
ARTÍCULO

Problematizar la matemática escolar: ¿cómo contribuye al desarrollo profesional docente?

Problematizing school mathematics: how does it contribute to teacher professional development?

Mayra **Báez** Melendres^{*}

 ORCID iD 0000-0001-8550-1602

Rebeca **Flores-García**^{**}

 ORCID iD 0000-0002-7700-0979

Daniela **Reyes-Gasperini**^{***}

 ORCID iD 0009-0007-1703-5559

Resumen

El objetivo de este escrito es argumentar cómo la problematización de la matemática escolar contribuye al desarrollo profesional docente. Se entiende a la problematización como un proceso de reflexión que produce confrontaciones, resignificaciones y un cambio de relación al conocimiento matemático escolar y, específicamente, como método de trabajo para propiciar el empoderamiento docente. Se analizan dos episodios con base en el modelo reflexivo de la matemática escolar, de donde se obtiene como resultado la evidencia de generación de argumentaciones para la transformación de la práctica por parte de docentes, propiciadas por la resignificación del conocimiento y el reconocimiento de la transversalidad de saberes. Este hecho, permite al docente construir propuestas para innovar, ajustar o modificar elementos de su enseñanza y de su práctica en general, es decir, se desarrolla la autonomía sobre el conocimiento matemático y la práctica, característica fundamental del desarrollo profesional docente.

Palabras clave: Problematización de la matemática escolar. Desarrollo profesional docente. Reflexión. Empoderamiento docente. Socioepistemología.

Abstract

^{*} Candidata a doctora en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa por el Centro de Investigación y Estudios Avanzados (Cinvestav-IPN). México. Docente en la Universidad Autónoma de Baja California (UABC), Mexicali, Baja California, México. E-mail: baez.mayra@uabc.edu.mx

^{**} Doctora en Matemática Educativa por el Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional (CICATA-IPN). México. Docente e investigadora en el Instituto Superior de Ciencias de la Educación del Estado de México (ISCEEM), Toluca, Estado de México, México. E-mail: rebeca.flores@isceem.edu.mx

^{***} Doctora en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa por el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados (Cinvestav-IPN), México. Dirección General de Empoderamiento Docente (ED), Santiago de Chile, Chile. E-mail: daniela@empoderamientodocente.org

The purpose of this paper is to discuss how the problematization of school mathematics contributes to teacher professional development. Problematization is understood both as a reflection process that produces confrontations, resignifications, and a change in the way they relate to school mathematical knowledge; and, specifically, as a method to promote teacher empowerment. Two episodes are analyzed based on the reflective model of school mathematics, resulting in evidence of the generation of arguments for the transformation of teacher practice, which were generated by the re-signification of knowledge and the recognition of the transversal nature of knowledge. This fact allows teachers to build proposals to innovate, adjust, or modify elements of their teaching and practice, that is, it develops autonomy in both mathematical knowledge and practice, which is a fundamental characteristic of teacher professional development.

Keywords: School mathematics problematization. Teacher professional development. Reflection. Teacher Empowerment. Socioepistemology.

1 Introducción

Las diferentes concepciones sobre desarrollo profesional docente tienen un fuerte énfasis en que el docente incorpore conocimientos que le permitan mejorar su práctica (Lamb, 2015; Kennedy, 2014; Lombardi; Abrile, 2021). Esto quiere decir que el foco principal es el aprendizaje del cuerpo docente, tanto de conocimientos, habilidades como de actitudes.

En este sentido, este escrito busca dar evidencia de cómo la problematización de la matemática escolar (Reyes-Gasperini, 2016a) promueve transformaciones en la práctica docente. La problematización de la matemática escolar, considerada un método de intervención educativa para los dispositivos de desarrollo profesional docente, en particular que propicia el empoderamiento docente, busca la *confrontación*, como un acto de toma de conciencia; la *resignificación*, como parte de la construcción de nuevos significados asociados a contenidos matemáticos específicos; y el *cambio de relación al conocimiento matemático escolar* como la iniciativa de transformación individual y colectiva, a partir de discutir el qué y el cómo enseñar. Como fundamento teórico-metodológico para las discusiones usamos el modelo reflexivo de la matemática escolar (Báez; Farfán, 2022) desde la Teoría Socioepistemológica (Soto; Cantoral, 2014).

Con el fin de evidenciar el proceso de transformación de la práctica docente a partir de la problematización de la matemática escolar, retomamos dos episodios vivenciados por dos profesores en procesos de desarrollo profesional docente con base en la discusión de la proporcionalidad directa. En ambos dispositivos nos propusimos una intervención práctica donde los profesores vivan una nueva relación con el conocimiento matemático y una nueva manera de significarlo, que les permita, a partir de la reflexión, consolidar en la acción las innovaciones que ellos pudieran construir. En otras palabras, buscamos el desarrollo de la autonomía profesional al promover la reflexión crítica de su propia práctica (Kennedy, 2014; Perrenoud, 2004).

Es importante destacar que este artículo brinda elementos metodológicos de análisis de la práctica docente para la realización de investigación cualitativa en cuanto al cambio de relación con el conocimiento matemático escolar como parte del proceso de empoderamiento docente (Reyes-Gasperini, 2016a).

2 Desarrollo profesional docente

Como programa, el desarrollo profesional docente (DPD) es usado para intentar “superar algunos problemas de la formación continua” (Lombardi; Abrile, 2021, p. 63). Ponte (2012) menciona que la formación tiende a ser vista como un movimiento *desde afuera hacia adentro*, mientras que el desarrollo profesional es un movimiento *desde dentro hacia afuera*. En el primer caso, el docente tiene un papel de aplicador o reproductor de conocimientos; en el segundo, toma decisiones sobre lo que debe considerar para su práctica, los proyectos que debe llevar a cabo y el modo de hacerlo. La concepción del autor es compartida por varios autores (Lamb, 2015; Kennedy, 2014; Bonghanoy *et al.*, 2019), sin embargo, como el concepto ha ganado presencia en el discurso de las reformas educativas (Zehetmeier; Krainer, 2011; Kennedy, 2014; Lombardi; Abrile, 2021), su uso ha sido considerado para cualquier programa que esté dirigido al profesorado.

Al respecto, Kennedy (2014) propone un marco diferenciador de los programas de DPD basado en su capacidad transformativa de la práctica y del desarrollo de autonomía profesional. La autora analiza nueve modelos de DPD que agrupa en tres categorías según su propósito: los de transmisión, los de transición y los transformadores. Los de *transmisión* que cumplen la función de preparar a los docentes para cumplir las reformas, como los modelos de formación, los que conceden premios, los que atienden el déficit en el rendimiento o los que están en cascada. Los de *transición* que tienen el propósito de apoyar agendas subyacentes en comunidades de práctica, programas de mentoría a docentes o de preservación de modelos estándar. Son modelos que se transmiten en grupos o relaciones uno a uno con el objetivo de mejorar vínculos entre formadores, profesores y estudiantes.

Por último, están los modelos *transformadores* que incorporan la investigación acción y la transformación. Estos tienen la característica de integrar efectivamente los modelos anteriores y poseen una conciencia real de las agendas de poder; esto es, los paradigmas hegemónicos y normativos. Kennedy (2014) resalta estos modelos porque suelen estar en constante tensión, pues consideran agendas y filosofías contrapuestas que permiten entablar un verdadero debate entre las distintas partes interesadas en la educación, lo que conduce a una

práctica transformadora. En estos últimos, declara la autora, se observa el mayor desarrollo de autonomía profesional en docentes al promover la reflexión crítica de su propia práctica y los aspectos políticos que la determinan, así como el debate en el aula y en la comunidad educativa. Es en esta categoría donde se ubica el Empoderamiento Docente desde la perspectiva socioepistemológica, cuyo argumento se aborda en el siguiente apartado de este escrito.

Por tanto, a diferencia de los modelos de transmisión y de transición, los modelos transformadores buscan desarrollar la autonomía, así como devolverle al docente el sentido de responsabilidad sobre los resultados de su práctica. Así, el desarrollo de una autonomía no se limita a ejecutar ideas de otros (*cómo enseñar*), sino que trasciende hacia la valoración de qué cambios le son pertinentes (*qué enseñar*) (Lozano, 2011). En otras palabras, estos modelos buscan un cambio en el docente para lograr un cambio de su realidad (Clarke; Holingsworth, 2002), característica fundamental de la transformación cultural (Freire; Shor, 1986).

Este marco general nos permite reconocer al docente como un profesional en permanente aprendizaje. El reto es, entonces, el diseño metodológico, teóricamente fundamentado, de espacios que aporten al desarrollo profesional en términos del desarrollo de la autonomía y devolución de la responsabilidad de sus decisiones, que de acuerdo con Perrenoud (2004), estos aspectos se alcanzan progresivamente al tener una gran capacidad reflexiva. En este sentido, es el nivel de las reflexiones lo que distinguirá a un modelo de otro, específicamente, es lo que va a caracterizar a un modelo de DPD transformador.

Por tanto, con base en lo anterior, este escrito tiene por objetivo evidenciar cómo la problematización de la matemática escolar, concebida como un método de trabajo en escenarios de desarrollo profesional docente para propiciar el empoderamiento docente, promueve un acto reflexivo que contribuye al desarrollo de la autonomía sobre su práctica y genera conciencia de la responsabilidad de sus decisiones. En términos específicos, una autonomía relacionada al conocimiento matemático escolar, que genera conciencia tanto de la formación matemática y el rol de ésta en la formación de las y los estudiantes, como de las decisiones para la práctica. Su fundamentación está en el esfuerzo de articulación de las contribuciones provenientes de la investigación y un análisis de la matemática escolar que sostienen las prácticas docentes. Esta característica es esencial en el diseño de procesos de DPD (Ponte, 2012) para generar propuestas mejor argumentadas y orientadas que aporten al docente aprendizajes pertinentes.

3 Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa

La Teoría Socioepistemológica se distingue de otros marcos teóricos en el campo de la

Matemática Educativa por problematizar al saber matemático como método de investigación dentro de un paradigma epistemológico distinto (Soto; Cantoral, 2014). Concretamente, concibe al conocimiento matemático como aquel que se genera a partir de las prácticas socialmente situadas, esto es, la construcción tiene un matiz social. “De esta forma no atiende, exclusivamente, al aprendizaje de los conceptos y procesos matemáticos, sino que incorpora a la investigación dimensiones sociales, históricas, culturales e institucionales, que permiten efectivamente la construcción del conocimiento matemático” (Soto; Cantoral, 2014, p. 1527).

Para llevar a cabo la problematización del saber matemático (psm), la Socioepistemología parte de reconocer que los modos de difusión e institucionalización del saber producen un *discurso matemático escolar* (dME) que impone significados, argumentos y procedimientos (Soto; Cantoral, 2014) y, por tanto, excluye a profesores y estudiantes de la *construcción social del conocimiento matemático*. Por lo que, en el estudio profundo del saber a través de varias dimensiones, la psm no solo detalla el dME asociado a cierto objeto matemático, sino que propone cómo rediseñarlo (rdME) con base en las *prácticas* identificadas y asociadas a él.

Con la psm, la Socioepistemología da evidencia de que el conocimiento matemático puede ser construido a través de acciones, actividades y prácticas que le otorgan su sentido social y su razón de ser (significados y usos); y que, por tanto, contribuyen significativamente en el desarrollo del pensamiento matemático. Sin embargo, estos conocimientos suelen no formar parte del discurso escolar en ninguna de sus estructuras objetivadas. Para tal difusión en el ambiente escolar se propone realizar una problematización de la matemática escolar (Reyes-Gasperini, 2016a). Así, mientras que la psm es un mecanismo que profundiza sobre la construcción del saber en varias dimensiones (método de investigación), la pme refiere al mecanismo de difusión de ese saber en el espacio escolar (método de intervención educativa).

Específicamente en el momento de intervención educativa, la pme parte de una configuración instrumental que articula los resultados de la problematización del saber matemático como método de investigación sobre un contenido matemático (Reyes-Gasperini, 2016a). Dicha configuración tiene el propósito de dialogar sobre significados, procedimientos y argumentos de diferentes paradigmas, el dME y el rdME.

4 Empoderamiento docente desde la Teoría Socioepistemológica

La noción de empoderamiento es un constructo sin definición única ni absoluta, por lo que varios autores la han definido desde el contexto desde el cual han promovido este proceso.

Por ejemplo, Torres (2009, p. 92) lo define como “un proceso de concientización que da cuenta al individuo de sus capacidades desde lo cual potencia su acción para transformarse y transformar su contexto”. Por su parte, Rappaport (1987, p. 130) indica que este proceso no es solo de carácter psicológico individual, sino también, “organizacional, político, sociológico, económico y espiritual”. De ahí que como proceso no solo eleve la confianza, la autoestima y la capacidad del individuo, sino que dicha transformación alcanza al colectivo. Es este último rasgo uno de los más relevantes del empoderamiento, de ahí que se promueva como acción educativa.

En la Matemática Educativa, Reyes-Gasperini (2016a, 2016b) caracteriza al empoderamiento docente como un proceso del individuo en colectivo, sin ser un mecanismo otorgable, sino generable por el individuo, que parte de la reflexión y se consolida en la acción para transformar la realidad. Esta perspectiva tiene como trasfondo la idea de Freire y Shor cuando refieren al empoderamiento en el ámbito educativo como un proceso indispensable para la concientización, la cual promueve la transformación social (Freire; Shor, 1986). En palabras de Freire, es un acto de autoemancipación y autoliberación de una forma de opresión de la que se va tomando conciencia. De esta manera, se concibe al empoderamiento como una práctica emancipadora, que suma, no adiestra, que permite a la persona la toma de decisiones en su práctica profesional, fundamentada, sin actos punitivos, que propicia el ser parte, una práctica que analiza los fenómenos de enseñanza y aprendizaje con otros, que acompaña. Es, en sí, una práctica que se alimenta y se sostiene en el colectivo.

Desde la teoría socioepistemológica, Reyes-Gasperini (2016b, p. 22) sostiene que el Empoderamiento Docente es “un proceso que vive el profesor en colectivo, que tiene como objetivo su transformación y la de su entorno, mediante la *problematización de la matemática escolar* que propicia el liderazgo y la autonomía”. Es decir, la problematización de la matemática escolar es un constructo que usa la Socioepistemología para referirse al momento en el cual aborda una reflexión sobre el conocimiento matemático escolar en el ámbito educativo desde la postura de la construcción social del conocimiento matemático.

En otras palabras, se diseñan actividades de aprendizaje para la confrontación entre significados de objetos matemáticos enseñados como una evolución conceptual y significados que también pueden ser enseñados como una evolución pragmática. El resultado de esta implementación son resignificaciones de los objetos matemáticos mediante su uso que producen una nueva articulación de saberes asociados a los dos paradigmas. Son estas resignificaciones y nuevas articulaciones lo que propicia el cambio de relación con el conocimiento matemático escolar. Esto último, el cambio de relación, es el objetivo del

Empoderamiento Docente.

5 Aspectos metodológicos

Para evidenciar cómo la problematización de la matemática escolar contribuye al desarrollo profesional docente se analizaron dos extractos de intervenciones en procesos de desarrollo profesional docente con docentes de nivel secundario mexicano (estudiantes de 12 a 15 años). Ambos estudios son de corte cualitativo y explicativo de la realidad social.

Los ejemplos problematizaron la proporcionalidad directa escolar orientada por una problematización del saber matemático (psm) reportada en Reyes-Gasperini (2016a). De manera sintética, esta psm muestra la dialéctica que se vivencia entre la evolución conceptual y la evolución pragmática de la proporcionalidad directa (Figura 1).

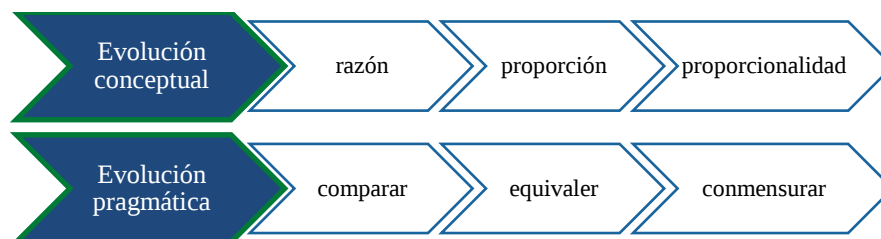


Figura 1 - Dialéctica de la evolución conceptual y pragmática
Fuente: Reyes-Gasperini (2016a, p. 551)

Se puede observar que, mientras que la evolución conceptual presenta una secuencia de conceptos curricularmente organizados (dME), la evolución pragmática muestra las prácticas que permiten construir significados asociados a tales objetos matemáticos (rdME). Esto es, la evolución pragmática sustenta la construcción social de conocimiento asociada a la proporcionalidad directa.

Para realizar el análisis de las intervenciones se usó el modelo reflexivo de la matemática escolar de Báez y Farfán (2022). Las autoras encuentran que los modelos de reflexión mantienen tres componentes: toma de conciencia, construcción de conocimientos y transformación de prácticas. A partir de ello, realizan una articulación de dichos componentes con los procesos que desarrolla la problematización de la matemática escolar desde la teoría socioepistemológica y proponen el esquema de la Figura 2:

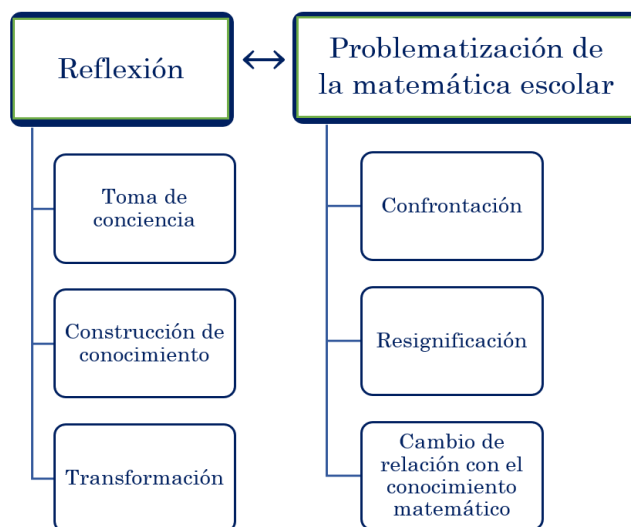


Figura 2 - La problematización de la matemática escolar como un tipo de reflexión
Fuente: elaboración propia

De esta forma, las autoras sustentan que la problematización de la matemática escolar es un tipo de reflexión, por lo que la toma de conciencia será producida por confrontaciones, la construcción de conocimientos por resignificaciones y la transformación de prácticas por el cambio de relación al conocimiento matemático. Con base en esta articulación, cada componente de la problematización se describe como sigue:

- *Confrontación*: refiere a la toma de conciencia. Tiene por objetivo desestabilizar la hegemonía de un discurso matemático escolar a través de generar conciencia de una estructura de significados limitados y conciencia de una estructura que provee de otros significados.
- *Resignificación*: refiere a la construcción de conocimiento. Tiene por objetivo la construcción de significados, procedimientos y argumentos, pueden ser productos de una ampliación, una reconstrucción o una nueva construcción de relaciones. Se apoya de diferentes representaciones, relaciones con el contexto que le dan sentido o diversas fuentes de conocimiento para la validación.
- *Cambio de relación al conocimiento matemático*: refiere a la transformación individual y colectiva. Tiene por objetivo el reconocimiento de una nueva racionalidad de los nuevos conocimientos matemáticos que enseña (significados, procedimientos y argumentos), y su integración al discurso profesional y al aula en la organización que mejor considere el docente. Así, la nueva relación con el conocimiento matemático no solo trastoca el *cómo enseñar*, sino también el *qué enseñar*.

En síntesis, mientras que la confrontación tiene el rol de dar *acceso* a las nuevas formas

y relaciones que se ponen en juego a través de actividades específicas, el rol de la resignificación es construir una razón para la transformación, la *razón de hacer* a partir de las nuevas relaciones que se generan por la dialéctica de significados y usos. El cambio de relación tiene el rol de evidenciar el empoderamiento en la medida que el docente articula el nuevo saber y hace *uso* de él.

A continuación, presentamos dos casos que evidencian cómo sucede el cambio de relación con el conocimiento matemático, proceso del empoderamiento docente, a partir de la problematización de la matemática escolar. Esto promueve una innovación, ajuste o modificación en algunos aspectos de la práctica docente ya sea en los significados, argumentos y procedimientos vinculados a la matemática escolar abordada, como así también, en el proceso de enseñanza propiamente dicho.

6 Dos ejemplos

Los casos que se desarrollan en esta sección provienen de un par de investigaciones, Báez y Farfán (2022) y Reyes-Gasperini (2016a), que consideran como participantes a profesores de matemáticas del nivel básico, en México. Ambos estudios problematizan la proporcionalidad escolar en las actividades que se proponen. Los fragmentos compartidos revelan el papel de este mecanismo de intervención como el proceso mediante el cual se contribuye al proceso de empoderamiento docente.

6.1 Ejemplo 1. Análisis de características proporcionales

En este ejemplo se discute la definición de proporcionalidad directa. La pme se desarrolló por la reflexión, principalmente, de las siguientes tres ideas: insuficiencia del argumento cualitativo, la definición de proporcionalidad, la constante de proporcionalidad.

La tarea presentada fue observar una gráfica lineal (Figura 3.a) y argumentar si era de proporcionalidad directa o inversa. La intención, fue evocar los significados, procedimientos y argumentos para dar cuenta del estado de conocimientos y luego discutir la definición.

6.1.1 Confrontación

El maestro (M) responde que la gráfica lineal es de proporcionalidad inversa y agrega:

M: no es de proporcionalidad directa porque no va aumentando de la misma manera y tampoco

va disminuyendo de la misma manera (Figura 3.a).
(Diálogo entre maestro y entrevistadora, 2016).

Este argumento condujo a construir un registro numérico (Figura 3.b) en el que sostiene su argumento anterior, y un registro algebraico (Figura 3.c). La confrontación se presenta cuando en el registro algebraico, al identificar la constante de proporcionalidad, el docente reconoce a la recta como una situación de proporcionalidad directa:

M: Pareciera que ésta [la expresión algebraica] debiera ser de proporcionalidad directa por la constante de proporcionalidad.
(Diálogo entre maestro y entrevistadora, 2016).

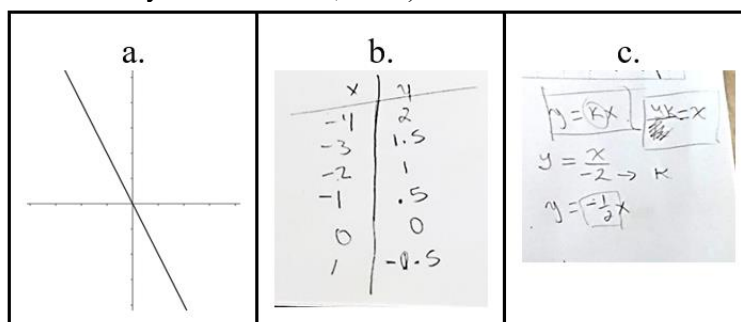


Figura 3 - Análisis del profesor de una relación proporcional
Fuente: Báez y Farfán (2022)

La confrontación de sus argumentos permite comenzar a vislumbrar la relación que tiene el profesor con su conocimiento matemático, esto es: su definición de proporcionalidad directa e inversa, las representaciones asociadas y qué argumentos usa en cada una de ellas. Particularmente, se puede notar una hegemonía en el argumento cualitativo asociado al análisis gráfico por encima de los argumentos dados en las otras representaciones, por lo que se mantiene firme ahí.

Esto marca el inicio de un proceso reflexivo que lo incita a indagar en fuentes que corroboren (o refuten) sus conocimientos: libros de texto, páginas *web* y respuestas de sus estudiantes al mismo planteamiento.

La causa de la confrontación se puede explicar por los significados asociados a la definición de proporcionalidad directa del maestro, que describe un razonamiento con énfasis en el análisis cualitativo:

M: [...] la variación de proporcionalidad directa dice que: si una cantidad aumenta y la otra aumenta de la misma forma, así como si una cantidad disminuye y la otra disminuye de la misma manera, se trata de variación proporcional directa.
(Diálogo entre maestro y entrevistadora, 2016).

En esa definición identificamos cuatro significados que regulan todo el análisis y argumentación del profesor: 1) las frases *de la misma manera* o *de la misma forma* son el referente hegemónico para determinar proporcionalidad directa, 2) la variación directa de las

variables implica proporcionalidad directa, entonces la variación contraria implica proporcionalidad inversa, 3) el paso de la gráfica por el origen implica proporcionalidad directa, pero esto no es determinante, ya que la inclinación de la recta debe estar entre los 0° y 90° , y 4) la constante de proporcionalidad directa siempre es un valor positivo.

Lo anterior da cuenta de un conocimiento sobre la proporcionalidad escolar, pero que está desarticulado, o articulado de una manera que no permite que sus argumentos sean coherentes y suficientes para responder a la situación planteada. Esta desarticulación es lo que produce la confrontación.

6.1.2 Resignificación

A lo largo de varias entrevistas, el profesor busca validar sus conocimientos por diferentes fuentes, al tiempo que se discute y reflexiona sobre otros conocimientos relacionados con la confrontación inicial. Por ejemplo: una definición formal de proporcionalidad directa tomada de un libro de texto y cómo debe ser el signo de la constante, lo que resalta el análisis cualitativo-variacional, la forma de la expresión algebraica general, una definición amplia de proporcionalidad inversa y la familia de rectas que genera la expresión $y = kx$. Es esta articulación de reflexiones lo que conduce a que el profesor acepte la confrontación de sus argumentos y modifique su discurso.

Concretamente, es la ruptura de la hegemonía del argumento cualitativo lo que da paso al debate de los significados y las relaciones asociadas con la confrontación inicial. Esta sucede cuando se analiza la tabla de la Figura 4 que presenta dos magnitudes que aumentan:

X	Y
35	42
40	48
45	54
50	60
55	66

Figura 4 - Tabla de magnitudes con valores que aumentan a distinta razón aritmética
Fuente: elaboración propia

Al hacer el análisis, el profesor concluye que no se trata de un ejemplo de variación proporcional directa porque la magnitud x crece *de 5 en 5* y la magnitud y crece *de 6 en 6*, por tanto, no lo hacen *de la misma manera*. Sin embargo, después de tal argumento, el profesor agrega otra estrategia para comprobar lo dicho:

*M: Como no crece igual, para los niños [estudiantes] no es de variación proporcional.
¿Cómo lo podrían comparar? Pues usando sus formulitas. Si la variación proporcional se da*

con esta fórmula $y = kx$, entonces, relacionas el valor de y con el valor de x para obtener tu constante $\left[\frac{y}{x} = k\right]$.
(Diálogo entre maestro y entrevistadora, 2016).

Al realizar los cocientes, el profesor se da cuenta de que, para cada par de valores correspondientes de la tabla, la relación $\frac{y}{x}$ arroja la misma constante. Este resultado produce un cambio en su respuesta y afirma que la tabla es una relación de magnitudes de proporcionalidad directa.

Es aquí donde el profesor toma conciencia de la no suficiencia del argumento cualitativo, es decir, que dos magnitudes varíen *de la misma manera* no garantiza que estén en una relación proporcional directa. Al mismo tiempo, el profesor toma conciencia de que la relación $\frac{y}{x}$ arroja la constante de proporcionalidad, por lo que este conocimiento comienza a tomar mayor relevancia para convertirse, después, en un argumento hegemónico. Así, la hegemonía del argumento cualitativo termina de debilitarse cuando se analiza la definición de proporcionalidad inversa y se advierte que las gráficas asociadas a esta no son lineales, y que la expresión para obtener la constante no es un cociente, sino el producto $yx = k$.

Lo anterior deja ver que, durante la resignificación, se presentaron otras confrontaciones relacionadas con los significados de su definición de proporcionalidad directa. Esto permite que el profesor vaya tomando conciencia del estado de sus conocimientos, como son las desarticulaciones que no había notado y las significaciones ausentes.

El profesor cambia su definición a una que resalta la obtención de la constante de proporcionalidad cuando: a) sus estudiantes analizan la tabla y encuentran la constante de proporcionalidad directa; y b) analiza la familia de rectas de la expresión $y = kx$ en un libro de texto, no vigente, pero del que expresa confianza por conocer a su autor. Estos eventos le permiten al profesor reconocer a la recta de la actividad inicial (Figura 3.a) como una relación de proporcionalidad directa, así como dar significado al signo negativo de la constante. De esta manera, queda atendida la confrontación inicial, al tiempo que se expresa una nueva articulación de conocimientos.

6.1.3 Cambio de relación con el conocimiento matemático

En este ejemplo, se evidencia cómo una actividad típicamente escolar que moviliza definiciones, representaciones y diferentes razonamientos pone sobre la mesa los significados que regulan un discurso sobre la proporcionalidad escolar. El resultado de la problematización

no solo permitió la articulación de conocimientos que ya eran parte del discurso, sino de las nuevas relaciones que se construyeron durante el proceso, como la significación de los factores de proporcionalidad negativos o la insuficiencia del argumento cualitativo. En este caso, es el cambio de hegemonía de un argumento lo que determina un nuevo discurso en el docente, pues ahora se trata de un análisis de carácter funcional que permite obtener el factor constante de proporcionalidad directa.

M: ... en el caso de que no se logra ver esto tan fácilmente, utiliza [el estudiante] nuestras fórmulas que tenemos derivadas para poder hallar el factor de proporcionalidad, y determinar si ese factor es constante o no, ¿verdad? Si es constante entonces lo estableceremos como de proporcionalidad directa.

(Diálogo entre maestro y entrevistadora, 2016).

Estas modificaciones dan cuenta de una nueva conciencia del profesor, específicamente, de una nueva relación con su conocimiento matemático aún dentro del mismo paradigma (dME). Esto es, dicho cambio de relación es producto de un análisis sobre las relaciones y significados que mantienen los objetos matemáticos que ya son parte del discurso escolar, pero que, por la costumbre didáctica, la reproducción de aprendizajes de la formación inicial o la economía del conocimiento para cumplir tiempos y programas escolares, se generan hegemonías y desarticulaciones que no son fácilmente perceptibles.

Por ejemplo, la hegemonía del argumento cualitativo y las desarticulaciones expuestas en este ejemplo están muy asociadas con el grado escolar en que el profesor imparte sus clases, pues en el primer nivel de secundaria (adolescentes de 13 años) el tratamiento de los números negativos es nulo o escaso (Reyes-Gasperini, 2016a), de ahí que la constante $k = -\frac{1}{2}$ no haya tenido un significado robusto para él.

6.2 Ejemplo 2. La transversalidad de la proporcionalidad

En este ejemplo se retoma lo correspondiente a la significación de la noción de proporción como igualación de relaciones o razones, a partir de las prácticas como comparar, hacer coincidir, relacionar, igualar, construir un invariante y medir. La pme (problematización de la matemática escolar) se aborda a partir de la reflexión de tres ideas: La razón de crecimiento o decrecimiento, La noción de semejanza, La recta que pasa por el origen.

La tarea consistió en argumentar cuáles de las imágenes presentadas en la actividad de abajo (Figura 5) correspondían a ampliaciones o reducciones respecto de la primera imagen (Figura 5.a). El debate busca caracterizar las nociones *ampliar* o *reducir* lo que evoca ideas como el *aumento proporcional* a cada uno de los lados homólogos de la imagen. Lo anterior,

permite discutir los conceptos de semejanza, homotecia y simetría (transformaciones en el plano).



Figura 5 – Actividad Ampliaciones y Reducciones
Fuente: Reyes-Gasperini (2016a, p. 278)

6.2.1 Confrontación

Una maestra (Pa) intenta establecer criterios para argumentar qué imágenes están ampliadas o reducidas en relación con la imagen a, por lo que determina puntos de referencia para hacer las comparaciones como son la cara del tigre y la altura de la imagen del cachorro. La confrontación se presenta cuando la profesora explica sus razonamientos, pero no advierte la diferencia entre ellos, como se ilustra en el siguiente fragmento:

Pa: Y donde está la cara del tigre, esa es mi base y la altura es la del cachorro... (...) debe ser proporcional, por ejemplo, la base y la altura de mi rectángulo. Entonces deben de crecer en forma... como que la misma cantidad que le aumente yo a la base, le voy a aumentar a la altura, para que esté en proporción.

Entrevistadora: Si le aumento tres centímetros a la base, ¿le aumento tres a la altura?

Pa: Podría... podría decir que sí, aunque no esté... bueno, a más-más diría yo, pero no necesariamente tiene que ser así. Si le aumento el doble tiene que ser el doble... Estoy pensando en problemas donde aplico una proporción de un medio, de uno más para la altura y dos más para la base, podría decir yo eso.

(Diálogo entre maestra y entrevistadora, 2014).

En estas ideas la profesora está estableciendo dos razonamientos distintos con los mismos números: razonamiento inter y razonamiento intra. El inter es una relación donde los elementos del dominio (el ancho del dibujo) y los elementos del codominio (el largo del dibujo) varían de la misma manera (la mitad de cada longitud); mientras que el intra es una relación donde la razón entre la variación de un elemento del dominio (el ancho del dibujo) y la variación del elemento del codominio (el largo del dibujo) es siempre constante (Reyes-Gasperini, 2016b), respectivamente.

- Razonamiento inter: la frase *aplico una proporción de un medio* significa que la

imagen original se reducirá a la mitad dado que la relación de un lado de la figura resultante y su homólogo en la original es de 1 a 2 (refiriéndose a la proporción 1:2). (Figura 6.a).

- Razonamiento intra: en la frase *de uno más para la altura y dos más para la base* se está trabajando con la razón de diferencias, vista como la relación $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ en donde Δy es la variación en la altura y Δx es la variación en la base (Figura 6.b).

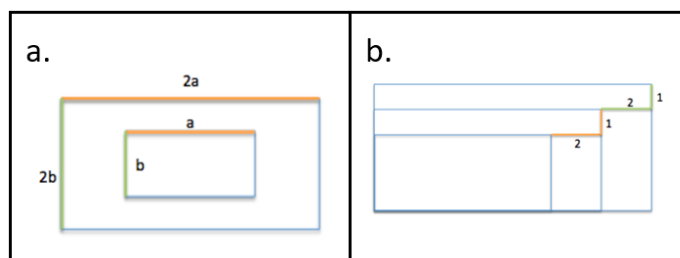


Figura 6 - Diferentes análisis de la profesora
Fuente: Reyes-Gasperini (2016a, p. 345)

El análisis de las imágenes anteriores deja ver los diferentes razonamientos detrás de cada parte de la afirmación, por lo que la profesora comienza a dar cuenta del significado geométrico de aplicar una razón de un medio comparado con sumar 1 y 2 a la altura y base, respectivamente.

La causa de esta confrontación es explicada por las dificultades que se tienen para construir la idea de crecimiento proporcional y los razonamientos asociados a su análisis. Por ejemplo, la frase *proporción de un medio* no puede significar a la vez una reducción y un crecimiento. Al tratarse de comparaciones geométricas, las transformaciones hacen crecer o disminuir la figura; o en su caso, la dejan igual si se trata de una razón igual a 1.

6.2.2 Resignificación

Se continúa con las comparaciones entre imágenes y las relaciones entre los elementos y dimensiones. Específicamente, cuando se cuestiona cómo se aumenta una imagen (se dibuja un rectángulo en el pizarrón), otro maestro (Pe) responde:

Pe: Lo agarro de una de las puntas de la esquina y arrastrando... si lo tomo aquí en la esquina, al momento que lo jalo hacia adentro, lo hago más pequeño, se reduce en la misma proporción, lo alto y lo ancho.
(Diálogo entre maestro y entrevistadora, 2014).

Posteriormente a este razonamiento, se cuestiona qué significado tiene el movimiento que hace en forma de una línea recta, por lo que el profesor toma conciencia de que está hablando del concepto de semejanza y da significado a su explicación:

Pe: La razón que se mantiene constante, la pendiente. Ah... ¡ya! Mantengo siempre... la relación entre esta y esta (señala los lados del rectángulo). (Diálogo entre maestro y entrevistadora, 2014).

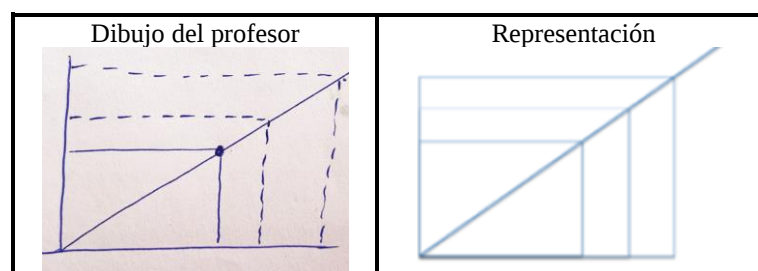


Figura 7 - Representación de la relación proporcional
Fuente: Reyes-Gasperini (2016a, p. 348)

En este fragmento se ilustra cómo se continúa la discusión de los profesores, promovida por la comparación entre la imagen *a* y la imagen *d* (Figura 5) para saber si se trataba de una ampliación o una reducción. Llevar el análisis a un caso específico es lo que permitió poner en juego la noción de semejanza, que finalmente se logra resignificar.

En el diálogo que se sostiene con los profesores, ellos reconocen cómo además se pone en juego la noción de recta que pasa por el origen como un referente geométrico (la diagonal) para asegurar la proporción entre la base y altura, así como la razón de cambio vista como una relación que se está manteniendo constante entre los incrementos correspondientes. En este caso, en particular, es observable cómo la idea de *agarrar de las puntas* encierra en su explicación conocimiento matemático que no es inicialmente evidente.

6.2.3 Cambio de relación con el conocimiento matemático

Este ejemplo se muestra cómo la discusión de la actividad va diferenciando y articulando conocimientos, específicamente, los conceptos de semejanza, homotecia y simetría a partir de actividades que ponen en juego las *prácticas* de comparar, relacionar, medir, principalmente. A su vez, se articulan razonamientos entre el pensamiento geométrico y variacional (linealidad), y se potencian significados en diferentes planos, lo visual y lo numérico. Esto permite a los profesores percatarse de la transversalidad de la proporcionalidad y hacer distinciones con mayor claridad, por ejemplo, entre semejanza y congruencia, como se puede leer en el siguiente extracto.

Pe: Si este es semejante a este (señala las transformaciones en el plano producto de la homotecia), si este es semejante a este y este es semejante a este, entonces, este es semejante a este.

Pa: No, estos son congruentes (señala los que son homotéticos con razón menos uno), y estos son semejantes.

Pe: Ah, sí.

Pa: Porque son del mismo tamaño, la misma forma (mostrando los congruentes) y aquí ya no (mostrando los semejantes) porque tienen el mismo ángulo, pero el tamaño es diferente, sus lados son proporcionales.

Pe: Entonces, esos son semejantes.

Pa: Sí, estos son semejantes y este que refleja del otro lado, con razón menos uno, te dará una imagen, algo congruente. Y entonces aquí enseñas semejanza y congruencia, ¿no?

Pe: Y proporcionalidad, razón...

(Diálogo entre maestros, 2014).

Es el reconocimiento de dicha transversalidad relativo a la proporcionalidad lo que hace evidente la generación de argumentos para cambiar el discurso y la metodología de enseñanza. Es decir, identificar estas nuevas relaciones matemáticas es lo que les permite a los docentes innovar, ajustar, modificar y proponer una nueva estrategia para comunicar los aprendizajes adquiridos.

El cambio de relación con el conocimiento matemático, expresado por una transformación del discurso, es resultado del análisis realizado desde las prácticas de comparar, hacer coincidir, relacionar, igualar, construir un invariante, medir, que se abordan en toda la discusión de este ejemplo, que si bien no son considerados conocimientos matemáticos curriculares (aún), dejan ver que posibilitan el surgimiento de ideas que llevan a los conceptos curriculares conocidos. De esta manera, decimos que tales prácticas desarrollan el pensamiento proporcional.

7 Discusión de resultados

Ambos ejemplos del apartado anterior dejan ver cómo se desarrolla la problematización de la proporcionalidad escolar a partir de un proceso de reflexión de esta matemática guiado por la Teoría Socioepistemológica. Concretamente, se evidencia cómo ocurre el Empoderamiento docente a través del cambio de relación con el conocimiento matemático.

Un aspecto sustancial para señalar es que el ejemplo 1 aborda dicha problematización dentro de la matemática escolar caracterizada por el dME, mientras que el ejemplo 2 la aborda en la matemática que propone la construcción social del conocimiento matemático, esto es, a partir de promover prácticas matemáticas que generan conocimiento. Sin embargo, en ambos casos, la matemática escolar se articula y se resignifica promoviendo que los profesores modifiquen su discurso y se empoderen del saber que enseñan.

Esta distinción en los ejemplos pretende hacer comprender tres puntos importantes. Primero, que la postura teórica que guía la pme no busca desplazar los significados que ya están inmersos en el discurso escolar, pero dicha caracterización del dME permite reconocer

significados hegemónicos, conceptos sin significados, incluso cómo son las relaciones conceptuales o las articulaciones entre sus diferentes formas de representación. Esto se puede comenzar a apreciar en el proceso del ejemplo 1 expuesto aquí y profundizado en Báez y Farfán (2022).

Segundo, la postura teórica sí busca introducir las prácticas para el desarrollo del pensamiento proporcional a través de movilizar las *formas de pensar* de las personas. En el ejemplo 2, profundizado en Reyes-Gasperini (2016a) se puede notar cómo los profesores usan referentes para la comparación de las imágenes (cara del tigre y la imagen del cachorro) y de esta manera comprobar si las imágenes son proporcionales o no; en otro momento, el profesor Pe usa su lapicero (como unidad de medida) para medir las dimensiones de los rectángulos y poder comparar sus tamaños. Las comparaciones de este tipo fueron las que posibilitaron las reflexiones y articulaciones tanto conceptuales como de prácticas.

Tercero, el Empoderamiento docente tiene un inicio, pero no un final. Como puede observarse en los ejemplos, el cambio de relación con el conocimiento matemático es progresivo, minúsculo y significativo. En ambos casos, el proceso continúa hasta lograr comprensiones mejor sostenidas, así como generar argumentaciones para el cambio de la práctica de enseñanza en relación con los conceptos abordados. En otras palabras, el cambio de relación es el signo de la transformación en el ámbito profesional.

De manera individual, estas vivencias de problematización de la matemática escolar, inevitablemente, inducen a los profesores a revisar sus conocimientos matemáticos, así como las fuentes que usan para validarlos (Báez; Farfán, 2022). Las reflexiones y resignificaciones que se producen les permiten establecer nuevos referentes de conocimiento tanto para argumentar mejor su práctica como para identificar o promover diferentes razonamientos en los estudiantes. En lo colectivo, se fortalece la identidad profesional en tanto que sus nuevos conocimientos los reafirman, se promueve el diálogo entre pares e identifican a la Matemática Educativa como una disciplina de referencia (Reyes-Gasperini, 2016a). Esto último es un rasgo importante del Empoderamiento, pues progresivamente, las producciones científicas pasan a ser, para el docente, una fuente de validación del conocimiento.

Por último, es importante mencionar dos aspectos de este proceso de transformación: primero, que el Empoderamiento de cada docente es diferente, aunque la vivencia sea la misma. Esta es una característica fundamental de los procesos de desarrollo profesional y es resultado de que la experiencia sea *de dentro hacia afuera* (Ponte, 2012). Dado que la construcción de conocimiento es situada (Soto; Cantoral, 2014), no es posible afirmar que las resignificaciones de un docente vayan a ser las resignificaciones de otros docentes, aunque podrían coincidir.

Segundo, que el acompañamiento es sustancial, esto es, en ambos ejemplos, los profesores están siendo acompañados durante la pme para orientar lo mejor posible las reflexiones sobre la proporcionalidad escolar. Este aspecto es fuertemente señalado por Lombardi y Abrile (2021) para asegurar los aprendizajes en el proceso de desarrollo profesional, tanto en la etapa inicial de su servicio como en los diversos programas de aprendizaje a los que se integra en etapas avanzadas de su servicio.

8 Reflexiones finales

En este artículo nos hemos propuesto evidenciar cómo un proceso de problematización de la matemática escolar -intencionado, sistémico y orientado- que se trabaja para y en el aula, contribuye al desarrollo profesional docente. En el análisis de los datos, con base en el modelo reflexivo de la matemática escolar (Báez; Farfán, 2022), se dio a conocer la manifestación de elementos característicos de transformación de la relación con el conocimiento matemático escolar: la toma de conciencia del discurso matemático escolar que permitió progresivamente la incorporación de otros significados y relaciones respecto a los conocimientos matemáticos escolares abordados. Así el docente dispuso de nuevas articulaciones y significados que le permitieron innovar, ajustar o modificar algo de su enseñanza y su práctica en general.

Específicamente, en los casos estudiados, los tres profesores dan evidencias de un cambio en las relaciones y significados de su conocimiento matemático, así como signos de un cambio para la enseñanza. El primero, puede comprobarse en el análisis del *Ejemplo 1. Análisis de características proporcionales* cuando se evidencia el cambio de hegemonía, es decir, cuando transita de una significación sustentada en la expresión *a más, más* hacia lo contribuido por el proceso de resignificación donde se analiza la razón entre las magnitudes como un nuevo rasgo de la constante de proporcionalidad. El segundo, sobre los signos de cambio para la enseñanza, puede evidenciarse en el *Ejemplo 2. La transversalidad de la proporcionalidad*, cuando la discusión promueve el reconocimiento de la transversalidad de la proporcionalidad y, con ello, diferenciaciones entre los conceptos utilizados para la enseñanza y el aprendizaje como son la idea de congruencia, semejanza y razón de proporcionalidad.

Estas expresiones, que ellos reconocen y formulan de manera autogestiva para su ámbito profesional, es lo que evidencia el desarrollo de una autonomía sobre el conocimiento matemático. No es el curso, ni el entrevistador quien les hace decidir esas acciones futuras, sino su cambio de relación con el conocimiento matemático. De esta manera, dicho cambio de relación promueve una reestructura de la enseñanza manifestando, así, acciones del *qué*

enseñar.

Por tanto, en este escrito se ha dado evidencia que el empoderamiento docente, considerado como un dispositivo de desarrollo profesional, con base en el proceso de la problematización de la matemática escolar como método de intervención educativa para la reflexión, trastoca el *qué* y el *cómo enseñar* mediante un diálogo colegiado donde el centro de discusión está puesto en el conocimiento matemático escolar. Este hecho va en concordancia con lo que, según lo mencionado en la revisión bibliográfica sobre el desarrollo profesional docente, refiere a una de las características que buscan los dispositivos de intervención educativa: propiciar procesos reflexivos del conocimiento profesional que tienen como propósito el desarrollo de la autonomía y la responsabilidad de las acciones (Perrenoud, 2004).

Concretamente, la articulación de la propuesta de Empoderamiento Docente como un dispositivo de desarrollo profesional se puede entender con la siguiente analogía: el desarrollo profesional tiene como propósito el desarrollar la autonomía y responsabilidad de los profesores y lo logra mediante el mecanismo de reflexión de la práctica; así, el Empoderamiento Docente tiene como propósito el cambio de relación al conocimiento matemático y lo logra mediante el mecanismo de problematización de la matemática escolar (en tanto que es un tipo de reflexión).

En este sentido, el cambio de relación con el conocimiento matemático es más que un propósito teórico-metodológico, representa una postura transformadora del ser y del hacer, tanto dentro como fuera del aula. Esto se correlaciona con una visión freireana que plantea que “la transformación no es sólo una cuestión de métodos y técnicas” (Freire; Shor, 1986, p. 63). Si fuera el caso, el problema sería el cambio de metodologías; sin embargo, la cuestión es buscar establecer una relación diferente con el conocimiento y con la sociedad, como pretende el Empoderamiento Docente con la problematización de la matemática escolar.

En esta visión freireana, la educación liberadora amerita de un cambio cultural, por tanto, plantea la necesidad de problematizar la cultura cuyo resultado fuera una concientización. De esta manera, el cambio de relación con el conocimiento matemático es el que permite concientizar los aspectos de su construcción y funcionalidad, cambios en la manera de concebir y significar la matemática escolar. Así, esta nueva cultura matemática posibilita el acceso a otras formas de desarrollo del pensamiento matemático, otros significados, otras relaciones (Mingüer, 2006), pero no solo para los estudiantes, sino también para los profesores.

La cultura que se tiene hoy, bajo las características del dME, limita la autonomía para decidir qué conocimientos enseñar: qué significados, qué procedimientos, qué argumentos. Como no se tiene acceso a nuevas formas del desarrollo del pensamiento matemático, no se puede cuestionar y se reproduce lo que ha sido normalizado. Sin embargo, querer que el

profesor o la profesora transforme su práctica es conceder la libertad de acción del qué y cómo enseñar, desarrollar su autonomía profesional a partir de nuevos referentes de conocimiento que le permitan argumentar sus propias decisiones para su práctica.

Referencias

- BÁEZ, M.; FARFÁN, R. Sistematización y análisis de un proceso de reflexión sobre la matemática escolar: aspectos para la profesionalización docente. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, Ciudad de México, v. 25, n. 1, p. 35-62, 2022. Disponible en: <https://relime.org/index.php/relime/article/view/77>. Acceso en: 20 abr. 2023.
- BONGHANOY, G.; SAGPANG, A.; ALEJAN JR, R.; RELLON, L. Transformative professional development for mathematics teachers. **Journal on Mathematics Education**, Palembang, v. 10, n. 2, p. 289-302, 2019. Disponible en: <https://ejournal.unsri.ac.id/index.php/jme/article/view/6882>. Acceso en: 01 feb. 2024.
- CLARKE, D.; HOLINGSWORTH, H. Elaborating a model of teacher professional growth. **Teaching and Teacher Education**, London, v. 18, n. 8, p. 947-967, nov. 2002. Disponible en: https://www.researchgate.net/publication/223768047_Elaborating_a_model_of_teacher_professional_growth_Teaching_and_Teacher_Education_188_947-967. Acceso en: 20 may. 2023.
- FREIRE, P.; SHOR, I. **Miedo y osadía: la cotidianidad del docente que se arriesga a practicar una pedagogía transformadora**. Madrid: Siglo XXI, 1986.
- KENNEDY, A. Models of continuing professional development: a framework for analysis. **Professional Development in Education**. London, v. 40, n. 3, p. 336-351, 2014. Disponible en: <https://doi.org/10.1080/19415257.2014.929293>. Acceso en: 22 dic. 2024.
- LAMB, B.H. El desarrollo profesional docente en Hong Kong comparado con los países anglosajones: El rol del Confucianismo. **Psicología, Sociedad y Educación**, Córdoba, v. 7, n. 3, p. 405-422, 2015. Disponible en: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6360136>. Acceso en 16 feb. 2023.
- LOMBARDI, G.; ABRILE DE VOLLMER, M. La formación docente como sistema: de la formación inicial al desarrollo profesional. Reflexiones a partir de la experiencia argentina. En VÉLAZ DE MEDRANO, C.; VAILLANT, D. (coords.). **Aprendizaje y desarrollo profesional docente**. Madrid: Santillana; OEI, 2021. p. 59-66.
- LOZANO, I. La formación de docentes reflexivos: Una lectura histórico-política en México. En: LOZANO, I.; MERCADO, E. (coords.). **El ojo del huracán**. La formación y práctica del docente de secundaria. Miradas divergentes. Ciudad de México: Díaz de Santos. 2011. p. 21-54.
- MINGÜER, L. **Entorno Sociocultural y cultura matemática en profesores de nivel superior de educación**. Estudio de caso: el Instituto Tecnológico de Oaxaca: Una aproximación socioepistemológica. 2006. 234. Tesis (Doctorado en Matemática Educativa) – Centro de Investigación en Ciencia y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, 2006. Disponible en: https://www.matedu.cicata.ipn.mx/tesis/doctorado/minguer_2006.pdf. Acceso en: 30 mar. 2022.
- PERRENOUD, P. **Desarrollar la práctica reflexiva en el oficio de enseñar**. Barcelona: Graó, 2004.
- PONTE, J. Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. En: PLANAS, N. (Coord.). **Teoría, Crítica y Práctica de la Educación Matemática**. Barcelona: Graó, 2012. p. 83-98. Disponible en: <http://hdl.handle.net/10451/29194>. Acceso en: 16 feb. 2023.

RAPPAPORT, J. Terms of Empowerment/Exemplars of Prevention: Toward a Theory for Community Psychology. **American Journal of Community Psychology**, Illinois, v. 15, n. 2, p. 121–148, 1987. Disponible en: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1007/BF00919275>. Acceso en: 10 feb. 2023.

REYES-GASPERINI, D. **Empoderamiento docente desde una visión Socioepistemológica: una alternativa de intervención para la transformación y la mejora educativa**. 2016. 598. Tesis (Doctorado en Ciencias - Especialidad en Matemática Educativa) - Departamento de Matemática Educativa, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, Ciudad de México, 2016a. Disponible en: <https://acortar.link/f7TZ9g>. Acceso en: 12 de ago. 2024.

REYES-GASPERINI, D. **Empoderamiento docente y Socioepistemología**. Un estudio sobre la transformación educativa en Matemáticas. Barcelona: Editorial Gedisa S.A., 2016b.

SOTO, D.; CANTORAL, R. Discurso Matemático Escolar y Exclusión. Una Visión Socioepistemológica. **Bolema**, Rio Claro, v. 28, n. 50, p. 1525-1544, 2014. Disponible en: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/xWGQpR9xVwBBKN3BWVz6bTL/?lang=es>. Acceso en: 6 dic. 2024.

TORRES, A. La educación para el empoderamiento y sus desafíos. **Sapiens**. Revista Universitaria de Investigación, v. 10, n. 1, p. 89-108, 2009. Disponible en: <http://www.redalyc.org/pdf/410/41012305005.pdf>. Acceso en: 21 ene. 2024.

ZEHEITMEIER, S.; KRAINER, K. Ways of promoting the sustainability of mathematics teachers' professional development. **ZDM**, Berlim, v. 43, n. 6, p. 875-887, 2011. Disponible en: <https://doi.org/10.1007/s11858-011-0358-x>. Acceso en: 16 feb. 2023.

Submetido em 03 de Novembro de 2023.

Aprovado em 27 de Agosto de 2024.