
ANÁLISE DE SIMPLIFICAÇÃO NA MODELAGEM DINÂMICA APLICADA A ROBÔS QUADRÚPEDES

Tarcísio A. Pizzio*
pizzio@ufv.br

Peterson de Resende†
pr@cpdee.ufmg.br

Luiz de S. Martins-Filho†
luizm@iceb.ufop.br

José Luiz Silvino‡
silvino@cpdee.ufmg.br

*UFV/DEA, Av. P.H. Rolfs s/n 36571-000 Viçosa - MG

†UFOP/DECOM/ICEB, Campus Universitário 35400-000 Ouro Preto - MG.

‡UFMG/CPDEE, Av. Antonio Carlos, 6627 - Pampulha 31270-901 Belo Horizonte - MG

ABSTRACT

This work presents the application of Euler-Lagrange formulation in dynamics modelling of the quadruped robot leg mechanism, and a comparison of performance between these models with experimental results using a leg prototype. In this formulation, the effects of $C(q, dq/dt)$ and $G(q)$, matrices representing centrifugal and Coriolis forces and gravitational torques, are analyzed. A possible simplification in the Euler-Lagrange formulation is studied concerning the modelling of leg mechanism. This simplification is discussed considering the links mass, and the linear and angular speeds that the leg executes during the walk. The goal is to propose a simplified dynamic model based on the Euler-Lagrange formulation for small quadruped robots. The results obtained by numerical simulations, with and without $C(q, dq/dt)$ and $G(q)$ considered in the model, show similar performances. A comparison and analysis of the simulations results and experimental results close the paper.

KEYWORDS: Walking robots, mobile robotics, dynamics modelling.

Artigo submetido em 30/11/01

1a. Revisão em 04/04/02; 2a. Revisão em 22/01/03

3a. Revisão em 05/08/03

Aceito sob recomendação do Ed. Assoc. Prof. Liu Hsu

RESUMO

Este trabalho apresenta o estudo da modelagem dinâmica de uma perna de robô quadrúpede utilizando a formulação de Euler-Lagrange, e uma comparação dos modelos com o protótipo do mecanismo construído em laboratório. Na modelagem, destaca-se o efeito das matrizes $C(q, dq/dt)$ e $G(q)$ (forças centrífugas e de Coriolis, e os torques devido às forças gravitacionais, respectivamente). O objetivo é investigar os efeitos de uma simplificação do modelo, desconsiderando essas matrizes no modelo dinâmico desenvolvido para um robô quadrúpede. Esta situação é discutida em função da relevância das massas dos elos e velocidades linear e angular que os elos da perna do robô desenvolvem em seus movimentos. Busca-se propor um modelo dinâmico simplificado, baseado na formulação Euler-Lagrange, para robôs quadrúpedes de pequeno porte. Resultados apresentados em simulações com e sem a aplicação das matrizes $C(q, dq/dt)$ e $G(q)$ mostram respostas com semelhanças significativas quanto à simplificação no modelo dinâmico. Finalizando o trabalho, é feita uma análise dos resultados de simulações numéricas (com e sem simplificação) e dos resultados experimentais obtidos em laboratório.

PALAVRAS-CHAVE: Robôs caminantes, robótica móvel, modelagem dinâmica.

1 INTRODUÇÃO

Robôs móveis bem adaptados à locomoção em diferentes ambientes (estruturados e não estruturados) vêm ganhando destaque com o desenvolvimento da robótica de serviço e de intervenção. Nesse sentido, muitas propostas de arquiteturas de controle de robôs móveis têm surgido no sentido de dotá-los de autonomia e capacidade de planejamento de tarefas e/ou reações a eventos e estímulos (e.g. Baroni et al., 1995; Medeiros et al., 1996).

As soluções propostas para afrontar solos muito restritivos e irregulares, no que tange o tipo de locomoção, utilizam desde rodas adaptadas e lagartas até mecanismos de pernas (inspiradas ou não em mamíferos e insetos). A utilização de pernas tem obtido resultados muito promissores para aplicações nos casos mais críticos. É curioso observar que este tipo de locomoção, presente desde as primeiras idéias sobre robótica, volta a ganhar ultimamente o interesse de diversos pesquisadores e laboratórios.

Alguns exemplos de trabalhos significativos envolvendo robôs com pernas: Hirose et al. (1989) – arquitetura de supervisão e controle de marcha; Klein e Kittivatcharapong (1990) – distribuição de forças; Vukobratovic et al. (1990) – dinâmica e controle; Pack e Kang (1995) – controle de marcha; Perrin et al. (1997) – simulação da dinâmica do sistema plataforma/pernas; Tanie (2001) – novos desafios para os robôs caminhantes; Schneider e Schmucker (2001) – controle em força de robô caminhantes.

1.1 Contexto do estudo

Um robô caminhante pode ser visto como sendo um sistema dinâmico multi-corpos articulado, composto de uma plataforma (o corpo do robô) e de mecanismos de pernas que se assemelham a braços robóticos manipuladores. Para o controle de locomoção do robô, uma abordagem muito utilizada é a baseada no controle em força, i.e., esforços são realizados pelas juntas ativas do sistema (torques) produzindo forças de contato entre extremidades de pernas e o solo (Hirose et al., 1989; Martins-Filho e Prajoux, 2000; Schneider e Schmucker 2001). Desta forma obtém-se as acelerações lineares e angulares dos componentes do sistema (a plataforma e os elos das pernas), movimentando o robô para a realização da tarefa de locomoção requerida.

Portanto, nesta abordagem, para controlar a posição e velocidade do robô caminhante, é necessário conhecer o modelo dinâmico deste sistema para determinar os esforços que devem ser produzidos pelos atuadores (Cunha

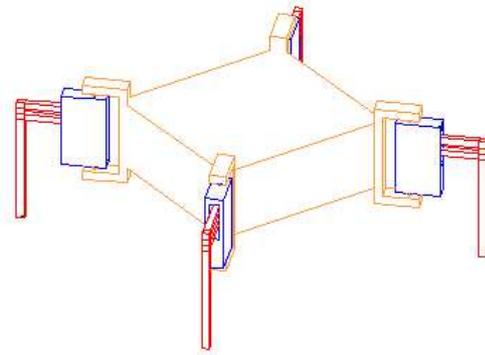


Figura 1: O projeto do robô quadrúpede.

et al., 1999). O modelo dinâmico relaciona as posições, velocidades e acelerações das juntas do robô, com os torques aplicados pelos atuadores, de acordo com a tarefa a ser executada, considerando as características de massa, geometria e inércia do sistema.

As formulações mais utilizadas na obtenção de modelo dinâmico de robôs são: Newton-Euler, Euler-Lagrange e as equações generalizadas de D’Alambert (Craig, 1986; Asada, 1986; Fu et al., 1987). Neste trabalho utilizou-se a formulação de Euler-Lagrange (Spong et al., 1989), que explicita as matrizes que relacionam as forças centrífugas e de Coriolis bem como os torques devido às forças gravitacionais. Essas matrizes, denominadas $C(q, dq/dt)$ e $G(q)$, respectivamente, foram analisadas neste trabalho quanto à possível desconsideração destas no modelo dinâmico desenvolvido para um robô quadrúpede. Essa situação é discutida e investigada em função da relevância das massas dos elos e velocidades linear e angular que os elos da perna do robô desenvolvem em seus movimentos.

O objetivo deste trabalho é analisar os efeitos de uma simplificação na equação dinâmica para robôs quadrúpedes de pequeno porte através de resultados obtidos em simulações com e sem a aplicação das matrizes $C(q, dq/dt)$ e $G(q)$, e resultados experimentais obtidos com o protótipo de mecanismo de perna desenvolvido em laboratório do CPDEE/UFMG.

A Figura 1 mostra a configuração do robô quadrúpede que está sendo desenvolvido, composto por uma plataforma quadrada (denominada corpo do robô) suportada por quatro mecanismos de perna. O protótipo de mecanismo de perna, em sua versão atual, está mostrado na Figura 2.



Figura 2: O prototipo de mecanismo de perna.

2 MODELAGEM DINÂMICA DO MECANISMO DE PERNA

O modelo utilizado neste trabalho não leva em conta a dinâmica dos atuadores (motores e caixas de redução), bem como as forças devido a atrito (de Coulomb e viscoso). Além disso, os elos do robô são considerados rígidos. Seja $q_i = \theta_i$ o ângulo da i -ésima junta de revolução (num total de três), a localização completa de cada perna é dada pelo vetor de coordenadas generalizadas $q = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]$.

Partindo-se das energias cinética e potencial, denominadas E_c e E_p respectivamente, a definição do Lagrangiano de um sistema conservativo fornece:

$$L(q, \dot{q}) = E_c - E_p \quad (1)$$

As equações do movimento deste sistema dinâmico são dadas por:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad (2)$$

onde $L(q, dq/dt) = E_c - E_p$, e Q_i é o vetor de força generalizada correspondente à coordenada generalizada q_i . Sendo aditiva a energia cinética, a energia cinética total E_c armazenada em cada perna é dada pela soma da energia cinética de cada elo, K_i

Considerando a velocidade linear (do centro de massa) de cada elo, o vetor dp_i/dt , e a velocidade angular ω_i , pode-se escrever :

$$\dot{p}_i = J_{L1}^{(i)} \dot{q}_1 + J_{L2}^{(i)} \dot{q}_2 + J_{L3}^{(i)} \dot{q}_3 \quad (3)$$

$$\omega_i = J_{A1}^{(i)} \dot{q}_1 + J_{A2}^{(i)} \dot{q}_2 + J_{A3}^{(i)} \dot{q}_3 \quad (4)$$

onde $J_{L1,2,3}^{(i)}$ = i -ésimos vetores linha da matriz $J_{3 \times 3}$ para velocidades lineares dos elos 1, 2 e 3, e $J_{A1,2,3}^{(i)}$ = i -ésimos vetores linha da matriz $J_{3 \times 3}$ para velocidades angulares

dos elos 1, 2 e 3 que compõem a perna. A energia cinética armazenada em cada elo é dada pela soma dos termos de energia cinética translacional e rotacional do elo i :

$$K_i = \frac{1}{2} \dot{p}_i^T m_i \dot{p}_i + \frac{1}{2} \omega_i^T I_i \omega_i \quad (5)$$

onde m_i e I_i são massa e o tensor de inércia do centro de massa expresso no sistema de coordenada da base, respectivamente. Substituindo as Equações (31) e (32) na Equação (33) tem-se a equação da energia cinética total para cada perna do robô (com três graus de liberdade).

$$K = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 (\dot{q}^T J_L^{(i)T} m_i J_L^{(i)} \dot{q} + \dot{q}^T J_A^{(i)T} I_i J_A^{(i)} \dot{q}) \quad (6)$$

Definindo a matriz $H(q)$ como uma matriz quadrada simétrica baseada nos tensores de inércia individuais de cada elo obtém-se:

$$H(q) = \sum_{i=1}^3 (J_L^{(i)T} m_i J_L^{(i)} + J_A^{(i)T} I_i J_A^{(i)}) \quad (7)$$

A matriz $H(q)$ contém todas as propriedades de massa da perna e é denominada de matriz tensor de inércia. Seus elementos $H_{ii}(q)$ representam as inércias efetivas e os elementos $H_{ij}(q)$, com $i \neq j$, as inércias de acoplamento. Assim a Equação (6) pode ser reescrita de forma compacta.

$$K = \frac{1}{2} \dot{q}^T H(q) \dot{q} \quad (8)$$

A energia potencial E_p para uma perna rígida é devida unicamente à gravidade. O vetor g representa a aceleração da gravidade. A energia potencial total armazenada em cada perna é então dada por:

$$E_p = \sum_{i=1}^3 m_i g^T r_i \quad (9)$$

onde r_i é a posição do centro de massa de cada elo no sistema de coordenadas da base.

Através da formulação Lagrangiana obtém-se a equação do movimento para o referido sistema dinâmico, o mecanismo de perna, usando as energias cinética e potencial e as forças e momentos que agem na perna, com exceção das forças gravitacionais e inerciais (forças generalizadas). Assim:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial E_p}{\partial \dot{q}_i} \right) - \left(\frac{\partial E_c}{\partial q_i} - \frac{\partial E_p}{\partial q_i} \right) = Q_i \quad (10)$$

Considerando que:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_i} \right) = \frac{d}{dt} \left(\sum_{j=1}^3 H_{ij} \dot{q}_j \right) = \sum_{j=1}^3 H_{ij} \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^3 \frac{dH_{ij}}{dt} \dot{q}_j \quad (11)$$

A derivada temporal de H_{ij} é dada por:

$$\frac{dH_{ij}}{dt} = \sum_{k=1}^3 \frac{\partial H_{ij}}{\partial q_k} \frac{dq_k}{dt} = \sum_{k=1}^3 \frac{\partial H_{ij}}{\partial q_k} \dot{q}_k \quad (12)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_P}{\partial \dot{q}_i} \right) = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial}{\partial \dot{q}_i} \left(\frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 H_{jk} \dot{q}_j \dot{q}_k \right) = -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^3 \frac{\partial H_{jk}}{\partial q_i} \dot{q}_j \dot{q}_i \quad (14)$$

$$\frac{\partial E_P}{\partial q_i} = \sum_{j=1}^3 m_j g^T \frac{\partial r_j}{\partial q_i} \quad (15)$$

Para a Equação (15), a derivada parcial de r_j com relação a q_i é igual ao elemento j do i -ésimo vetor coluna da matriz Jacobiana J_L (velocidades lineares). Desta maneira pode-se escrever:

$$\frac{\partial E_P}{\partial q_1} = \sum_{j=1}^3 m_j g^T J_{L1}^{(j)} \quad (16)$$

Este termo é também denominado termo gravitacional e é representado por G_i .

$$G_i = \sum_{j=1}^3 (m_j g^T J_{L1}^{(j)}) \quad (17)$$

Substituindo os elementos calculados acima na equação original da formulação de Lagrange, obtém-se:

$$\sum_{j=1}^3 H_{ij} \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 h_{ijk} \dot{q}_j \dot{q}_k + G_i = Q_i \quad (18)$$

onde: $h_{ijk} = \frac{\partial H_{ij}}{\partial q_k}$

A Equação (18) pode ser reescrita de uma forma mais compacta como se segue:

$$D(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q) = u + J(q)^T F_e \quad (19)$$

$D(q)$ é uma matriz 3x3 representando os torques inerciais, incluindo os torques de interação entre os elos, $C(q, dq/dt)$ é uma matriz de ordem 3x3 que representa

as forças centrífugas e de Coriolis e $G(q)$ representa os torques devido às forças gravitacionais. u é um vetor 3x1 de torques para o controle a ser calculado, $J(q)$ é a matriz Jacobiana 3x3 e F_e é o vetor 3x1 de forças/torques generalizados impostos à perna pelo meio ambiente no espaço de trabalho expresso no sistema de coordenadas da base (Asada, 1986; Cunha et al., 1999).

2.1 Cálculo das matrizes D, C e G

Devido ao fato de cada perna do quadrúpede possuir controle e acionamento independentes, o modelo dinâmico do robô é determinado através da integração dos modelos dinâmicos de cada perna e do corpo. Para a determinação do modelo dinâmico de cada perna foi necessário explicitar os elementos das matrizes $D(q)$, $C(q, dq/dt)$ e $G(q)$. Tais matrizes foram montadas através das equações do modelo cinemático proposto para o robô quadrúpede. Pela cinemática direta (adotando-se a convenção de Denavit-Hartenberg) foi obtido o vetor x de posição do pé do robô, $x = [x_p y_p z_p]^T$. Assim:

$$x = \begin{bmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_3 c_1 c_2 c_3 - a_3 c_1 s_2 s_3 + a_2 c_1 c_2 \\ a_3 s_1 c_2 c_3 - a_3 s_1 s_2 s_3 + a_2 s_1 c_2 \\ a_3 s_2 c_3 + a_3 c_2 s_3 + a_2 s_2 + d_1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

onde foi adotada uma notação simplificada: $c_i = \cos(\theta_i)$, $c_{ij} = \cos(\theta_i + \theta_j)$, $s_i = \sin(\theta_i)$, $s_{ij} = \sin(\theta_i + \theta_j)$. A matriz Jacobiana $J(q)$ é determinada como a seguir:

$$J = \begin{bmatrix} -a_2 s_1 c_2 - a_3 s_1 c_{23} & -a_2 c_1 s_1 - a_3 c_1 s_{23} & -a_3 c_1 s_{23} \\ a_2 c_1 c_2 + a_3 c_1 c_{23} & -a_2 s_1 s_2 - a_3 s_1 s_{23} & -a_3 s_1 s_{23} \\ 0 & a_2 c_2 + a_3 c_{23} & a_3 s_2 c_{23} \end{bmatrix} \quad (21)$$

As velocidades lineares e angulares dos elos em relação a seu centro de massa são dadas por:

$$\dot{p}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{q} \quad (22)$$

$$\dot{p}_2 = \begin{bmatrix} -r_2 s_1 c_2 & -r_2 c_1 s_1 & 0 \\ r_1 c_1 c_2 & -r_2 s_1 s_2 & 0 \\ 0 & r_2 c_2 & 0 \end{bmatrix} \dot{q} \quad (23)$$

$$\dot{p}_3 = \begin{bmatrix} -a_2 s_1 c_2 - r_3 s_1 c_{23} & -a_2 c_1 s_1 - r_3 c_1 s_{23} & -r_3 c_1 s_{23} \\ a_2 c_1 c_2 + r_3 c_1 c_{23} & -a_2 s_1 s_2 - r_3 s_1 s_{23} & -r_3 s_1 s_{23} \\ 0 & a_2 c_2 + r_3 c_{23} & r_3 s_2 c_{23} \end{bmatrix} \dot{q} \quad (24)$$

$$w_1 = [1 \ 0 \ 0] \dot{q} \quad (25)$$

$$w_2 = [1 \ 1 \ 0] \dot{q} \quad (26)$$

$$w_3 = [1 \ 1 \ 1] \dot{q} \quad (27)$$

A matriz $D(q)$ pode então ser determinada como sendo:

$$D(q) = (m_1 p_1^T p_1 + I_1 w_1^T w_1) + (m_2 p_2^T p_2 + I_2 w_2^T w_2) + (m_3 p_3^T p_3 + I_3 w_3^T w_3) \quad (28)$$

onde m_1 , m_2 e m_3 são as massas dos elos, e I_1 , I_2 e I_3 os momentos de inércia referidos ao centro de massa de cada elo.

A matriz $C(q, dq/dt)$ é composta dos elementos h_{ijk} que multiplicam o vetor dq/dt . Os elementos h_{ijk} são calculados a partir da matriz $D(q)$ pela equação $h_{ijk} = (\partial D_{ij} / \partial q_k)$.

Então:

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^3 h_{11k} \dot{q}_k & \sum_{k=1}^3 h_{12k} \dot{q}_k & \sum_{k=1}^3 h_{13k} \dot{q}_k \\ \sum_{k=1}^3 h_{21k} \dot{q}_k & \sum_{k=1}^3 h_{22k} \dot{q}_k & \sum_{k=1}^3 h_{23k} \dot{q}_k \\ \sum_{k=1}^3 h_{31k} \dot{q}_k & \sum_{k=1}^3 h_{32k} \dot{q}_k & \sum_{k=1}^3 h_{33k} \dot{q}_k \end{bmatrix} \quad (29)$$

A matriz $G(q)$ é dada por $G_i = m_j g^T J_{Li}^{(i)}$.

Utilizando a equação dinâmica do sistema, pode-se representá-la isolando o vetor de aceleração $d^2 q/dt^2$ para obter a dinâmica direta e conhecer o vetor de estados desenvolvido pelo robô. Assim:

$$\ddot{q} = D(q)^{-1} [-C(q, \dot{q}) \dot{q}] + D(q)^{-1} [-G(q) + u + J(q)^T F_e] \quad (30)$$

onde a matriz $D(q)$ é inversível (o desenho da perna evita situações de singularidade onde esforços são impossíveis de ser produzidos). Para calcular o vetor de posição $q = [q_1 \ q_2 \ q_3]^T$ referente aos ângulos de acionamento/posicionamento da perna determina-se dq/dt pela equação anterior e aplica-se um integrador.

3 ANÁLISE DAS MATRIZES C E G

O problema de controle de posição para um sistema representado pela formulação Lagrangiana pode ser resolvido através do uso de um controlador do tipo Proporcional Derivativo (PD). Definindo uma lei de controle em malha fechada, onde atua como vetor de torques a serem aplicados. A expressão deste controle é (Bucklaew et al., 1999):

$$u = K_p \tilde{q} + K_d \dot{\tilde{q}} \quad (31)$$

onde K_p e K_d são matrizes definidas positivas de valores constantes de ganhos, e $\tilde{q} = (q_d - q)$ é o erro de posição.

Aplicando esta lei de controle em $d^2 q/dt^2$ pode-se então determinar o vetor dq/dt e, por integração, calcular o vetor q para a posição desejada. Nesta equação aparecem explicitamente as matrizes $C(q, dq/dt)$ e $G(q)$, as quais devem ser calculadas a cada variação do vetor q . Em se tratando de sistemas com graus de liberdade maior ou igual a três, como nesse caso, o cálculo de $C(q, dq/dt)$ requer um número de operações considerável em termos de processamento. Em se tratando de sistemas que devem atuar em tempo real, o tempo demandado por esse cálculo pode ser um problema.

Os valores dos elementos de $C(q, dq/dt)$ são calculados a partir de $D(q)$. A matriz $D(q)$ depende das massas dos elos, das velocidades lineares e angulares destes e dos momentos de inércia referidos ao centro de massa de cada elo ao se efetuar uma variação no vetor q . Considerando que as massas dos elos utilizados em robôs quadrúpedes de pequenas dimensões (como é o caso deste trabalho) possuem valores pequenos em relação a mecanismos de grandes dimensões, observa-se que se obtém pequenos valores para seus momentos de inércia referidos ao seu centro de massa. As velocidades linear e angular, também são baixas em razão dos movimentos do robô serem controlados para manter a estabilidade de locomoção do robô. Pode-se verificar que, sendo a força de Coriolis dependente da velocidade do elo, devida à rotação da terra, a influência da matriz $C(q, dq/dt)$ é ainda menor em robôs caminantes de pequeno porte. Com relação à matriz $G(q)$, as análises seguem um raciocínio semelhante.

4 RESULTADOS DE SIMULAÇÕES E EXPERIMENTOS

Para verificar a validade dessa simplificação do modelo dinâmico do mecanismo de perna do robô, foram realizados testes de simulação numérica dos modelos dinâmicos (com e sem simplificação), e experimentos com o protótipo do mecanismo de perna, para o movimento da perna do robô quadrúpede considerando um controle de posição em malha fechada utilizando uma ação de controle PD no vetor de torques a serem controlados nas juntas. As simulações numéricas, assim como as visualizações gráficas dos resultados apresentadas neste trabalho, foram realizadas utilizando o software MATLAB.

Para analisar os efeitos das simplificações, foram consideradas manobras envolvendo as três juntas da perna dentro do seu espaço de trabalho. Os parâmetros do protótipo do mecanismo de perna utilizados nas simula-

Tabela 1: Parâmetros do protótipo da perna.

Extensão média de levantamento e abaixamento (m)	$0,10 \pm 0,010$
Deslocamentos médios (m)	Longitudinal: $0,08 \pm 0,008$ Vertical: $0,06 \pm 0,006$ Lateral: $0,05 \pm 0,005$
Cargas (kg)	Vertical: $4,5 \pm 0,45$ Horizontal: $1,0 \pm 0,1$ Lateral: $0,5 \pm 0,05$
Características estruturais (m)	Altura: $0,12 \pm 0,012$ Largura: $0,08 \pm 0,008$ Espessura: $0,02 \pm 0,002$
Número de juntas	3
Peso (kg)	$2,0 \pm 0,2$

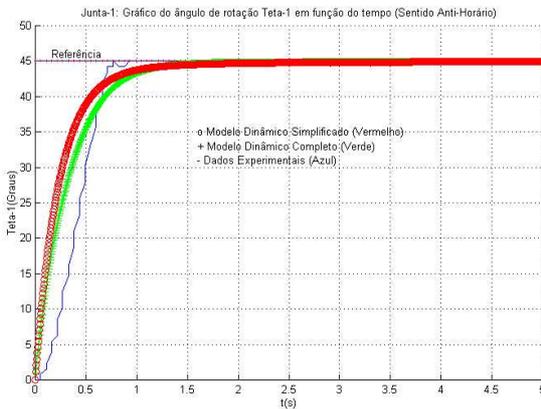


Figura 3: Resultados de simulação e experimentais na movimentação da junta 1 (θ_1 variando de 0° até 45°).

ções são mostrados na Tabela 1.

A primeira manobra realizada envolveu a primeira junta, controlando o movimento da perna através do atuador (um servomotor) para passar de uma configuração inicial $q_i = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T = [0^\circ \ 0^\circ \ 90^\circ]^T$ para uma configuração final $q_f = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T = [45^\circ \ 0^\circ \ 90^\circ]^T$. Os resultados da simulação numérica com e sem simplificação do modelo, assim como os resultados experimentais obtidos com o protótipo da perna são mostrados na Figura 3. Em seguida, realizou-se a manobra inversa, i.e., a perna foi comandada para retornar à configuração inicial q_i , obtendo os resultados mostrados na Figura 4.

A segunda junta foi utilizada na segunda manobra, o movimento da perna foi controlado de forma a passar de uma configuração inicial $q_i = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T = [90^\circ \ 0^\circ \ 50^\circ]^T$ para uma configuração final $q_f = [\theta_1 \ \theta_2$

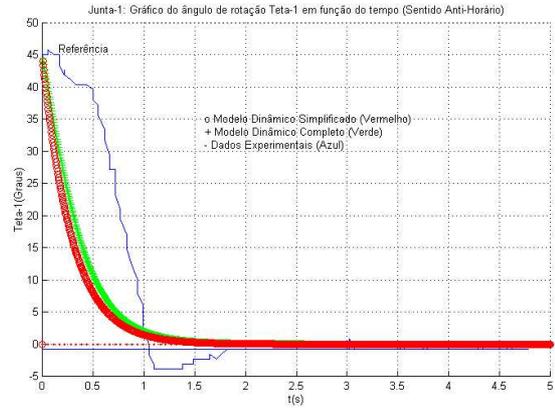


Figura 4: Resultados de simulação e experimentais na movimentação da junta 1 (θ_1 variando de 45° até 0°).

$\theta_3]^T = [90^\circ \ 30^\circ \ 50^\circ]^T$. Os resultados da simulação numérica com e sem simplificação do modelo, assim como os resultados experimentais obtidos com o protótipo da perna, para esse segundo caso são mostrados na Figura 5. Como na primeira manobra, comandou-se a perna para retornar à configuração inicial q_i , obtendo os resultados mostrados na Figura 6.

A última manobra realizada envolveu a terceira junta, controlando o movimento da perna para passar de uma configuração inicial $q_i = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T = [90^\circ \ 0^\circ \ 90^\circ]^T$ para uma configuração final $q_f = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T = [90^\circ \ 0^\circ \ 45^\circ]^T$. A Figura 7 mostra os resultados da simulação numérica com e sem simplificação do modelo, e também os resultados experimentais obtidos com o protótipo da perna. Os resultados da manobra inversa, o retorno da perna para a configuração inicial q_i , são mostrados na Figura 8.

4.1 Análise dos resultados

Analisando os resultados obtidos (e mostrados nas Figuras 3, 4, 5, 6, 7 e 8), estes apresentam respostas semelhantes quanto à presença ou não das matrizes $C(q, dq/dt)$ e $G(q)$ no modelo dinâmico do robô quadrúpede. A diferença entre resultados de simulação entre modelo completo e simplificado está na ordem de 1 grau em regime (2 graus no pior caso), e um atraso de até 10 graus no transitório. Com relação aos resultados experimentais, como era de se esperar, a diferença é significativa no transitório, mas em regime a resposta é equivalente (diferença de 2 graus no pior caso). A proposta de simplificação da formulação Lagrangiana pode-se ser considerada válida para este caso. Os resultados experimentais mostrados nessas mesmas figuras, obtidos com

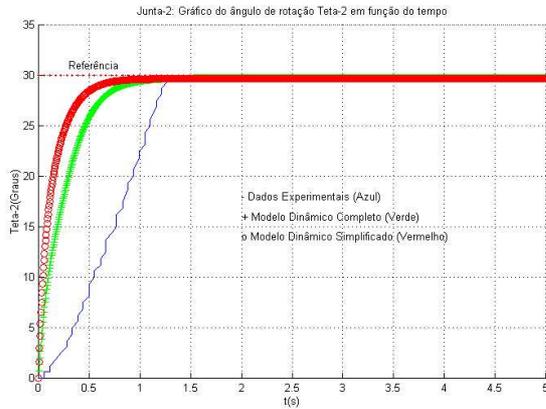


Figura 5: Resultados de simulação e experimentais na movimentação da junta 2 (θ_2 variando de 0° até 30°).

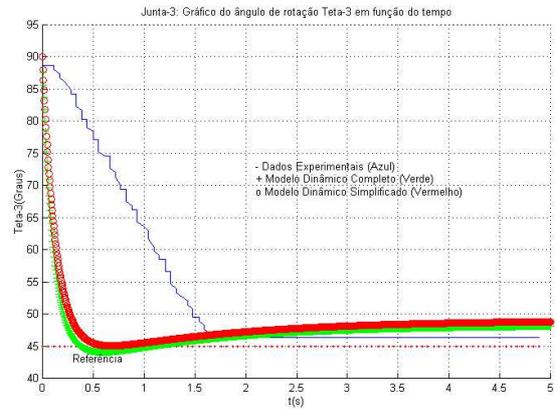


Figura 7: Resultados de simulação e experimentais na movimentação da junta 3 (θ_3 variando de 90° até 45°).

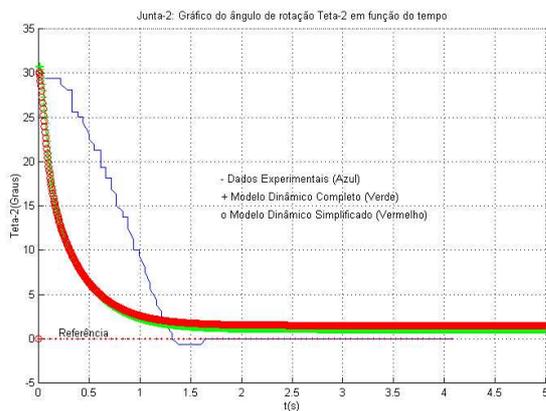


Figura 6: Resultados de simulação e experimentais na movimentação da junta 2 (θ_2 variando de 30° até 0°).

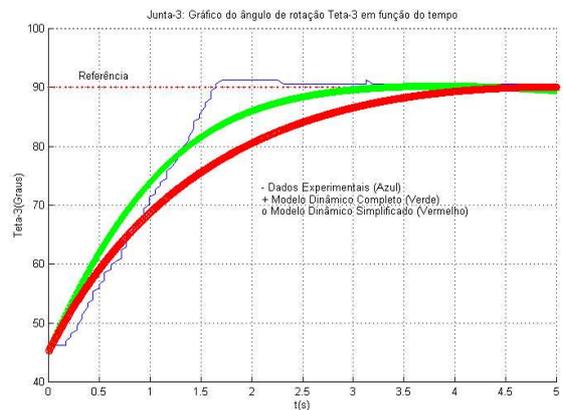


Figura 8: Resultados de simulação e experimentais na movimentação da junta 3 (θ_3 variando de 45° até 90°).

o protótipo de mecanismo de perna desenvolvido em laboratório, comprovam essa análise. As diferenças entre resultados experimentais e de simulação numérica podem ser creditados às simplificações de modelagem no que concerne a dinâmica dos atuadores e o atrito. Portanto, uma modelagem dinâmica simplificada pode ser utilizada:

$$D(q)\ddot{q} = u + J(q)^T F_e \quad (32)$$

e

$$\ddot{q} = D(q)^{-1}[u + J(q)F_e] \quad (33)$$

Assim, tem-se uma redução significativa nos cálculos para a determinação imediata de dq/dt através da integração de d^2q/dt^2 . Em termos de tempo de processamento, houve uma redução em cerca de 9%.

5 CONCLUSÕES

Foram apresentadas nesse trabalho análises sobre a simplificação do modelo dinâmico de um mecanismo de perna de um robô caminante quadrúpede. Baseado no detalhamento da modelagem do mecanismo, e no contexto particular a que se aplica esse modelo, i.e., um protótipo desenvolvido em laboratório, foi proposta uma simplificação que visa diminuir os esforços computacionais nos cálculos das matrizes $C(q, dq/dt)$ e $G(q)$ (forças centrífugas e de Coriolis, e os torques devido às forças gravitacionais, respectivamente). Para analisar a validade dessa simplificação do modelo dinâmico, foram realizadas simulações numéricas de movimentos da perna para as três juntas, com e sem simplificação, e seus resultados foram comparados com os obtidos experimentalmente com o protótipo.

Pode-se observar um desempenho bastante similar nos três casos, i.e. a diferença entre resultados de simulação entre modelo completo e simplificado está na ordem de 1 grau em regime e um atraso de até 10 graus no transitório, em relação aos resultados experimentais, a diferença é significativa no transitório, mas em regime a resposta é equivalente (diferença de 2 graus no pior caso). Isto comprova a validade da proposta de simplificação na modelagem do mecanismo, e permite utilizar esse resultado nos estudos envolvendo o controle de locomoção do robô quadrúpede que vem sendo desenvolvido.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio obtido nas diversas fases do projeto, na forma de suporte financeiro, da FPF, FAPEMIG, CAPES e CNPq.

REFERÊNCIAS

- Asada, H. and J. J. E. Slotine (1986). *Robot Analysis and Control*. Ed. Wiley – Interscience Publications, New York, USA.
- Baroni, P., G. Guida, S. Mussi and A. Venturi (1995). A distributed architecture for control of autonomous mobile robots. *Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA '95)*. Nagoia, Japão.
- Bucklaew, T. P. and C.-S. Liu (1999). A new nonlinear gain structure for PD-type controllers in robotic applications. *Journal of Robotic Systems* **16** (11), pp. 627-649.
- Craig, J. J. (1986). *Introduction to Robotics Mechanics and Control*. Ed. Addison Wesley Publishing Company, Stanford University, USA.
- Cunha, A.C., C. C. Bier, D. Martins e F. Passold (1999). Metodologia sequencial para simulação numérica de técnicas de controle para robôs manipuladores. *Proc. of Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering - XX CI-LAMCE*. EPUSP, São Paulo, Brasil.
- Fu, K. S.; R. C. Gonzalez and C. S. G. Lee (1987). *Robotics: control, sensing, vision and intelligence*. Ed. McGraw-Hill Book Company, New York, USA.
- Hirose, S., K. Yoneda, R. Furuya and T. Takagi (1989). Dynamic and static fusion control of quadruped walking vehicle. *Proc. of IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems - IROS'89*. Tsukuda, Japão.
- Martins-Filho, L. S. and R. Prajoux (2000). Locomotion control of a four-legged embedding real-time reasoning in the force distribution. *Robotics and Autonomous Systems* **32** (4), pp. 219-235.
- Medeiros, A.D., R. Chatila and S. Fleury (1996). Specification and validation of a control architecture for autonomous mobile robots. *Proc. of IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS'96)*. Osaka, Japão.
- Schneider, A. and U. Schmucker (2001). Forced legged platform KATHARINA for service operations, In: *Proc. of the Intern. Conf. on Climbing and Walking Robots - CLAWAR'2001*, Karlsruhe, Germany.
- Spong, M. W. and M. Vidyasagar (1989). *Robot Dynamics and Control*. Ed. John Wiley and Sons, New York, USA.
- Tanie, K. (2001). New trends of walking robotics research and its application possibilities, In: *Proc. of the International Conference on Climbing and Walking Robots - CLAWAR'2001*, Karlsruhe, Germany.