
ARTIGO

Situação Fundamental: modelos constitutivos**Fundamental Situation: constitutive models**Nazaré do Socorro Moraes da **Silva*** ORCID iD 0000-0001-8283-476XJosé Messildo Viana **Nunes**** ORCID iD 0000-0001-9492-4914**Resumo**

No âmbito da Didática da Matemática, difunde-se a noção de Situação Fundamental, entretanto, existem controvérsias sobre como conceber e utilizar tal situação, seja em pesquisas ou aulas de matemática. Nesse sentido, esta pesquisa tem como objetivo tecer reflexões sobre a criação e utilização de Situações Fundamentais, no campo da Educação Matemática. Trata-se de um estudo teórico e de cunho qualitativo, com viés de pesquisa bibliográfica, que compreende uma revisão da literatura a respeito da Situação Fundamental. O estudo revela concepções diferenciadas sobre a noção estudada, tais ideias se complementam e podem favorecer a concepção e utilização desta em salas de aulas de matemática.

Palavras-chave: *Milieu*. Teoria das Situações. Didática da Matemática.

Abstract

In the field of Mathematics Didactics, the notion of Fundamental Situation is widespread; however, there are controversies about how to conceive and use such a situation, whether in research or mathematics classes. In this sense, this research aims to reflect on the creation and use of Fundamental Situations in the field of Mathematics Education. This is a theoretical and qualitative study, with a bibliographical research bias, which includes a review of the literature on the Fundamental Situation. The study reveals different conceptions about the studied notion; such ideas complement each other and can favor its conception and use in mathematics classrooms.

Keywords: *Milieu*. Situation Theory. Mathematics Didactics.

1 Introdução

No âmbito da Didática da Matemática, o processo de aprendizagem depende de situações de ensino que levem o aluno a mobilizar conhecimentos, de forma a fazê-lo agir, falar,

* Mestra pela Universidade Federal do Pará (UFPA) em Educação em Ciências e Matemáticas. Professora da Secretaria de Estado de Educação (SEDUC-PA), Belém, Pará, Brasil. E-mail: nazaresocorro2@gmail.com.

** Doutor Pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP) em Educação Matemática. Professor da Universidade Federal do Pará (UFPA), Belém, Pará, Brasil. E-mail: messildo@ufpa.br.

refletir e evoluir por iniciativa própria. Tais situações devem provocar a construção do conhecimento, por meio da escolha criteriosa de problemas ou situações-problemas, cuja solução conduza ao conhecimento a ser ensinado. Essa concepção de ensino levou Guy Brousseau a idealizar a Teoria das Situações Didáticas (TSD), com o objetivo de modelar situações de ensino e aprendizagem de noções matemáticas.

A aprendizagem, do ponto de vista de Brousseau (1986, 1996a, 1996b), não pode ser considerada apenas como simples registro do que pode ser comunicado por outra pessoa, tampouco como um processo de transmissão de conhecimento específico, envolvendo unicamente o sistema educacional (professor) e o aluno. Para Brousseau (1986, p. 48-49, tradução nossa),

O aluno aprende adaptando-se a um *milieu* que é fator de contradições, de dificuldades, de desequilíbrios, um pouco como a sociedade humana. Esse saber, fruto da adaptação do estudante, manifesta-se com as novas respostas que são a prova da aprendizagem.

Esse *milieu* compreende os elementos¹ necessários para provocar a aprendizagem. Ele é visto como um sistema antagônico e sob planejamento e controle do professor no desenvolvimento da situação. Tal sistema “é, tanto para o jogador quanto para observador, um modelo da parte do universo no qual o conhecimento está em jogo e as interações que ele determina” (Brousseau, 1990, p. 320, tradução nossa).

Para Brousseau (1986, 1990, 1996a, 1996b) a aprendizagem ocorre em um processo duplo de aculturação e adaptação independente, reconhecendo, por um lado, que o aluno é sujeito ativo da aprendizagem, e, por outro, que o saber matemático visado é o conhecimento desenvolvido pela ação do aluno sobre o *milieu*.

Segundo o autor, para modelar uma situação didática que possa permitir a aquisição do conhecimento, por parte do aluno, é necessário que o *milieu* esteja munido de intenções didáticas. Mas, para que isso ocorra, o professor precisa criar condições que provoquem a aprendizagem. Nesse processo, a situação adidática² é uma grande aliada, por possibilitar ao aluno momentos de ação sobre o *milieu* planejado e construído pelo professor, com o intuito de proporcionar-lhe condições que o levem à aquisição de saberes que se deseja ensinar.

Para Brousseau (1996a, 1996b), cada conhecimento pode ser determinado por uma ou várias situações adidáticas que mantenham o seu sentido, designando, assim, uma Situação Fundamental. Esta se caracteriza por ser a mais ampla possível e conter variadas possibilidades

¹ o problema ou tarefa proposta, os conhecimentos prévios dos alunos, as interações entre eles, as regras para atuar na situação etc.)

² Para Brousseau (1996a, 1996b), a situação adidática é uma situação em que a intenção didática não é revelada ao aluno, mas construída pelo professor com fins didáticos.

de utilização de certo conhecimento.

A Situação Fundamental é um elemento chave da TSD e corresponde ao conjunto de condições que fornece uma definição (de forma implícita) de um dado item do conhecimento matemático e uma oportunidade para o aluno aprender, por meio de uma sequência de perguntas e respostas que podem ser dada pelo aluno na interação com determinado *milieu* (Warfield, 2006).

Apesar da importância da Situação Fundamental no âmbito da TSD, Bessot (2014) chama atenção para o fato de que Brousseau não deixou claro como encontrar uma Situação Fundamental. A complexidade dessa noção levou Legrand (1996), Bloch (2001), Warfield (2006), Perrin-Glorian (2007), Almouloud (2007), Bessot (2011, 2014), dentre outros a empreenderem estudos para melhor compreendê-la.

As questões pesquisadas sobre a noção de Situação Fundamental ensejam demandas do tipo: como garantir que o problema apresentado ao aluno seja, de fato, relevante em relação ao saber visado? Qual é a relação entre a situação posta e a razão de ser do objeto do saber em jogo? Existe um problema ou conjunto de problemas em que a solução seja o saber visado? (Bloch, 2001; Bessot, 2004). Nessa ambiência, neste artigo temos como objetivo tecer reflexões sobre a criação e utilização de Situações Fundamentais, no campo da Educação Matemática.

Para alcançar tal objetivo, realizamos um estudo teórico de caráter qualitativo, com viés bibliográfico, em virtude desse permitir ao pesquisador entrar em contato direto com obras que abordam o tema em questão (Oliveira, 2016).

O levantamento sobre o tema Situação Fundamental foi realizado em bases de dados bibliográficas nacionais e internacionais. O estudo nos forneceu artigos de revistas, livros, teses e outros documentos que serviram de embasamento para esta investigação teórica. Assim, estabelecemos um diálogo entre pesquisas que trazem, em seu bojo, Reflexões Teóricas: Brousseau (1972, 1982, 1986, 1990, 1995, 1996a, 1996b e 2008); Bronner (1997); Legrand (1996); Perrin-Glorian (1999, 2007), Bloch (1999, 2001); Bessot (2004, 2014); Warfield (2006) e aquelas que utilizaram a Situação Fundamental como Dispositivo para o Ensino e Aprendizagem da Matemática: Comin (2000); Carmo e Fonseca (2016); Silva (2017); Damasceno (2022); Maranhão (2021); Silva, Silva e Nunes (2023); Damasceno, Nunes e Damasceno (2023); Maranhão, Pereira e Nunes (2025). Consideramos ainda aquelas que articularam Reflexões Teóricas com Dispositivos de Ensino e Aprendizagem: Brousseau (1972, 1995).

O estudo consiste em uma breve análise dos elementos da Teoria das Situações Didáticas relevantes à noção de Situação Fundamental, seguida pelo aprofundamento da modelação dessa

Situação; posteriormente, tecemos reflexões sobre as características e utilização da SF.

2 Situação Fundamental (SF) no âmbito da Teoria das Situações Didáticas (TSD)

A noção de SF está circunscrita na TSD e se articula com várias noções dessa teoria. Assim, para uma melhor compreensão é necessário abordarmos elementos teóricos essenciais da TSD interligados à SF, como: situações didáticas e adidáticas, variáveis didáticas, *milieu*, devolução, institucionalização, contrato didático, dentre outros. Essas noções são de grande relevância para uma compreensão da modelização de situações, em especial da SF.

2.1 Idealização de Guy Brousseau

Guy Brousseau foi um dos pioneiros da Didática da Matemática e idealizou a TSD, na década de 1970, em contraposição aos trabalhos formalistas característicos da Matemática Moderna. O cerne dessa teoria é a noção de situação didática que rege a interação entre alunos, professor e *milieu*.

A situação didática caracteriza-se pelo jogo de interações entre o aluno e o problema proposto pelo professor. Tal interação depende da devolução - “ato pelo qual o professor faz com que o aluno aceite a responsabilidade de uma situação de aprendizagem (adidática) ou de um problema e assume ele mesmo as consequências dessa transferência” (Brousseau, 2008, p. 91).

Assim, a situação é o objeto central da TSD e corresponde ao conjunto de relações estabelecidas explícita ou implicitamente entre aluno ou grupo de alunos, professor e determinado *milieu*, para que o aluno adquira um conhecimento constituído ou em constituição. Segundo Brousseau (1986, p. 31-32, tradução nossa, grifos do autor).

Esse processo ocorre perante um *jogo hipotético* que expressa um sistema de condições mínimas necessárias para aquisição do conhecimento definido. A trama se desenvolve em um *milieu* regido por regras estabelecidas explícita ou implicitamente entre professor, aluno e conteúdo em jogo, chamado de *contrato didático*. Uma relação que determina explicitamente, em certa medida, mas principalmente, implicitamente, o que cada parceiro, professor e aluno terão a responsabilidade de gerir e, de uma forma ou de outra, ser responsável perante o outro. Esse sistema de obrigações recíprocas assemelha-se a um contrato. O que interessa nesse contexto é o contrato didático, ou seja, a parte deste contrato que é específica ao “conteúdo”, o conhecimento matemático alvo.

Para modelar uma situação didática que favoreça a aquisição de conhecimento pelo aluno, é preciso que o *milieu* esteja munido de intenção didática. No entanto, para que isso

aconteça, o professor precisa criar condições que promovam a aprendizagem; nesse caso, a situação adidática – que deve ser planejada para que o aluno atue da forma mais independente possível, de preferência sem intervenções diretas do professor, ou, como assumimos, com um mínimo de intervenção possível.

A situação didática é caracterizada pelo *milieu*, e este, por sua vez, é planejado e organizado pelo professor pesquisador ou professor, a partir das escolhas das variáveis didáticas, que são variáveis cognitivas, determinadas e controladas pelo professor. Variáveis pelas quais a mudança de valores provoca modificações nas estratégias ótimas, o que atribui um papel relevante ao estudo de modelos de aprendizagem, conforme a TSD (Almouloud, 2007).

De forma resumida, a situação didática inicia-se com a devolução, momento em que o aluno aceita o desafio de resolver um problema proposto pelo professor e conclui-se com a institucionalização, momento em que o professor dá estatuto de saber ao conhecimento produzido pelo aluno.

Nesse processo, o encontro do aluno com o conhecimento é contextualizado e ocorre em situações adidáticas de ação, formulação e validação. Ação – o aluno precisa manifestar o seu conhecimento por decisões e ações adequadas e eficazes sobre o *milieu*, sem a necessidade de expressá-las por meio de um discurso, nem de explicar esse conhecimento; formulação – o aluno precisa expressar sua tomada de decisão, ou seja, comunicar uma informação matemática, justificando sua solução com base em aspectos teóricos e validação – o aluno precisa provar o seu conhecimento formulado por meio de debates e decisões, confrontando opiniões e procurando entrar em acordo, utilizando argumentos, teoremas que possam validar o seu conhecimento.

A institucionalização é o momento em que o professor confere ao conhecimento produzido pelos alunos o estatuto de saber, de forma que este possa ser reutilizado em outras situações futuras.

Os termos saber e conhecimento são recorrentes nas pesquisas em Didática da Matemática. Neste sentido, cabe destacarmos que o saber na TSD corresponde a uma forma de legitimar o conhecimento e de reconhecê-lo; é despersonalizado e descontextualizado de sua forma original. O saber é um conhecimento canonicamente constituído, ou seja, é compartilhado e aceito pela sociedade, cujo interesse é garantido pela história e pela cultura, sendo reutilizado continuamente (Bessot, 2014).

O conhecimento está intimamente ligado à história do sujeito. Ele surge a partir do encontro do sujeito com situações referentes a um saber a ser ensinado, no papel,

essencialmente, de instrumento de controle da situação (mantém o equilíbrio entre o sujeito e o *milieu*), permitindo uma tomada de decisão, assim esse se apropria de um novo conhecimento caracterizado pelas mudanças de estratégias de uma situação.

Conforme Brousseau (2008), cada situação pode fazer com que o aluno prospere, e devido a isso também pode progredir, de tal forma que a gênese de um conhecimento pode emergir durante uma sucessão de perguntas e respostas (espontâneas ou não), em um processo dialético. Esse processo refere-se às interações fundamentais do aluno com o *milieu* em diferentes situações, das quais o saber tem funções diferentes e o aprendiz não tem a mesma relação com o saber (Almouloud, 2007).

Um ponto importante a destacar é que essas situações se colocam como dialéticas, e, por isso, não necessariamente se apresentam numa ordem cronológica no desenvolvimento das ações dos alunos, podendo inclusive aparecer de forma simultânea (por exemplo: podem ocorrer ao mesmo tempo ação e formulação).

Nesse viés, a situação capaz de gerar um conjunto de situações de modo a caracterizar o conhecimento visado, denomina-se Situação Fundamental (SF), em que a noção de ensinar é a resposta considerada mais adequada. Essa situação proporciona a introdução do conhecimento em sala de aula apoiado em uma epistemologia científica (Almouloud, 2007). A SF, de acordo com Brousseau (2003, p. 3, tradução nossa).

[...] é um esquema de situação capaz de gerar, pelo jogo das variáveis didáticas que o determinam, o conjunto de situações correspondentes a um determinado saber. Tal situação, quando identificada, oferece possibilidades de ensino, mas, sobretudo uma representação do saber por meio dos problemas em que ocorre, possibilitando resgatar o sentido do saber a ser ensinado.

Nesse sentido, nos apoiaremos nas ideias centrais de SF para aprofundarmos as compreensões que se tem em torno dessa noção.

3 Aprofundamento da Modelação de uma Situação Fundamental

Para o aprofundamento da SF tomamos como exemplo a proposição de Brousseau (1972) denominada o jogo da corrida ao vinte. Esse jogo foi utilizado para introduzir a noção de divisão euclidiana, tendo as operações da aritmética básica como os conhecimentos prévios necessários para investir em tal situação, e, sobretudo, a utilização do método de subtração sucessiva, como conhecimento implementado para dar sentido ao saber em questão.

O jogo envolve inicialmente dois jogadores, sendo que o jogador a iniciar a jogada tem a opção de anunciar/escrever 1 ou 2, e o oponente dá continuidade ao dizer anunciar/escrever 1

ou 2 adicionando ao número dito pelo jogador anterior, alternadamente. Ganha o jogo quem anunciar/escrever primeiro o número “20”. Após algumas jogadas os alunos perceberão que ganha o jogo quem anunciar/escrever o 17, pois ao chegar nesse valor o oponente pode anunciar 1 ou 2 que no final, o resultado chegará a 20 ($17 + 1 = 18$; $18 + 2 = 20$ ou $17 + 2 = 19$; $19 + 1 = 20$).

A melhor estratégia será quem jogar primeiro anunciando 2, depois 5, 8, 11, 14, 17, 20. O significado desta divisão por meio do jogo da corrida ao vinte é a subtração sucessiva por 3 a partir do número 20.

Outra situação que nos possibilita aproximações com a noção de SF é a situação dos potes de tinta desenvolvida por Brousseau (1995) para trabalhar a noção de contagem. Brousseau (2000) a considera como fundamental, por apresentar as seguintes características:

- I. Permite-nos definir esta medida como conhecimento, ou seja, como forma de resolver esta situação.
- II. Os conceitos de número ou contagem não aparecem no enunciado desta situação e que pode ser compreendida por um aluno que não sabe contar.
- III. Permite gradualmente o conhecimento dos números como respostas “espontânea” e evolutiva a uma série de situações geradas pela primeira, através de variantes reconhecidas (entre outras, aumento dos números de objetos, comunicação, escrita de números maiores, melhoria dos métodos de enumeração).
- IV. Variantes e variáveis “didáticas” podem facilmente ser considerados dialeticamente pelos próprios alunos.
- V. Todas as situações de contagem são deduzidas do seu esquema por modificações de elementos terminais e por variáveis cognitivas (Brousseau, 2000, p. 3, tradução nossa).

Essa situação foi proposta para crianças de 5 a 6 anos, com intuito de provocar a aprendizagem da noção de número natural, por meio do método da contagem. Tal Situação consiste na tarefa de colocar uma quantidade específica de pincéis em uma quantidade corresponde de potes de tintas, com as seguintes condições, que as consideramos de variáveis didáticas: o conjunto de pincéis se encontra de um lado da sala de aula e a coleção de potes em outro lado, respeitando certo distanciamento; de colocar apenas um pincel em cada pote, e não deixar sobrar nenhum pote sem pincel, nem pincel sem pote (numa correspondência de termo a termo). Noutra condição, a criança teria que carregar todos os pincéis de uma única vez, se caso errasse, teria que pegar todos os pincéis de volta e tentar novamente (Brousseau, 1995).

Segundo o autor, a criança saberia contar quando soubesse conceber essa relação de coleções equipotentes, ainda quando tiver um aumento de quantidade desses objetos. A criança também saberá numerar, quando conseguir expressar o quantitativo de objetos: “solicitar (remetente) a alguém (receptor), oralmente ou por escrito, a quantidade de pincéis necessária para verificar a operação e, inversamente, fornecer a quantidade desejada sob demanda” (Brousseau, 2000, p. 3, tradução nossa).

Legrand (1993), destaca as seguintes características em torno da situação fundamental:

Uma situação será fundamental se ela:

- tiver por sua consistência epistemológica e sua adaptação ao campo conceitual do aluno, o poder de modificar o conformismo escolar;
- permitir uma desestabilização e justificar a aceitação de uma mudança de ponto de vista, que deve então favorecer os conflitos da racionalidade;
- permitir a devolução do projeto global do saber (Legrand, 1993, p. 24, tradução nossa).

Outro ponto a se destacar é que Brousseau (1986) interpreta as situações-problema³ em termo de jogos e os comportamentos dos alunos, em termos de indícios de estratégia, isto é, o comportamento está associado à ação do aluno sobre o *milieu* e o *feedback* deste para o aluno, o que implica na mudança da estratégia básica adotadas por ele para uma mais adequada à solução do problema, a estratégia ótima.

[...] *feedback* é uma informação específica fornecida pelo *milieu*: ou seja, informação que é recebida pelo aluno como sanção, positiva ou negativa, relativa à sua ação e que lhe permite ajustar essa ação, aceitar ou rejeitar uma hipótese, ou escolher entre várias soluções (Bessot, 2004, p. 9, tradução nossa).

Job e Schneider (2010) apontam que a noção de SF, às vezes, é vista na TSD principalmente para descrever e constituir situações de ensino e advertem que devemos considerá-la também, e, sobretudo, como um instrumento essencial para caracterizar o conhecimento matemático. Os autores compreendem a noção de SF livre da restrição adidática, e, a partir da relatividade institucional do saber matemático. Para eles, as SF são especialmente modelos de saberes matemáticos.

Segundo Legrand (1996) e Perrin-Glorian (2007) a SF não é vista como uma situação para ser aplicada diretamente na sala de aula, mas corresponde ao conjunto de condições que definem todas ou a maioria de situações possíveis, incluídas as clássicas para apreensão de conhecimentos específicos. No entanto, um estudo aprofundado acerca de seu uso para o ensino é relevante para sala de aula e para os alunos assegura Warfield (2006).

Bloch (1999) postula que dar vida a uma SF é um grande desafio ao pesquisador ou professor, pois é necessário organizar um *milieu* em que o conhecimento prévio dos alunos possa ser um suporte para jogar o jogo e interpretar o *feedback* do *milieu*, para assim se alcançar o conhecimento visado. Todavia, encontrar um *milieu* que envolva uma dada SF, como já foi destacado, não é tarefa fácil, mas a busca do mesmo representa um avanço do ponto de vista didático (Perrin-Glorian, 2007).

As dificuldades de implementação da SF como um dispositivo didático perpassa pelo tempo didático, ou seja, o tempo disponibilizado para que o professor ponha em funcionamento

³Situações-problema são situações que deixam o sujeito encarregado de obter determinado resultado por meio de escolhas ou ações pelos quais ele é responsável (Brousseau, 1982, p. 40)

uma SF que envolva o aluno num processo de estudo, a disponibilidade e envolvimento do aluno no processo, o currículo, as instituições escolares que por vezes canonizam práticas que dificultam e até mesmo impedem o desenvolvimento de ações necessárias a efetivação de métodos alternativos para o ensino e a aprendizagem em matemática, etc. Nesse aspecto, Brousseau (2008) ressalta que o valor de uma SF para o ensino abrange parâmetros externos, como a possibilidade real de realização em um ambiente psicossociocultural específico.

Assim sendo, a SF “é um conjunto de condições que fornece uma definição (possivelmente implícita) e uma oportunidade para o aluno aprender algum conhecimento-chave, envolvendo as origens, as consequências e o uso desse conhecimento” (Warfield, 2004, p. 60). Essas condições, no nível básico, envolvem três componentes: um tópico ou conteúdo matemático a ser ensinado, um problema no sentido clássico e uma variedade de características do *milieu* didático da ação.

Nesse contexto, compreendemos que para se ter uma SF representativa de um certo conhecimento deve-se partir de três componentes mínimo: um tópico ou conteúdo matemático que se deseja ensinar, um problema modelo que o envolve, podendo ser uma situação matemática ou extramatemática e o *milieu*, e este, por sua vez criado e organizado pelo professor levando em conta as escolhas das variáveis didáticas inerente ao problema modelo.

Essas variáveis tem um papel relevante nesse processo, pois as alterações de seus valores proporcionam modificações nas estratégias consideradas ótimas para a resolução do problema, revelando assim o conhecimento que se deseja ensinar.

Segundo Bronner (1997), Brousseau propôs uma perspectiva metodológica de análise para determinação de uma SF com base em três condições:

- a) Encontrar uma situação - problema fundamental, isso é:
 - Enunciar um problema cuja solução exige que o aluno use seus conhecimentos (se possível sem a intervenção de outro conhecimento).
 - Revelar as variáveis (desta situação) cujas mudanças de valores provocam modificações qualitativas das estratégias ótimas, o que indica uma modificação do significado do conhecimento em questão. Para revelar aqueles que alteram seu estado cognitivo: - como meio de controlar a ação, como meio de comunicação; - como meio de evidência e como algoritmo de referência.
 - Assegurar que a situação assim obtida permita gerar, pelo sistema de variáveis, todos os problemas culturalmente conhecidos em que o conhecimento intervém.
- b) Examinar as dificuldades e insucessos dos alunos que esta situação fundamental, operando de forma quase isolada, permite antever e comparar com as observações.
- c) É então possível retornar à situação fundamental e estudar como ela pode produzir situações de aprendizagem e ensino e, em seguida, como essas situações podem ser articuladas em diferentes processos para realizar as aquisições direcionadas (Bronner, 1997, p. 255-256, tradução nossa).

Essas três condições propostas por Brousseau (1982) mostram o percurso para o delineamento da SF de um saber específico, que consiste no enunciado de um dado problema,

mas não qualquer problema. Trata-se de um problema que envolva o saber visado e cuja solução tenha como recurso os conhecimentos prévios do aluno, preferencialmente. Para isso, é importante identificar as variáveis didáticas, cujos valores a elas atribuídos possam conduzir à mudança do conhecimento visado e, conseqüentemente, o comportamento do aluno perante o problema proposto, levando-o a agir, comunicar suas estratégias e validá-las para que sejam institucionalizadas.

É relevante destacar a dupla avaliação que tal percurso promove: a do aluno e a da situação em si. Uma vez que, esse favorece uma análise experimental das dificuldades dos alunos, a partir de observações que possibilitam a realização de adaptações e retorno ao ponto inicial (a condição inicial), para rever a situação-problema e se os conhecimentos prévios estão sendo utilizados na busca da solução, ou seja, se o *milieu* está sendo suscetível de *feedbacks*.

Nesse processo, na busca por uma SF possível para sala de aula, percebemos, implicitamente, um movimento cíclico entre as três condições (Figura 1).

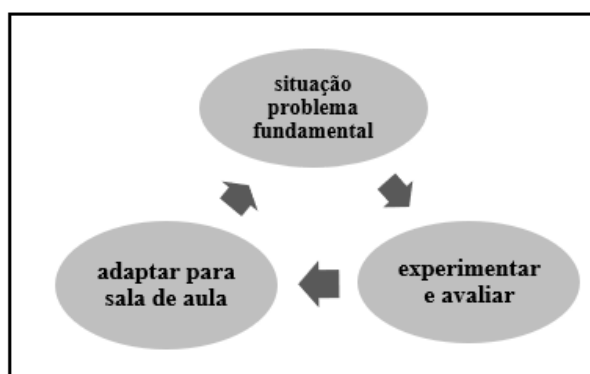


Figura 1 - Relação entre as três condições
Fonte: adaptado de Brousseau (1982)

Notamos que a primeira condição apresentada por Bronner (1997), com base em Brousseau (1982), abarca, em certa medida, os componentes essenciais apontados por Warfield (2006) – um problema, o saber visado e o *milieu*. No entanto, as condições propostas por Brousseau (1982) podem ser consideradas mais completas, uma vez que delineiam um percurso para a definição de uma SF e avaliam sua viabilidade no contexto da sala de aula. Nesse sentido, interpretamos os componentes destacados por Warfield (2006) como um modelo que considera os aspectos mínimos necessários para a concepção de uma SF de um dado saber. Em contrapartida, as condições propostas por Brousseau (1982) são mais bem interpretadas como um modelo mais funcional, uma vez que o percurso descrito por elas determina a função de cada uma das condições.

As questões referentes a SF persistem: como identificar um problema ou conjunto de problema inerente a um dado saber, e que este saber possa funcionar como conhecimento na

solução desse problema. Como construir um *milieu* adequado para tal ação? Em resumo, como atender a essas condições, ainda que de forma parcial? Nesses termos, constatamos que a SF e o *milieu* se entrelaçam no processo de modelação de um saber matemático específico, no qual a concepção de uma SF está diretamente associada à organização ou construção do *milieu*.

Nesse viés, Perrin-Glorian (1999) assevera que o *milieu* da SF é um *milieu* para aprendizagem do saber que ela representa. Esse *milieu* corresponde à análise epistemológica desse saber, que resulta em um problema e respectivas variáveis didáticas inerentes a esse problema (Perrin-Glorian, 1999, 2007).

Pode-se tomar como exemplo a pesquisa de Carmo e Fonseca (2016) que utilizaram um *milieu* contendo uma SF para a construção do conceito de números primos e a noção do Teorema Fundamental da Aritmética. Apesar de percebermos as características da SF na proposta dos autores, eles não apresentaram um modelo específico para concepção da SF, assim como nas pesquisas de Damasceno (2022) e Maranhão (2021).

Nas ideias fundadoras da TSD (Brousseau, 1997), há, inicialmente, o projeto de modelar e inventariar situações, o qual deve levar em consideração dois aspectos, de modo que coincidam:

- Como necessidade teórica, deduzida do próprio saber, e de um suposto funcionamento mínimo do aluno;
- Como representação de situações reais, didáticas ou não, onde o conhecimento deve ser “deduzido” das decisões e comportamentos do sujeito (Brousseau, 1997, p. 3, tradução nossa, grifos do autor).

O primeiro leva o idealizador a considerar uma situação no contexto teórico para representar o saber visado, isso leva à modelagem desse saber por meio de problemas; e o segundo fornece condições para observar o estado do conhecimento por meio das ações e decisões do sujeito em situação.

Bloch (2001) em seu estudo sobre diferentes níveis de modelo de *milieu* na TSD destaca que a SF corresponde a um conjunto de possíveis estados do *milieu*, e, portanto, modela e estrutura o aprendizado nesse *milieu*. A autora apresenta uma proposição de estrutura e funções dos modelos teórico e experimental do *milieu* e a relação com a contingência para delineamento de uma SF de um dado saber e sua possibilidade para o ambiente didático. Tal delineamento está condicionado a esses modelos e suas articulações.

O modelo teórico epistemológico ou *milieu* teórico (Mi_T) tem o propósito de analisar o saber e construir uma SF deste saber. Esse modelo tem em sua base uma teoria matemática. O seu processo de modelagem, pelo pesquisador, envolve a consistência da relação entre: “o saber visado, de um lado e do outro, uma família de situações expressidas pelo conjunto de relações do sujeito e *milieu*” (Bloch, 2001, p. 4, tradução nossa).

A autora afirma que esse processo consiste em determinar *milieux* e situações que, teoricamente, possibilitarão estabelecer uma relação com o saber visado. Tal determinação compreende três etapas: a realização de uma análise matemática e epistemológica do saber; admitir que esse saber possa ser transformado em problemas, e consequentemente em conhecimento; e o estudo das possibilidades da tal SF alcançar o contexto didático.

Esse modelo é construído levando em consideração análises matemáticas, epistemológicas e práticas de referência. Além disso, cabe considerar os problemas em que o saber visado seja funcional, bem como os conhecimentos prévios (ações previstas, intuições, referências pessoais e culturais) que o sujeito possa mobilizar na situação. O controle epistemológico assegurará que um conjunto de situações adidáticas alcance o saber matemático visado. Construir uma Mi_T , consiste em organizar elementos materiais, a interação entre o sujeito com esses elementos, questionamentos, interações dentre outros que conduzirão ao saber visado (Bloch, 2001).

Nesse contexto, a SF do ponto de vista do saber matemático se define por meio da realização de uma análise matemática e epistemológica do saber e admitir que esse saber possa ser transformado em problemas, e consequentemente em conhecimento, sob o seguinte percurso:

- análise da estrutura matemática do conceito cujo ensino se pretende; análise da gênese histórica do saber sobre este conceito e suas manifestações antigas ou contemporâneas, suas funções na matemática, os obstáculos epistemológicos relativos a este conceito; destacando o saber (matemático) e conhecimentos (matemáticos ou culturais ou pessoais) relacionados ao saber visado; elaboração de um “jogo” relativo a este saber reunindo um ator e um *milieu* “material” suscetível de feedbacks; elaboração de uma situação ADIDATICA fundamental de um saber;
- análise das condições “suficientes” para que o jogo exista: análise da pertinência das situações previstas em relação ao saber matemático visado e saber prévio requerido; busca das variáveis de comando da situação, e dedução se necessário de variáveis “derivadas”, ou seja, aquelas que devem aparecer em todos os possíveis resultados da situação; análise da consistência da situação: verificar se as variáveis escolhidas não conduzem ao conhecimento incompatível, mesmo que temporariamente, para o ator (Bloch, 2001, p. 6-7, tradução nossa, grifos da autora).

A terceira etapa, conforme a autora refere-se ao percurso que vai da análise teórica à possibilidade de tal situação viver no ambiente didático, no sentido de considerar cenários possíveis para experimentação, uma vez fixados os valores das variáveis didáticas.

Bloch (2001) cita como exemplo de utilização de um Mi_T a pesquisa de Comin (2000), explorou a noção de proporcionalidade a partir de um estudo histórico-epistemológico sobre proporcionalidade e um estudo da estrutura matemática em torno deste objeto e de sua relação com outros saberes matemáticos. Nessa linha, destacamos o trabalho de Silva (2017) ao projetar o ensino de medida de comprimento a partir de um estudo histórico-epistemológico sobre

grandezas e medidas, com especial ênfase na medida de comprimento. A situação possibilitou abordar o comprimento como grandeza (situação de comparação) e a exploração da noção de comprimento por meio da comparação, sem a ação de medir (sem o uso de números), estabelecendo as relações de maior, menor, mais curto, menos curto ou igual.

Com a definição da SF estabelecida a partir do percurso apresentado anteriormente, seguimos para o segundo modelo proposto por Bloch (2001), denominado modelo de *milieu* experimental a priori (Mi_A), que se constituiu a partir do estudo e da estrutura do Mi_T . De certa maneira, é o Mi_A que comporta a organização efetiva do ensino em uma situação entre os cenários considerados, o problema ou conjunto de problemas previstos, as escolhas das variáveis relevantes e os valores a elas atribuídos. Esse modelo coloca à prova o esquema de situação delineado pelo Mi_T , no qual o pesquisador elege o cenário mais suscetível para permitir o confronto com a contingência em uma ou mais salas de aula.

Aqui, tomaremos como exemplo a pesquisa de Silva, Silva e Nunes (2023) para ilustrar uma espécie de cenário elaborado pelos autores para explorar a noção contagens em bases diferentes, a partir de uma história em quadrinhos (HQ) envolvendo um problema de contagem desencadeado pelo diálogo entre as personagens da HQ: Cauã (um menino indígena que contava na base 5) e Vinícius (um menino da cidade que contava na base 10). O processo de estudo erigido pela situação revelou que o recurso da HQ provocou situações problemáticas, referentes tanto ao saber matemático que se desejava ensinar quanto às discussões socioculturais ensejadas pela história.

A situação proposta contextualizava o saber matemático na problemática contida na HQ, para que ele fosse revelado com o desdobramento das discussões sobre o texto e à medida que os alunos respondessem às questões propostas. Situação em consonância com as situações didáticas da TSD, que buscam apresentar o saber contextualizado para que o aluno possa mobilizar conhecimentos prévios na solução do problema proposto, em que a resposta seja o conhecimento visado, que, ao ser institucionalizado pelo professor, ganha um estatuto de saber (Silva; Silva; Nunes, 2023, p. 17-18).

Segundo Bloch (2001), nesse modelo (Mi_A), o jogo da situação é identificado, o *milieu* antagônico previsto e as variáveis didáticas estão definidas, e a relação entre essas variáveis também, ainda que o confronto com a contingência, possa conduzir à introdução de novas relações, provocando modificações, adaptações ou até mesmo a não ocorrência de certas relações previstas.

Esse modelo, equiparado a uma análise *a priori*, permite empreender uma engenharia didática efetiva (Almouloud; Silva, 2012), voltada para um objeto de saber em uma dada instituição. Além disso, possibilita antecipar e prever os comportamentos dos sujeitos hipotéticos, planejar a coleta de dados observáveis, organizá-los e interpretá-los. Também

fornece uma referência para a análise de situações de ensino, sejam elas construídas ou não no contexto das engenharias, e permite analisar os conhecimentos envolvidos na situação, bem como as ações possíveis tanto do aluno quanto do professor no processo.

A autora destaca que esse modelo (Mi_A) “não é de natureza empírica, mas sim experimental: não se trata de partir do ensino como ele é, mas sim de definir um ensino eficaz possível de testar e falsear os seus pressupostos” (Bloch, 2001, p. 10, tradução nossa). Nessa direção, segue uma síntese do modelo apresentado (Quadro 1):

Modelos	Construção	Função
Modelo teórico epistemológico ou meio teórico (Mi_T)	Controle matemático/epistemológico do saber; Considerar os problemas em que saber seja funcional e os conhecimentos prévios que o sujeito mobilizará na situação; Construção de um jogo adidático que envolve o sujeito atuante em interação com <i>milieu</i> antagonístico.	Análise das situações previstas em relação ao saber visado e ao conhecimento prévio requerido; Selecionar as variáveis didáticas; Prever os elementos materiais do jogo e o desdobramento teórico (o que cabe ao jogador e ao <i>milieu</i> antagonístico e prever as condições do desdobramento nas diferentes fases da situação).
Modelo do meio experimental a priori (Mi_A)	Determinar uma escolha das variáveis didáticas, os cenários exploráveis, o que pode se jogável ou não (no sentido da TSD)	Aplicação da teoria; análise <i>a priori</i> de situações para fins didáticos; Antecipar, prever o comportamento dos sujeitos (genérico); Atribuir valores às variáveis didáticas; Estudar a possibilidade de importação da SF para ambiente didático.

Quadro 1 - Síntese de modelos: epistemológico e experimental do *milieu*
Fonte: adaptado de Bloch (2001)

Conforme exposto no Quadro 1, o primeiro modelo engloba a base teórica e o delineamento da SF de um dado saber, enquanto o segundo modelo contém as análises *a priori* necessárias para que a situação possa ser desenvolvida em um ambiente didático. A análise desse modelo é de extrema relevância para que o jogo da SF possa funcionar, no sentido de verificar se as fases da situação foram contempladas ou não, se o *milieu* é suficientemente resistente para provocar os *feedbacks* esperados, ou não, neste último caso o *milieu* se configurará deficiente. Ponto, que deve ser observado pelo professor/pesquisador para verificar se as mudanças e evoluções do *milieu* serão necessárias para alcançar as fases desejadas (situações adidáticas) e se conduza para institucionalização do saber visado.

Reessoamos novamente as assertivas de Legrand (1996) ao destacar que a SF não é vista diretamente como uma situação para o ensino, para tal é necessário primeiramente testar e observar a referida situação, após os ajustes será então possível a implementação em sala de

aula, observando as contingências ali presentes. Mas, entendemos que os avanços nas pesquisas e noções teóricas da Didática da Matemática permitam ao professor implementar a SF como um dispositivo didático para o ensino em sua sala de aula.

A SF no olhar de Bessot (2014) corresponde a um paradigma, uma maneira de ver o saber. Organizar tal situação é criar condições de existência de um saber, condições modeladas pela noção de uma situação que incorpore o conhecimento necessário para o funcionamento do referido saber. Pois, um saber não pode funcionar em uma situação sem conhecimento.

Para autora o que é fundamental não é uma situação, mas um conjunto de situações e suas articulações, situações que são geradas pelos valores dados a uma ou mais variáveis de uma SF. Por exemplo: os valores podem ser atribuídos à variável *grandeza* da SF para medir grandeza: comprimento, área, volume, etc. Cada um destes valores objetiva a escolha das situações, ou seja, situações que possam explorar as noções de cada tipo de grandeza.

A autora observa que a busca de uma SF para abordagem de um dado saber possibilita considerar e separar diferentes significados para um saber a ser ensinado. Essa busca leva a responder a seguinte questão: o saber a ser ensinado é coerente do ponto vista epistemológico? Este Questionamento é pertinente, pois muitas das vezes o saber ensinado se encontra fragmentado pelas inúmeras situações didáticas fora do controle epistemológico assegurado pela busca de uma SF (Bessot, 2014).

Em razão da relevância dessa busca, a autora recorre ao *designe* de um modelo para se conceber uma situação, propondo três estudos, ao menos para identificar uma situação candidata a SF: estudo matemático e epistemológico da constituição do saber; estudo da utilidade social e as causas do surgimento do saber (razão de ser); e estudo dos obstáculos epistemológico do saber.

O primeiro se refere à proposição de um estudo em obras matemáticas, como livros antigos, visando identificar formas matemáticas que constituem as noções do saber em questão e organizá-los. O segundo consiste no estudo da utilidade social do saber, relacionado às causas de sua emergência históricas, ao agregar as situações de interesse para o uso do saber, e não para a afirmação de uma verdade, como o caso da lógica do saber. “O modelo resultante dessa agregação de situações é um paradigma fundamental se puder gerar um campo de problemas e práticas do saber específicos, por meio de um jogo sobre variáveis” (Bessot, 2014, p. 421, tradução nossa). Para esclarecer, ilustramos com o seguinte exemplo:

Uma situação de medida de comprimento gerará de acordo com os valores da variável “tamanhos de objetos” dois conjuntos de situações de medida de comprimentos, associados a duas concepções diferentes de um número racional, a de “comensuração” e a da “divisão de unidade” (Bessot, 2014, p. 421, tradução nossa, grifos da autora).

O terceiro estudo refere-se à possibilidade de a SF “gerar questões que se tornam objetos de estudo para situações subsequentes” (Bessot, 2014, p. 421, tradução nossa). Esse processo pode favorecer a identificação de obstáculos epistemológicos. Nesse sentido, mais do que provocar a busca por resposta a um problema específico, a SF induz à formulação de questões fundamentais. Para isso, é necessário buscar situações que se articulem com o objetivo de responder às questões epistemológicas inicialmente colocadas. A seguir, na Figura 2, apresenta-se o modelo proposto pela autora - aqui indicado como adaptado, pois incluímos o obstáculo didático na terceira etapa do estudo.

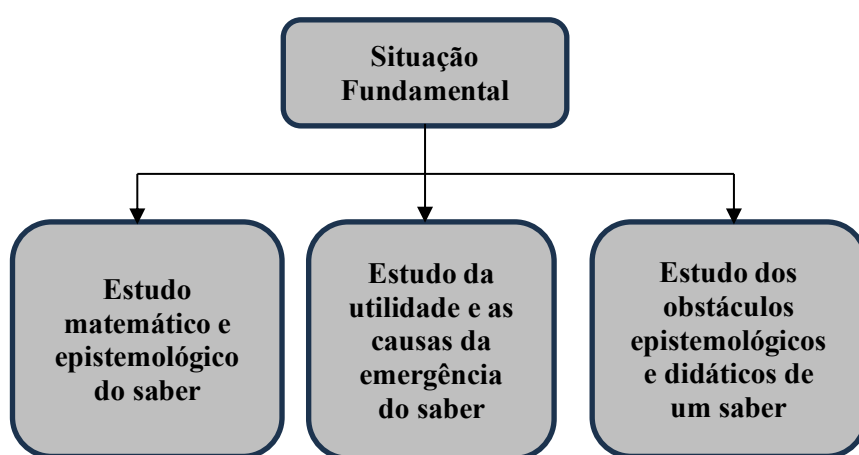


Figura 2 - Modelo estendido de Bessot
Fonte: adaptado de Bessot (2011, 2014)

A autora procura delinear um caminho para conceber uma SF representativa de um determinado saber, de modo que envolva problemas (situação-problema) que deem sentido ao saber visado. Nesse contexto, entendemos que os estudos propostos pela autora sinalizam um modelo para construção de uma situação candidata a SF de um saber matemático específico. No entanto, acrescentamos o estudo dos obstáculos didáticos, em virtude de os mesmos geralmente emergirem das escolhas didáticas do professor ao trabalhar no processo de transposição didática.

Diante desses aprofundamentos em torno da SF, ponderamos que para se delinear uma SF de um determinado saber e com possibilidade para o ensino, é necessário pensar inicialmente três componentes mínimos: no saber que se deseja ensinar, em um problema ou situação-problema (matemática ou extramatemática) que envolva esse saber e construir um *milieu* de aprendizagem, a partir das variáveis didáticas associadas a esse problema.

Nesses termos, devemos considerar a modelagem de uma situação em que o saber se torne conhecimento. Para isso, é necessário criar condições didáticas que permitam o funcionamento dessa situação. Tais condições envolvem a escolha das variáveis didáticas que

determinam o saber em questão e influenciam na construção de um *milieu* para a aprendizagem, conforme indicado em Carmo e Fonseca (2016), Silva (2017), Damasceno, Nunes e Damasceno (2023), Silva, Silva e Nunes (2023) e Maranhão, Pereira e Nunes (2025).

No entanto, para alcançar tais condições, é necessário empreender um estudo aprofundado em torno do saber visado, uma análise epistemológica e didática em torno desse saber. Nessa direção, ponderamos que os estudos indicados pelo modelo de Bessot (2011-2014) e de Bloch (2001) podem favorecer o estudo teórico do saber matemático e do jogo no contexto da TSD, de modo que possam atender, em certa medida, as condições apontadas por Brousseau (1982).

A modelagem do saber por meio de situações envolve transformar o saber em um problema ou conjunto de problemas, de forma que ele apareça como solução ou como meio de estabelecer a estratégia ótima. No entanto, para isso, é necessário realizar um estudo matemático, histórico-epistemológico desse saber.

Nesse estudo, por um lado, podem ser identificados por meio das escolhas das variáveis didáticas: problemas inerentes ao saber visado, que podem envolver ou não obstáculos epistemológicos ou didáticos; saberes matemáticos, os conhecimentos prévios matemáticos ou pessoais associados a esse saber visado.

Por outro lado, tal estudo possibilitará um controle epistemológico que assegure um conjunto de situações adidáticas capazes de conduzir ao saber visado e à elaboração de um possível jogo adidático relacionado a esse saber, considerando a interação de um sujeito com um *milieu* material. Dessa forma, os sujeitos poderão implementar conhecimentos associados a esse saber. Esse controle epistemológico refere-se às possíveis ações e decisões, formulações e validações do sujeito hipotético. Ele está associado à construção do conhecimento pelo aluno de forma ativa, a partir dos problemas, desafios propostos e das perguntas e respostas que podem ser dadas pelo aluno.

Esse possível modelo refere-se ao *milieu* teórico, portanto, entendemos a SF no contexto teórico. No entanto, para que a SF ofereça possibilidades para o ensino, é necessário adentrar no processo de encenação dessa situação, o qual consiste em encontrar cenários possíveis para experimentação no contexto de ensino. Esse processo envolve determinar as escolhas das variáveis didáticas e os valores a elas atribuídos; identificar o problema ou situação-problema que deriva da SF do contexto teórico e adaptá-lo ou modificá-lo para criar um *milieu* adequado para o ensino.

4 Considerações e Reflexões

Brousseau buscou desenvolver uma teoria para o ensino de matemática, na qual o saber a ser ensinado se apresentasse para os alunos de forma funcional. Trata-se de um *jogo*: a um dado saber subjaz uma situação-problema ou problema que o faz funcionar como conhecimento, permitindo, posteriormente, a sua institucionalização.

Nesse jogo, o aluno tem um papel ativo na construção do conhecimento, assumindo a responsabilidade pela parte da situação de aprendizagem (adidática), com ações próximas das de um pesquisador matemático, tendo a oportunidade de tomar decisões, comunicar-se e validar sua resposta, diante da resolução de um problema proposto pelo professor (processo de devolução). Este, por sua vez, é responsável pela parte didática do processo de aprendizagem, ao institucionalizar o conhecimento produzido durante a resolução do problema, tornando-o reutilizável em outras situações futuras.

Essa concepção de ensino, que coloca o aluno como ator principal em seu processo de aprendizagem, tem em sua essência a noção de SF. Essa situação caracteriza o conhecimento a ser ensinado por meio de uma modelagem na qual ele aparece como a solução adequada para o problema proposto. A questão que se coloca no âmbito da pesquisa é: existe um problema ou conjunto de problemas em que a solução seja o saber visado? Este questionamento implica na busca por SF para um saber específico e, por consequência, na construção de um possível modelo que permita sua concepção. Nesse sentido, buscamos refletir teoricamente sobre a noção de SF e sua concepção, a fim de identificar o que caracteriza uma SF no contexto da TSD e de sua aplicabilidade no ensino.

Nesse sentido, apontamos os modelos de *milieu* de Bloch (2001) como um indicativo de suporte para as condições propostas por Brousseau (1982). O Mi_T visa conceber uma SF para um dado saber, enquanto o Mi_A vislumbra uma possibilidade de importar a SF para a sala de aula, no sentido de delinear um jogo efetivo de um sujeito atuante, jogando para adquirir o conhecimento visado. Esse modelo poderá direcionar a parte da experimentação, avaliação e adaptação da SF para a sala de aula. Nesse contexto, inferimos que esses modelos de *milieu* podem atender às três condições do modelo de Brousseau (1982) e, portanto, complementam tal modelo.

Apontamos também o modelo de Bessot (2011, 2014) como uma possibilidade de concepção de SF representativa de saber matemático específico, pois ele converge com a proposição do Mi_T da SF de Bloch (2001) referente análise teórica do saber nos seus diferentes contextos.

Com base nas características apontadas por Brousseau (2000), e, demais pesquisadores,

elencamos de modo geral que uma situação possa ser considerada fundamental sob três pontos de vista: do didático – se, tal situação permitir representar a maior quantidade possível de situações observadas nas aulas, até mesmo aquelas que não são ideais, e conseguir fazer com que os alunos aprendam uma forma do conhecimento alvo; e, a partir de sua consistência epistemológica e adaptada ao nível de compreensão dos alunos, tiver o poder de mudar o conformismo escolar; do conhecimento – se, em tal situação, o conhecimento surgir como uma solução ou como uma forma de estabelecer a estratégia ótima, ou seja, o saber funcionar como conhecimento e da aprendizagem – se, provocar aprendizagem espontânea em um aluno ou grupo de alunos a partir de seus conhecimentos prévios, sem recorrer a razões didáticas; e, permitir uma desestabilização e justificar a aceitação de uma mudança de ponto de vista, que deve então favorecer os conflitos da racionalidade.

No âmbito do ensino, considera-se a adaptação dos problemas encontrados no contexto teórico para que se tenha um *milieu* adequado para o ensino, uma espécie de encenação da SF do nível teórico para uma situação com possibilidades para o ensino. Isso envolve escolher ou elaborar pelo menos um cenário mais propício a permitir o confronto com as contingências da sala de aula, cenário que forneça condições para que o conhecimento possa ser deduzido a partir das decisões e comportamentos dos alunos.

Nesse contexto, o aluno se encontra em uma situação de aprendizagem adidática e, portanto, interpretamos a SF nesse nível de ensino como uma SF para a aprendizagem. Contudo, entendemos que as pesquisas devem avançar para possibilitar ao professor/pesquisador – ou o professor com conhecimentos básicos da teoria em questão – a implementação da SF como ferramenta de ensino na sala de aula, e, portanto, como dispositivo didático.

Contribuições de autoria

Todos os autores contribuíram, substancialmente, na concepção e no planejamento do estudo; na obtenção, análise e interpretação dos dados; na redação e revisão crítica; e aprovaram a versão final a ser publicada.

Disponibilidade de dados

Os dados gerados ou analisados durante este estudo estão incluídos neste artigo publicado.

Referências

- ALMOULOU, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática**. 2. ed. Curitiba: Ed. UFPR, 2007.
- ALMOULOU, S. A.; SILVA, M. J. F. Engenharia didática: evolução e diversidade. **Revemat: R. Eletr. de Edu. Matem**, Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 22-52, dez. 2012. Disponível em: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p22>. Acesso em: 25 de mar. 2024.
- BESSOT, A. Une introduction à la théorie des situations didactiques (Master "Mathématiques, Informatique" de Grenoble 2003-2004). Grenoble: laboratoire LEIBNIZ, 2004. Disponível em: <https://telearn.hal.science/hal-00078794>. Acesso em: 23 de mai. 2024.
- BESSOT, A. L'ingénierie didactique au cœur de la théorie des situations. In: ECOLE D'ETE DE RECHERCHE EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES, 15. 2011, Grenoble. **Actes...**, Grenoble: La Pensée Sauvage, 2011. p. 29-56. 1 CD Rom.
- BESSOT, A. Importance de la notion de situation em Didactique des Mathématiques. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 7, n. 15, p. 406-423, 2014.
- BLOCH, I. L'articulation du travail mathématique du professeur et de l'élève dans l'enseignement de l'analyse en première scientifique: Détermination d'un milieu: Connaissances et savoirs. **Recherches en didactique des mathématiques**, Grenoble, v. 19, n. 2, p. 135-194, 1999.
- BLOCH, I. Différents niveaux de modèles de milieu dans la théorie des situations. In: ECOLE D'ETE DE RECHERCHE EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES, 11. 2001, Grenoble. **Actes...**, Grenoble: La Pensée Sauvage, 2001. p. 125-140. 1 CD Rom.
- BRONNER, A. **Étude didactique des nombres réels: idécimalité et racine carrée**. 1997. n. 331. Tese (Doutorado em Didática da Matemática) - Université Joseph Fourier, Grenoble, 1997.
- BROUSSEAU, G. La division euclidienne aux cours élémentaire et cours moyen. **Les mathématiques de l'école élémentaire**; Paris : APMEP, 1972. p. 267-278. Disponível em: <http://guy-brousseau.com/2463/la-division-euclidienne-1972/> Acesso em: 29 set. 2024.
- BROUSSEAU, G. **Tendances originales des recherches en didactique des mathématiques en France**. Instituts de Recherche sur L'Enseignement des Mathématiques - IREM de Bordeaux, 1982. Material didático impresso.
- BROUSSEAU, G. Fondements et méthodes em didactique des mathématiques. **Recherches en didactique des mathématiques**, Grenoble, v. 7, n. 2, p. 35-115, 1986. Disponível em: <https://revue-rdm.com/1986/fondements-et-methodes-de-la/> Acesso em: 29 set. 2024.
- BROUSSEAU, G. Le contrat didactique: le milieu. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 9, n. 9.3, p. 309-336, 1990. Disponível em: <https://revue-rdm.com/1988/le-contrat-didactique-le-milieu/> Acesso em: 29 set. 2024.
- BROUSSEAU, G. Les mathématiques à l'école. **Bulletin de l'APMEP**, n. 400, p. 831-850, 1995. Disponível em: <https://www.apmep.fr/Les-mathematiques-a-l-Ecole,3626>. Acesso em: 23 mai. 2024.
- BROUSSEAU, G. Fundamentos e métodos da didáctica da matemática. In: BRUN, J. (org.). **Didáctica das matemáticas**. Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996a. p. 35- 113.
- BROUSSEAU, G. Os diferentes papéis do professor. In: PARRA, C., SAIZ, I. (orgs.). **Didáctica da Matemática: Reflexões Psicológicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996b. p. 48-72.

BROSSEAU, G. **Theory of Didactical Situations in Mathematics**: Didactique des mathématiques 1970-1990. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1997.

BROSSEAU, G. **Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactique em mathématiques**. Bordeaux: DAEST- Faculté des Sciences de l'Homme-Université Victor Segalen Bordeaux 2, 2003. Disponível em: https://books.google.com.br/books/about/Glossaire_de_quelques_concepts_de_la_th.html?id=w-6yXwAACAAJ&redir_esc=y. Acesso em: 15 dez. 2020.

BROSSEAU, G. Les différents univers de la mesure et leurs situations fondamentales. Un exemplo d'utilisation de la théorie des situations pour l'ingénierie. **Quaderni di Ricerca in Didattica**, Palermo, n. 9, p. 125-133, 2000. Disponível em: <https://sites.unipa.it/grim/quaderno9.htm>. Acesso em: 15 dez. 2023.

BROSSEAU, G. **Introdução ao estudo da teoria das situações**: conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

CARMO, J. L. S.; FONSECA, R. V. Conceito de milieu: uma contribuição teórica para a educação matemática. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2016. p. 1-11. https://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/6810_3990_ID.pdf. Acesso em: 15 dez. 2023.

COMIN, E. **Proportionnalité et fonction linéaire Caractères, causes et effets didactiques des évolutions et des réformes dans la scolarité obligatoire**. 2000. 343f. Tese (Doutorado em Didática da Matemática) - Université Sciences et Technologies-Bordeaux I, Bordeaux, 2000.

DAMASCENO, A. V. C. **Educação financeira e educação matemática**: uma ligação possível pela teoria antropológica da didática. 2022. 144f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Pará, Belém, 2022.

DAMASCENO, A. V. C.; NUNES, J. M. V.; DAMASCENO, C. B. Um Percurso de Estudo e Pesquisa para a Educação Financeira. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 25, n. 2, p. 90-126, out. 2023. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/61015>. Acesso em: 25 mai. 2024.

JOB, P.; SCHNEIDER, M. Une situation fondamentale pour le concept de limite? Question de langage, de culture? Comment la Théorie Anthropologique du Didactique permet-elle de problématiser cette question? In: CONGRÈS INTERNATIONAL SUR LA TAD, 2., 2010, Montpellier. **Actes...** Uzès: IUFM de l'académie de Montpellier, 2010. p. 615-632. <https://hdl.handle.net/2268/177873>

LEGRAND, M. Le concept de situation fondamentale. Richesse et limites de ce concept. In: ECOLE D'ETE DE RECHERCHE EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES, 7., 1993, Grenoble. **Actes...** Grenoble: La Pensée Sauvage, 1993. p. 121-130. 1 CD Rom.

LEGRAND, M. La problématique des situations fondamentales. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 16, n. 2, p. 221-280, 1996.

MARANHÃO, W. M. A. **Praxeologias da Educação Estatística na Formação de Professores dos Anos Iniciais: o caso do pensamento transnumerativo**. 2021. n. 248. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Pará, Belém, 2021.

MARANHÃO, W. M. A.; PEREIRA, J. C. S., NUNES, J. M. V. Estudo e pesquisa remoto: o caso do pensamento transnumerativo. **Alexandria**, Florianópolis, v. 18, n. 1, p. 1-31, fev. 2025. doi <http://doi.org/10.5007/1982-5153.2025.e99291>. Acesso em: 25 mai. 2025.

OLIVEIRA, M. M. **Como fazer pesquisa qualitativa**. 7. ed. Petrópolis: Vozes, 2016.

PERRIN-GLORIAN, M.-J. Problèmes d'articulation de cadres théoriques: l'exemple du concept de milieu. **Recherches en didactique des mathématiques**, Grenoble, v. 19, n. 3, p. 279-321, 1999.

PERRIN-GLORIAN, M.J. From producing optimal teaching to analysing usual classroomsituations. **Development of a fundamental concept in the theory of didactic situations**: the notion of milieu. Genève: Université de Genève, 2007. Disponível em: <http://www.unige.ch/math/EnsMath/Rome2008/ALL/Papers/PERRIN.pdf>, 2007. Acesso em: 29 set. 2024.

SILVA, N. S. M. (2017). **Medida de Comprimento: uma sequência didática na perspectiva da grandeza e medida**. 2017. 168 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemáticas) – Universidade Federal do Pará. Belém, 2017.

SILVA, A. A. B., SILVA, N. S. M., NUNES, J. M. V. Histórias em Quadrinhos no Ensino e na Aprendizagem de Bases Numéricas. **Revista Cocar**, Belém, v. 19, n., p. 37, 1-21. dez. 2023. Disponível em: <https://www.periodicos.uepa.br/index.php/cocar/article/view/7669>. Acesso em: 28 set. 2024.

WARFIELD, V. M. **Invitation to Didactique**. Seattle, University of Washington, 2006. Disponível em: <http://www.math.washington.edu/~warfield/Didactique.html>. Acesso em: 18 nov. 2023.

Submetido em: 08 de Março de 2025.

Aprovado em: 18 de Agosto de 2025.

Editor-chefe responsável: Prof. Dr. Roger Miarka
Editora associada responsável: Profa. Dra. Celi Espasandin Lopes