

DOSSIÊ PPGEM 40 ANOS

Explorando as abordagens do conceito de Área: uma análise dos livros didáticos do Novo Ensino Médio

Exploring Approaches to the Concept of Area: An Analysis of High School Textbooks in the New High School Education

Rúbia Barcelos Amaral*

 ORCID iD 0000-0003-4393-6127

Bruno Leite Ferreira**

 ORCID iD 0000-0002-8148-737X

Beatriz Fernanda Litoldo***

 ORCID iD 0000-0001-8473-8261

Ana Paula Perovano****

 ORCID iD 0000-0002-0893-8082

Douglas Ribeiro Guimarães*****

 ORCID iD 0000-0001-6247-3506

Resumo

O Novo Ensino Médio (NEM) e a Base Nacional Comum Curricular advêm de mudanças nas políticas públicas curriculares brasileiras, impactando na reelaboração de currículos e adaptação de materiais didáticos. O Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD 2021), em conformidade com o NEM, alterou os Livros

* Livre-Docente em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP). Professora Associada do Departamento de Matemática da Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, São Paulo, Brasil. E-mail: rubia.amaral@unesp.br.

** Doutor em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP). Professor de Geometria Gráfica do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), Recife, Pernambuco, Brasil. E-mail: bruno.leitef@ufpe.br.

*** Doutora em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Professora Adjunta da Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM), Uberaba, Minas Gerais, Brasil. E-mail: beatriz.litoldo@uftm.edu.br.

**** Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP). Professora Adjunta da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB), Vitória da Conquista, Bahia, Brasil. E-mail: apperovano@uesb.edu.br.

***** Doutorando em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP). Professor de Ensino Médio e Técnico da ETEC Prof. Armando Bayeux da Silva, Rio Claro, São Paulo, Brasil. E-mail: douglas.guimaraes@unesp.br.

Didáticos (LD) e é dentro desse contexto, no âmbito da Educação Matemática, que o presente texto tem como objetivo compreender as distintas formas de abordagem do conceito de Área e as diferentes deduções das fórmulas apresentadas pelos autores de LD do NEM. Fazendo uso da abordagem qualitativa e empregando o Sistema Teorema para análise de LD, partimos da fundamentação teórica que comprehende o trabalho com Área em termos dos quadros geométrico, grandeza, numérico e algébrico/funcional, e com ela discutimos, de forma analítica, os dados produzidos. Como resultados, observamos uma diversidade de enfoques e estratégias adotadas pelos autores de LD na apresentação da Área. As obras demonstraram uma preocupação em oportunizar diferentes conceitos que podem ser mobilizados no tratamento das áreas de figuras planas. No entanto, evidenciamos que a abordagem da Área, muitas vezes, se restringe à sua definição como medida numérica, deixando de lado aspectos importantes relacionados à sua natureza geométrica (formato de uma figura plana) e à sua interpretação em diferentes contextos. Esperamos que estes resultados possam convidar os professores, e a comunidade em geral, à reflexão sobre o ensino de Área presentificado nos LD do NEM, além de avançar no debate a seu respeito.

Palavras-chave: Geometria. Quadros. Figuras planas. Dedução.

Abstract

The New High School (NEM) and the National Common Curricular Base stem from changes in Brazilian public curriculum policies, impacting the redesign of curricula and adaptation of teaching materials. The National Program of Textbooks and Teaching Materials (PNLD 2021), in accordance with the NEM, altered the Textbooks (LD), and it is within this context, in the scope of Mathematics Education, that this text aims to understand the different approaches to the concept of Area and the different deductions of the formulas presented by NEM LD authors. Using a qualitative approach and employing the Theorem System for LD's analysis, we start from the theoretical foundation that comprehends working with Area in terms of geometric, magnitude, numeric, and algebraic/functional framesets, and with it, we discuss, in an analytical way, the data produced. As a result, it was possible to observe a diversity of approaches and strategies adopted by LD's authors in the presentation of Area. The works demonstrated concerns in providing different concepts that can be mobilized in the treatment of areas of plane figures. However, we evidenced that the approach to Area often restricts itself to its definition as a numerical measure, leaving aside important aspects related to its geometric nature (shape) and its interpretation in different contexts. We hope that these results may invite teachers, and the community in general, to reflect on the teaching of Area presented in NEM LD's, as well as to advance in the debate about it.

Keywords: Geometry. Framesets. Plane figures. Deduction.

1 Iniciando nosso diálogo

As políticas públicas curriculares brasileiras passaram por transformações que resultaram na Reforma do Ensino Médio e na aprovação da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018a). Para readequar essa etapa escolar, foi planejado um conjunto de ações que visam à padronização, entre elas a reformulação dos currículos das redes de ensino, a adaptação de materiais didáticos e a avaliação da formação de professores (Litoldo; Guimarães, 2023). Tais mudanças impactaram a elaboração dos Livros Didáticos (LD), principalmente os avaliados e distribuídos pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático – PNLD¹.

Anteriormente a essas mudanças, as coleções de LD do PNLD Ensino Médio continham três livros seriados por componente curricular, à exceção de Filosofia, Sociologia e Arte. Para atender ao que preconiza a política do Novo Ensino Médio (NEM), o PNLD 2021 fomentou a

¹ Para mais informações sobre o PNLD, veja Brasil (2018b).

produção de coleções com seis obras didáticas por área de conhecimento. Ademais, cada autor ou editor² das obras passou a ter liberdade para sua organização, desde que não houvesse uma sequência para seu uso, tornando-se livros autocontidos.

Neste cenário, estamos realizando uma ampla pesquisa que visa investigar quais as diferentes abordagens exploradas no desenvolvimento de conceitos de Geometria em LD de Matemática do NEM. Para isso, buscamos entender como os conceitos geométricos são construídos nos livros, a natureza das atividades, o tipo de abordagem que se vislumbra integrando as tecnologias e as relações feitas com outras áreas de conhecimento e com o cotidiano, especialmente no que tange ao NEM. Neste artigo, especificamente, apresentamos um recorte em que focaremos no conceito de Área nas coleções aprovadas pelo PNLD 2021, cujo objetivo é compreender as distintas formas de abordagem do conceito de Área e as diferentes deduções das fórmulas apresentadas pelos autores de LD do NEM.

Apesar de a análise desse conceito em LD já estar presente no âmbito das pesquisas da Educação Matemática, há ainda um ineditismo no que se refere ao NEM, especialmente porque estes livros são inovações no que tange aos materiais destinados aos alunos e professores desta etapa escolar, em um novo formato. Realizar investigações sobre esses recursos torna-se uma ação importante não apenas pelo papel dos LD no contexto escolar brasileiro (Amaral *et al.*, 2022), mas também por sua forte presença em sala de aula, vistos enquanto um currículo potencialmente realizado (Litoldo, 2021). Além disso, esses materiais são considerados um meio importante para trazer novas ideias sobre o ensino e a aprendizagem, buscando provocar mudanças nas estruturas e nas práticas educacionais que afetam muitas escolas, professores e alunos (Stein; Kim, 2009).

Segundo Bellemain e Lima (2002), a Área é um conceito essencial na Matemática escolar, pois envolve grandes temas como números, geometria, grandezas e álgebra. Os autores destacam que há uma discordância entre o que os professores de Matemática pensam e o que as pesquisas e avaliações mostram sobre o ensino e a aprendizagem do conceito de Área. Os professores consideram que esse conteúdo não é fonte de dificuldade para os estudantes, mas as pesquisas e avaliações revelam o contrário: os alunos confundem área com perímetro e utilizam fórmulas e unidades de medida de modo impreciso e/ou inadequado.

Esperamos que estes resultados possam convidar os professores, e a comunidade em geral, à reflexão sobre o ensino de Área presentificado nos LD do NEM, além de avançar no debate a seu respeito. Este texto traz à baila uma discussão sobre a apresentação deste conceito

² Para deixar o texto mais fluido, usaremos apenas *autores* para referenciarmos a autoria, editoria e/ou organização das obras.

que pode influenciar os elaboradores de materiais didáticos, como também fomentar pesquisas que analisem outros conteúdos, de modo a constituir um mosaico dos conteúdos do NEM nos LD.

2 Revisão bibliográfica

A revisão de literatura que empreendemos neste texto pautou-se exclusivamente em artigos científicos nacionais no âmbito da Educação Matemática. As revistas científicas que compuseram o banco de dados foram aquelas selecionadas por Guimarães (2022). Foram utilizadas as expressões *livro didático* e *livros didáticos*, formando um *corpus* inicial de 1.095 artigos. Após a exclusão de textos que não apresentavam especificamente a análise de livro didático (749) e dos que não focaram na Geometria (286), restaram 60 artigos. Destes, focamos nos sete que abordaram o conceito de Área de figuras planas.

Sturion e Amaral-Schio (2019) assinam o único texto centrado no Ensino Médio, considerando três coleções anteriores ao NEM. O objetivo foi analisar os conteúdos de Área e Volume, e compreender quais habilidades dispostas na BNCC (Brasil, 2018a) são esperadas do estudante quando do estudo desses conteúdos. Assumindo uma abordagem qualitativa e tomando como aporte teórico a conceitualização do *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge*, as autoras evidenciaram que o triângulo é a figura geométrica mais explorada, com formas distintas do cálculo de área, tanto a fórmula como o procedimento para seu cálculo. Para além da fórmula mais convencional (área expressa como a metade do produto entre a medida de um dos lados e sua altura relativa), os livros estudados apresentaram outras duas possibilidades, sendo uma em função de dois lados da figura e do ângulo entre eles, e a outra com o seu semiperímetro, apoiada na Fórmula de Herão (ou Heron). E, em relação às demais figuras geométricas planas, afirmaram que “o que se percebe com maior frequência é a apresentação de mais de uma maneira de dedução da fórmula e não do cálculo, ou seja, nos é exposto um modo distinto de procedimento que resulta na mesma fórmula” (Sturion; Amaral-Schio, 2019, p. 96); por exemplo, a área do trapézio pode ser deduzida mediante a soma das áreas de triângulos ou por justaposição de dois trapézios congruentes, de modo a formar um paralelogramo.

Com foco no Ensino Fundamental, há outras pesquisas que analisam LD e o conceito de Área. Com apoio teórico no Registro das Representações Semióticas, Arcego, Kiefer e Mariani (2021) investigaram se as tarefas propostas em duas coleções permitiam mobilizar apreensões figurais e suas respectivas modificações. Como resultado, elas verificaram que o

conceito de Área do círculo foi tratado unicamente no 9º ano, mas o material dos anos anteriores proporcionava oportunidades para compreender conceitos subsequentes relacionados à formalização desse conceito. Elas frisam que as tarefas analisadas em ambos os LD “possibilitaram a mobilização de diferentes apreensões o que, de certo modo, contempla a perspectiva teórica [adotada]” (Arcego; Kiefer; Mariani, 2021, p. 20).

Com mesmo aporte teórico, Imafuku, Galvão e Silva (2023) analisaram como a área das figuras planas é abordada, além de identificar limitações e possibilidades presentes nesses materiais que pudessem mobilizar as apreensões figurais, produzindo conhecimento. Os resultados mostram que as quatro coleções estudadas fomentam a compreensão do conceito de Área e sua medida recorrendo a figuras com superfícies quadriculadas. Depois ocorre a transição para o uso de fórmulas, de modo desvinculado da malha, enfatizando-as. De acordo com os autores, os LD fazem uso de reconfigurações (não nas tarefas), recorrendo a decomposições das figuras em regiões retangulares ou triangulares para obter as fórmulas e justificá-las. Ao final, o trabalho com a malha quadriculada é resgatado, possibilitando discussão relativa à generalização por meio de aproximações numéricas ou por exaustão.

Ferreira e Bellemain (2020) centraram-se em Área e Perímetro e estabeleceram 14 tipos de tarefas, com fundamentação nas Análises Praxeológicas. As autoras concluíram que, nos dois livros analisados, a ênfase está na medição, presente nos títulos das seções e pela quantidade notavelmente superior de tarefas que solicitam determinar a medida da área de uma figura. E mesmo tarefas como comparar (Áreas ou Perímetros) são frequentemente resolvidas por procedimentos em que os aspectos numéricos são centrais.

Os três últimos textos, ainda que se embasem em distintos referenciais teóricos, fundamentam-se nos estudos de Douady e Perrin-Glorian (1989) para discutir a compreensão de Área. Teles e Sá (2010) assumem Área enquanto grandeza, distinguindo-a em três quadros – geométrico, grandeza e numérico –, e adotam o Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas. Analisaram 87 tarefas e concluíram que o conceito de Área do retângulo é usado como estratégia para explorar aspectos como configuração retangular, propriedades da multiplicação, expressões numéricas, e ideia de parte-todo das frações. Ademais, a unidade de medida predominante para realizar as comparações consiste no quadrado da malha; as figuras estão postas em posição prototípica; e há comparação de áreas.

Ao estudar a Área do paralelogramo, Santos e Bellemain (2007) assumem conceitos teóricos de Contrato Didático e Variável Didática e consideram Área como componente das grandezas geométricas, estando na fronteira entre os campos grandezas e medidas e geometria. Observam, no estudo do paralelogramo, que há uma predominância nítida da presença de

figuras prototípicas. Ademais, a noção de Área aparece como medida de superfície e os aspectos numéricos são enfatizados, ainda que apareça como grandeza, e se identifiquem a composição e recomposição de figuras e a comparação de área.

Por fim, Santos e Santos (2015) analisaram as Praxeologias Matemática e Didática acerca do conceito de Área de figuras geométricas planas. Um total de 101 tarefas foi categorizado em seis tipos, sendo que mais da metade solicita determinar a medida da área de uma figura ou região. Observaram que o aspecto numérico é tratado com destaque, inclusive em tarefas de comparação de área, o que fortalece a ideia de que é preciso efetivamente ladrilhar para poder comparar áreas. Ainda assim, consideraram iniciar com uma tarefa contextualizada no cotidiano, que requer a noção de comparação e não utiliza como procedimentos fórmulas e nem unidades convencionais. Logo, são características positivas, rompendo com um ensino que foi marcado durante muito tempo por uma ênfase exagerada no uso de fórmulas e também nas unidades e conversões entre unidades de área.

Em suma, a revisão de literatura realizada evidencia a diversidade de abordagens e perspectivas teóricas na análise do conceito de Área em LD de Matemática. Através dos artigos analisados, é possível perceber que, apesar das diferenças, há um consenso sobre a importância da compreensão conceitual e da mobilização de diferentes representações para o ensino e a aprendizagem deste conteúdo. Além disso, destaca-se a necessidade de uma abordagem pedagógica que vá além do uso de fórmulas e de figuras prototípicas, enfatizando a compreensão intuitiva e a conexão com situações do cotidiano.

3 Metodologia

Nesta pesquisa optamos por uma abordagem qualitativa (Creswell, 2010) e empregamos o Sistema Teorema (Amaral *et al.*, 2022) para análise de LD de Matemática. Ao considerar o Sistema, com suas três etapas, buscamos compreender como os conteúdos matemáticos são apresentados nos LD, bem como as implicações pedagógicas dessa abordagem. A etapa do *planejamento* requer a escolha de uma direção a ser tomada e, em nosso caso, consideramos a *vista do livro didático* sob a perspectiva de que ele é tanto objeto de estudo, quanto ambiente de produção de conhecimento. Escolhemos analisar a Geometria por se tratar de um tema de interesse do nosso grupo de pesquisa. Ademais, centramos nosso olhar para o *painel*, que são as seções destes materiais nas quais os autores apresentam o conteúdo, as ideias sobre o conceito em foco, o contexto em que elas se inserem, e exemplos ilustrativos.

Para a etapa da *exploração do material*, lançamos nosso olhar para as 10 coleções de

LD aprovadas no PNLD 2021 para a área de Matemática e suas Tecnologias. Após definir o material didático a ser explorado, seguimos para a seleção dos livros que abordavam o tema da Geometria, enquanto unidade temática. Dos seis LD de cada coleção, algumas optaram por dedicar um dos livros ao trabalho com a Geometria; em outras, ela é abordada em dois, concomitantemente a diferentes temas. Separamos todos aqueles que possuíam a palavra *Geometria*³ no título. Após a seleção, elaboramos uma planilha de modo a mapear todos os conteúdos que estavam sendo abordados. O trabalho foi dividido entre os autores, que tabularam os conteúdos. Dentre eles, Área foi selecionado para análise. Com o tema definido, uma nova triagem foi realizada, incluindo obras que tinham o conceito de Área em livros cujos títulos não continham a palavra *Geometria*, totalizando assim 12 LD (Quadro 1).

Título da Coleção	Título do livro	Autores	Editora	Cód.
Matemática em contextos	Geometria Plana e Espacial	Dante e Viana	Ática	A1
Diálogos	Geometria Plana	Teixeira	Moderna	B2
Multiversos	Geometria	Souza	FTD	C3
Quadrante	Geometria Plana e Espacial	Chavante e Prestes	Editora SM	D4
Conexões	Geometria Plana e Espacial	Leonardo	Moderna	E5
Interação	Resolução de Problemas pela Geometria Plana e Trigonometria	Freitas	Editora do Brasil	F6
Prisma matemática	Geometria	Bonjorno, Giovanni e Sousa	FTD	G7
Ser protagonista	Geometria Plana e Espacial	Smole e Diniz	Editora SM	H8
	Grandezas e Medidas e Trigonometria			H9
Matemática interligada	Geometria Espacial e Plana	Andrade	Scipione	I10
Matemática nos dias de hoje	Medidas e Geometria	Cevada <i>et al.</i>	Editora Sei	J11
	Geometria e Álgebra			J12

Quadro 1 – Coleções aprovadas no PNLD 2021

Fonte: elaborado pelos autores (2025)

Para a produção dos dados, criamos outra tabulação para organizar e sintetizar questões analíticas que julgamos essenciais, e realizamos um levantamento do conceito de Área presente em cada LD. Periodicamente fizemos (re)estruturações nessa tabela, destacando os pontos relevantes da composição dos dados. O registro foi feito com o uso de uma planilha do *Google Drive*, de modo que todos os autores pudessem acompanhar o preenchimento coletivo e identificar pontos de convergência (e, quando necessário, ajustar as divergências).

A terceira etapa é o *tratamento de dados*. Como o nome sugere, os dados organizados na fase anterior passam a ser tratados de acordo com o referencial teórico definido. Neste horizonte, os dados são interpretados à luz da teoria e busca-se responder à questão de pesquisa. Nesse momento, definimos o encaminhamento da análise considerando, em especial, as discussões periódicas entre os autores, e aspectos teóricos de Douady e Perrin-Glorian (1989)

³ Como nosso interesse estava voltado à unidade temática Geometria, não consideramos *Geometria Analítica*.

e outros.

Assim, este estudo, ancorado no Sistema Teorema, busca contribuir para a compreensão da abordagem da Geometria nos LD, com foco particular no conceito de Área. As concepções teóricas que assumimos para a leitura analítica dos dados são apresentadas em diálogo com os dados produzidos, uma vez que o processo de análise ocorreu concomitantemente à discussão teórica do tema.

4 Organização do conteúdo de Área nas coleções

Nesta seção, focamos nas diferentes abordagens dos conteúdos envolvendo Área. O primeiro aspecto observado foi a organização do tema. Em todas as coleções, o enfoque reside no tratamento das fórmulas de áreas de figuras planas específicas, ainda que apareçam aspectos do conceito geral de Área. Os conteúdos podem ser classificados nos seguintes itens: conceito de Área; área de figuras planas (quadriláteros⁴; triângulos; polígonos regulares; figuras circulares e figuras irregulares); e razão entre áreas.

A Figura 1 ilustra a ordem majoritária dos conteúdos trabalhados nas coleções, descrita da esquerda para a direita. As setas em laranja indicam que há coleções em que um conteúdo pode aparecer em ordem invertida da maioria. Por exemplo, a abordagem da generalização da fórmula da área do triângulo é trabalhada após a da área do paralelogramo na maioria das coleções, porém, há coleções em que é apresentada após a de todas dos quadriláteros.

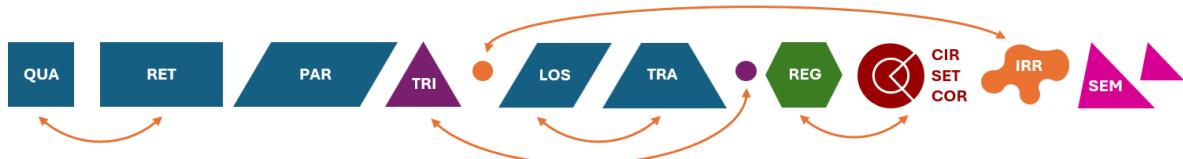


Figura 1 – Ordem do tratamento das figuras presentes nas coleções

Fonte: Elaborada pelos autores (2024)

Nem todos os conteúdos são trabalhados em todas as coleções. Por exemplo, o livro F6 aborda apenas o quadrado e o retângulo dentre os quadriláteros. Inferimos que, neste caso, decorre de o livro focar na trigonometria, logo, os assuntos geométricos trabalhados são aqueles utilitários a esse bloco de conteúdos.

O conceito geral de Área aparece inicialmente com predominância no contexto de desmatamento e área de preservação (ex.: B2, p. 114-115; F6, p. 38; G7, p. 38-39)⁵. Esses

⁴ Nesta classificação se enquadram os quadrados, retângulos (não equiláteros), paralelogramos (não equiláteros e não retângulos), trapézios e losangos (não retângulos).

⁵ As obras analisadas serão citadas pelos códigos do Quadro 1.

contextos servem mais para introduzir o tema e associar com a realidade do que para tratar o conceito de Área. Inferimos que a predominância deles se deve à referência aos exemplos indicados na habilidade EM13MAT307 da BNCC, que propõe “Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área [...] para aplicá-las em situações reais, como *o remanejamento e a distribuição de plantações [...]*” (Brasil, 2018a, p. 536, grifo nosso).

De nossas análises identificamos que em alguns livros o conceito de Área não é explicitado (ex.: G7), o que pode indicar uma suposição de que ele já foi discutido no Ensino Fundamental e, portanto, não precisa ser definido novamente no Ensino Médio. Há outros livros (ex.: A1; B2; E5) que, por sua vez, se preocupam em explicitar uma conceituação e/ou concepções adotadas.

Com relação à conceituação, a maioria dos livros define Área como o resultado numérico da comparação da região a uma unidade de medida. Há outras perspectivas, como no livro E5 (p. 24), por exemplo, que define Área como um número real positivo: “A porção do plano ocupada por uma superfície poligonal corresponde a um único número A real positivo chamado de área, obtido pela comparação da porção ocupada pela superfície poligonal com a porção ocupada por uma unidade de medida de área”. Além dessa, ainda encontramos área como uma soma de outras áreas, especificamente de quadrados unitários (ex.: B2, p. 116); os quadrados unitários como unidade de medida, utilizando-se da notação u^2 (ex.: E5, p. 24); e a indicação do uso de fórmulas ou métodos de aproximação para se determinar a área (ex.: I10, p. 31).

Quanto às fórmulas das áreas de figuras específicas ou à semelhança entre elas, ora aparecem diretamente associadas a uma imagem sugerindo uma dedução (ex.: H8), ora a dedução é explicitada textual e/ou algebricamente (ex.: A1). Há variação de fórmulas para uma mesma figura, como há variação de deduções entre as coleções.

No que tange às variações para cada figura, observamos que na maioria dos livros os autores partem da área do quadrado. Para os quadrados ocorrem dois tipos de fórmulas: a predominante, que é em função do lado ($A = l^2$), e a que é em função da diagonal ($A = d^2/2$). Esta aparece em poucos livros (ex.: I10) e é explicado como se chegou à fórmula. Em alguns livros a área do quadrado tem por referência a área do retângulo, $A_{retângulo} = a \cdot b \Rightarrow A_{quadrado} = a \cdot a = a^2$ (ex.: E5, p. 25); em outros, é descrito que a área da figura é dada pelo quadrado do comprimento do lado (ex.: B2, p. 116); e ainda aparece apenas a apresentação da fórmula (ex.: J11, p. 54). Há também casos em que a área do quadrado é dada pela soma de quadrados unitários, sendo posteriormente indicada a fórmula em função do lado (ex.: I10).

A fórmula da área do retângulo é a mesma em todos os livros, o que difere são as deduções para se chegar a ela. Evidenciamos três maneiras: o produto da base pela altura (por vezes apenas apresentando a fórmula) (ex.: C3, p. 26); multiplicação de quadrados unitários; e, partindo de um quadrado de lado $a + b$, onde a e b são lados de um retângulo, é realizado um tratamento algébrico para se chegar à fórmula (Figura 2).

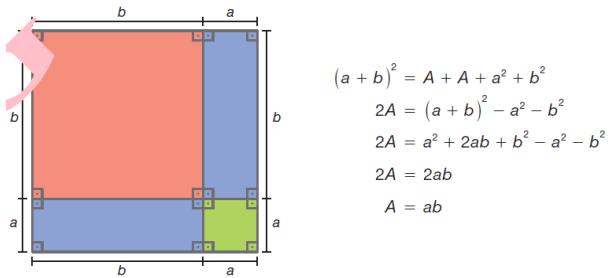


Figura 2 – Dedução da fórmula do retângulo com base em um quadrado de lado $a + b$
 Fonte: B2, p. 117

A área do paralelogramo aparece majoritariamente como o produto do comprimento de um dos lados pela altura relativa a esse lado, diferenciando-se as deduções. Há a decomposição do paralelogramo e composição em um retângulo (ex.: G7, p. 13), e há a que toma o paralelogramo acrescentando dois triângulos, compondo um retângulo (ex.: D4, p. 13-14). Esses triângulos compõem um retângulo menor, e são usadas manipulações algébricas, considerando a equivalência de expressões correspondentes à área (Figura 3). Há um outro raciocínio de dedução da fórmula, em função dos lados e um dos ângulos (ex.: E5, p. 26), em que se encontra o valor da altura por meio de trigonometria e se aplica a fórmula da área já conhecida.

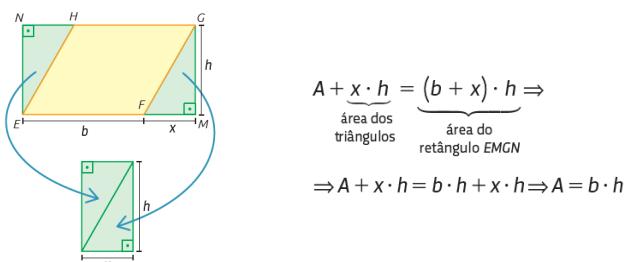


Figura 3 – Dedução da fórmula da área do paralelogramo a partir da composição em retângulo
 Fonte: D4, p. 14

O triângulo é a figura que contém maior variedade de fórmulas. Na mais conhecida aparecem dois tipos de deduções: compondo um paralelogramo a partir de dois triângulos congruentes (ex.: H8, p. 27); ou compondo um retângulo com triângulos e comparando essas áreas com partes do triângulo original (ex.: E5, p. 26). Em ambas as deduções, divide-se a área da figura comparada por dois, devido às congruências das partes excedentes com o triângulo de origem, chegando-se à fórmula conhecida ($b \cdot h / 2$).

As outras fórmulas que aparecem utilizam a lei dos senos e cossenos (ex.: H8, p. 28; J12, p. 107) ou a fórmula de Heron em função do semiperímetro (ex.: G7, p. 14). Para ambas ocorrem casos em que só é apresentada uma figura indicando elementos (ângulos, lados e/ou alturas) e a fórmula sem a dedução. A apresentação de fórmulas distintas para uma mesma figura vai ao encontro do que a BNCC (Brasil, 2018a) indica sobre a variedade de cálculo de área.

Para o trapézio, há uma única fórmula com duas deduções distintas. Ou toma-se o mesmo raciocínio do triângulo em compor um paralelogramo pela duplicação da figura e dividindo por dois (ex.: C4, p. 28); ou decompõe-se em dois triângulos e juntam-se as partes (ex.: A1, p. 18-19). Do mesmo modo, o losango também aparece com uma fórmula e duas deduções: decompondo em triângulos e compondo em um retângulo (ex.: H9, p. 35), ou decompondo em triângulos e juntando suas áreas (ex.: D4, p. 15).

Os polígonos regulares são tratados da mesma maneira em todos os LD, pela divisão da figura em triângulos e junção dessas áreas (ex.: C3, p. 37). As deduções envolvem a área do triângulo pela lei dos senos e cossenos em função do ângulo central e lado, ou simplesmente é apresentada a fórmula com a figura (ex.: B2, p. 133). Também são exploradas figuras regulares específicas, como triângulo, quadrado, pentágono e hexágono pelo apótema (ex.: G7, p. 26), e, especificamente para o triângulo, aparece ainda em função do lado (ex.: G7, p. 14).

O círculo aparece com a fórmula em função do raio ($A = \pi \cdot r^2$) e com dois tipos de deduções: por decomposição em setores e recomposição em um paralelogramo (ex.: A1, p. 25); e por degeneração de polígonos regulares em um círculo (ex.: D4, p. 24). O setor e a coroa circular tomam por referência o círculo, sendo ambos deduzidos da mesma maneira em todas as obras: o primeiro pela razão entre a parte e o todo do círculo, e a segunda pela subtração de área dos dois círculos (ex.: G7, p. 20). Há um caso pontual em que aparece a fórmula do semicírculo aplicada ao teorema de Pitágoras, para provar que sua área (com diâmetro sendo hipotenusa) é igual à soma das áreas dos semicírculos dos catetos (H8, p. 18).

Por fim, nas figuras irregulares ocorre a dedução pela divisão da figura em triângulos, e soma das áreas pela lei dos senos e cossenos (ex.: E5, p. 27), ou pela aproximação por soma de quadrados unitários, e cálculo por falta e excesso (ex.: F6, p. 40). E, para a exploração da razão entre áreas, aparece apenas a comparação entre quadrados ou entre triângulos. No primeiro caso, há uma comparação dos quadrados unitários para se chegar à relação (ex.: A1, p. 30). Já no segundo, lança-se mão da proporção algébrica entre os elementos correspondentes (ex.: H8, p. 28).

No âmbito da variação de deduções entre os LD, sintetizamos os tipos encontrados:

- Decomposição da figura e reorganização em outra cuja fórmula é conhecida.

Neste tipo, a figura de comparação na maioria das vezes é um retângulo ou paralelogramo. Por exemplo, a área do paralelogramo ou do círculo, conforme a Figura 4.

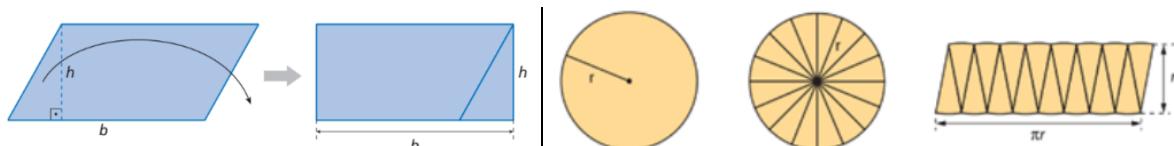


Figura 4 – Exemplos de decomposição e reorganização da figura

Fonte: À esquerda E5, p. 26, e à direita G7, p. 19

- Decomposição da figura em triângulos e soma das áreas dos triângulos.

Frequentemente presente no trapézio e nos polígonos regulares, como na Figura 5.

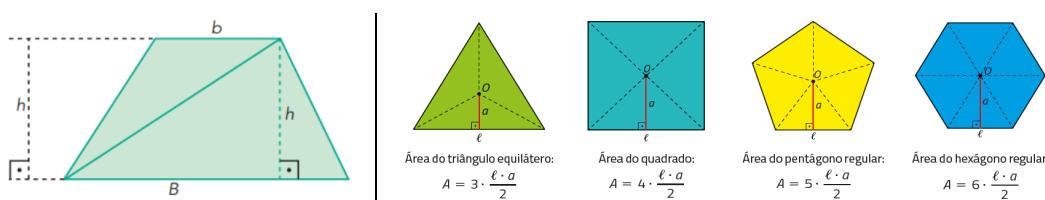


Figura 5 – Exemplos de decomposição em triângulos

Fonte: À esquerda A1, p. 18-19, e à direita C3, p. 37

- Composição da figura em outra conhecida e divisão em 2 ou subtração.

Ocorre com triângulo e paralelogramo (Figura 6).

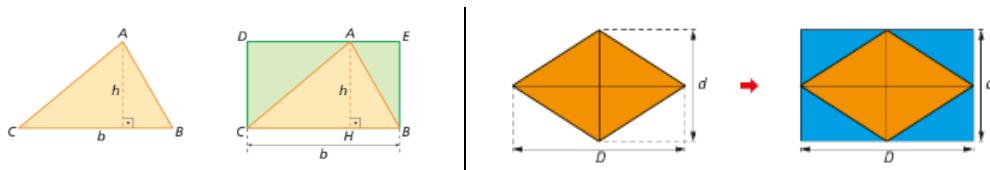


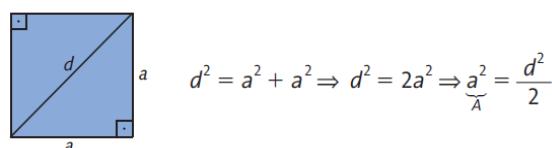
Figura 6 – Exemplos de composição

Fonte: À esquerda E5, p. 26, e à direita C3, p. 27

- Determinar elementos para aplicar em área conhecida.

Por exemplo, o quadrado determinado em função da diagonal (Figura 7).

A área de um quadrado também pode ser calculada utilizando o comprimento de sua diagonal. Nesse caso, utilizando o teorema de Pitágoras, temos:



Portanto, a área de um quadrado de diagonal d é dada por $A = \frac{d^2}{2}$.

Figura 7 – Exemplos de aplicação em área conhecida

Fonte: I12, p. 58

A Figura 8, a seguir, ilustra a quais figuras as deduções remetem, sendo indicadas pelas setas em laranja. Por exemplo, há deduções da fórmula da área do paralelogramo que se utilizam tanto do retângulo como do triângulo por referência. Podemos inferir que o triângulo e o

retângulo são as figuras geométricas mais empregadas nos raciocínios apresentados para se chegar às fórmulas, seja em função dos lados e ângulos, ou de distâncias específicas, como altura relativa, apótema e raio. Tal evidência indica a necessidade de um trabalho não só com o estudo do conceito de Área em si, mas de proporcionar aos estudantes um aprofundamento sobre as relações entre distâncias e ângulos com as figuras geométricas. Desse modo, com a explicitação de que há outras relações de distâncias que envolvem não só os lados, vislumbramos uma possível ampliação de repertório do estudante, permitindo desassociar o cálculo da área a unicamente as medidas dos lados, as quais são as medidas necessárias para o cálculo do perímetro. O que nos leva a inferir que tal associação pode levar estudantes a confundir os cálculos de área com o perímetro.

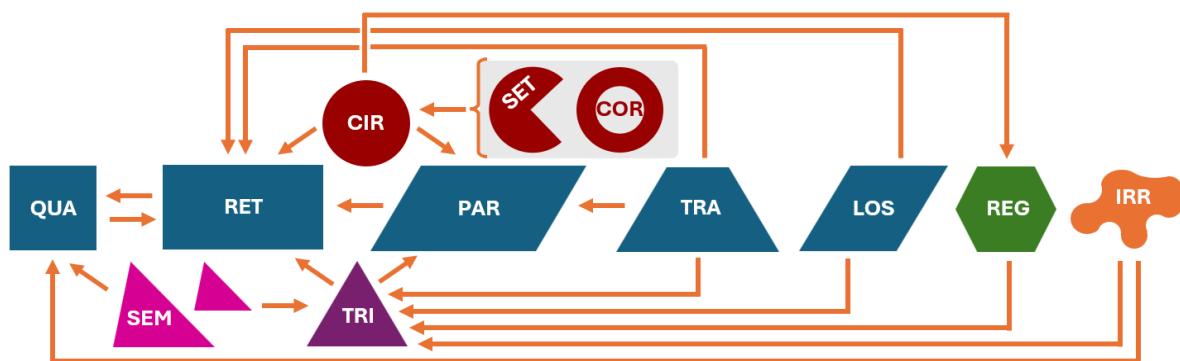


Figura 8 – Indicação de figuras de referência para as deduções
 Fonte: Elaborada pelos autores (2024)

Depois de identificarmos as diferentes maneiras em que foram apresentados os cálculos das medidas de área, seguimos analisando como os LD abordam o conceito de Área de figuras planas, incorporando as concepções teóricas que assumimos para a leitura analítica dos dados.

5 Explorando quadros: o conceito de Área em LD

As noções de superfície, grandeza e número estruturam e conceituam a ideia de Área de figuras planas. Todavia, raramente esses três termos se mantêm ao longo do trabalho com esse conceito. Ferreira (2018) destaca que a utilização de alguns termos como sinônimos pode limitar a compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos, dificultando a distinção entre os objetos e seus atributos, como é o caso de assumir superfície (que é um objeto geométrico) como área (que se refere ao atributo relacionado a esse objeto geométrico). A autora ainda destaca que a forma como lidamos com esses termos “pode reforçar a confusão gerada pela pluralidade de significados em jogo para um mesmo termo” (Ferreira, 2018, p. 37). Neste texto estamos considerando uma definição intuitiva de superfície: que é o de uma figura ou região

bidimensional e que pode ter formatos variados, pois, de acordo com Malaguetta (2010), uma definição formal de superfície requer conceitos de topologia e cálculo avançado.

Assim, ao definirmos a Área de figuras planas como a medida associada à superfície, estamos sujeitos a limitar esse conceito a apenas uma dimensão numérica, deixando de lado as outras dimensões conceituais envolvidas ao abordá-lo (Douady, 1988), o que pode dificultar a compreensão da complexidade dos conceitos relacionados ao ensino de Área. Bellemain e Lima (2002) destacam, ainda, que o conceito de Área tem sido ensinado com foco na identificação da Área como uma medida e, muitas vezes, na associação desta medida com a ‘fórmula de área’. Desse modo, o conceito de grandeza e as várias etapas do processo de medição de grandezas ficam obscurecidos. Na perspectiva de Facco e Almouloud (2004, p. 5), “área pode ser definida como uma classe de equivalência a partir de uma função medida, ao se reconhecer que se tem a mesma área a partir do recorte-colagem ou da medida de área”.

Pesquisas brasileiras como as de Baltar (1996), Bellemain e Lima (2002) e Santos e Bellemain (2007), entre outras, fundamentadas em pesquisas de Douady e Perrin-Glorian (1989), defendem a abordagem de Área a partir de três quadros⁶: geométrico, grandeza e numérico (Figura 9).



Figura 9 – Articulação entre os quadros

Fonte: Adaptada de Moura (2019)

O *quadro geométrico* foi constituído do olhar para as superfícies como parte do plano, considerando as figuras geométricas e suas particularidades. Nesta direção, Santos e Bellemain (2007), Teles (2007) e Teles e Sá (2010) sublinham que é necessário explorar geometricamente essas figuras em situações não prototípicas ou não padronizadas, o que ainda é frequente em grande parte dos LD de Matemática. No *painel* das obras analisadas para esta pesquisa, as figuras aparecem de modo expressivo em posição prototípica. No *quadro grandeza*, a Área pode ser considerada como uma classe de equivalência de superfícies⁷ (dando sentido à expressão *ter a mesma área*) – nesse caso a Área é tomada como um atributo que pode ser

⁶ Na perspectiva de Douady (1992, p. 135), “Um quadro é constituído de objetos de um campo da matemática, de relações entre esses objetos, de suas formulações eventualmente diferentes e das imagens mentais associadas a esses objetos e a essas relações”. Ainda para essa autora, uma mudança de quadro é uma passagem de um quadro para outro a fim de obter formulações diferentes de um problema.

⁷ De acordo com Ferreira (2018, p. 39), essa classe, “que permite considerar área enquanto uma grandeza, é definida pela escolha de uma unidade de medida de área de modo que duas superfícies de mesma medida possuem a mesma área”.

comparado e quantificado. Por fim, o *quadro numérico* relaciona-se com as medidas das áreas das superfícies que pertencem aos números reais não negativos.

A proposta da noção de quadros é dinâmica. Ao realizar mudanças entre os quadros, o aluno tem a possibilidade de buscar formas diferentes de resolução de uma dada situação, colocando em evidência a existência de uma articulação intensa e necessária entre os processos presentes nos diferentes quadros. Provocar mudanças de quadros no processo de resolução de problemas matemáticos favorece a construção, pelos alunos, de uma matemática menos fragmentada, mais articulada e dinâmica (Ferreira, 2018, p. 40).

Desse modo, a mudança entre os quadros possibilita ao aluno buscar diferentes formas de resolução de uma situação, colocando em jogo suas concepções a respeito da construção do conceito de Área. A classe de equivalência possibilita a passagem do quadro geométrico para o quadro das grandezas, passando pela relação entre superfícies com a mesma área, permitindo efetuar comparações entre elas (igual, maior ou menor). Por exemplo, “Se as áreas são iguais, as figuras A e B pertencem a uma mesma classe de equivalência” (Ferreira, 2018, p. 41). Essas situações levam o estudante a estabelecer uma relação de ordem entre as áreas estudadas.

A mudança do quadro geométrico para o numérico é feita pela função que relaciona uma superfície plana com vários números reais não negativos, dependendo da unidade de área que escolhemos. Já a transição do quadro grandeza para o numérico é expressa pela unidade de medida, seja ela padronizada ou não. A medida da área de uma superfície depende da unidade de medida de área que usamos. Quanto menor a unidade, maior o número que representa a medida da área. Mas a área da superfície não muda, só o número que a designa, ou seja, a depender da unidade de medida, teremos pares diferentes, embora a área seja invariante. Em síntese, ao se escolher uma unidade de medida, “pode-se buscar resposta à questão ‘quantas vezes essa unidade cabe na superfície?’ [...]. O número é a medida naquela unidade e o par (número, unidade de medida) é uma maneira de expressar a área” (Ferreira; Bellemain, 2016, p. 3). Essa ideia pode ser observada na estratégia de formulação da área do quadrado e do retângulo que se utiliza do produto de quadrados unitários (ex.: B2, p. 116; E6, p. 25), no entanto, não há nas obras pesquisadas reflexão sobre como a mudança da unidade de medida interfere no valor da área ou na invariância da área da figura.

A noção de medida abarca um conjunto de capacidades que possibilitam ao estudante usá-la de modo simples e adequado. Desenvolver esta noção envolve um processo intrincado que parte da percepção e comparação de qualidades mensuráveis, e se finaliza com a utilização de técnicas e instrumentos de medição e estratégias de estimativa em experiências que são (ou deveriam ser) contextualizadas e significativas para o aluno (Moreno-Carretero; Gil-Cuadra; Montoro-Medina, 2015).

Reconhecemos que, como alerta Caraça (1963), é preciso destacar que, para realizar uma medição, é imprescindível definir um padrão único de comparação para todas as grandezas de mesma natureza, o qual se denomina unidade de medida. E é imperativo que o aluno possa vivenciar situações em que se pergunte: quantas vezes certa unidade de medida cabe na grandeza que se mede? Ao fazer isso, atribui um valor numérico ao resultado, e variando a unidade de medida pode compreender que este número também muda, mesmo que a grandeza se mantenha.

Os quadros geométrico, grandeza e numérico são inter-relacionados entre si e a complexidade no ensino do conceito de Área é diferenciá-los e articulá-los concomitantemente (Douady; Perrin-Glorian, 1989). Do ponto de vista da aprendizagem dos estudantes, de acordo com Douady e Perrin-Glorian (1989), a construção da classe de equivalência *ter a mesma área* deve preceder o uso da medida, tendo como base fundamental a noção de equidecomposição: duas superfícies equidecompostas têm mesma área se elas podem ser decompostas em um número finito de partes, duas a duas congruentes.

Bellemain e Lima (2002, p. 41) ilustram o processo de equidecomposição “pelo procedimento comum de corte e colagem [com papel], no qual podemos recortar um deles em partes que coladas umas às outras – sem sobreposição nem criação de lacunas – formam o outro modelo”. Desse modo, o aluno tende a compreender que as figuras planas podem ser compostas e decompostas por outras figuras (triângulos, retângulos etc.) e, sem o uso de medidas, é possível transformar uma região poligonal plana em um quadrado de mesma área.

Nas obras analisadas, evidenciamos o processo de equidecomposição nas deduções das fórmulas de área por decomposição e composição da forma. Identificamos, dentre as coleções, abordagens que podem convidar o aluno a refletir sobre a equidecomposição, como a utilização das peças do Tangram, em que as figuras formadas possuem a mesma área do quadrado advindo pela união das sete peças do quebra-cabeça (B2, p. 122). Desse modo, ao explorar a construção de novas figuras a partir da decomposição e rearranjo de uma figura inicial, é possível contribuir para que os estudantes percebam a área como propriedade invariante. Segundo Bellemain (2000), esse processo é fundamental na construção do conceito de Área como grandeza, pois não há a intervenção do quadro numérico para comparar as áreas, além de permitir compreender que figuras diferentes podem ter mesma área.

Apesar de essas situações aparecerem simplicidade, o Teorema de Wallace-Bolyai-Gerwein nos garante que dois polígonos têm a mesma área se podemos dividir um deles em partes e reconfigurar essas partes para formar o outro: “duas regiões poligonais são equidecomponíveis se, e somente se, elas têm a mesma medida de área. Duas figuras são

equidecomponíveis quando uma delas pode ser dividida em um número finito de partes e pode-se reorganizar essas partes formando a outra figura” (A1, p. 41). Com esse teorema, podemos calcular a área de uma figura poligonal qualquer, transformando-a em uma figura equivalente, mas mais simples, cuja área já sabemos ou podemos obter facilmente (Figura 10).

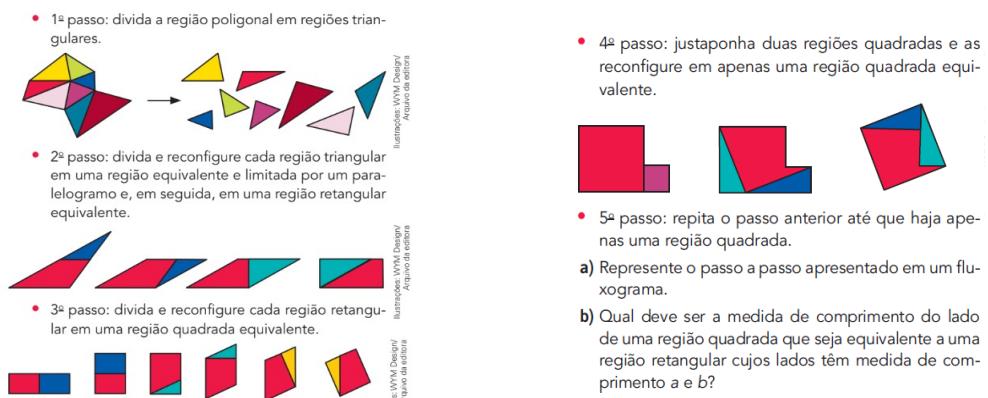


Figura 10 – Transformação de uma figura poligonal em uma região quadrada equivalente

Fonte: A1, p. 41

Bellemain e Lima (2002) destacam que, ao enfocar a relação entre Área e Comprimento, é preciso ampliar o conjunto de quadros grandeza, geométrico e numérico (Figura 9), pois, quando se analisa a relação entre essas duas grandezas geométricas, é necessário considerar o Comprimento como um dos elementos básicos da Área, o que implica no acréscimo do *quadro algébrico/funcional*, ou seja, as dimensões da Área serão dadas em função de comprimentos relativos às figuras geométricas. Desse modo, o quadro algébrico/funcional abarca noções como igualdade, variável, incógnita e regras de manipulação de símbolos algébricos. Os autores apresentam um esquema composto por quatro quadros (Figura 11), proposto para organizar os problemas relacionados à Área.

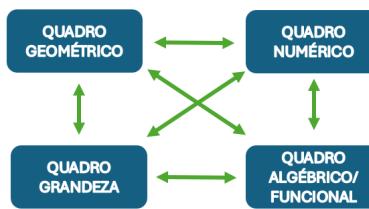


Figura 11 – Ampliação dos quadros.
 Fonte: Adaptada de Bellemain e Lima (2002)

Alguns autores, como Gomes (2000) e Oliveira *et al.* (2018) têm apontado que, mesmo no âmbito do Ensino Fundamental, o ensino de Área de figuras planas mantém o foco na aplicação de fórmulas,

[...] em detrimento da compreensão do que significa medir, dos procedimentos e do conhecimento de instrumentos de medida. [...] [Essa] concepção cria obstáculos para o desenvolvimento do aluno; dificuldades na sua compreensão das medidas, na leitura de instrumentos e interpretação das escalas, na aplicação do pensamento multiplicativo durante a estimação da área de um retângulo e confusão entre os conceitos de área e de perímetro (Oliveira *et al.*, 2018, p. 32).

Do mesmo modo, nas obras do Ensino Médio analisadas, o foco na aplicação de fórmulas se mantém mesmo com a nova organização dos LD, ou seja, há uma reorganização das coleções em geral, porém o paradigma das fórmulas não é rompido.

Considerando a noção de medir, é possível compreender que

A área é uma forma de contabilizar o espaço ocupado por uma superfície plana. Ao escolher uma unidade, podemos associar um número a uma vasta família de superfícies planas. Se você alterar as unidades, os números mudam, mas as novas medidas serão proporcionais às antigas. Porém, ao contrário do que acontece com os segmentos, duas superfícies conectadas às quais associamos o mesmo número não são necessariamente sobreponíveis (Douady; Perrin-Glorian, 1989, p. 1, tradução nossa).

A relação entre as unidades de medida e os instrumentos de medição tem papel fundamental neste processo, pois dá “significado ao conceito de medida e mostra uma discrepância entre os conhecimentos procedimentais e os conhecimentos conceituais dos alunos, relativos a medidas de comprimento usando régua” (Oliveira *et al.*, 2018, p. 34). Usualmente o aluno consegue fazer uma medição, mas não entende o procedimento que realiza.

Nesse cenário, é possível oportunizar que o estudante realize a comparação de dois objetos, dando sentido a uma prática cotidiana desde a infância: classificar aquilo que é mais alto ou mais baixo, mais leve ou mais pesado, mais cheio ou mais vazio etc. Depois dessa experiência vem o momento de associação do número à quantidade (Clements; Stephan, 2004). Assim, no caso da Área, recorremos a uma superfície unitária, que, comumente, é delimitada por quadrados, e sua designação é feita pelo par formado por um número e pela unidade de medida.

Diante da complexidade envolvida na compreensão do conceito de Área de figuras planas, é essencial considerar a articulação entre os diferentes elementos que o compõem. Ao explorar as articulações entre superfícies, grandezas e números, emerge a necessidade de uma compreensão intercambiada em que cada quadro – geométrico, grandeza, numérico e algébrico/funcional – desvenda camadas distintas do conceito. A transição entre esses quadros não apenas revela diferentes abordagens, mas também pode ampliar a percepção dos alunos sobre a invariância da área e sua relação com outras grandezas.

6 Encaminhando nosso diálogo

Com o objetivo de compreender as distintas formas de abordagem do conceito de Área e as diferentes deduções das fórmulas apresentadas pelos autores de LD do NEM, esta investigação faz parte de uma pesquisa mais ampla, a qual busca investigar as diferentes abordagens exploradas no desenvolvimento de conceitos de Geometria em LD de Matemática

do NEM. Assim, neste texto, apresentamos resultados de um recorte em que o conceito de Área nas coleções aprovadas pelo PNLD 2021 foi colocado em foco. Para tanto, desenvolvemos uma pesquisa qualitativa, empregando o Sistema Teorema, o qual nos permitiu explorar nuances e complexidades que vão além dos aspectos quantitativos, enriquecendo nossa compreensão do tema em questão.

Relativamente ao conceito de Área, discutimos que as noções de número, superfície e grandeza são fundamentais para sua compreensão. No entanto, ressaltamos que, muitas vezes, área e superfície são tomadas como sinônimos, mas, como a primeira é um atributo da segunda, elas não têm o mesmo sentido, o que pode gerar dificuldades no entendimento conceitual. Compreendemos que o conceito de Área deve ser tratado e desenvolvido a partir dos quadros geométrico, grandeza, numérico e algébrico/funcional, os quais estão inter-relacionados e devem ser articulados simultaneamente, de modo a ressaltar a propriedade invariante da Área e sua relação com a reconfiguração de figuras planas.

Diante da análise detalhada das abordagens dos conteúdos relacionados à Área, é possível observar uma diversidade de enfoques e estratégias adotadas pelos diferentes LD na apresentação desse conceito. As obras demonstram uma preocupação em oportunizar diferentes conceitos que podem ser mobilizados no tratamento das áreas de figuras planas, e cada uma o faz à sua maneira, uma vez que os autores têm liberdade na organização dos seus conteúdos.

As abordagens na apresentação das fórmulas variam significativamente, com distintos tipos de dedução que refletem uma diversidade de perspectivas sobre o quadro algébrico/funcional. Notamos que algumas das deduções se baseiam em formas já desenvolvidas pelos autores e que são retomadas posteriormente, culminando numa inter-relação das ideias. Defendemos que apresentar diferentes tipos de dedução ainda pode contribuir para a compreensão de que há diferentes caminhos na produção de um conceito. Observamos que em cada coleção essa multiplicidade se faz presente, e que, ao analisarmos todas elas, constrói-se um amplo conjunto de deduções, que se tornam peças fundamentais no mosaico do conceito de Área, alusivo ao quadro algébrico/funcional.

Sublinhamos que a presença da figura juntamente com a fórmula algébrica amplia a compreensão da discussão sobre o conceito de Área. Essa abordagem contribui com o trabalho no quadro grandeza, em que as figuras são empregadas em diferentes decomposições e composições, possibilitando a mobilização da classe de equivalência de superfície, na qual as áreas são comparadas e quantificadas por meio de expressões algébricas. Além disso, o quadro geométrico também pode ser integrado nessa articulação entre figura e expressão algébrica, visto que as diferentes reconfigurações igualmente permitem uma compreensão sobre as

diversas posições das figuras.

Em nossas análises evidenciamos que a abordagem da Área muitas vezes se restringe à sua definição como medida numérica, deixando de lado aspectos importantes relacionados à sua natureza geométrica (formato) e à sua interpretação em diferentes contextos, o que é aderente à literatura. Convém ainda mencionar que o conceito de Área pode ser encontrado em outros LD, que não foram aqui analisados, como aqueles que tratam da Geometria Analítica, ao apresentarem, por exemplo, o cálculo do determinante para encontrar a área de figuras planas.

No que tange às figuras nos LD, como mencionado na literatura, ressaltamos a necessidade de atenção à frequente presença de figuras prototípicas no tratamento do conceito de Área. Sua ênfase muitas vezes simplifica a compreensão desse conceito, porém é essencial reconhecer que a diversidade de figuras planas vai além das prototípicas, abrangendo uma ampla variedade de formatos. Assim, pontuamos que uma perspectiva que se descontina para avançar no campo de estudo alusivo ao conceito de Área em LD de Matemática é realizar uma análise sistemática nessas novas coleções, para identificar se resultados anteriores já divulgados na Educação Matemática se mantêm ou não.

Ainda vislumbrando pesquisas futuras, a discussão relativa aos contextos nos quais as abordagens dos conceitos de Área estão inseridas se faz pertinente. Em nossa análise, identificamos que, por vezes, os autores realizam a associação de situações do cotidiano, como o desmatamento e a preservação ambiental, com a Área. No entanto, compreender de que modos os autores realizam essas relações, seja no *painel* e/ou nas tarefas, é uma frente de análise importante a ser perquirida.

Agradecimentos

Agradecemos ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pelo financiamento desta pesquisa (Chamada Universal 18/2021, Processo N.421833/2021-1).

Contribuições de autoria

Todos os autores contribuíram, substancialmente, na concepção e no planejamento do estudo; na obtenção, análise e interpretação dos dados; na redação e revisão crítica; e aprovaram a versão final a ser publicada.

Referências

- AMARAL, R. B.; MAZZI, L. C.; ANDRADE, L. V.; PEROVANO, A. P. **Livro Didático de Matemática**: Compreensões e reflexões no âmbito da Educação Matemática. Campinas: Mercado de Letras, 2022.
- ARCEGO, P.; KIEFER, J. G.; MARIANI, R. C. P. Área do círculo em livros didáticos do Ensino Fundamental: um olhar a partir das apreensões figurais. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 14, n. 34, p. 1-22, 2021.
- BALTAR, P. M. **Enseignement-apprentissage de la notion d'aire de surface plane**: une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège. 1996. 241 f. Tese (Doutorado em Didática da Matemática) – Universidade Joseph Fourier, Grenoble, 1996.
- BELLEMAIN, P. M. B. Elaboração e experimentação de uma engenharia de formação continuada de professores de matemática relativa ao ensino/aprendizagem do conceito de área. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2000, Serra Negra. **Anais...** Serra Negra: SBEM, 2000. p. 304-310. Disponível em: <https://www.sbembrasil.org.br/files/sipemI.pdf>. Acesso em: 09 fev. 2024
- BELLEMAIN, P. M. B.; LIMA, P. F. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no Ensino Fundamental**. Natal: SBHMAT, 2002.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Ministério da Educação, 2018a. Disponível em: www.gov.br/mec/pt-br/escola-em-tempo-integral/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal.pdf. Acesso em: 09 fev. 2024.
- BRASIL. Ministério da Educação. **PNLD – Programa Nacional do Livro e do Material Didático**. Brasília, 2018b. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/component/content/article?id=12391:pnld>. Acesso em: 09 fev. 2024.
- CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa: Bertrand, 1963.
- CLEMENTS, D.; STEPHAN, M. Measurement in pre-K to grade 2 mathematics. In: CLEMENTS, D.; SARAMA, J.; DIBIASE, A. M. (orgs.). **Engaging Young Children in Mathematics**: Standards for Early Childhood Mathematics Education. New Jersey: LEA, 2004. p. 299-317.
- CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa**: métodos qualitativos, quantitativos e misto. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.
- DOUADY, R. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. **Publications mathématiques et informatique de Rennes**, Rennes, [s.v.], n. 5, p. 1-50, 1988.
- DOUADY, R. Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement. **Repères – IREM**, Grenoble, [s.v.], n. 6, p. 132-158, 1992.
- DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M. J. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 20, n. 4, p. 387-424, 1989.
- FACCO, S. R.; ALMOULLOUD, S. A. Uma abordagem de ensino-aprendizagem do conceito de área. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2004, Recife. **Anais...** Recife: SBEM Regional de Pernambuco; UFP, 2004. p. 1-11. Disponível em: <https://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/07/CC00192772880.pdf>. Acesso em: 09 jan. 2025.
- FERREIRA, L. F. D. **Um estudo sobre a transição do 5º ano para o 6º ano do Ensino**

Fundamental: o caso da aprendizagem e do ensino de área e perímetro. 2018. 386 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018.

FERREIRA, L. F. D.; BELLEMAIN, P. M. B. A aprendizagem e o ensino de grandezas geométricas no 6º ano: quais as raízes dos entraves enfrentados pelos alunos? In: SIMPÓSIO LATINO DE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA, 1., 2016, Bonito. **Anais...** Campo Grande: DDMat, 2016. p. 1-15. Disponível em: <http://grupoddmat.pro.br/wp-content/uploads/2020/05/FERREIRA-BELLEMAIN.pdf>. Acesso em: 09 jan. 2025.

FERREIRA, L. F. D.; BELLEMAIN, P. M. B. Aire et de périmètre dans les manuels scolaires brésiliens à la transition entre l'école élémentaire et le collège. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 22, n. 4, p. 332-342, 2020.

GOMES, G. H. **Um estudo de áreas com alunos da 6ª série do Ensino Fundamental**. 2000. 158 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2000.

GUIMARÃES, D. R. **Educação matemática crítica permeando capítulos de geometria em livros didáticos:** entre direcionamentos, contextos e enunciados. 2022. 267 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro (SP), 2022.

IMAFUKU, D. B. S.; GALVÃO, M. E. E. L.; SILVA, A. F. G. A área da superfície de figuras planas nos livros didáticos ao longo do Ensino Fundamental. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 25, n. 1, p. 28-54, 2023.

LITOLDO, B. F. **A contextualização e os níveis de demanda cognitiva de tarefas de Geometria presentes em Livros Didáticos de Matemática sob a perspectiva do Opportunity-to-Learn**. 2021. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2021.

LITOLDO, B. F.; GUIMARÃES. Criptografia e livros didáticos do Ensino Médio: uma análise sobre as novas obras didáticas específicas do PNLD 2021. **Abakós**, Belo Horizonte, v. 11, n. 2, p. 31-51, 2023.

MALAGUETTA, P. C. **Geometria e topologia das superfícies através de recorte e colagem**. 2010. 56 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática Universitária) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro (SP), 2010.

MORENO-CARRETERO, M. F.; GIL-CUADRA, F.; MONTORO-MEDINA, A. B. Sentido de la medida. In: FLORES-MARTÍNEZ, P.; RICO-ROMERO, L. (orgs.). **Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria**. Madrid: Ediciones Pirámide, 2015. p. 147-168.

MOURA, A. P. Áreas de figuras planas no 9º ano: um olhar para a organização matemática e didática do professor. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 21, n. 5, p. 386-400, 2019.

OLIVEIRA, M. P. *et al.* Conhecimento especializado do formador de professores que ensinam matemática para atribuir sentido à medida. **Coinspiração**, Cáceres, v. 1, n. 2, p. 31-47, 2018.

STURION, M. C.; AMARAL-SCHIO, R. B. BNCC do Ensino Médio: um olhar sobre os conteúdos de área e volume nos Livros Didáticos de matemática. **Tangram – Revista de Educação Matemática**, Dourados, v. 2, n. 3, p. 88-102, 2019.

SANTOS, M. R.; BELLEMAIN, P. M. B. A área do paralelogramo no livro didático de matemática: uma análise sob a ótica do contrato didático e das variáveis didáticas. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 23, n. 13, p. 25-42, 2007.

SANTOS, M. R.; SANTOS, M. C. O conceito de área de figuras geométricas planas no livro didático de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental: um olhar sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático. **Em Teia**, Recife, v. 6, n. 2, p. 1-22, 2015.

STEIN, M. K.; KIM, G. The role of mathematics curriculum materials in large-scale urban reform: an analysis of demands and opportunities for teacher learning. In: REMILLARD, J. T.; HERBELL-EISENMANN, B. A.; GWENDOLYN M. L. (orgs.). **Mathematics teachers at work**: connecting curriculum materials and classroom instruction. New York: Routledge, 2009. p. 37-55.

TELES, R. A. **Imbricações entre campos conceituais na matemática escolar**: um estudo sobre as fórmulas de área de figuras geométricas planas. 2007. 297 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2007.

TELES, R. A. M.; SÁ, G. M. Um estudo sobre a área do retângulo em livros didáticos de matemática. **Revemat**, Florianópolis, v. 5, n. 1, p. 48-60, 2010.

Submetido em: 24 de Fevereiro de 2024.
Aprovado em: 05 de Novembro de 2024.

Editor-chefe responsável: Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempi
Editor associado responsável: Prof. Dr. Ana Paula Jahn