi dada para considerar o efeito diafragma proporcionada pela mesa inferior que não foi modelada. O carregamento foi distribuído aos nós que compõem a linha da extremidade inferior da placa para uma melhor convergência do modelo. A intensidade da força total aplicada ao modelo foi de 10 kN.

O ANSYS 15.0 [14] possui duas alternativas para a geração da malha de elementos finitos, livre ou mapeada. A malha de elementos finitos foi definida como uma malha livre, em vez de mapeada devido à simplicidade do tipo de análise. Para determinação do tamanho ideal de malha foi utilizado um modelo específico de um perfil laminado W200x26,6 adaptado para um perfil celular com uma abertura. Esse modelo por sua vez tem 0,3228 m de altura, 0,4306 m de comprimento e diâmetro de 0,2153 m. As malhas foram geradas com elementos de 0,01 a 0,1 m de lado (variando-se o tamanho dos elementos em 5 mm) e os resultados de deslocamento na direção normal à placa foram anotados, bem como o número de elementos em cada modelo. A partir desses dados, calculou-se o valor do desvio relativo entre duas medições consecutivas. Os valores obtidos são apresentados na Tabela 1.

A Figura 12 apresenta o gráfico que relaciona o deslocamento máximo de cada modelo com sua quantidade de elementos nos modelos analisados. Observa-se pelo comportamento assintótico do gráfico que a convergência dos resultados ocorre a partir de um deslocamento igual a 0,118 m. Um ponto correspondente à malha com 71 elementos forneceu um valor de deslocamento fora do padrão da curva, demonstrando uma oscilação do resultado numérico, porém não há comprometido da análise do estudo de malha desenvolvido, uma vez que se trata de pequena oscilação em um único ponto. Tomando como base os resultados analisados, a malha utilizada é de 0,01 m. Esta apresentou resultados com precisão adequada e, apesar de mais discretizada que aquela que apresenta resultados com boa convergência de solução, não apresentou elevado tempo de processamento computacional.

No processo de desenvolvimento algébrico da equação para determinação da rigidez rotacional da alma celular, considerou-se

Tabela 1
Estudo de malha

Tamanho do elemento (m)	$\delta_{\text{máx}}$ (m)	Quantidade de elementos	Desvio $(\delta_i - \delta_{i+1})/\delta_i$
0,01	0,1189	1096	0,0017
0,015	0,1187	498	0,0025
0,02	0,1184	291	0,0017
0,025	0,1182	195	0,0034
0,03	0,1178	128	0,0025
0,035	0,1175	114	0,0043
0,04	0,1170	81	0,0051
0,045	0,1164	71	0,0069
0,05	0,1156	58	-0,0043
0,055	0,1161	37	0,0000
0,06	0,1161	37	0,0121
0,065	0,1147	30	0,0044
0,07	0,1142	28	0,0149
0,075	0,1125	30	-0,0027
0,08	0,1128	26	0,0168
0,085	0,1109	23	0,0469
0,09	0,1057	23	0,0000
0,095	0,1057	23	-0,0095
0,1	0,1067	21	-

apenas análise linear geométrica e de material. Desta forma, para que as análises pudessem ser comparadas, a análise pelo método dos elementos finitos também foi feita linear. Uma vez que a metodologia normativa é feita em caráter linear elástico, para o desenvolvimento da fórmula também é válido que se utilize uma análise linear.

Para a validação da formulação analítica mediante os resultados numéricos, foram selecionados três diferentes perfis laminados

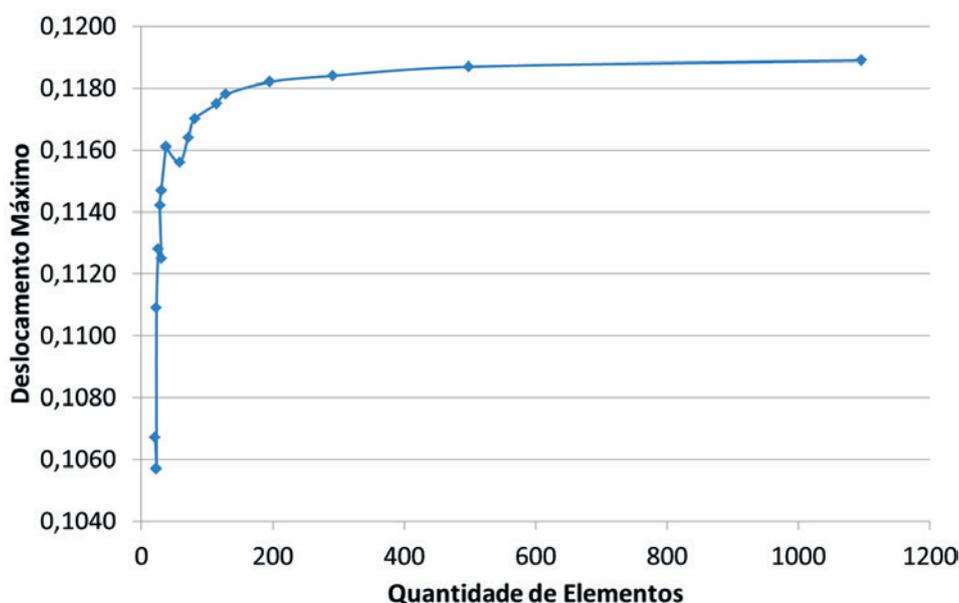


Figura 12
Deslocamento máximo x quantidade de elementos

Tabela 2
Modelo padrão

	d	d₀	s	s_e
Modelo padrão	1,6*d _g	0,65*d	1,3*d ₀	0,5*d ₀

para geração dos perfis celulares. A escolha dos perfis laminados de abas paralelas foi feita de forma a abranger todo intervalo de altura do catálogo de perfis da fabricante Gerdau Açominas. Essa análise abrangeu doze modelos com características geométricas obtidas a partir de um modelo padrão pré-definido.

Costuma-se utilizar a proposta de Harper *apud* Abreu [15] para os limites dos parâmetros construtivos de perfis celulares, onde o diâmetro da abertura (d_0) varia de 0,57 a 0,8 da altura do perfil celular (d) e o espaçamento entre aberturas (s) varia de 1,08 a 1,5 do diâmetro da abertura. Assim, o perfil celular do modelo padrão teve os parâmetros construtivos: altura expandida do perfil (d),

diâmetro da abertura circular na alma do perfil (d_0), espaçamento entre aberturas (s), distância entre a extremidade do perfil e o início da abertura circular (s_e) selecionados de acordo com a Tabela 2. Os perfis laminados selecionados são apresentados na Tabela 3 juntamente com os parâmetros geométricos adotados para os perfis celulares. Em cada perfil celular, a quantidade de aberturas em sua alma foi variada, e consequentemente, o seu comprimento total. Os modelos apresentaram uma, dez, vinte e trinta aberturas. De posse dos modelos a serem analisados, criou-se uma simbologia para identificação dos modelos de alma celular, a saber: $C_{perfil_d/d_g_d/d_s/d_0_s_e/d_0_n}$, onde C_{perfil} indica viga celular com a designação do perfil original e as variáveis d , d_g , d_0 , s , s_e e n são as propriedades geométricas. C200x26,6_1,6_0,65_1,3_0,5_1, por exemplo, significa uma viga celular com perfil original W200x26,6, razão entre a altura final e a altura do perfil original, d/d_g , igual a 1,6, razão entre o diâmetro da abertura e a altura final, d_0/d , igual a 0,65, razão entre a distância entre aberturas e o diâmetro da abertura, s/d_0 , igual a 1,3, razão entre a distância da extremidade ao início da abertura e o diâmetro da abertura, s_e/d_0 , igual a 0,5 e por último o número de aberturas.

Tabela 3
Perfis para validação da formulação analítica

Modelos	n	d (m)	d ₀ (m)	s (m)	s _e (m)	L (m)
200x26,6	1	0,331	0,215	0,279	0,107	0,431
	10	0,331	0,215	0,279	0,107	2,949
	20	0,331	0,215	0,279	0,107	5,748
	30	0,331	0,215	0,279	0,107	8,547
410x60	1	0,651	0,423	0,550	0,212	0,847
	10	0,651	0,423	0,550	0,212	5,799
	20	0,651	0,423	0,550	0,212	11,302
	30	0,651	0,423	0,550	0,212	16,804
610x125	1	0,979	0,636	0,827	0,318	1,273
	10	0,979	0,636	0,827	0,318	8,720
	20	0,979	0,636	0,827	0,318	16,994
	30	0,979	0,636	0,827	0,318	25,268

Tabela 4
Comparação de resultados analítico e numérico de rigidez da alma celular

Simbologia	$\delta_{2,c,A}$ (m)	$\delta_{2,c,N}$ (m)	$k_{2,c,A}$ (kN/rad)	$k_{2,c,N}$ (kN/rad)	Desvio ($k_{2,c,A}/k_{2,c,N}$)
C200x26.6_1.60_0.65_1.3_0.5_1	0,331	0,215	0,279	0,107	0,431
C200x26.6_1.60_0.65_1.3_0.5_10	0,331	0,215	0,279	0,107	2,949
C200x26.6_1.60_0.65_1.3_0.5_20	0,331	0,215	0,279	0,107	5,748
C200x26.6_1.60_0.65_1.3_0.5_30	0,331	0,215	0,279	0,107	8,547
C410x60.0_1.60_0.65_1.3_0.5_1	0,651	0,423	0,550	0,212	0,847
C410x60.0_1.60_0.65_1.3_0.5_10	0,651	0,423	0,550	0,212	5,799
C410x60.0_1.60_0.65_1.3_0.5_20	0,651	0,423	0,550	0,212	11,302
C410x60.0_1.60_0.65_1.3_0.5_30	0,651	0,423	0,550	0,212	16,804
C610x125.0_1.60_0.65_1.3_0.5_1	0,979	0,636	0,827	0,318	1,273
C610x125.0_1.60_0.65_1.3_0.5_10	0,979	0,636	0,827	0,318	8,720
C610x125.0_1.60_0.65_1.3_0.5_20	0,979	0,636	0,827	0,318	16,994
C610x125.0_1.60_0.65_1.3_0.5_30	0,979	0,636	0,827	0,318	25,268

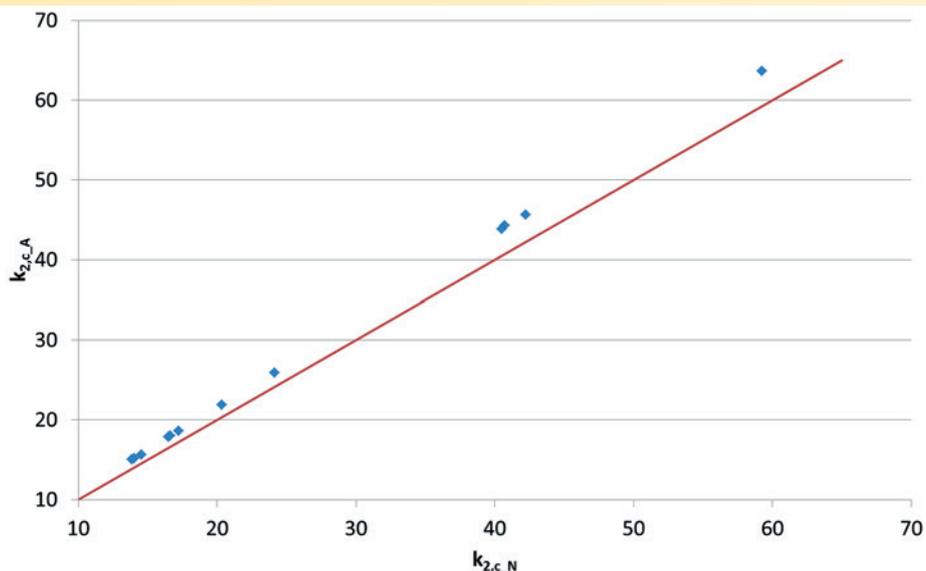


Figura 13
Linha de ajuste perfeito

Para avaliar a equação analítica, os resultados dos modelos numéricos foram comparados com os da formulação da rigidez rotacional da alma celular. A Tabela 4 apresenta os perfis

analisados, o deslocamento analítico obtido pela formulação proposta, o deslocamento numérico, a rigidez rotacional analítica da alma celular, a rigidez rotacional numérica da alma celular e o desvio relativo entre as rigidezes.

O desvio de aproximadamente 8% da formulação analítica em relação aos resultados numéricos pode ser atribuído às simplificações adotadas no cálculo analítico do deslocamento da alma, onde a teoria de elementos lineares foi utilizada, e a deformação por esforço cortante foi ignorada. O programa tende a concentrar a força aplicada no modelo nos locais com maior rigidez (locais com alma cheia) enquanto a equação distribui a força aplicada na placa celular de forma proporcional ao comprimento da placa analisada. Adicionalmente, a análise numérica considerou a teoria de placas e cascas e os deslocamentos são calculados incluindo todas as solicitações impostas.

A Figura 13 apresenta o gráfico da linha de ajuste perfeito compreendendo os resultados analítico e numérico de rigidez rotacional da alma celular dos doze modelos estudados. Pode-se notar que os valores calculados pela equação analítica têm uma boa concordância com os resultados numéricos. Todos os

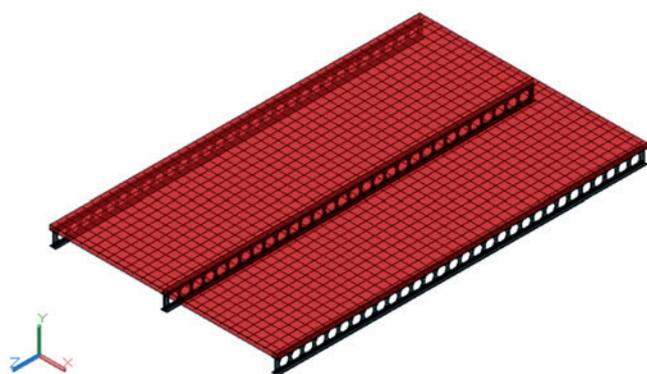


Figura 14
Vigas mistas com perfil de alma celular - mecanismo U contínuo

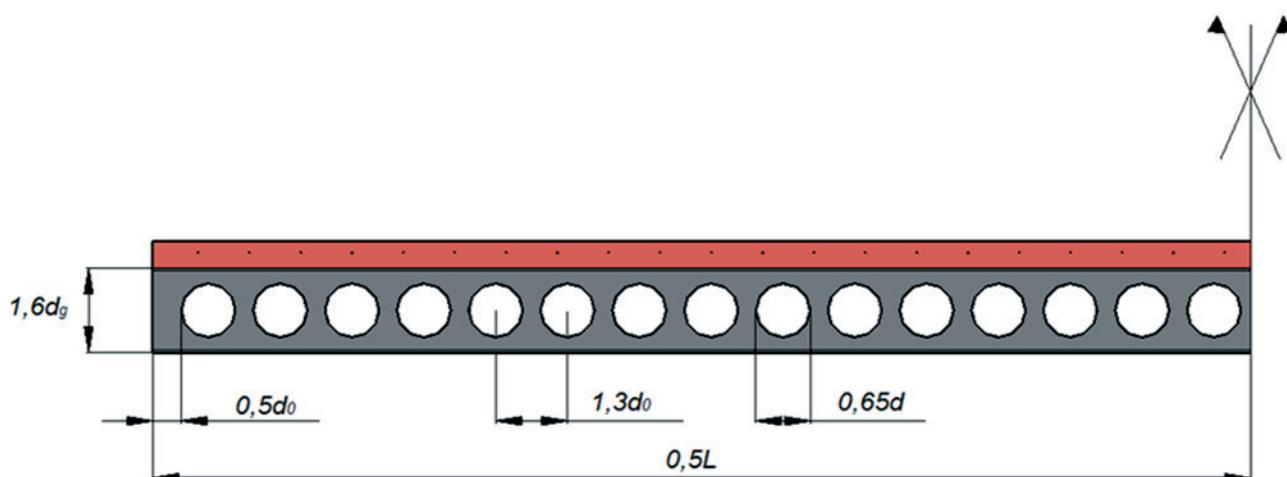


Figura 15
Modelo padrão - vista lateral

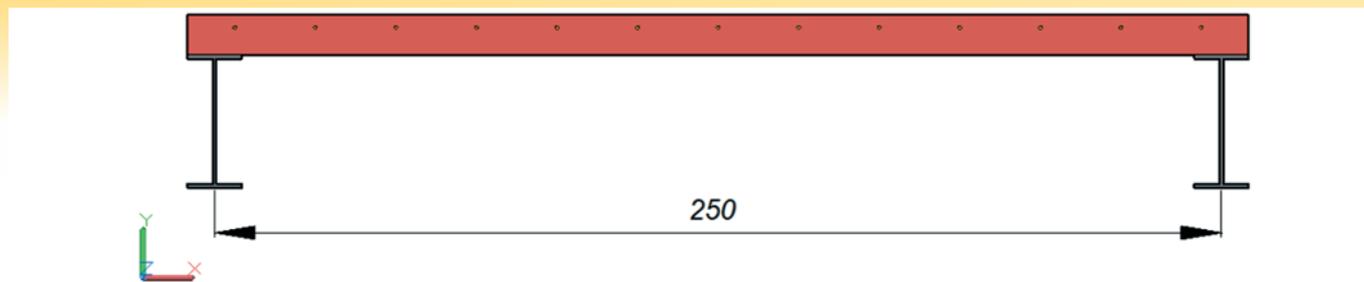


Figura 16
Modelo padrão – distância entre vigas

pontos ficaram muitos próximos da linha de ajuste perfeito, porém levemente acima desta, indicando a necessidade de um ajuste da equação por meio de um coeficiente de redução. Recomenda-se então, o uso da equação analítica desenvolvida nesse trabalho para o cálculo da rigidez rotacional da alma celular, utilizando um coeficiente de redução de 10%. Portanto, a formulação proposta para a rigidez rotacional de uma alma celular com n aberturas é:

$$k_{2,c} = \frac{0,9Fh_0^2}{2(s_e + 0,5d_0 + 0,5s)\delta_{2,ext} + (n - 2)s\delta_{2,cent}} \quad (15)$$

5. Exemplo numérico de cálculo do momento crítico elástico

Nesse item, foi determinado o momento crítico elástico à FLD de duas vigas mistas de aço e concreto, uma com perfil celular e outra com perfil de alma cheia de altura equivalente a do perfil celular. A influência das aberturas da alma nos valores da rigidez rotacional e no momento crítico elástico foi avaliada. A viga mista com perfil celular foi construída com o perfil laminado, previamente estudado, W200x26,6. Adotou-se a quantidade de 30 (trinta) aberturas na alma, o que fez com que o vão da viga mista ficasse levemente superior a $25d$, onde d é a altura do perfil celular. Assim, ambas as vigas mistas, de perfis celular e de alma cheia, tiveram o vão de 8,55 m e a altura do perfil de aço igual a 331,2 mm (razão $d/d_y = 1,6$). As vigas mistas foram denominadas de VC 331,2 e VP 331,2 respectivamente, para o perfil celular e de alma cheia.

A laje utilizada nas duas vigas mistas é maciça de concreto armado com altura de 10 cm. A armadura longitudinal negativa foi considerada de diâmetro 12,5 mm a cada 15 cm e as armaduras transversais positivas e negativas foram de diâmetro 6,3 mm a cada 20 cm. Os cobrimentos são: 3 cm para armadura longitudinal negativa e transversal positiva e 4,2 cm para armadura transversal negativa. O módulo de elasticidade do aço e do concreto são, respectivamente, 200000 MPa e 23800 MPa. A tensão de escoamento do perfil de aço e da armadura são, respectivamente, 345 MPa e 500 MPa. Nesse exemplo de

cálculo, a distância transversal entre vigas mistas é de 250 cm e escolheu-se determinar o momento crítico elástico de uma viga interna, como é possível observar nas Figuras 14, 15 e 16. Para o cálculo da rigidez rotacional da laje, conforme a ABNT NBR 8800:2008 [1] considerou-se a faixa de um metro na direção transversal ao eixo da viga, de forma a obter-se a rigidez rotacional por metro. Assim, cinco barras para a armadura transversal, positiva e negativa, cabem dentro dessa faixa. As áreas de aço da armadura transversal, em 1 m de laje, são de 1,55 cm². Transformando a seção de concreto em aço, a largura da laje e a inércia transformada, ignorando o concreto tracionado são de 11,9 cm e 0,395 cm²/cm respectivamente. A rigidez à flexão da seção mista homogeneizada por unidade de comprimento da viga é calculada tomada como o menor valor, considerando o meio do vão da laje, para momento positivo, e um apoio interno da laje, para momento negativo. Neste caso, os dois momentos de inércia são iguais, uma vez que as armaduras, positiva e negativa, apresentam a mesma área, assim tem-se que $(EI)_2$ é 7900 kN/cm. Portanto, conforme a Equação 3, fornecida pela ABNT NBR 8800:2008 [1], tem-se a rigidez à flexão da seção mista homogeneizada, adotando-se α igual a 3 por representar vigas internas.

$$k_1 = 3\alpha \frac{7900}{250} = 94,8 \text{ kN/rad} \quad (16)$$

Após a obtenção da rigidez rotacional da laje, calculou-se as rigidezes rotacionais da alma dos perfis de alma cheia e celular. Para a alma cheia foi utilizada a Equação 4 da ABNT NBR 8800:2008 [1], com a espessura da alma igual a 5,8 mm e a distância entre centros de gravidade das mesas superior e inferior igual a 322,8 mm.

$$k_2 = \frac{20000 \cdot 0,58^3}{3 \cdot 322,8 \cdot (1 - 0,3^2)} = 33,21 \text{ kN/rad} \quad (17)$$

Para a alma celular, a formulação proposta (Equação 15) foi utilizada e o valor de sua rigidez foi de 13,55 kN/rad.

A Tabela 5 apresenta os resultados da rigidez rotacional da laje, k_1 , das almas, celular, $k_{2,c}$ e cheia, $k_{2,p}$, e da rigidez rotacional das

Tabela 5

Comparação da rigidez rotacional de vigas mistas com perfil celular e de alma cheia

Perfil	n	h_0 (m)	L (m)	k_1 (kN/rad)	$k_{2,c}$ (kN/rad)	$k_{r,c}$ (kN/rad)	
VC331,2	30	0,323	8,546	94,800	13,553	11,858	
Perfil	n	h_0 (m)	L (m)	k_1 (kN/rad)	$k_{2,p}$ (kN/rad)	$k_{r,p}$ (kN/rad)	Razão ($k_{r,c} / k_{r,p}$)
VP331,2	0	0,323	8,546	94,800	33,211	24,595	0,482

vigas mistas, k_{rc} para perfil celular e k_{rp} para perfil de alma cheia. A rigidez rotacional das vigas mistas foi obtida pela equação da rigidez equivalente de molas ligadas em série. Pode-se notar que a presença das aberturas no perfil celular faz com que o valor da rigidez da viga mista reduza em 51,8%.

Para calcular o momento crítico elástico, seguiu-se o procedimento da ABNT NBR 8800:2008 [1], conforme a Equação 5. Para o cálculo das propriedades geométricas da viga mista com perfil celular foi utilizada a seção transversal do perfil celular no centro da abertura, o que consiste em dois "T"s (um chamado de "T" superior e outro chamado de "T" inferior). Já para a viga mista com perfil de alma cheia, de seção transversal constante ao longo do vão, utilizou-se as propriedades geométricas da seção "I", conforme Figura 17 (a) e (b).

Considerou-se um diagrama de momento negativo constante, assim ψ é igual 1 e C_{dist} é igual a 6,2. Com todos os demais parâmetros calculados, foi possível encontrar o momento crítico elástico das vigas mistas em estudo. Os resultados são apresentados na Tabela 6. Pode-se perceber que a presença das aberturas no perfil celular faz com que o valor do momento crítico elástico reduza em 32,4% aproximadamente.

6. Conclusões

Nesse trabalho, uma formulação para a determinação da rigidez rotacional da alma celular, e posteriormente sua aplicação no cálculo do momento crítico elástico em vigas mistas com perfil celular foi apresentada e estudada, tendo como base o comportamento do mecanismo "U" invertido. Essa formulação foi deduzida com base no Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV), que determinou a rigidez rotacional da alma do perfil celular a partir do deslocamento lateral de uma placa com abertura circular centrada de altura igual a distância entre os centros das mesas superior e inferior do perfil. Para validar a equação, foi desenvolvida uma modelagem numérica, via Método dos Elementos Finitos, de obtenção do deslocamento lateral da alma do perfil celular por meio de análise linear elástica.

Os resultados da formulação analítica de rigidez da alma celular sempre foram superiores aos numéricos, porém, o desvio relativo não foi maior que 10%, por isso, um coeficiente de redução para a equação da rigidez da alma do perfil celular de 0,9 foi proposto.

A título de exemplificação, utilizou-se a formulação desenvolvida nesse trabalho para determinar a rigidez rotacional e com ela,

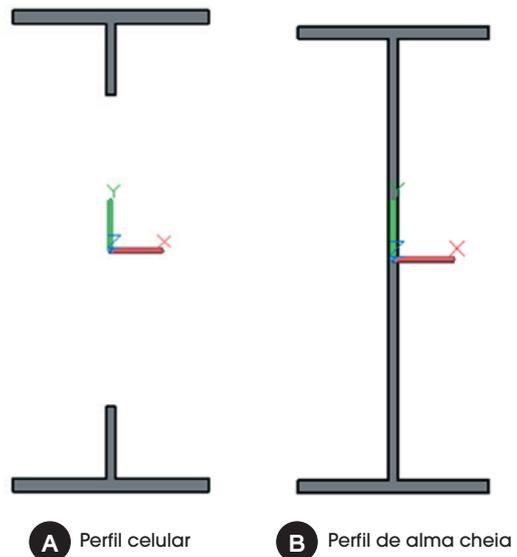


Figura 17

Seção transversal considerada no cálculo das propriedades geométricas

o momento crítico elástico à FLD de uma viga mista com perfil celular, construída a partir do perfil W200x26,6. Comparou-se o valor da rigidez rotacional e do momento crítico elástico dessa viga com o de uma viga mista de alma cheia de altura equivalente. Pôde-se notar que a rigidez rotacional da viga mista celular é 48,2% da rigidez da viga mista de alma cheia. A viga mista com perfil celular teve um momento crítico elástico 32,4% menor que o da viga com alma cheia.

Procurou-se considerar da forma mais precisa possível todos os fatores envolvidos na questão da FLD de vigas de mistas com perfis celulares, visando à confiabilidade da formulação desenvolvida, entretanto como um número limitado de casos foi abordado nessa pesquisa, investigações adicionais são necessárias para assegurar o mérito da proposta.

7. Agradecimentos

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), à Fundação de Amparo à Pesquisa do Espírito Santo (FAPES) pelo apoio para o desenvolvimento desta pesquisa.

Tabela 6

Comparação do momento crítico elástico de vigas mistas com perfil celular e de alma cheia

Perfil	n	h_0 (m)	L (m)	k_{rc} (kN/rad)	$M_{cr,c}$ (kNcm)	
VC331,2	30	0,323	8,546	11,858	14721,933	
Perfil	n	h_0 (m)	L (m)	k_{rp} (kN/rad)	$M_{cr,p}$ (kNcm)	Razão ($M_{cr,c}/M_{cr,p}$)
VP331,2	0	0,323	8,546	24,595	21785,558	0,676

8. Referências bibliográficas

- [1] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8800: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008.
- [2] CEN, EN 1994-1-1:2004. EUROCODE 4: Design of composite steel and concrete structures - Part 1-1: general rules and rules for buildings. Bruxelas, Bélgica, 2004.
- [3] OLIVEIRA, J. P. S., CALENZANI, A. F. G., FAKURY, R. H., FERREIRA, W. G. Elastic critical moment of continuous composite beams with a sinusoidal-web steel profile for lateral-torsional buckling. *Engineering Structures*, n. 113, p. 121-132, 2016.
- [4] CALENZANI, A.F.G. Proposição de procedimento para a determinação da rigidez rotacional de vigas mistas contínuas e semicontínuas com perfis de alma senoidal. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas), Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008.
- [5] FAN, C.K.R. Buckling in continuous composite beams. Thesis (Doctor of Philosophy), Department of Engineering, University of Warwick, U.K., 1990.
- [6] JOHNSON, R.P. *Composite Structures of Steel and Concrete: beams, slabs, columns and frames for buildings*. 3. ed. Warwick, U.K: Blackwell, 2004.
- [7] JOHNSON, R.P., MOLENSTRA N. Strength and stiffness of shear connections for discrete U-frame action in composite plate girders. *The Structural Engineer*, V.68, n.19/2, p.:386–392, 1990.
- [8] CALENZANI, A.F.G.; FAKURY, R.H.; PAULA, F.A.; RODRIGUES, F.C.; QUEIROZ, G.; PIMENTA, R.J. Rotational stiffness of continuous composite beams with sinusoidal-web profiles for torsional buckling. *Journal of Constructional Steel Research*, n.79, p. 22-33, 2012.
- [9] ROIK, K.; HANSWILLE, G.; KINA, J. Solution for the lateral torsional buckling problem of composite beams. *Stahlbau*, 59, 327 – 332, 1990.
- [10] LAWSON, R. M.; HICKS, S. J. - Design of composite beams with large web openings: in accordance with Eurocodes and the UK National Annexes. Steel Construction Institute, 2011.
- [11] WARD, J. K. Design of composite and non-composite cellular beams. Steel Construction Institute, 1990.
- [12] Gizejowski, M.A.; Khalil, W.A.S. Stability and ductility of castellated composite beams subjected to hogging bending. *International Conference on Stability and Ductility of Steel Structures*, Rio de Janeiro, Brasil, p. 839-846, 2010.
- [13] Wolfram Research, Inc., *Mathematica*, Version 10.3, Champaign, IL (2015).
- [14] ANSYS, INC. Release 15.0 Documentation for ANSYS. Canonsburg: [s.n.], 2013.
- [15] ABREU, L. M. P.; FAKURY, R. H.; CASTRO e SILVA, A. L. R. Determinação do momento fletor resistente à flambagem lateral com torção de vigas de aço celulares, *Mecânica Computacional*, v. XXIX, p. 7255-7271, 2010.