

---

# UM ESQUEMA COMPLETO PARA PROTEÇÃO RÁPIDA DE LINHAS DE TRANSMISSÃO COM O USO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

R. A. Macêdo\*  
rmacedo@sel.eesc.sc.usp.br

D. V. Coury\*  
coury@sel.eesc.sc.usp.br

\*Depto. de Engenharia Elétrica, Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo  
Av. Trabalhador São-carlense 400 - Centro, São Carlos (SP), Brasil

---

## ABSTRACT

This paper presents a complete scheme for protection of transmission lines, including fault detection, fault classification as well as fault location. The fault location module utilizes the modeling of transmission lines through their differential equations. The differential equation for the line is solved having its resistance and inductance as parameters. In this approach there is no need for the algorithm inputs to be pure sinusoidal waves, allowing the presence of harmonics and DC component in the line as part of the solution to the problem. The software ATP was utilized for the modeling of the electric system under study as well as for data collecting for analysis and test. The direct use of the differential equation do not give an acceptable estimation as far as digital relays are concerned because they have convergence times over two cycles. In this sense, a 5<sup>th</sup> order median filter was utilized, providing faster diagnosis for the fault location estimation. For the fault types tested, the estimation for the fault location utilizing line parameters has shown itself highly satisfactory for protection purposes. This work has shown that the algorithm outputs converge in less than one and a half cycles after the fault occurrence, presenting a much faster response for digital relays.

**KEYWORDS:** System Protection, Digital Protection, Differential Equation.

## RESUMO

Este trabalho apresenta o desenvolvimento de um algoritmo completo para a proteção de linhas de transmissão, incluindo detecção, classificação e localização de faltas. A localização de faltas consiste na identificação da zona de proteção em que a falta ocorreu e é baseada na modelagem do sistema por meio de equações diferenciais, formuladas através dos parâmetros resistência e indutância da linha de transmissão a ser protegida. Nesta abordagem, não é necessário que as entradas do algoritmo sejam puramente senoidais, admitindo-se a presença do componente CC presente na falta como parte da solução do problema. Foi utilizado o *software* ATP - "Alternative Transiente Program" para a modelagem do sistema elétrico estudado e a obtenção do conjunto de dados para análise e testes. Com relação ao uso direto das equações diferenciais na localização da falta, foi aplicada uma filtragem adicional às respostas do algoritmo, proporcionando-se um diagnóstico mais rápido das estimativas por meio de um filtro de mediana de 5<sup>a</sup> ordem. Para todos os tipos de faltas testados, a detecção, classificação e a estimativa da localização da falta, com o uso do referido filtro, mostraram-se satisfatórias para a finalidade de proteção, convergindo em menos de um ciclo e meio de pós-falta, após a filtragem das estimativas, imprimindo uma velocidade de resposta para os relés digitais.

**PALAVRAS-CHAVE:** Sistemas Elétricos, Proteção Digital, Equação diferencial.

---

Artigo submetido em em 11/06/01

1a. Revisão em 25/04/02

Aceito sob recomendação do Ed. Assoc. Prof. José L. R. Pereira

# 1 INTRODUÇÃO

A função do sistema de proteção é detectar a ocorrência de faltas ou condições anormais ao sistema elétrico de potência, e removê-las o mais rápido possível. Tal sistema deve retirar de operação apenas o elemento sob falta, visando uma maior continuidade no fornecimento de energia elétrica. A interrupção no fornecimento de energia elétrica deve então ser minimizada ou, se possível, evitada.

Na proteção de linhas de transmissão são utilizadas diversas classes de relés. Os mais freqüentemente empregados são os relés de distância que calculam a impedância aparente da linha entre a localização do relé e o ponto em que a falta ocorreu. Como a impedância por quilômetro da linha de transmissão pode ser considerada constante, através do cálculo da impedância aparente, o relé aponta a distância da falta na linha.

Os relés de impedância digital encontram uma certa dificuldade na estimativa correta da localização da falta devido a ruídos introduzidos pela falta sob forma de componentes CC e harmônicos de alta freqüência presentes nos sinais de tensão e corrente, acarretando erros na estimativa das impedâncias reais.

Um algoritmo baseado na modelagem do sistema de transmissão por meio de equações diferenciais de primeira ordem, formuladas através dos parâmetros resistência e indutância da linha a ser protegida, foi desenvolvido nesse trabalho. Nessa abordagem não é necessário que a entrada do algoritmo seja puramente senoidal, admitindo a presença do componente CC na linha como parte da solução do problema, quando da ocorrência de uma falta ou algum distúrbio no sistema. No entanto, esta solução não acomoda a existência de harmônicos. Uma solução para este problema seria a inclusão da capacitância em paralelo do modelo em questão, tornado-o mais complexo. Assim, a equação diferencial de primeira ordem será utilizada para determinar os parâmetros do sistema sob condição de falta e imprecisões para determinadas situações são esperadas.

Os fundamentos teóricos utilizados no desenvolvimento do algoritmo estudado são citados na literatura em trabalhos de Phadke & Thorp (1988), Johns & Salman (1995) e Horowitz & Phadke (1992). Na realidade, esta idéia não é recente. Ranjbar & Cory (1975), propuseram um método que utilizava o modelo de uma linha de transmissão *RL*-série resultando em uma equação diferencial de 1ª ordem, com seus limites de integração definidos previamente. Tal técnica também foi estudada por Smolinski (1979), onde o autor propõe um algoritmo para o cálculo da impedância baseado no modelo *PI* da

linha de transmissão, onde foi incluído o elemento capacitivo, resultando assim, numa equação de segunda ordem conforme sugerido no parágrafo anterior. No entanto, o esforço computacional foi aumentado consideravelmente. Breingan, Chen & Gallen (1979) sugeriram o uso de um algoritmo para o cálculo da impedância baseado num modelo *RL*-série da linha onde os efeitos introduzidos pela capacitância em derivação fossem filtrados utilizando-se um filtro passa-baixa, resultando em uma aproximação aceitável da impedância. Jeyasuray & Smolinski (1983), apresentam um estudo comparativo entre diversos tipos de algoritmos para a determinação da impedância aparente da linha, e baseado nestes estudos, concluíram que a combinação de filtros com o algoritmo baseado na equação diferencial da linha apresentavam o melhor resultado na implementação deste em tempo real. O algoritmo introduz alguns erros que são analisados por Phadke & Thorp (1988), onde se sugere a eliminação destes através de uma pré-filtragem das estimativas. Outros autores tais como, Gilbert, Undren e Sackin (1977), estudaram diversos algoritmos e apontam a eficácia do modelo baseado na equação diferencial da linha. Akke e Thorp (1998) apresentam um novo método de filtragem digital das estimativas para a eliminação de erros introduzidos em seu algoritmo.

## 2 O SISTEMA DE POTÊNCIA ANALISADO

Com o objetivo de avaliar a aplicabilidade do algoritmo proposto, foi simulado um sistema de transmissão em condição faltosa. O desempenho de uma linha de transmissão depende de sua disposição geométrica e de suas características físicas. Estas características não só ditam o seu comportamento em regime normal de operação, definindo os seus parâmetros elétricos, como também quando submetida à faltas elétricas.

Neste trabalho utilizou-se o *software ATP- Alternative Transient Program* (ATP - Rule Book, 1987) para a modelagem do sistema elétrico estudado e obtenção do conjunto de dados para análise e testes. A linha de transmissão em questão foi representada com seus parâmetros distribuídos.

O *software ATP* é uma ferramenta de grande importância e flexibilidade na realização de estudos de transitórios em sistemas de potência, permitindo a representação detalhada da linha de transmissão através das características dos condutores e suas respectivas disposições geométricas nas torres de transmissão, além da modelagem das diversas manobras e defeitos que afetam o mesmo, buscando uma aproximação com uma situação real.

## 2.1 Modelagem da linha de transmissão

Para análise, adotou-se uma linha de transmissão cuja estrutura é mostrada da Figura 1. A linha de trans-

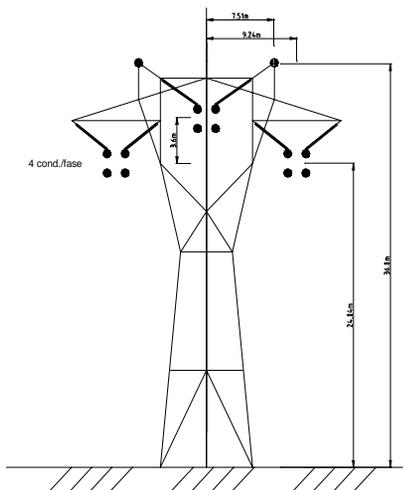


Figura 1: Estrutura da linha de transmissão analisada

missão utilizada para o cálculo dos parâmetros foi uma linha trifásica, caracterizando-se como uma linha típica da CESP de 440kV. Esta linha corresponde ao trecho Araraquara – Bauruí.

Os dados de seqüência obtidos, através do *software* ATP, foram utilizados em todos os estudos e são:

$$R^0 = 1.86230 \Omega/km$$

$$R^+ = 0.03852 \Omega/km$$

$$L^0 = 2.23 mH/km$$

$$L^+ = 0.741 mH/km$$

$$C^0 = 1,33408 \mu F/km$$

$$C^+ = 2,292642 \mu F/km$$

Para a obtenção dos parâmetros de linha de transmissão, os cálculos são efetuados independentemente da frequência da rede, uma vez que tais parâmetros são considerados constantes em relação à mesma. Tal suposição não é absolutamente correta, pois sabe-se que tanto a resistência como a indutância varia com a frequência, devido ao efeito pelicular. Também nos cálculos, considera-se que as linhas de transmissão são transpostas, compensando-se os desequilíbrios dos campos magnéticos entre fases, cabos e pára-raios, estruturas e o solo sob a linha de transmissão.

A representação do sistema estudado, apresentada na

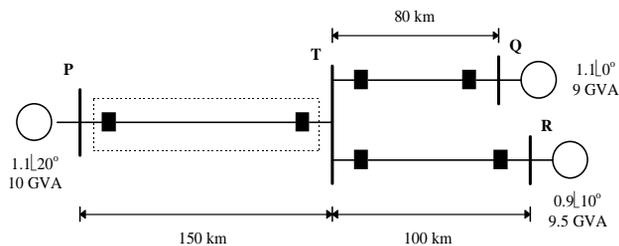


Figura 2: O sistema elétrico analisado

Figura 2, é composta por geradores, barramentos e linhas de transmissão. A falta foi aplicada entre os terminais P e T da linha simulada e os dados foram obtidos no terminal P do sistema. As variações dos parâmetros considerados para efeito de testes do algoritmo proposto podem ser resumidas por:

- a localização da falta;
- a resistência de falta;
- instante da falta (ângulo de incidência) tipo de falta.

Para a aplicação em questão, foram utilizadas amostras de tensão e corrente trifásicas de pré e pós-falta com relação ao barramento P. Assim, foram realizadas simulações das situações que o relé experimenta na prática quanto submetido a uma falta sustentada. Todas as conclusões deste trabalho são, portanto, para o sistema apresentado.

## 3 UM ESQUEMA COMPLETO DE PROTEÇÃO

Neste trabalho foi desenvolvido um esquema completo de proteção de uma linha de transmissão. O algoritmo proposto foi implementado por meio de uma linguagem estruturada, o FORTRAN. O estágio inicial do algoritmo é a obtenção dos dados digitalizados de tensão e corrente no terminal P proveniente do sistema elétrico simulado, que são utilizados para detecção do ponto em que a falta ocorreu, extração dos fasores fundamentais, classificação da falta quanto ao tipo e por último, cálculo distância da falta por meio das equações diferenciais da linha modelada. Deve ser enfatizado que um pré-processamento dos sinais de entrada foi realizado para inclusão de etapas como: uso do filtro *anti-aliasing Butterworth*, reamostragem do sinal, bem como introdução dos erros de quantização presentes no processo de digitalização.

### 3.1 Detecção da falta

As amostras de tensão e corrente utilizadas pelo algoritmo incluem amostras de pré-falta e pós-falta, como

descrito anteriormente. Assim sendo, faz-se necessário determinar o ponto em que a falta ocorreu para divisão entre dados de pré e pós-falta.

Faltas causam distorções na forma de onda de tensão e corrente. Os picos de tensão e corrente podem mudar em magnitude e/ou ângulo de fase com respeito às condições de pré-falta. Neste processo, as amostras de corrente das três fases no terminal P da linha modelada são comparadas com as correspondentes amostras a um ciclo anterior. Qualquer mudança significativa, correspondente a 5% do valor de pico, na magnitude da amostra entre os dois casos indicará a ocorrência de uma falta. Contudo, a fim de se ter certeza que tal distúrbio caracteriza uma falta, o algoritmo registra a mudança para três amostras consecutivas. Estas amostras determinarão o ponto amostral em que a falta ocorreu.

Deve ser mencionado que não é essencial que a detecção aconteça na primeira amostra que corresponde ao tempo de inserção da falta. A detecção da falta com um atraso de tempo irá significar um deslocamento na referência de tempo para as formas de onda, sem causar nenhum erro (Coury).

## 3.2 Classificação da falta

### 3.2.1 Extração dos fasores fundamentais

As formas de onda de tensão e corrente de pós-falta podem apresentar transitórios eletromagnéticos. Assim os componentes de frequência fundamental podem ser acrescidos de componentes transitórios de alta frequência e componentes CC, que são injetados no sistema pela falta. Logo, torna-se importante à extração precisa dos fasores fundamentais de tensão e corrente de pós-falta destas ondas, através do emprego de técnicas especiais de filtragem digital, de modo a se obter um alto grau de confiabilidade na classificação da falta. Deve ser notado que tal filtragem é necessária somente para o processo de classificação de faltas. A localização de faltas pela resolução das equações diferenciais, descritas mais adiante, utiliza-se de valores de tensão e corrente ruidosos.

O método utilizado nesta etapa foi a filtragem através da aplicação Transformada Discreta de Fourier (TDF) para um ciclo completo de dados, que produz a magnitude e o ângulo de fase fundamental  $X_{v,i}(\omega)$  para 60Hz, com sua equação geral dada por (Burrus & Parks):

$$X_{v,i}(\omega) = (2/N) \sum_{n=0}^{N-1} [x_{v,i}(n) \{\cos(\omega n \Delta t) - j \sin(\omega n \Delta t)\}] \quad (1)$$

onde:

$N$  = número de amostras por ciclo

$\Delta t$  = intervalo de tempo entre as amostras

$\omega = 2\pi 60$  frequência angular em Hz do fasor extraído

$x_{v,i}(\omega)$  = onda de tensão e corrente amostradas

Os fasores trifásicos fundamentais de corrente de pós-falta no terminal P da linha,  $I'_p$ , e podem ser determinados como:

$$\begin{aligned} I'_{ap} &= X_{iap}(\omega) \\ I'_{bp} &= X_{ibp}(\omega) \\ I'_{cp} &= X_{icp}(\omega) \end{aligned} \quad (2)$$

Deve ser ressaltado que para efeito de classificação de faltas foram utilizados componentes superpostos das correntes trifásicas, que são a diferença entre a variação total do sinal de pós-falta e seus valores de pré-falta. A diferença entre os fasores de pós-falta e de pré-falta é dada como:

$$\begin{aligned} I''_{pa} &= I'_{pa} - I_{pa} \\ I''_{pb} &= I'_{pb} - I_{pb} \\ I''_{pc} &= I'_{pc} - I_{pc} \end{aligned} \quad (3)$$

A utilização de componentes superpostos, em vez de valores totais, proporciona uma precisão adicional ao algoritmo pelo fato de erros causados pela carga de pré-falta serem virtualmente eliminados.

### 3.2.2 O Método de classificação da falta

O módulo de classificação da falta é incorporado ao algoritmo para permitir uma rápida identificação das fases envolvidas e, com isso, diminuir o tempo total do cálculo dos parâmetros que identificarão a localização da falta.

Esse método é baseado na utilização das formas de ondas superpostas, equações (3), de tensão e corrente obtidas no terminal P da linha modelada (Coury).

A exatidão do cálculo da localização da falta depende do seu tipo, e para isso a sub-rotina de classificação leva em consideração se a falta envolve ou não a terra. Para isso, o presente método baseia-se na comparação entre a magnitude dos fasores superpostos de corrente nas três fases e do fasor de seqüência zero.

A Tabela 1 ilustra o método de classificação da falta quanto ao tipo. Os valores dos fasores  $I''_{pa}$ ,  $I''_{pb}$ ,  $I''_{pc}$  e  $I''_{p0}$  são normalizados e é realizada uma comparação entre os fasores de corrente superpostos e de seqüência zero fundamentais.

O parâmetro  $K$  é a razão entre os fasores de corrente de regime e sob falta. Uma série de resultados mostra que para o sistema estudado,  $K=0.3$  proporciona uma classificação correta de falta para todos os tipos de faltas.

Usando-se tal fator, os fasores com valor menor que 0.3 são considerados não faltosos, e fasores maiores que 0.7 são considerados sob falta. A decisão se a falta envolve a terra ou não, é baseada na presença da componente de seqüência zero.

Na prática, é necessário também, aplicar um pequeno *threshold*  $I_{min}$  devido à existência de linhas não balanceadas, transdutores, erros na filtragem, etc.

Tabela 1: Classificação da falta quanto ao tipo

Se	Falta tipo
$I''_{pb} < KI''_{pae} I''_{pc} < KI''_{pa}$	Fase-a terra
$I''_{pa} < KI''_{pbe} I''_{pc} < KI''_{pb}$	Fase-b terra
$I''_{pa} < KI''_{pce} I''_{pb} < KI''_{pc}$	Fase-c terra
$I''_{pc} < KI''_{pae} I''_{pb} \cong I''_{pae}$	
$I''_{p0} > I_{min}$	Fase-a-b terra
Caso contrário	Fase-a-b
$I''_{pa} < KI''_{pbe} I''_{pc} \cong I''_{pbe}$	
$I''_{p0} > I_{min}$	Fase-b-c terra
Caso contrário	Fase-b-c
$I''_{pb} < KI''_{pae} I''_{pa} \cong I''_{pce}$	
$I''_{p0} > I_{min}$	Fase-a-c terra
Caso contrário	Fase-a-c
$I''_{pa} \cong I''_{pb} \cong I''_{pc}$	Falta a-b-c

### 3.3 Localização da falta através da equação diferencial da linha

O propósito do algoritmo estudado é descrever a dinâmica de uma linha de transmissão sob falta através de sua representação por uma equação diferencial. Deve-se assumir que o comprimento da linha seja tal que a capacitância em derivação possa ser negligenciada, ficando a linha composta apenas por resistência e indutância.

A linha de transmissão trifásica, sob falta, pode ser modelada através da equação de 1ª ordem:

$$V = Ri + L \frac{di}{dt} \quad (4)$$

onde  $L$  e  $R$  são a indutância e a resistência da linha, e

$V$  e  $i$  são a tensão e a corrente medidas no relé, respectivamente.

Algumas considerações simplificadoras na equação (4) se fazem necessárias:

- a linha é considerada perfeitamente transposta;
- a capacitância em derivação da linha não é considerada;
- os transformadores de corrente e potencial são considerados ideais.

Para resolver a equação (4) foram introduzidos os parâmetros que limitarão a solução. Assumindo uma falta na linha PT, ilustrada pela Figura 1, a uma distância  $k$  do relé, os valores instantâneos da tensão e da corrente podem ser calculados pela equação (5), para uma linha trifásica:

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = k_r R \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + k_l L \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (5)$$

onde  $v_a$ ,  $v_b$  e  $v_c$ ,  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$  são as tensões e correntes trifásicas nas respectivas fases  $a$ ,  $b$  e  $c$  da linha, e os parâmetros  $k_r$  e  $k_l$  são os comprimentos relativos da linha para a resistência e a indutância, respectivamente. Para uma falta na linha PT, estes parâmetros assumirão valores entre 0 e 1, que representa a distância entre a falta e a localização do relé, que em condições ideais seriam iguais. No entanto, devido a presença da resistência de falta, é observado uma diferença numérica entre os parâmetros. Os índices 0 e + são utilizados na representação do sistema através das componentes de seqüência zero e positiva, respectivamente.

As relações entre os parâmetros são:

$$\begin{aligned} L^+ &= L_s - L_m & (6) \\ R^+ &= R_s - R_m \\ L^0 &= L_s + 2L_m \\ R^+ &= R_s + 2R_m \end{aligned}$$

De (6), segue que:

$$\begin{aligned} 3L_m &= L^0 - L^+ & (7) \\ 3R_m &= R^0 - R^+ \end{aligned}$$

Foram usadas as equações (6) para reescrever a equação

(5) como:

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = k_r R^+ \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + k_l L^+ \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + k_r (R^0 - R^+) \begin{bmatrix} i_0 \\ i_0 \\ i_0 \end{bmatrix} + k_l (L^0 - L^+) \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_0 \\ i_0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Com a corrente de seqüência zero igual a:

$$i_0 = (i_a + i_b + i_c)/3 \quad (9)$$

A seguir serão derivadas as equações para os tipos de faltas estudados.

### 3.3.1 A falta fase-terra

Assumindo uma falta fase-terra, ocorrendo na fase  $a$  e a uma distância  $k$  do relé, o valor instantâneo da tensão  $v_a$ , que é a tensão da fase  $a$  no ponto do relé, pode ser calculada usando a equação (10). Os parâmetros  $k_r$  e  $k_l$ , que são os fatores multiplicadores da resistência e indutância respectivamente para uma falta na linha:

$$v_a = k_r [R^+ i_a + (R^0 - R^+) i_0] + k_l \left[ L^+ \frac{di_a}{dt} + (L^0 - L^+) \frac{di_0}{dt} \right] \quad (10)$$

e a expressão pode ser escrita na forma geral como:

$$v = k_r i_r + k_l \frac{di_l}{dt} \quad (11)$$

onde:

$$\begin{aligned} v &= v_a \\ i_r &= R^+ i_a + (R^0 - R^+) i_0 \\ i_l &= L^+ i_a + (L^0 - L^+) i_0 \end{aligned} \quad (12)$$

### 3.3.2 A falta fase-fase e fase-fase-terra

Considerando uma falta entre as fases  $a$  e  $b$ , a uma distância  $k$ , envolvendo ou não a terra, a sua equação pode ser representada pela expressão:

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \end{bmatrix} = k_r R^+ \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \end{bmatrix} + k_r L^+ \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \end{bmatrix} + k_r (R^0 - R^+) \begin{bmatrix} i_0 \\ i_0 \end{bmatrix} + k_l (L^0 - L^+) \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

e na sua forma geral

$$v = k_r i_r + k_l \frac{di_l}{dt} \quad (14)$$

onde:

$$\begin{aligned} v &= v_a - v_b \\ i_r &= R^+ (i_a - i_b) \\ i_l &= L^+ (i_a - i_b) \end{aligned} \quad (15)$$

### 3.3.3 A falta trifásica

Para uma falta trifásica a uma distância  $k$  do relé, desde que a falta seja simétrica, a equação (8) pode ser reescrita da forma:

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = k_r R^+ \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + k_l L^+ \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (16)$$

Definimos os componentes  $\alpha\beta$  por:

$$\begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix}, \text{ onde } M = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & \frac{-1}{2} & \frac{-1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{-\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad (17)$$

As três quantidades  $a, b, c$  são convertidas em duas novas quantidades ortogonais entre si, ficando a equação geral da forma:

$$\begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix} = k_r R^+ \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} + k_r L^+ \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (18)$$

### 3.3.4 Solução da equação diferencial

Para as faltas do tipo fase-terra, fase-fase e fase-fase-terra, tem-se a solução da equação geral (11) pela regra trapezoidal. Os dois parâmetros desconhecidos  $k_l$  e  $k_r$  são estimados por estas equações. Utilizando-se três amostras consecutivas,  $n-2, n-1$  e  $n$ , as estimativas são apresentadas em (19) e (20).

Na solução para falta trifásica, tem-se duas equações baseadas em quantidades ortogonais. Apenas duas amostras são necessárias para estimar os parâmetros na solução geral da equação (11). Usa-se a aproximação de Tustin (Akke & Thorp), para derivadas dos sistemas de equação em tempo-discreto.

$$\begin{bmatrix} i_\alpha + i_{\alpha_{n-1}} & i_\alpha - i_{\alpha_{n-1}} \\ i_\beta + i_{\beta_{n-1}} & i_\beta - i_{\beta_{n-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_r R^+ \\ k_l L^+ \frac{2}{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{\alpha_n} + v_{\alpha_{n-1}} \\ v_{\beta_n} + v_{\beta_{n-1}} \end{bmatrix} \quad (23)$$

O sistema de equação é resolvido e as estimativas são apresentadas em (21) e (22).

A solução das equações diferenciais resultará na distância em que a falta ocorreu na linha em termos percentuais. Os valores de  $k_r$  e  $k_l$  serão valores numéricos entre 0 e 1 (para resistência de arco nula) e indicarão a existência da condição ou não de *trip* do disjuntor. No caso de resistências de arco mais elevadas  $k_r$  se diferenciará de  $k_l$  conforme será explicitado posteriormente.

### 3.3.5 Filtragem das estimativas

Após o algoritmo ter calculado os parâmetros da linha, fez-se necessário a implementação de um filtro para pro-

$$\hat{k}_{r_n} = \frac{(i_{l_n} - i_{l_{n-1}})(v_{n-1} + v_{n-2}) - (i_{l_{n-1}} - i_{l_{n-2}})(v_n + v_{n-1})}{(i_{r_{n-1}} + i_{r_{n-2}})(i_{l_n} - i_{l_{n-1}}) - (i_{r_n} + i_{r_{n-1}})(i_{l_{n-1}} - i_{l_{n-2}})} \quad (19)$$

$$\hat{k}_{l_n} = \frac{h - (i_{r_n} - i_{r_{n-1}})(v_{n-1} + v_{n-2}) + (i_{r_{n-1}} + i_{r_{n-2}})(v_n + v_{n-1})}{2 (i_{r_{n-1}} + i_{r_{n-2}})(i_{l_n} - i_{l_{n-1}}) - (i_{r_n} + i_{r_{n-1}})(i_{l_{n-1}} - i_{l_{n-2}})} \quad (20)$$

$$k_{r_n} = \frac{1}{R^+} \cdot \frac{(i_{\beta_n} - i_{\beta_{n-1}})(v_{\alpha_n} + v_{\alpha-1}) - (i_{\alpha_n} - i_{\alpha_{n-1}})(v_{\beta_n} + v_{\beta_{n-1}})}{(i_{\alpha_n} + i_{\alpha_{n-1}})(i_{\beta_n} - i_{\beta_{n-1}}) - (i_{\alpha_n} + i_{\alpha_{n-1}})(i_{\beta_n} + i_{\beta_{n-1}})} \quad (21)$$

$$k_{l_n} = \frac{h}{2L^+} \cdot \frac{-(i_{\beta_n} - i_{\beta_{n-1}})(v_{\alpha_n} + v_{\alpha-1}) + (i_{\alpha_n} + i_{\alpha_{n-1}})(v_{\beta_n} + v_{\beta_{n-1}})}{(i_{\alpha_n} + i_{\alpha_{n-1}})(i_{\beta_n} - i_{\beta_{n-1}}) - (i_{\alpha_n} + i_{\alpha_{n-1}})(i_{\beta_n} + i_{\beta_{n-1}})} \quad (22)$$

porcionar uma convergência mais rápida dos valores calculados para fins de proteção. Foram implementados um filtro de média e um de mediana com o objetivo de se obter uma comparação entre os métodos de filtragem. Tais filtros possuem características semelhantes, diferindo apenas na maneira em que a sua curva é suavizada. Melhores resultados foram conseguidos utilizando-se um filtro de mediana de 5ª ordem por este possuir a vantagem de rejeitar totalmente valores extremos.

O filtro de mediana é uma técnica de processamento digital de sinais que é útil para supressão de ruídos em imagens. O filtro consiste em uma janela móvel de dados englobando um número ímpar de amostras. A amostra central da janela é substituída pela mediana do conjunto dentro da janela, rejeitando totalmente os valores extremos das amostras e suavizando o gráfico. Uma solução alternativa consiste em calcular a função acumulativa local sobre a metade do valor numérico amostrado. Esta avaliação do histograma é vantajosa apenas quando é usada uma janela de 5x5 amostras ou mais, Pratt, W.K. (1978), Chen, C. H. (1988).

## 4 RESULTADOS OBTIDOS

Como citado anteriormente, a linha de transmissão em questão foi implementada utilizando-se o *software* ATP. Uma extensiva série de testes, obtidos através de um conjunto de dados simulados no ATP, foram realizados para a validação do método proposto e os resultados são apresentados a seguir.

Em tais testes, simulou-se todos os tipos de faltas, variando-se o ângulo de incidência e resistências de falta, para diferentes distâncias correspondentes à primeira zona de proteção do relé. A taxa amostral utilizada foi de 960Hz, sendo a frequência do sistema de 60 Hz. A filtragem analógica referente ao processo de digitalização do sinal também foi incluída, utilizando-se um filtro digital passa-baixa *Butterworth*.

### 4.1 Módulo de detecção da falta

Na Figura 3 é apresentado um gráfico que ilustra o resultado dos testes realizados para a validação da sub-rotina de detecção do algoritmo proposto, ilustrando o tempo de detecção das faltas.

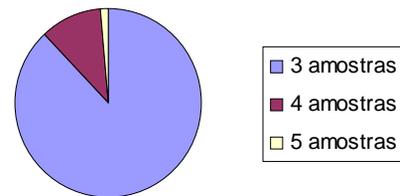


Figura 3: Gráfico dos testes para a sub-rotina de detecção da falta para todos os diferentes tipos de falta apresentados.

Deve ser ressaltado que a sub-rotina em questão atuou corretamente em 100% dos 1320 casos testados. Ainda, o algoritmo foi capaz de detectar a falta na maioria dos casos com apenas três amostras pós-falta, sendo o tempo de detecção maior para aquelas faltas que apresentam uma resistência de falta alta ou aquelas ocorrendo próximo ao terminal remoto da linha. Foi observado também que o algoritmo não possui uma resposta uniforme para os diferentes ângulos de incidência da falta analisados.

### 4.2 Módulo de classificação da falta

Os testes demonstraram que a sub-rotina de classificação da falta foi capaz de classificar corretamente, quanto ao

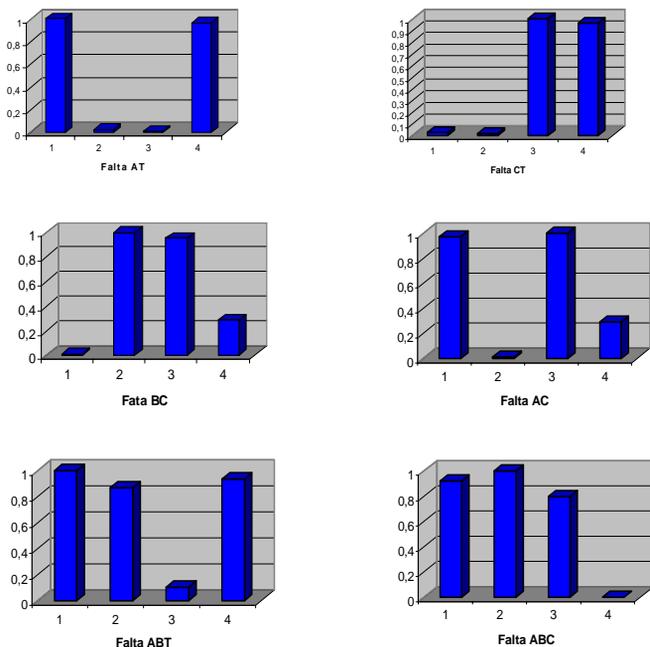


Figura 4: Gráficos resultantes para o módulo de classificação da falta

tipo, as faltas para 100% dos casos do conjunto de teste proposto.

A Figura 4 ilustra o resultado obtido, onde são apresentados diversos tipos de faltas aplicadas a 135km, 90% da linha, do terminal P da linha estudada, com resistência de falta de  $50\Omega$  e ângulo de incidência de  $0^\circ$ . Pode ser observado que as fases sob falta apresentam valores de correntes normalizados acima do valor pré-determinado 0.7, que caracteriza uma falta, e os fasores não faltosos apresentam valores inferiores a 0.3.

### 4.3 Módulo de localização da falta quanto a primeira zona de proteção do relé

A sub-rotina de localização da falta foi submetida ao conjunto de teste proposto para validação. A estimativa da localização da falta, ou seja, o cálculo da distância através da resistência e da indutância para a verificação se a falta ocorreu ou não dentro da primeira zona de proteção do relé, mostrou ser um critério coerente com as expectativas do algoritmo.

Algumas estimativas de localização da falta são apresentadas nos gráficos das Figuras de 5 a 12, que ilustram as respostas típicas do algoritmo. Pode ser observado visualmente que os referidos gráficos possuem características

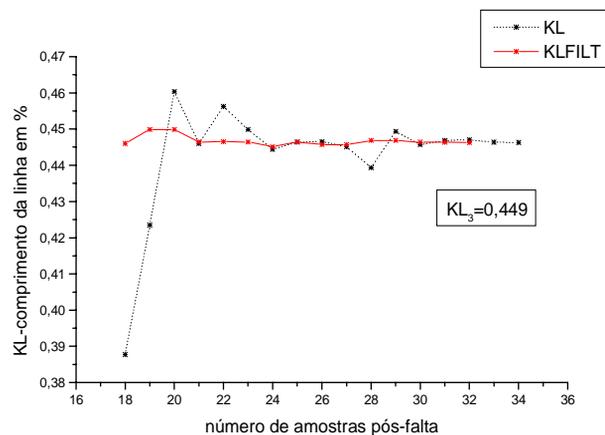


Figura 5: Gráfico de  $k_l$  para uma falta tipo *fase-a-terra* com  $R_f$  de  $100\Omega$  a 60 km de P ( $k_l = 0.4$ ).

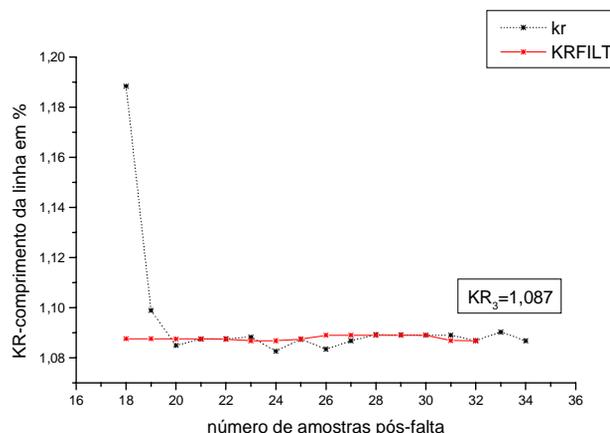


Figura 6: Gráfico de  $k_r$  para uma falta tipo *fase-a-terra* com  $R_f$  de  $100\Omega$  a 60 km de P ( $k_r = 0.4$ ).

bastante distintas, onde o gráfico contínuo identifica a resposta após a filtragem com o filtro de mediana de  $5^a$  ordem. O gráfico pontilhado identifica a saída do módulo de localização antes da utilização do filtro de mediana.

Os gráficos das Figuras 5 e 6 apresentam os valores de  $k_l$  e  $k_r$  respectivamente em relação número de amostras pós-falta para uma falta tipo *fase-a-terra*, com ângulo de incidência de  $0^\circ$ , e resistência de falta de  $100\Omega$ .

Os resultados obtidos mostram que devido à presença da resistência de falta é observada uma diferença entre os valores do  $k_l$  e  $k_r$ . Como era de se esperar, as estimativas

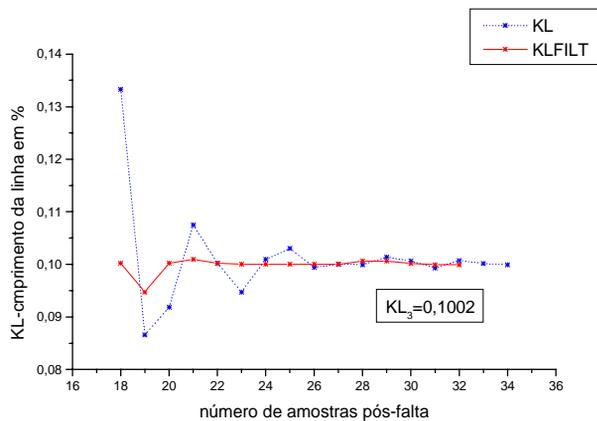


Figura 7: Gráfico de  $k_l$  para uma falta tipo *fase-a-terra* a 15 km de P ( $k_l=0.1$ ).

de  $k_l$  mantém a precisão do resultado. Assim sendo, foi adotado tal valor para o cálculo da distância da falta no que diz respeito à tomada de decisão do algoritmo.

Deve ser notado que os gráficos apresentam o valor numérico da terceira estimativa do filtro.

#### 4.3.1 Efeito do tipo de falta

Nas Figuras 7 e 8 é mostrada a exatidão do algoritmo para diferentes tipos de falta onde são apresentados os gráficos do cálculo do  $k_l$  em relação número de amostras pós-falta para uma falta do tipo *fase-a-terra* e falta *fase-ab* a 15 km com resistência de falta de  $1\Omega$  e ângulo de incidência de  $0^\circ$ . Foi observado que o tipo de falta não altera significativamente a precisão do algoritmo proposto.

#### 4.3.2 Efeito da resistência de falta

A presença da resistência de falta, apesar de afetar parcialmente o cálculo do  $k_l$ , apresenta resultados satisfatórios como pode ser observado nos gráficos a seguir.

As Figuras 9 e 10 apresentam os gráficos do cálculo do  $k_l$  em relação número de amostras pós-falta para uma falta do tipo *fase-terra* a 90 km (60% da linha) com resistência de falta de 1 e  $50\Omega$ , respectivamente.

Deve ser ressaltado que segundo os testes realizados, não foi observado nenhuma variação significativa na precisão do algoritmo quando da variação da resistência de falta com valores até  $50\Omega$  juntamente com a distância da mesma com relação ao terminal P. No entanto, a pre-

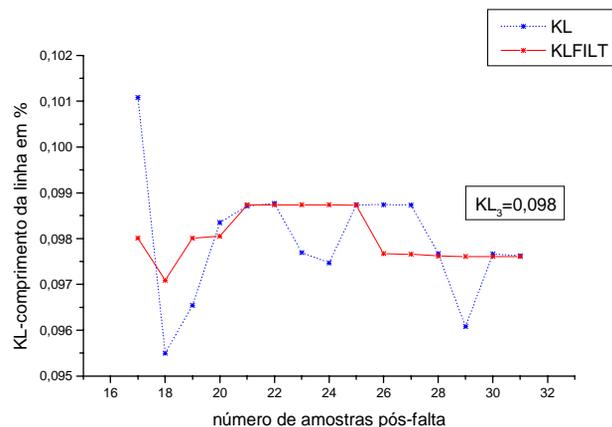


Figura 8: Gráfico de  $k_l$  para uma falta tipo *fase-ab* a 15 km de P ( $k_l=0.1$ ).

sença de uma resistência de falta de valor mais elevado que o especificado causa uma maior variação na precisão do algoritmo em faltas que ocorreram próximas do terminal remoto da linha. Em determinadas situações extremas o método proposto se mostrou inviável.

#### 4.3.3 Efeito do ângulo de incidência da falta

Esta seção apresenta o grau de exatidão do algoritmo proposto em testes realizados variando-se o ângulo de incidência de falta.

Na prática, as faltas ocorrem em qualquer ponto na forma de onda de tensão. Do ponto de vista de distorções de harmônicos, o pior caso reside quando a falta ocorre no instante em que a tensão está próxima ou passando por um máximo. Por outro lado, quando as faltas ocorrem próximas ou na tensão passando por um zero, as distorções são extremamente pequenas. Este aspecto é de vital importância visto que, na prática, as faltas podem ocorrer em qualquer ponto da onda, isto é: o ângulo da falta não pode ser definido antecipadamente.

As Figuras 11 e 12 apresentam os gráficos do cálculo do  $k_l$  em relação número de amostras pós-falta para uma falta do tipo *fase-b-terra* com resistência de falta de  $1\Omega$  a 60 km (40% da linha) onde variou-se ângulo de incidência de 0 e  $90^\circ$ .

Os testes analisados mostram que a precisão do algoritmo não foi significativamente afetada pelo ângulo de incidência da falta.

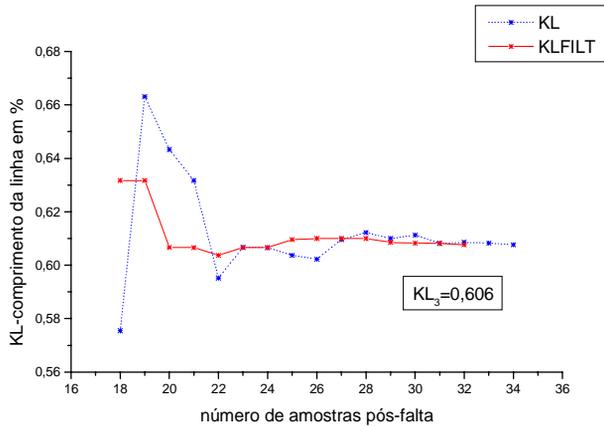


Figura 9: Gráfico de  $k_l$  com resistência de falta de  $1\Omega$  a 90 km de P ( $k_l = 0.6$ ).

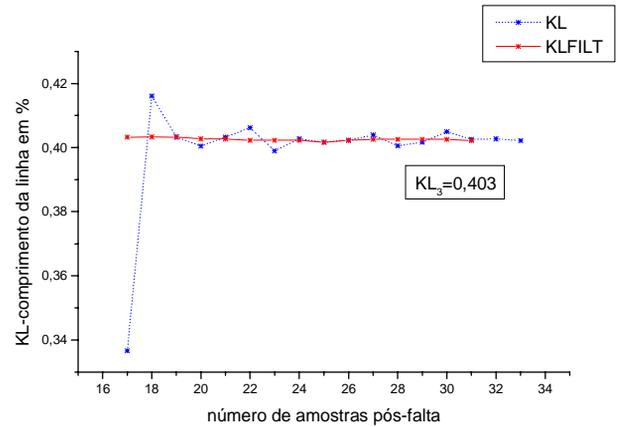


Figura 11: Gráfico de  $k_l$  com ângulo de incidência de falta de  $0^\circ$  a 60 km de P ( $k_l = 0.4$ ).

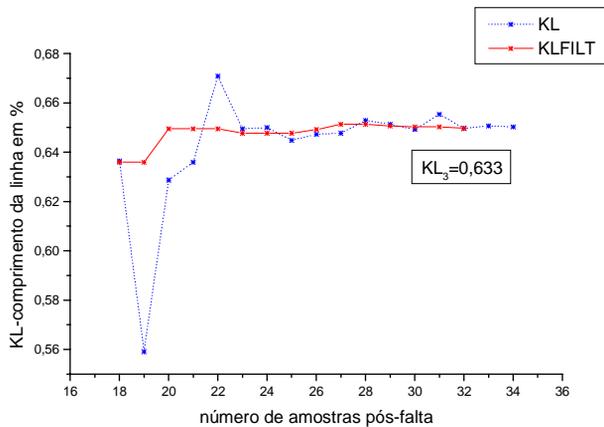


Figura 10: Gráfico de  $k_l$  com resistência de falta de  $50\Omega$  a 90 km de P ( $k_l = 0.6$ ).

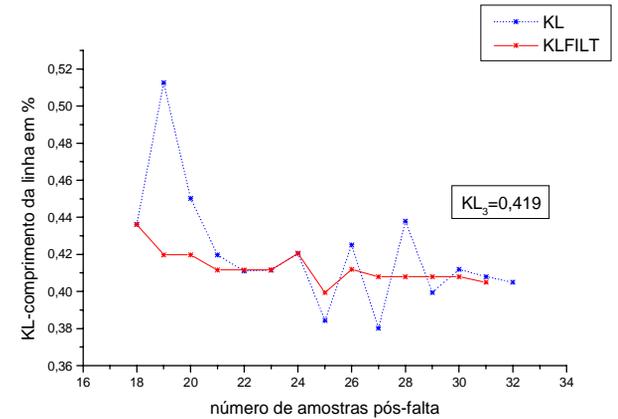


Figura 12: Gráfico de  $k_l$  com ângulo de incidência de falta de  $90^\circ$  a 60 km de P ( $k_l = 0.4$ ).

## 5 CONCLUSÃO

Este trabalho aborda a implementação de um algoritmo completo para proteção digital de distância de uma linha de transmissão compreendendo detecção, classificação e localização de falta na mesma. No que diz respeito ao método de localização da falta, a técnica apresentada neste trabalho mostra a utilização de uma modelagem dos parâmetros da linha de transmissão através de um algoritmo de equações diferenciais.

Uma série bastante extensiva de testes foi realizada com o algoritmo completo de proteção para suas diferentes fases. Foi constatado que as sub-rotinas destinadas à

detecção e classificação da falta apresentaram 100% de acerto nos testes realizados.

As estimativas de localização da falta através dos parâmetros  $k_l$ , mostraram-se satisfatórias para a finalidade de proteção, após a implementação de um filtro de mediana de 5ª ordem. Deve ser ressaltado que a filtragem das estimativas imprimiram uma rápida convergência dos valores de  $k_l$  calculados pelo algoritmo. A filtragem mencionada possibilita o uso de tal filosofia para proteção de distância rápida de linhas de transmissão. Deve ainda ser mencionado que as estimativas são mais precisas para faltas até 50% do comprimento da linha para valores de  $kl$ . Deve ser apontado que situações extremas tais como faltas próximas ao terminal remoto com ele-

vadas resistências de arco (acima de 50  $\Omega$ ) podem produzir estimativas pouco precisas, utilizando o método proposto. No entanto, de uma forma geral, a filosofia descrita apresentou resultados satisfatórios e pode ser empregada para proteção rápida de linhas de transmissão.

O trabalho mostrou ainda que a resposta do algoritmo converge em menos de um ciclo e meio de pós-falta, após a filtragem das estimativas, imprimindo maior velocidade de resposta para os relés digitais.

## REFERÊNCIAS

- Aggarwal R. K., Coury, D.V. & A. T. Kalam (1993). A Practical Approach to Accurate Fault Location on Extra High Voltage Teed Feeders, *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 8, n. 3, pp. 874-882.
- Akke, M.A. & Thorp J.S. (1998). Some Improvements in the Three-phase Differential Equation Algorithm for Fast Transmission Line. *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol.13, n.1, pp. 66-72.
- Alternative Transients Program Rule Book. 1987. Leuven EMTP Center.
- Breigan, W.D., Chen M. M. & Gallen T. F. (1979). The Laboratory Investigation of Digital Systems for Protection for Transmission Lines. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol.PAS-98, pp. 350-368.
- Burrus, C. S., Parks T. W. (1987). Digital Filter Dising, New York, Wiley.
- Chen, C. H. (1988). Processing Handbook, Edited by C. H. Chen.
- Coury D. V. (1992). *A practical approach to accurate fault location on extra high voltage teed feeders*, Tese (Doutorado) – Universidade de Bath, Inglaterra.
- Gilbert, J.G. & Undren, E.A. e Sackin, M. (1977). Evaluation of Algorithms for Computer Relaying. *IEEE Transactions PES Summer Meeting, Mexico City, Mex*, July 17-22.
- Horowitz, S.H. and Phadke A.G. (1992). *Power System Relaying*. John Wiley e Sons Inc.
- Jeyasuray, B. & Smolinski W.J. (1983). Identification of a Best Algorithm for Digital Distance Protection of Transmission Line. for Internal Faults. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol.PAS-103, pp. 3358-3369.
- Johns, A.T. and Salman, S.K. (1995). Digital Protection for Power Systems. Peter Peregrinus Ltd, on behalf of IEE, London, United Kingdom.
- Phadke, A. G. and Thorp J. S. (1988). Computer Relaying for Power Systems, Research Studies Ltd, Taunton, Somerset, England.
- Pratt, W.K. (1978). Digital Image Processing. John Wiley & Sons, Inc.
- Ranjbar, A.M. & Cory, B.J. (1975). An Improved Method for the Digital Protection of Voltage Transmission Line. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol.PAS-94 n. 1, pp. 544-550.
- Smolinski, W.J. (1979). An Algorithm for Digital Impedance Calculation Using PI Section Transmission Line Model. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol.PAS-98, pp. 1546-1551.