
METODOLOGIA PARA IDENTIFICAÇÃO DO COMPONENTE FUNDAMENTAL DA TENSÃO DA REDE BASEADA NO ALGORITMO RECURSIVO DA TDF

Marcelo S. Pádua*

Sigmar M. Deckmann*

Amauri Lopes[†]

Fernando P. Marafão[‡]

Alexandre C. Moreira*

*DSCE/FEEC/UNICAMP
Caixa Postal 6101, 13083-852
Campinas, São Paulo, Brasil.

[†]DECOM/FEEC/UNICAMP
Caixa Postal 6101, 13083-852
Campinas, São Paulo, Brasil.

[‡]ECA/UNESP
Av. Três de Março, 511, 18087-180
Sorocaba, São Paulo, Brasil.

ABSTRACT

Considering the increasing demand on digital processing techniques for power electronics and power systems application, this paper deals with the use of a Recursive Discrete Fourier Transform (RDFT) for phase angle, frequency and magnitude identification of the grid fundamental voltages, irrespective to waveform distortions, frequency or amplitude deviations. It will be discussed that if the fundamental frequency of the measured voltages exactly matches the frequency for which the DFT has been designed, an ordinary RDFT algorithm is completely able to provide the necessary information about phase, frequency and magnitude. Two ad-

ditional algorithms have been proposed to ensure the correct performance if the frequency departs from its nominal value: one for phase correction and another for identification of the fundamental component magnitude. Moreover, it is important to point out that by means of the proposed algorithms, the fundamental component can be identified in less than 2 cycles, independently of the input voltage signal. The analysis of the RDFT has been performed by means of simulation results. In order to evaluate the behavior of the RDFT in a practical system, experimental results regarding to the synchronization of a small generator and the power grid will be presented.

KEYWORDS: Discrete Fourier Transform, frequency identification, fundamental wave identification, phase detection, recursive DFT, synchronization.

Artigo submetido em 12/04/2006
1a. Revisão em 28/08/2006
2a. Revisão em 27/02/2007
Aceito sob recomendação do Editor Associado
Prof. Denis Vinicius Coury

RESUMO

Considerando a crescente utilização de técnicas de processamento digital de sinais em aplicações de sistemas eletrônicos e ou de potência, este artigo discute o uso da Transformada Discreta de Fourier Recursiva (TDFR) para identificação do ângulo de fase, da frequência e da amplitude das tensões fundamentais da rede, independente de distorções na forma de onda ou de transitórios na amplitude. Será discutido que, se a frequência fundamental das tensões medidas coincide com a frequência a qual a TDF foi projetada, um simples algoritmo TDFR é completamente capaz de fornecer as informações requeridas de fase, frequência e amplitude. Dois algoritmos adicionais são propostos para garantir seu desempenho correto quando a frequência difere do seu valor nominal: um deles para a correção do erro de fase do sinal de saída e outro para identificação da amplitude do componente fundamental. Além disto, destaca-se que através dos algoritmos propostos, independentemente do sinal de entrada, a identificação do componente fundamental pode ser realizada em, no máximo, 2 ciclos da rede. Uma análise dos resultados evidenciados pela TDFR foi desenvolvida através de simulações computacionais. Também serão apresentados resultados experimentais referentes ao sincronismo de um gerador síncrono com a rede elétrica, através dos sinais fornecidos pela TDFR.

PALAVRAS-CHAVE: Transformada Discreta de Fourier, identificação de frequência, identificação da onda fundamental, detecção de fase, TDF recursiva, sincronismo.

1 INTRODUÇÃO

A detecção da frequência, do ângulo de fase e da amplitude do componente fundamental da tensão da rede é de grande interesse para sistemas de controle, aplicações eletrônicas e sistemas elétricos de potência de uma forma geral. Nos últimos anos, diferentes algoritmos e circuitos têm sido propostos no sentido de obter tais informações, com resposta dinâmica rápida, precisão em regime permanente e robustez na presença de distorções harmônicas ou transitórios na tensão da rede (Lin et. al, 2006; Marafão et. al, 2005; Sasso et. al, 2002; Andria et. al, 1990; Nakano, 2002; Begovic et. al, 1993; Kaura et. al, 1997). Entretanto, são poucos os algoritmos que conseguem lidar com a identificação dos três parâmetros mencionados, simultaneamente (Ribeiro et. al, 2003; Cardoso et. al, 2006; Pádua et. al, 2005; Wang et. al, 2006).

Em geral, independentemente da técnica utilizada, as maiores dificuldades estão relacionadas com a definição do compromisso desejado entre rapidez de resposta e precisão (imunidade a distorções de forma de onda, assimetrias, desvios de frequência fundamental, etc.) dos algoritmos em regime permanente. Isto significa que dentre as técnicas propostas

e analisadas, é implícita a contradição entre uma resposta transitória otimizada e elevada precisão em regime permanente. Outro fator relevante é a complexidade computacional dos algoritmos envolvidos, uma vez que os mesmos podem ser necessários em sistemas de controle ou análise em tempo real. Comparações entre algumas técnicas usuais para identificação do componente fundamental de um sinal podem ser encontradas em (Marafão, 2004), onde as questões relativas à precisão, robustez e complexidade computacional são abordadas detalhadamente.

Neste contexto, pesquisas recentes vêm mostrando que uma das mais importantes e mais usadas técnicas de análise de sinais no domínio da frequência pode também ser utilizada: a Transformada Discreta de Fourier (TDF) (McGrath et. al, 2005; Srianthumrong et. al, 1998; Macías et. al, 1998; Funaki et. al, 2002). Ela consiste em uma representação no domínio da frequência de seqüências de duração finita, ou seja, de sinais amostrados no tempo (Oppenheim, 1999).

Neste trabalho, a TDF será utilizada para a identificação do ângulo de fase e da frequência da tensão medida, bem como para sintetizar uma senóide de amplitude unitária e em fase com a fundamental da mesma, independentemente de sua frequência, amplitude ou de eventuais distorções. Na seqüência, será apresentada uma proposta de algoritmo para identificação da amplitude fundamental da tensão, a qual associada à senóide unitária mencionada, representará exatamente o componente fundamental da tensão medida. Como aplicação prática, será demonstrada a utilização do algoritmo proposto para a conexão suave, em laboratório, de um gerador síncrono com a rede elétrica.

2 TDF RECURSIVA (TDFR)

Considerando que a Transformada Discreta de Fourier pode ser calculada de forma recursiva, neste trabalho será utilizado o modelo proposto por McGrath et. al (2005). Destaca-se que, aqui, o equacionamento da TDFR será detalhadamente apresentado e as influências de variações na frequência fundamental, bem como na forma de onda da tensão de entrada, serão discutidas.

A fim de garantir informação necessária para o cálculo da transformada, um sinal $v(t)$ é amostrado com uma frequência $f_s = N/T_w$, onde T_w é o tamanho de uma janela de amostragem retangular móvel e N é o número de amostras a cada intervalo T_w . Considere agora a seqüência de amostras $v[n]$, $k - N \leq n \leq k - 1$, $k \geq 1$. A transformada discreta deste conjunto de amostras, onde $v[n] = 0$, se $n \leq 0$, é dada por (Oppenheim, 1999):

$$V_m(k-1) = \sum_{n=k-N}^{k-1} v[n] \cdot \exp\left(-j \frac{2\pi(n-1)m}{N}\right) \quad (1)$$

Os componentes em frequência são identificados a cada conjunto de N amostras de $v(t)$, isto é, a cada passo de amostragem, expresso, neste caso, pelo argumento $(k-1)$. A amostra seguinte é inserida no instante k , formando um novo conjunto de amostras no intervalo $k - N + 1 \leq n \leq k$ e uma nova transformada é calculada:

$$V_m(k) = \sum_{n=k-N+1}^k v[n] \cdot \exp\left(-j \frac{2\pi(n-1)m}{N}\right) \quad (2)$$

Subtraindo (1) de (2), obtém-se:

$$\begin{aligned} V_m(k) &= V_m(k-1) + \\ & (v[k] - v[k-N]) \exp\left(-j \frac{2\pi(k-1)m}{N}\right) = \\ & = \left\{ \operatorname{Re}\{V_m(k-1)\} + \right. \\ & + (v[k] - v[k-N]) \cos\left(\frac{2\pi(k-1)m}{N}\right) \left. \right\} + \\ & + j \left\{ \operatorname{Im}\{V_m(k-1)\} - \right. \\ & \left. - (v[k] - v[k-N]) \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi(k-1)m}{N}\right) \right\} \quad (3) \end{aligned}$$

Portanto, a equação (3) é a expressão para o cálculo recursivo da TDF, com $V_m(0) = 0$. Ou seja, seu cálculo no instante k é baseado apenas no histórico da TDF e na diferença entre a k -ésima e a $(k - N)$ -ésima amostras da sequência. Desta forma, pode-se concluir que com um intervalo de N amostras (1 ciclo) é possível obter a transformada de um sinal.

3 TDFR PARA OBTENÇÃO DA ONDA FUNDAMENTAL

Para a obtenção da forma de onda do componente fundamental $v_1(t)$ da tensão amostrada $v(t)$, é necessário “filtrar” a tensão de modo a separar este componente. Isto pode ser feito de forma eficiente usando a transformada discreta na sua forma recursiva. Para isto, presume-se T_w igual ao período T_1 da fundamental, de modo que cada componente espectral da TDF situe-se em um múltiplo da frequência fundamental. Com isto, o termo correspondente a $m=1$ representará o componente fundamental. Logo, a filtragem pode

ser feita anulando-se todos os demais componentes espectrais do sinal e tomando-se a primeira amostra de sua transformada inversa a cada passo de cálculo através de (Oppenheim, 1999):

$$v_1(k-N) = \frac{2}{N} V_1(k) \exp\left(j \frac{2\pi(k-1)}{N}\right) \quad (4)$$

Como o espectro de um sinal senoidal é composto por raias simétricas com relação à frequência zero, o fator 2 é necessário em (4). A partir da identidade de Euler para as exponenciais complexas, (4) pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} v_1(k-N) &= \frac{2}{N} V_1(k) \left(\cos\left(\frac{2\pi(k-1)}{N}\right) + \right. \\ & \left. + j \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi(k-1)}{N}\right) \right) \quad (5) \end{aligned}$$

O sinal desejado $\operatorname{Re}\{v_1[k-N]\}$ é a parte real de $v_1(k-N)$, ou seja:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}\{v_1(k-N)\} &= \frac{2}{N} \left(\operatorname{Re}\{V_1(k)\} \cos\left(\frac{2\pi(k-1)}{N}\right) \right) \\ & - \frac{2}{N} \left(\operatorname{Im}\{V_1(k)\} \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi(k-1)}{N}\right) \right) \quad (6) \end{aligned}$$

O diagrama da Figura 1 representa o processo de cálculo da TDFR. Observar que cada bloco do diagrama corresponde a uma operação matemática das equações (3) e (6).

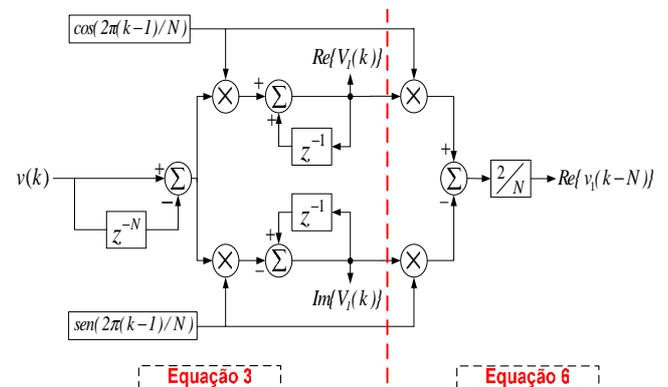


Figura 1: Diagrama de blocos para a TDFR.

Uma vez que o cálculo da TDFR de um sinal pode ser realizado em 1 ciclo, o sinal resultante da equação (6) também pode ser obtido em 1 ciclo.

4 INFLUÊNCIA DE T_1 NO ALGORITMO

Nominalmente, a frequência fundamental da tensão da rede é $1/T_1 = 60$ Hz. Logo, T_w é fixado em $1/60$ s. Quando T_1 coincide com T_w , a filtragem via TDFR fornecerá uma onda filtrada, com amplitude, fase e frequência corretas. No entanto, nem sempre a frequência da tensão encontra-se neste valor. Conseqüentemente, se f_s for mantida constante e T_1 não coincidir com T_w , as N amostras obtidas não representarão exatamente um ciclo do sinal medido e se verifica que a onda filtrada fornecida pela TDFR estará com frequência correta, porém defasada e com a amplitude alterada com relação à tensão de entrada. Isto ocorre porque a TDFR comporta-se como um filtro sintonizado na frequência $1/T_w$ (passa-faixa) e, como tal, possui uma banda passante de forma a permitir que sinais de frequências próximas a da sintonia sejam identificados, mas com amplitude e fase incorretas. Neste caso, a identificação do sinal filtrado deve levar 2 ciclos.

Seja a tensão medida $v(t)$ da forma:

$$v(t) = \cos\left(\frac{2\pi}{T_1}t + \theta_v\right) = \frac{1}{2} \exp\left(j\left(\frac{2\pi}{T_1}t + \theta_v\right)\right) + \frac{1}{2} \exp\left(-j\left(\frac{2\pi}{T_1}t + \theta_v\right)\right). \quad (7)$$

onde θ_v é o ângulo de fase.

Deseja-se calcular o sinal que será fornecido por (6) quando o intervalo T_w não for igual ao período T_1 de $v(t)$. Esta análise pode ser feita usando a transformada contínua de Fourier, uma vez que a TDF é composta por amostras da mesma.

Para aplicar este procedimento, um trecho de $v(t)$ correspondente a um conjunto de N amostras deve ser separado. Isto é feito multiplicando $v(t)$ por um pulso retangular móvel $r(t)$ com largura T_w e amplitude unitária, conforme mostrado na Figura 2, onde $\kappa = k - N - 1$. A transformada de Fourier de $v(t)$ é dada por (Haykin, 1989):

$$V(\omega) = \pi \left[\exp(j\theta_v) \cdot \delta\left(\omega - \frac{2\pi}{T_1}\right) + \exp(-j\theta_v) \cdot \delta\left(\omega + \frac{2\pi}{T_1}\right) \right]. \quad (8)$$

com $\delta(t)$ sendo a função impulso (Delta de Dirac), enquanto

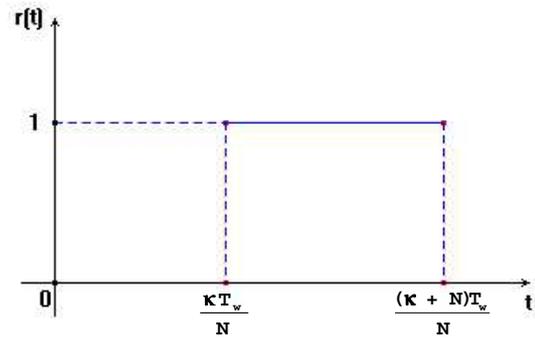


Figura 2: Pulso retangular de amplitude unitária.

que a transformada de Fourier de $r(t)$ é dada por:

$$R(\omega) = T_w Sa\left(\omega \frac{T_w}{2}\right) \exp\left[-j\omega\left(\frac{T_w}{2} + \frac{\kappa T_w}{N}\right)\right]. \quad (9)$$

em que:

$$Sa\left(\omega \frac{T_w}{2}\right) = \frac{\text{sen}\left(\omega \frac{T_w}{2}\right)}{\omega \frac{T_w}{2}}. \quad (10)$$

Seja $s(t)$ o produto de $v(t)$ pelo pulso retangular $r(t)$. Conhecendo as duas propriedades a seguir da transformada de Fourier:

- i) $R(\omega) * \delta\left(\omega - \frac{2\pi}{T_1}\right) = R\left(\omega - \frac{2\pi}{T_1}\right)$ e
- ii) $v(t) \cdot r(t) \Leftrightarrow \frac{1}{2\pi} [V(\omega) * R(\omega)]$,

a transformada de Fourier de $s(t)$, designada $S(\omega)$, é dada por:

$$S(\omega) = V(\omega) * R(\omega) = \frac{1}{2} \left\{ \exp(j\theta_v) R\left(\omega - \frac{2\pi}{T_1}\right) + \exp(-j\theta_v) R\left(\omega + \frac{2\pi}{T_1}\right) \right\}. \quad (11)$$

Substituindo (9) em (11) resulta:

$$S(\omega) = \frac{T_w}{2} \left\{ \exp(j\theta_v) \cdot Sa \left[\left(\omega - \frac{2\pi}{T_1} \right) \frac{T_w}{2} \right] \cdot \exp \left[-j \left(\omega - \frac{2\pi}{T_1} \right) \left(\frac{T_w}{2} + \frac{\kappa T_w}{N} \right) \right] + \exp(-j\theta_v) \cdot Sa \left[\left(\omega + \frac{2\pi}{T_1} \right) \frac{T_w}{2} \right] \cdot \exp \left[-j \left(\omega + \frac{2\pi}{T_1} \right) \left(\frac{T_w}{2} + \frac{\kappa T_w}{N} \right) \right] \right\}. \quad (12)$$

A transformada discreta das amostras de $s(t)$ pode ser obtida a partir de (12) calculando $S(2\pi m/T_w)$ para $0 \leq m \leq N-1$. No entanto, o espectro de um sinal amostrado obedece à seguinte propriedade (Oppenheim, 1999):

$$\text{iii) } S(\omega)|_{\omega=\frac{2\pi m}{T_w}} = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} S \left(\omega - \frac{2\pi n}{T_s} \right),$$

com $T_s = 1/f_s$, ou seja, ele consiste de réplicas do espectro original, porém escalonadas e deslocadas por múltiplos inteiros da frequência de amostragem. Como o interesse está no componente fundamental de $v(t)$, apenas o componente espectral correspondente a $m=1$ precisa ser calculado. Este é dado por:

$$S(\omega)|_{\omega=\frac{2\pi}{T_w}} = \frac{T_w}{2T_s} \left\{ \exp(j\theta_v) \cdot Sa \left[\pi \left(1 - \frac{T_w}{T_1} \right) \right] \cdot \exp \left[-j \left(\frac{2\pi}{T_w} - \frac{2\pi}{T_1} \right) \left(\frac{T_w}{2} + \frac{\kappa T_w}{N} \right) \right] + \exp(-j\theta_v) \cdot Sa \left[\pi \left(1 + \frac{T_w}{T_1} \right) \right] \cdot \exp \left[-j \left(\frac{2\pi}{T_w} + \frac{2\pi}{T_1} \right) \left(\frac{T_w}{2} + \frac{\kappa T_w}{N} \right) \right] \right\}. \quad (13)$$

De (13), constata-se que, se $T_w = T_1$, o componente espectral corresponderá a um sinal senoidal idêntico a $v(t)$, definido como em (7). Porém, se $T_w \neq T_1$, o componente senoidal correspondente deverá apresentar frequência $2\pi/T_1$, mas amplitude e ângulo de fase diferentes do sinal $v(t)$.

Para tanto, uma situação de interesse prático é aquela em que $T_w \cong T_1$. Podemos calcular a amplitude e a fase da transformada do sinal para este caso, supondo que:

$$Sa \left[\pi \left(1 - \frac{T_w}{T_1} \right) \right] \cong 1 \text{ e} \\ Sa \left[\pi \left(1 + \frac{T_w}{T_1} \right) \right] \cong 0. \quad (14)$$

Logo,

$$S(\omega)|_{\omega=\frac{2\pi}{T_w}} \cong \frac{T_w}{2T_s} \left\{ \exp(j\theta_v) \cdot \exp \left[-j \left(\frac{2\pi}{T_w} - \frac{2\pi}{T_1} \right) \left(\frac{T_w}{2} + \frac{\kappa T_w}{N} \right) \right] \right\} \\ \cong \frac{T_w}{2T_s} \left\{ \exp \left[j \left(\theta_v - \frac{2\pi\kappa}{N} + \frac{2\pi}{T_1} \frac{\kappa T_w}{N} - \pi \left(1 - \frac{T_w}{T_1} \right) \right) \right] \right\} \\ \cong \frac{N}{2} \exp[j\varphi(k)], \quad -\pi < \varphi(k) \leq \pi, \quad (15)$$

onde $\varphi(k)$ é argumento da transformada de Fourier do sinal, o qual também pode ser expresso por:

$$\varphi(k) = tg^{-1} \left(\frac{Im\{S(\omega)\}}{Re\{S(\omega)\}} \right)_{\omega=\frac{2\pi}{T_w}} \\ \cong \theta_v - \pi \left(1 - \frac{T_w}{T_1} \right) - \left(1 - \frac{T_w}{T_1} \right) \frac{2\pi\kappa}{N}. \quad (16)$$

Calculando-se a parte real da transformada inversa de (15) no instante de tempo k , tem-se como resultado um sinal análogo ao medido, da forma:

$$Re\{v_1(k-N)\} = \cos \left[\frac{2\pi}{T_1} \cdot \frac{(k-1)T_w}{N} + \theta_v + \Delta\theta \right], \quad (17)$$

onde:

$$\Delta\theta \cong \pi \left(1 - \frac{T_w}{T_1} \right). \quad (18)$$

Em (18), vê-se que quando T_1 coincide com T_w , a filtragem via TDFR fornecerá, a partir de (16), a fase correta e $\varphi(k) = \theta_v$. Quando T_1 não coincide com T_w , $\varphi(k)$ dado por (16) é variante no tempo e pode ser interpretado como sendo a defasagem instantânea entre a fundamental do sinal de entrada e uma senóide de frequência $1/T_w$, resultando na Figura 3. No entanto, (17) e (18) mostram que a fundamental sintetizada por (6), além de estar na mesma frequência, possui uma defasagem constante de com relação ao sinal original.

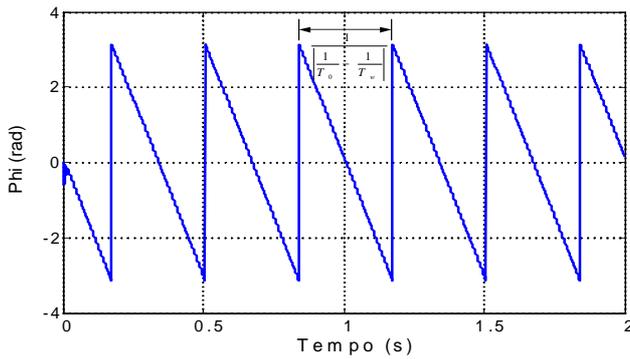


Figura 3: Argumento resultante da TDFR ($\varphi(k)$), a partir de (16), quando $T_1 > T_w$.

5 SOBRE A APROXIMAÇÃO

Para a obtenção de (15), fez-se necessário o uso de uma aproximação em (14), uma vez que T_1 não assume valores muito diferentes de T_w . Isto acarretou em substituir uma função variante no tempo ($Sa(\bullet)$) por valores constantes. A fim de verificar até que ponto essa aproximação é válida, foram obtidas, de (13) e (15), as figuras 4, 5a, 5b e 5c.

A Figura 4 mostra como a amplitude da TDF varia em função da frequência ($f_1 = 1/T_1$) e do ângulo de fase da fundamental do sinal de entrada para um $T_w = 1/60$ s fixo. A superfície plana foi obtida a partir de (15) e representa os valores aproximados, enquanto que a outra superfície foi obtida de (13), representando os valores reais. Nota-se claramente que esta não é uma boa aproximação para a amplitude da TDF.

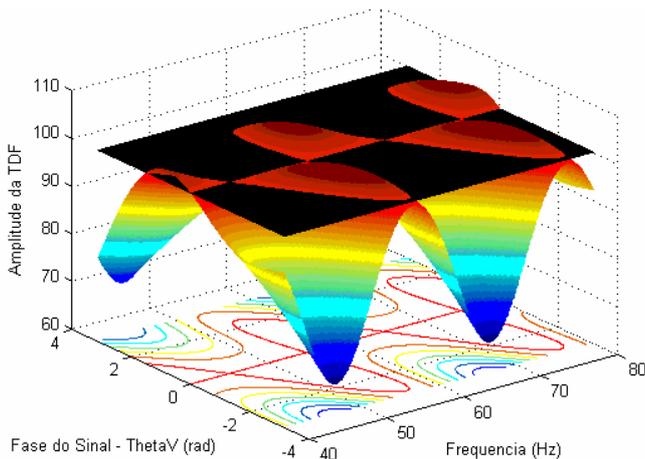


Figura 4: Amplitude da TDF correta e aproximada em função de f_1 e θ_v , para um sinal de amplitude 100 V e $f_s = 12$ kHz.

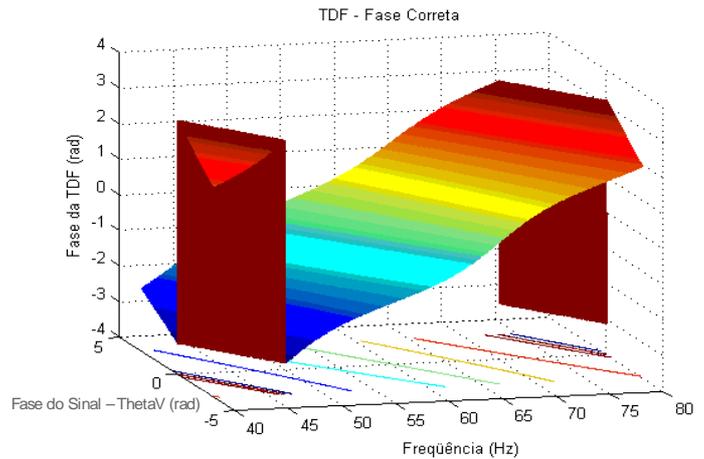


Figura 5a - Fase correta da TDF em função de f_1 e θ_v , para $f_s = 12$ kHz.

Nas figuras 5a e 5b têm-se, respectivamente, a fase real e a aproximada da TDF em função da frequência e do ângulo de fase da fundamental do sinal de entrada para um T_w fixo. Vê-se que as curvas são bastante semelhantes, o que é confirmado pela Figura 5c, onde se tem o erro entre as superfícies. Este erro é bastante pequeno e, na faixa de frequências entre 56,5 Hz e 66 Hz, é praticamente nulo. É nesta faixa, porém, que se encontram todas as possibilidades de variação em frequência da fundamental de tensão/corrente em uma rede elétrica (Sub-módulo 2.2, 2002). Portanto, para essas aplicações, a aproximação é válida para o cálculo da fase da TDF e, a partir dela, pode-se sugerir um método de correção de defasagem quando $T_1 \neq T_w$, como detalhado na seção seguinte.

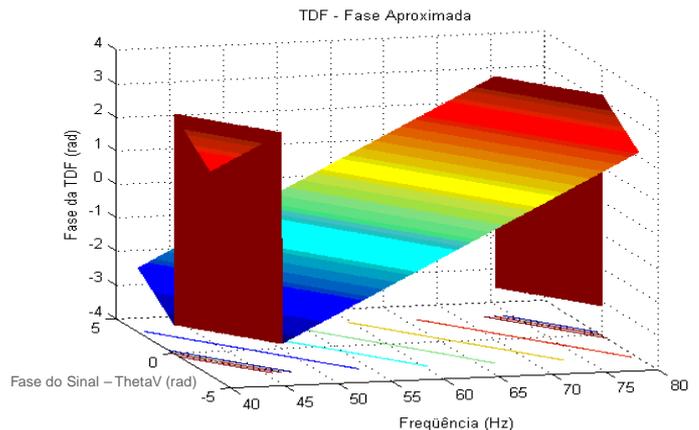


Figura 5b - Fase aproximada da TDF em função de f_1 e θ_v , para $f_s = 12$ kHz.

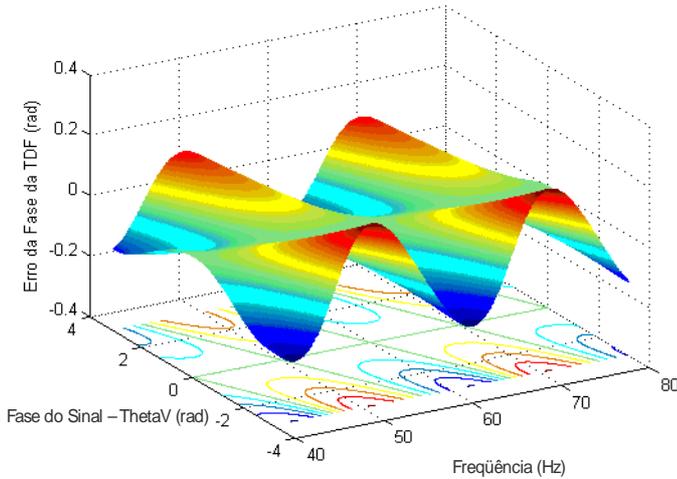


Figura 5c - Erro entre a fase correta e a aproximada da TDF em função de f_1 e θ_v , para $f_s = 12$ kHz.

6 CORREÇÃO DA DEFASAGEM

Através da equação (18), pode-se propor dois métodos para a adequação da forma de onda resultante da transformada discreta inversa (McGrath et. al, 2005): 1) Correção do tamanho da janela; 2) Estimação da defasagem resultante.

O primeiro deles implica em adequar T_w de modo que seja igual a T_1 , visando anular $\Delta\theta$. Alterar o valor de T_w significa alterar o número de amostras por período (N) ou alterar a frequência de amostragem (f_s), já que $T_w = N/f_s$. Como o número de amostras por período deve ser um número inteiro, a mudança de N só é viável quando o produto $f_s.T_w$ resultar um número inteiro, o que nem sempre acontece.

Por outro lado, alterar f_s não é viável nas simulações quando são analisados sinais pré-amostrados para serem processados pelo algoritmo. Em situações práticas, sua viabilidade se restringe a sistemas de aquisição de dados que possibilitem alterar a frequência de amostragem em tempo real, sem criar discontinuidades no vetor de amostras do sinal de entrada. Além disto, podem existir malhas de controle ou filtros digitais cujos coeficientes sejam criticamente dependentes de f_s . Nesse caso, os coeficientes deveriam ser recalculados em tempo real, o que pode demandar um tempo computacional bastante elevado. Sendo assim, o primeiro método pode não ser adequado para todos os casos.

O segundo método visa calcular o valor real da defasagem resultante e simplesmente compensá-lo no argumento da transformada inversa. Porém, isto não é feito diretamente de (18), uma vez que T_1 , a priori, é desconhecido. Uma nova relação, então, deve ser proposta.

De (16), tem-se que o argumento da transformada do sinal no início do $(J-1)$ -ésimo intervalo T_w , ou seja, quando

$k = (J - 1)N + 1$, com $J = 1, 2, 3, \dots$, é:

$$\varphi((J - 1)N + 1) \cong \theta_v - \pi \left(1 - \frac{T_w}{T_1}\right) - \left(1 - \frac{T_w}{T_1}\right) 2\pi(J - 2), \quad (19)$$

enquanto que no início do J -ésimo intervalo T_w , ou seja, quando $k = JN + 1$, é:

$$\varphi(JN + 1) \cong \theta_v - \pi \left(1 - \frac{T_w}{T_1}\right) - \left(1 - \frac{T_w}{T_1}\right) 2\pi(J - 1). \quad (20)$$

Desses argumentos, quando comparados, tem-se:

$$\varphi(JN + 1) - \varphi((J - 1)N + 1) \cong -2\pi \left(1 - \frac{T_w}{T_1}\right). \quad (21)$$

Relacionando (21) e (18):

$$\overline{\Delta\theta} = -\Delta\theta = \frac{1}{2}[\varphi(JN + 1) - \varphi((J - 1)N + 1)]. \quad (22)$$

Portanto, a correção da defasagem entre a forma de onda inicial e a fundamental resultante é dada simplesmente pela metade da diferença dos argumentos resultantes da TDFR, dados por (16), calculados no início dos dois últimos intervalos T_w . Sendo assim, a tensão sintetizada será:

$$\begin{aligned} Re\{v_1(k - N)\} = & \frac{2}{N} \left(Re\{V_1(k)\} \cos\left(\frac{2\pi(k - 1)}{N} + \overline{\Delta\theta}\right) - \right. \\ & \left. - Im\{V_1(k)\} \sin\left(\frac{2\pi(k - 1)}{N} + \overline{\Delta\theta}\right) \right). \quad (23) \end{aligned}$$

De (22), vê-se que o cálculo da defasagem entre a forma de onda inicial e a fundamental resultante não requer um alto nível de processamento. No entanto, se o algoritmo da TDFR for interpretado como sendo um filtro sintonizado na

freqüência $1/T_w$, o fato do sinal de entrada não ter a mesma freqüência significa não somente um desvio de fase da onda fundamental resultante, mas também uma alteração em sua amplitude, a qual não é corrigida pelas expressões anteriores. Em aplicações de eletrônica de potência ou de sistemas de energia, tal efeito caracterizaria um erro de amplitude da tensão, o que é certamente indesejável.

Quando se utiliza o primeiro método para adequação da forma de onda resultante da transformada discreta inversa, o fato de se alterar f_s implica uma mudança de sintonia do filtro e, conseqüentemente, o erro de amplitude não mais existiria. No entanto, como citado anteriormente, isto não é viável para todas as aplicações. Portanto, considerando as duas opções, uma nova decisão precisa ser tomada: alterar em tempo real a freqüência de amostragem (e demais parâmetros dependentes desta), como sugerido por (McGrath et. al, 2005) ou estar susceptível a erros de amplitude do componente fundamental identificado.

Uma das contribuições deste trabalho em relação a McGrath et. al (2005) é o fato de sugerir a síntese de uma senóide unitária, em fase e com a freqüência da fundamental da tensão medida. Além disto, este trabalho apresenta uma proposta de detector de amplitude, o qual utiliza o sinal unitário fornecido pela TDFR para identificar com precisão a amplitude do componente fundamental das tensões de entrada. Desta forma, considerando variações na freqüência do sinal medido, qualquer uma das opções para a correção da fase do sinal de saída da TDFR pode ser usada.

7 SÍNTESE DA FORMA DE ONDA UNITÁRIA E DETECÇÃO DA AMPLITUDE

Como discutido anteriormente, quando $T_w \neq T_1$, $\varphi(k)$ é variante no tempo e pode ser interpretado como sendo a defasagem instantânea entre a fundamental do sinal de entrada e uma senóide de freqüência $1/T_w$, resultando na Figura 3. Sendo assim, de (16), $\varphi(k)$ também pode ser escrito como:

$$\varphi(k) = \theta(k - N) - \left(\frac{2\pi(k-1)}{N} + \overline{\Delta\theta} \right), \quad (24)$$

onde $\theta(k - N)$ é o ângulo de fase instantâneo da fundamental da onda de entrada. Fica claro que, se $T_w = T_1$, $\varphi(k)$ é constante e igual à fase inicial da fundamental do sinal de entrada. Assim, isolando-se $\theta(k - N)$ em (24), pode-se sintetizar uma nova forma de onda a partir de:

$$u(k - N) = \cos(\theta(k - N)), \quad (25)$$

que será uma senóide unitária em fase com o sinal de entrada

$v(t)$ e o filtrado $Re\{v_1[k-N]\}$. Um novo diagrama de blocos pode ser proposto para sistematizar este processo (Figura 6). Trata-se do diagrama da Figura 1, acrescido dos cálculos de $\overline{\Delta\theta}$ e $\theta(k - N)$ e da síntese de $u(k - N)$, destacados pelo tracejado.

Como mencionado na seção anterior, outra contribuição deste trabalho refere-se à identificação da amplitude A da fundamental do sinal original, o que pode ser feito com o auxílio do detector de amplitude apresentado inicialmente em Pádua et. al (2005). No referido trabalho, o foco era a identificação dos componentes de seqüência positiva fundamental de um conjunto qualquer de tensões/correntes trifásicas. Entretanto, no apêndice do trabalho, os autores indicavam a possibilidade de utilização de um detector de amplitude monofásico. Tal detector era baseado no diagrama da Figura 7, substituindo-se a TDFR por um algoritmo PLL (Phase-Locked Loop).

Inicialmente, considera-se que um sinal de entrada qualquer ($v(k)$) possa ser representado por:

$$v(k) = A \cos \left(\frac{2\pi(k-1)}{N} + \theta_v \right) + \sum_{n=2}^N C_n \cos \left[n \left(\frac{2\pi(k-1)}{N} + \theta_v \right) \right], \quad (26)$$

onde A e C_n são, respectivamente, as amplitudes do componente fundamental e do n -ésimo componente harmônico.

A senóide unitária obtida através da TDFR (25) pode ser representada por:

$$u(k) = \cos \left(\frac{2\pi(k-1)}{N} + \theta_v \right). \quad (27)$$

Multiplicando-se (26) e (27), resulta:

$$v(k) \cdot u(k) = A \cos^2 \left(\frac{2\pi(k-1)}{N} + \theta_v \right) + \cos \left(\frac{2\pi(k-1)}{N} + \theta_v \right) \sum_{n=2}^N C_n \cos \left[n \left(\frac{2\pi(k-1)}{N} + \theta_v \right) \right] \quad (28)$$

Uma vez que todos os termos que representam produtos de componentes com freqüências distintas resultam média nula, o valor médio resultante da equação (28) está relacionado apenas com o primeiro termo quadrático:

$$\overline{v(k) \cdot u(k)} = \frac{A}{2} \quad (29)$$

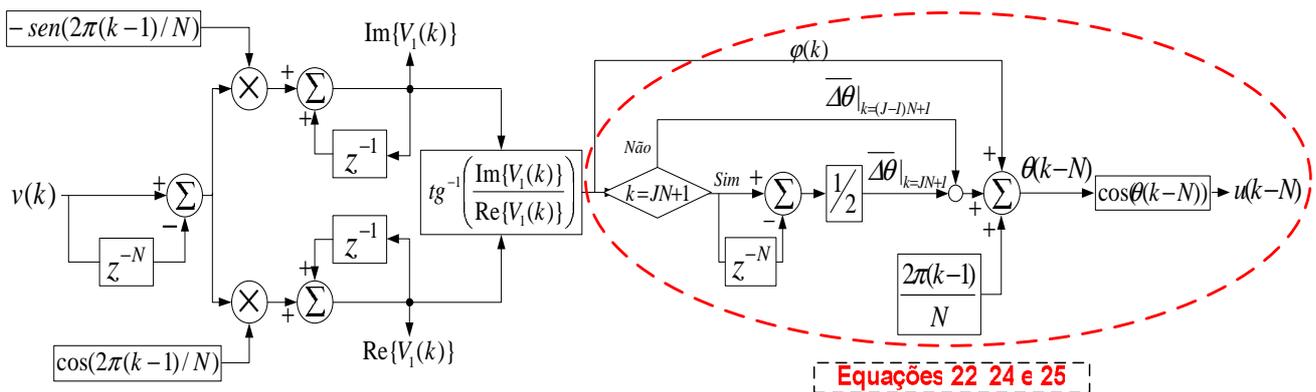


Figura 6 - Diagrama de blocos para a síntese da fundamental unitária a partir da TDFR.

Portanto, a identificação da amplitude dá-se através de uma média do produto escalar de $v(k)$ com o sinal unitário sintetizado $u(k)$, de modo que mesmo que o sinal de entrada seja distorcido, a amplitude de sua fundamental será dada por:

$$A = 2 \cdot \overline{v(k) \cdot u(k)} \quad (30)$$

Desta forma, a multiplicação de A por $u(k)$ resulta no componente fundamental do sinal de entrada, seja qual for sua forma de onda original. Vale destacar que a média do produto de $v(k)$ por $u(k)$ pode ser realizada, por exemplo, por filtros passa-baixas ou por algoritmos de média móvel (como indicado na Figura 7). No caso deste último, o mesmo deve ser adaptativo em relação a variações da frequência do sinal original (tamanho da janela variável ou sobre-amostragem com interpolação das amostras).

Portanto, o algoritmo proposto é perfeitamente capaz de fornecer as informações de fase, frequência e amplitude para aplicações como: análise de indicadores de qualidade de energia, controle, compensação de distúrbios, medição, proteção, etc.

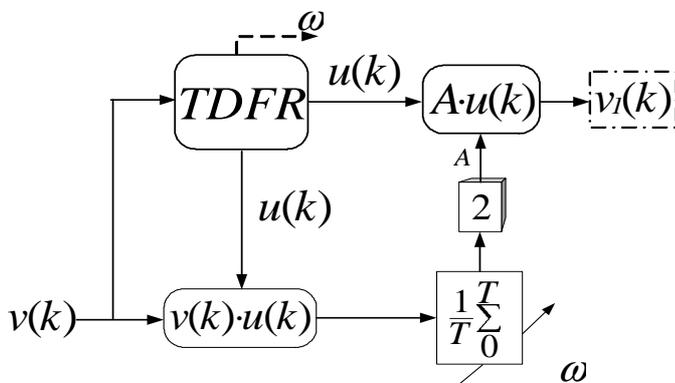


Figura 7 - TDFR e o detector de amplitude monofásico.

8 OBTENÇÃO DA FREQUÊNCIA FUNDAMENTAL

Como o sinal $u(k-N)$ é um sinal senoidal puro, pode-se calcular o valor de sua frequência através de detecção de passagem por zero. E, a fim de melhorar a exatidão desse cálculo, sugere-se uma média dos valores obtidos ao final dos últimos ciclos de $u(k-N)$. Neste trabalho, utilizou-se uma média dos últimos seis valores.

Uma outra alternativa para a estimativa do período da onda fundamental de $v(t)$ pode ser encontrada isolando-se T_1 em (21), resultando em:

$$T_1 \cong \left(\frac{2\pi T_w}{\varphi(JN+1) - \varphi((J-1)N+1) + 2\pi} \right) \quad (31)$$

O primeiro método é relativamente preciso. Porém, devido à média utilizada, transitórios rápidos na frequência fundamental do sinal de entrada (bastante incomuns) podem passar despercebidos.

O segundo método tem convergência mais rápida que o primeiro, mas quanto maior a discrepância entre f_1 e 60 Hz, maior e mais rápidas são as oscilações em torno do valor correto. Mesmo assim, tem precisão aceitável na faixa de frequências 56,5-66 Hz na qual o algoritmo será empregado.

Como via de regra as variações da frequência da rede, quando ocorrem, são mais lentas que 6 ciclos (Kundur, 1993; Elgerd, 1981; Kumar et. al, 2005), o fato da convergência do método de identificação da frequência também ser lento não representa necessariamente uma desvantagem. Além disso, é muito importante observar que a síntese de $u(k-N)$ não depende da detecção da frequência e, com isso, a dinâmica de qualquer sistema de controle ou sincronismo baseado na TDFR não seria afetada (amplitude e fase). A escolha do método torna-se importante apenas se houver a necessidade

de se monitorar instantaneamente o valor da frequência do sistema.

Desta forma, qualquer um dos métodos pode ser utilizado para a obtenção da frequência fundamental.

9 SIMULAÇÕES

A fim de verificar o comportamento do algoritmo, foram realizadas simulações para distintas condições da tensão medida, sempre com $T_w = 1/60$ s e $f_s = 12$ kHz. O valor de f_s foi uma escolha aleatória, resultando em 200 amostras por período de 60Hz.

No gráfico superior da Figura 8, uma tensão co-senoidal v de 1 p.u., 60 Hz, fase 60° é o sinal de entrada para o filtro. Vê-se que, como $T_1 = T_w$ e v tem amplitude unitária, os sinais de saída v_1 e u estão superpostos. Vê-se também que a distorção foi completamente filtrada. No gráfico do meio, está a fase $\varphi \cong 1,0472$ rad calculada pela transformada, condizente com o sinal de entrada (60°). Já nos gráficos inferiores, tem-se a frequência fundamental f_1 calculada via detecção de passagem por zero (direito) e equação (31) (esquerdo). Notar que ela já é inicializada com o valor padrão de 60 Hz em ambos os casos. Diante dos quatro gráficos, percebe-se que o algoritmo convergiu em 2 ciclos.

Se o sinal de entrada estiver sem harmônicas, porém com uma frequência de 57 Hz, ou seja, $T_w \neq T_1$, o resultado do processamento é aquele mostrado na Figura 9. O sinal v_1 , apesar de estar na mesma frequência e em fase com o sinal v , teve sua amplitude atenuada em 3% e φ é oscilatório, como mencionado na seção 4. A convergência de f_1 no segundo método é mais rápida que no primeiro: 2 ciclos contra 0,2 s. No entanto, o valor obtido no primeiro é mais preciso: 56,96-57,01 Hz contra 56,85-57,15 Hz.

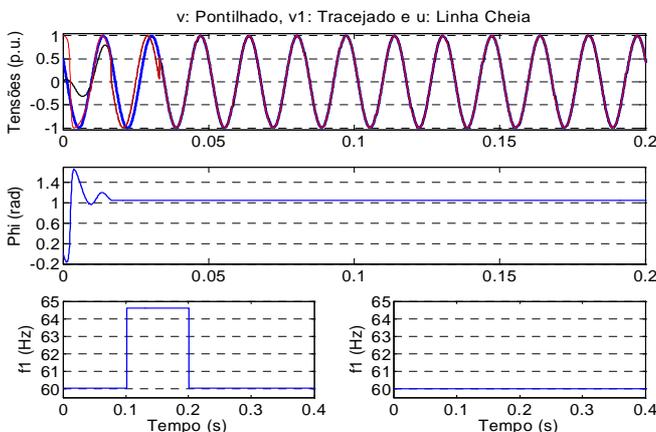


Figura 8 - TDFR: Tensões de entrada (1 p.u., 60 Hz, 60°) de saída, φ e f_1 .

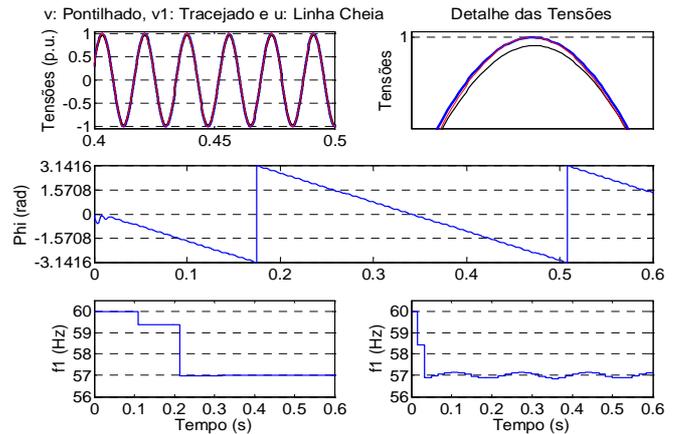


Figura 9 - TDFR: Tensões de entrada (1 p.u., 57 Hz, 0°) e de saída, φ e f_1 .

A qualidade de filtragem da TDFR pode ser observada através da Figura 10, com a tensão v da Figura 8, distorcida com 5% de 3^a , 5^a e 7^a harmônicas. Novamente se nota a convergência dos sinais filtrados em 2 ciclos e a mesma dinâmica de inicialização. A Distorção Harmônica Total, que para a tensão de entrada era de 8,66%, foi reduzida para 0%, uma vez que o algoritmo sintetiza um sinal senoidal puro, a partir de $\theta(k - N)$.

As Figuras 11 e 12 mostram o desempenho da TDFR quando a tensão distorcida da Figura 10 é submetida, respectivamente, a transitórios de amplitude (afundamento de 50%) e de frequência (transição brusca de 60 Hz para 59 Hz) no instante 2,5 s. Na Figura 11, as tensões convergem de forma praticamente instantânea, enquanto que o valor da frequência sofre alterações leves. Na Figura 12, u acompanha v , e o valor de f_1 estabiliza-se em 0,1 s, no 1^o método, e em 2 ciclos no 2^o método.

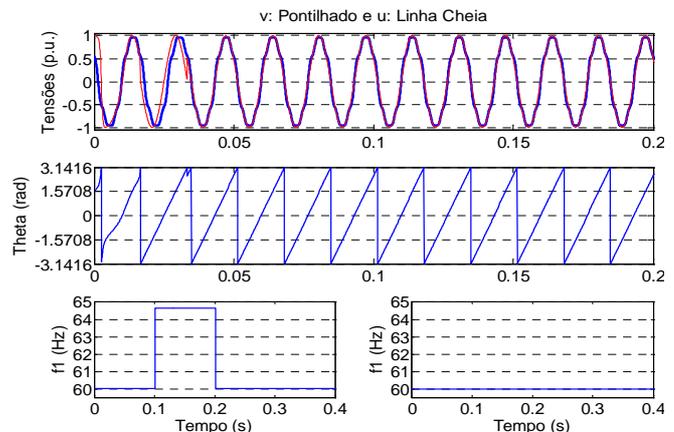


Figura 10 - TDFR: Tensões de entrada (1 p.u., 60 Hz, 60°), com 5% de 3^a , 5^a e 7^a harmônicas, de saída, θ e f_1 .

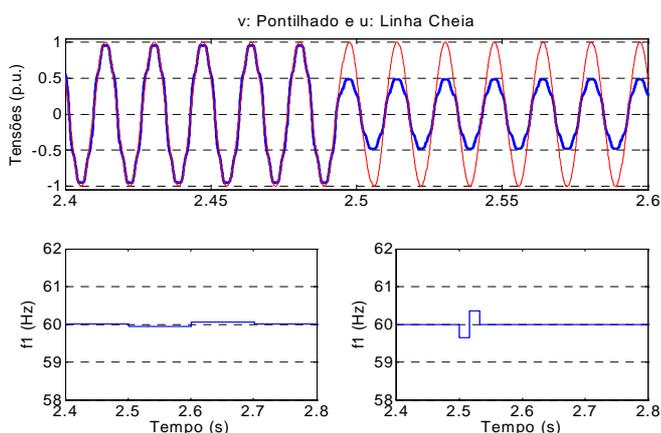


Figura 11 - TDFR: Tensões de entrada, de saída e f_1 , após um afundamento de tensão.

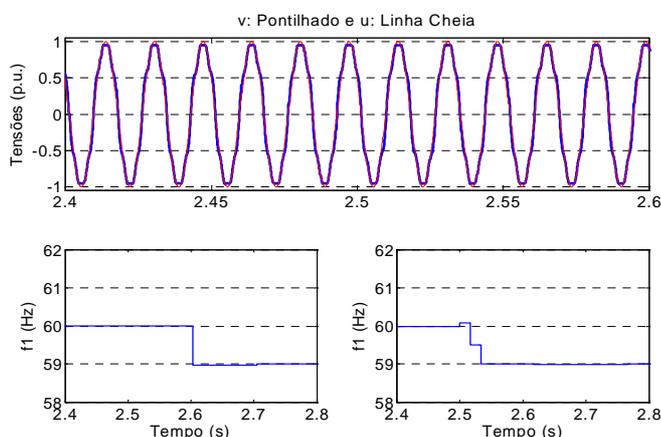


Figura 12 - TDFR: Tensões de entrada, de saída e f_1 , após um transitório de frequência.

10 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

O algoritmo proposto foi avaliado através de sua implementação em um sistema de aquisição e processamento de dados baseado no conceito de instrumentação virtual. Tal sistema era composto de uma placa de aquisição de dados de oito canais de aquisição simultânea, com um conversor AD de 16 bits e frequência de amostragem de até 200 kHz (PCI-6143, da National Instruments - NI) (Moreira, 2006). Os sinais analógicos foram medidos através de sensores de Efeito Hall de tensão e de corrente (LV-25P e LA-55P da LEM). O sistema foi implementado em um micro-computador com processador Pentium 4 e plataforma LabView 7.1 da NI. A validação do algoritmo foi realizada inicialmente através da monitoração dos sinais de entrada e dos sinais fornecidos pela TDFR. Em seguida, o algoritmo foi utilizado para sincronizar um pequeno gerador síncrono com a rede do laboratório.

10.1 Monitoração da saída da TDFR

Com o auxílio de uma fonte de tensão trifásica programável (*California Instruments*), o algoritmo foi submetido a tensões distorcidas e sujeitas a transitórios de amplitude e de frequência, sempre com $T_w = 1/60$ s e $f_s = 12$ kHz por canal.

No gráfico superior da Figura 13, uma tensão senoidal v de $127 V_{rms}$, 60 Hz ($T_1 = 1/60$ s), com 10% de 3^a , 5^a e 7^a harmônicas é o sinal de entrada para a TDFR. No gráfico do meio, tem-se o sinal v_1 , resultante da multiplicação do sinal de saída u fornecido pelo filtro e da amplitude fornecida pelo detector de amplitude discutido. Logo, v_1 é o componente fundamental do sinal de entrada, e, sendo assim, constata-se que a distorção foi completamente filtrada. No gráfico inferior, tem-se a frequência fundamental f_1 calculada via detecção de passagem por zero.

Na Figura 14, a tensão de entrada da figura anterior sofre um afundamento de 50%, o que não impede que o algoritmo execute sua operação, convergindo em um ciclo. Na Figura 15, ao invés de um afundamento, a tensão sofre uma alteração em sua frequência fundamental, passando para 59 Hz. A convergência do componente fundamental (v_1) é praticamente instantânea, enquanto que a frequência leva seis ciclos para se estabilizar, devido à média utilizada. Como discutido na seção anterior, observar que identificação da fundamental não depende da identificação da frequência, de forma que os algoritmos trabalham paralelamente. Entretanto, o componente fundamental identificado sempre terá a frequência correta em relação ao seu sinal de entrada.

10.2 Conexão de um gerador síncrono

Utilizando o mesmo sistema de instrumentação, o algoritmo proposto foi utilizado para sincronização de um gerador síncrono (2 kVA, 230 V_{rms} e 4 pólos) em paralelo com a rede elétrica. Este procedimento requer que a chave que os conecta seja fechada sob mínima diferença de potencial, o que é denominado conexão suave. Para que isso aconteça, a tensão gerada pelo gerador deve estar sincronizada com a da rede, atendendo idealmente às seguintes condições:

1. Ambas devem ter a mesma seqüência das fases;
2. As magnitudes das tensões do gerador e da rede devem ser iguais;
3. As frequências das tensões do gerador e da rede devem ser iguais;
4. A defasagem entre as respectivas tensões do gerador e da rede deve ser nula.

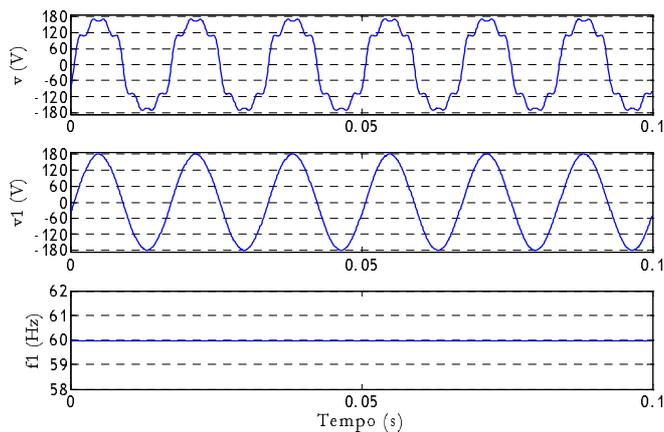


Figura 13 - TDFR: Tensões de entrada ($127 V_{rms}$, 60 Hz), com 10% de 3^a, 5^a e 7^a harmônicas, de saída e f_1 ;

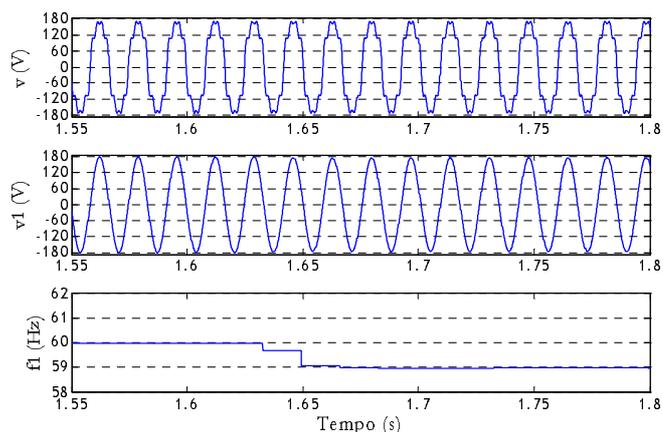


Figura 15 - TDFR: Alteração na frequência fundamental da tensão de entrada para 59 Hz.

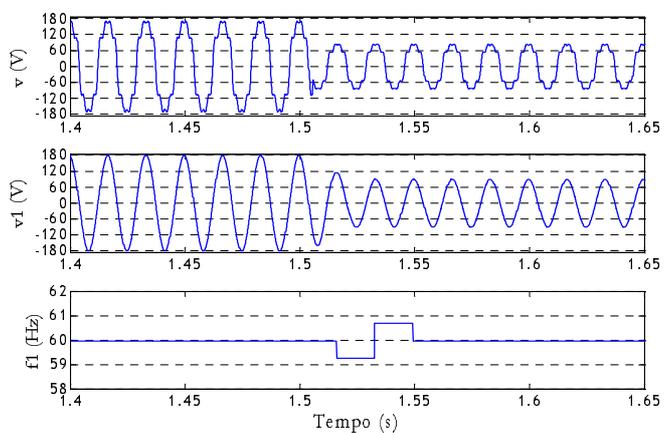


Figura 14 - TDFR: Afundamento de 50% na tensão de entrada.

Partindo-se de que, a princípio, a seqüência de fases é conhecida, o algoritmo fornecerá as informações necessárias para garantir as demais condições, de modo que a circulação de corrente pela chave, no momento da sincronização, seja a menor possível. Na montagem executada (Figura 16), o controle da amplitude da tensão gerada foi realizado através da corrente de excitação da máquina síncrona e o da velocidade (frequência), através da corrente de excitação da máquina motriz (motor CC), ambos manualmente. Os ajustes foram monitorados através do instrumento virtual, no qual estava implementado o algoritmo TDFR.

Na Figura 17, as duas tensões (rede e gerador) podem ser vistas, bem como as grandezas calculadas e a diferença entre elas, antes de ser feito qualquer ajuste do gerador. Na Figura 18, o conjugado demandado pelo gerador foi ajustado de modo a minimizar o erro de frequência. Na Figura 19, minimizou-se o erro de amplitude através do ajuste da excitação da máquina. Como o erro de frequência não foi completamente anulado, foi possível aguardar até o instante 0,1

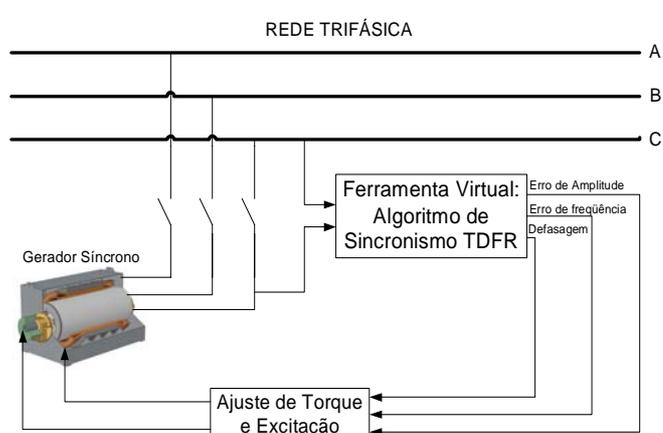


Figura 16 - Diagrama do experimento utilizando o algoritmo TDFR.

s, quando a diferença de fase entre as tensões era pequena, para que a chave pudesse ser fechada, interconectando-os, como na Figura 20. Pode-se perceber que a corrente que circula pela chave foi menor quando comparada à da Figura 21, quando os ajustes do gerador não foram adequados. Isto significa que a identificação do sincronismo em termos da fase e da amplitude das tensões do barramento foi feita de forma adequada.

11 CONCLUSÕES

A transformada discreta de Fourier, além de ser uma ferramenta importante e amplamente utilizada para análise de sinais amostrados no domínio da frequência, pode ser vista também como um filtro para sinais distorcidos no tempo como as tensões/correntes em uma rede de distribuição de energia elétrica. A transformada pode ser calculada de forma recursiva e, através de sua transformada inversa, um sinal filtrado pode ser sintetizado.

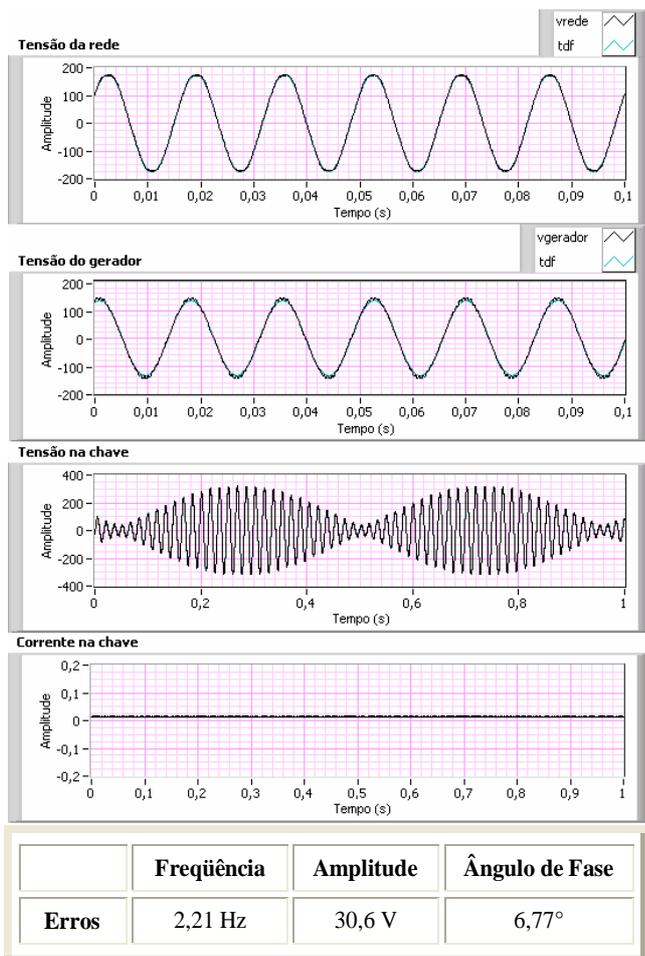


Figura 17 - TDFR para conexão suave: Gerador em vazio fora do sincronismo.

O componente fundamental do sinal de entrada, resultante da filtragem, pode ser identificado e sintetizado na saída do algoritmo quando seu período coincide com o tamanho da janela projetada para a TDFR. Quando isto não ocorre, um sinal sincronizado com a entrada ainda pode ser sintetizado, porém com amplitude pré-fixada (unitária), o qual pode ser utilizado em grande parte das aplicações de sistemas de potência, nas quais o interesse é centrado justamente na identificação de tal sinal sincronizado com a rede (retificadores controlados, filtros ativos de potência, dispositivos FACTS, geradores distribuídos, UPS, etc.).

Havendo a necessidade da identificação da amplitude da fundamental do sinal de entrada, a mesma pode ser obtida através do detector de amplitude proposto, o que não era possível através das técnicas apresentadas na literatura analisada. Desta forma, qualquer que seja a técnica utilizada para a correção da defasagem do sinal de saída da TDFR (correção do tamanho da janela ou estimação da defasagem resultante), o componente fundamental poderá ser completamente identi-

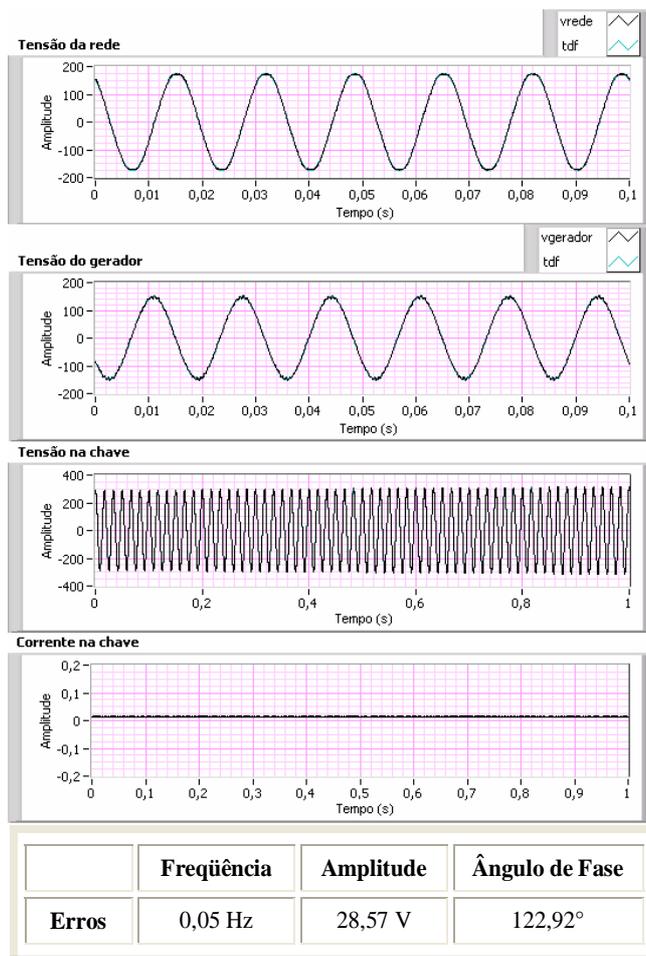


Figura 18 - TDFR para conexão suave: Gerador em vazio fora do sincronismo, com frequência ajustada.

cado em, no máximo, 2 ciclos de rede.

É fundamental destacar que em diversos pontos do trabalho foi mencionada a necessidade de se optar entre estratégias distintas para solução de um determinado problema, bem como optar entre características ou comportamentos desejados para os algoritmos, os quais em alguns casos indicavam inclusive um caráter contraditório. Por exemplo, quando da escolha do método para correção do erro entre a fase calculada pela TDFR e a do sinal medido (Seção 6), ou ainda, quando da escolha do método para obtenção da frequência fundamental (Seção 8). Tais escolhas e contradições estão sempre presentes quando se trata de implementar um sistema que seja tão rápido e robusto em condições transitórias, quanto preciso em regime permanente.

Considerando outras técnicas de identificação do componente fundamental avaliadas pelos autores, porém não apresentados neste trabalho, como por exemplo, algoritmos baseados em PLLs ou em filtros de Kalman, pode-se afirmar

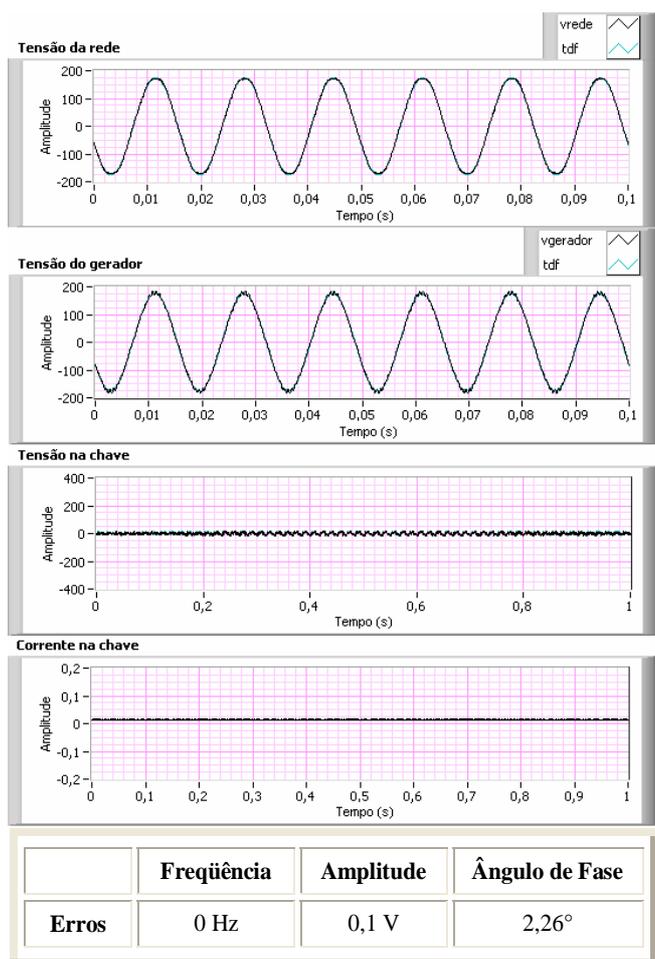


Figura 19 - TDFR para conexão suave: Gerador em vazio fora do sincronismo, com frequência e amplitude ajustadas.

que o método proposto através da TDFR é tão preciso em regime permanente quanto os outros dois. Entretanto, é menos sensível às distorções da tensão de entrada, mais rápido que o algoritmo PLL e mais simples computacionalmente que os algoritmos baseados nos filtros de Kalman.

Em aplicações de eletrônica ou de sistemas de potência citadas anteriormente, pode-se afirmar que os algoritmos propostos para a correção da defasagem da TDFR, para identificação da amplitude e para o cálculo da frequência fundamental atendem às suas finalidades com uma boa relação entre resposta dinâmica e precisão, o que o configura como uma alternativa interessante.

REFERÊNCIAS

Lin, T. and Domijan, A. Jr (2006). Recursive Algorithm for Real-Time Measurement of Electrical Variables in Power Systems. *IEEE Transaction on Power Delivery*, vol. 21, no. 01, pp. 15-22.

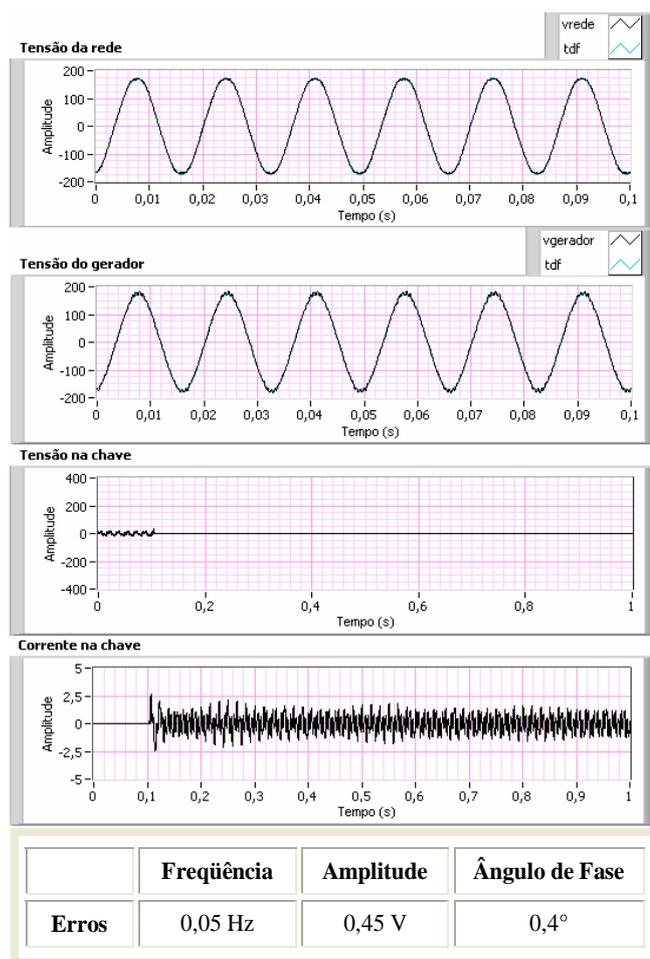


Figura 20 - TDFR para conexão suave: Gerador sincronizado e interconexão.

Marafão, F. P.; Deckmann, S. M.; Pomilio, J. A. and Machado, R. Q (2005). Metodologia de Projeto e Análise de Algoritmos de Sincronismo PLL. *Revista Eletrônica de Potência (SOBRAEP), Special Section: Applied Control in Power Electronics*, vol. 10 (1), pp. 7-14.

Sasso, E.M.; Sotelo, G.G.; Ferreira, A.A.; Watanabe, E.H.; Aredes, M. and Barbosa P (2002). Investigação dos modelos de circuitos de sincronismo trifásicos baseados na teoria de potências real e imaginária instantâneas (p-PLL e q-PLL). *Congresso Brasileiro de Automática*, pp.480-485, Natal, Brasil.

Andria, G.; Salvatore, L (1990). Inverter drive signal processing via DFT and EKF. *IEE Proceedings-Electric Power Applications*, vol. 137, 2^a. Ed., pp. 111-119.

Nakano, K.; Ota, Y.; Ukai, H.; Nakamura, K. and Fujita, H (2002). Frequency detection method based on recursive DFT algorithm. *Power Systems Computation Conference (PSCC)*, Session 1, Paper 5, pp. 1-7.

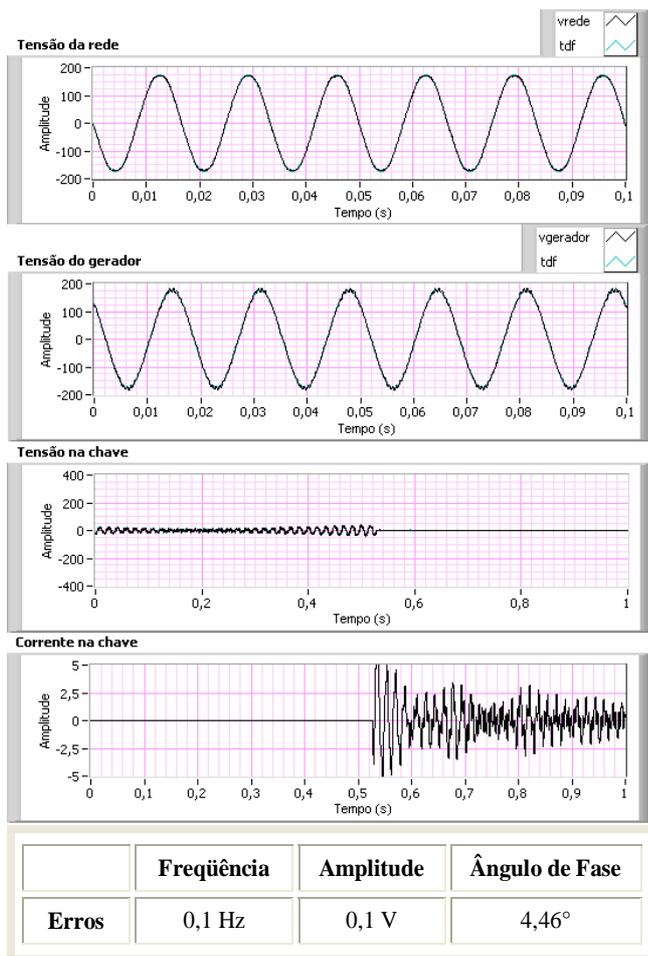


Figura 21 - TDFR para conexão suave: Interconexão com o gerador levemente fora do sincronismo.

Begovic, M. M.; Djuric, P. M.; Dunlap, S.; Phadke, A. G (1993). Frequency Tracking in Power Networks in the Presence of Harmonics. *IEEE Transaction on Power Delivery*, vol. 8, no. 2, pp. 480-486.

Kaura, V. and Blasko, V (1997). Operation of a Phase Locked Loop System Under Distorted Utility Conditions. *IEEE Transaction on Industry Applications*, vol. 33, no. 1, pp. 58-63.

Ribeiro, M. V.; Deckmann, S. M. and Romano, J. M. T (2003). Adaptive filtering, wavelet and lapped transforms for power quality problem detection and identification. *IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, vol. 01, pp. 301-306.

Cardoso, R. and Gründling, H. A (2006). Single and Three-Phase Kalman Filter Based Synchronization Methods, *IEEE 7th International Conference on Industrial Applications (INDUSCON)*, Recife, Brasil.

Pádua, M. S.; Deckmann, S. M. and Marafão F. P (2005). Frequency-Adjustable Positive Sequence Detector for Power Conditioning Applications. *IEEE 36th Annual Power Electronics Specialists Conference (PESC)*, pp. 1928-1934, Recife, Brasil.

Wang, M. and Sun, Y (2006). A Practical Method to Improve Phasor and Power Measurement Accuracy of DFT Algorithm. *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 21, no. 3, pp. 1054-1062.

Marafão, F. P. (2004). *Análise e Controle da Energia Elétrica Através de Técnicas de Processamento Digital de Sinais*. Tese de Doutorado, Departamento de Sistemas e Controle de Energia, FEEC/Unicamp, Campinas, Brasil.

McGrath, B. P.; Holmes, D. G. and Galloway, J (2005). Power Converter Line Synchronization Using a Discrete Fourier Transform (DFT) Based on a Variable Sample Rate. *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 20, no. 4, pp. 877-844.

Srianthumrong, S. and Sangwongwanich, S (1998). An Active Power Filter with Harmonic Detection Method based on Recursive DFT. *8th International Conference on Harmonics and Quality of Power (ICHQP)*, vol. 01, pp. 127-132.

Macías, J. A. R. and Expósito, A. G (1998). Efficient Moving-Window DFT Algorithms. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing*, vol. 45, no. 2, pp. 256-260.

Funaki, T.; Matsuura, K.; Tanaka, S (2002). Error Correction for Phase Detection by Recursive Algorithm Real Time DFT. *Electrical Engineering in Japan*, vol. 141, no. 1, pp. 8-17.

Oppenheim, A. V. and Schafer, R. W. (1999). *Discrete-Time Signal Processing*. Prentice Hall Processing Series, 2nd Edition, New Jersey, USA.

Haykin, S. (1989). *An Introduction to Analog and Digital Communications*, John Wiley & Sons, New York, USA.

Submódulo 2.2. (2002). *Padrões de Desempenho da Rede Básica*. Operador Nacional do Sistema.

Kundur, P. (1993). *Power System Stability and Control*. McGraw Hill, New York, USA, pp. 581-626.

Elgerd, O. L (1981). Control of Electric Power Systems. *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 1, 2^a Ed., pp. 4-16.

Kumar, I. P. and Kothari D. P (2005). Recent Philosophies of Automatic Generation Control Strategies in Power Systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 20, no. 1, pp. 345-357.

Moreira, A. C. (2006). *Uso de Instrumentação Virtual para a Análise da Qualidade da Energia Elétrica*. Dissertação de Mestrado, Departamento de Sistemas e Controle de Energia, FEEC/Unicamp, Campinas, Brasil.