

ANÁLISE DE EQUAÇÕES EXPLÍCITAS PARA O CÁLCULO DO COEFICIENTE "f" DA FÓRMULA UNIVERSAL DE PERDA DE CARGA

EXPLICIT EQUATIONS ANALYSIS TO COMPUTE THE "f" COEFFICIENT OF THE HEAD LOSS UNIVERSAL EQUATION

Adroaldo Dias Robaina *

RESUMO

Neste estudo foram comparadas três equações explícitas para o cálculo do coeficiente "f" da fórmula universal de perda de carga com a equação de Colebrook-White. A equação obtida pela substituição do segundo termo ($2.51/Re/\sqrt{f}$) do argumento do logaritmo da equação de Colebrook-White, pela aproximação de Konakov (NEKRASOV, 1968), foi a que apresentou o melhor ajuste ($r^2 = 0.9996$), quando se correlacionou os resultados obtidos pelas três equações explícitas aos valores fornecidos pela fórmula de Colebrook-White. O erro relativo máximo foi da ordem de 2.72 % .

Palavras-chave: perda de carga, coeficiente "f", equações explícitas.

SUMMARY

Three explicit equations to compute the "f" coefficient of the head loss universal equation have been compared with the Colebrook-White implicit equation. The equation obtained by the substitution of the second term ($2.51/Re/\sqrt{f}$) of the log argument in the Colebrook-White equation, by the Konakov approximation (NEKRASOV, 1968) was the one which showed the best fit ($r^2 = 0.9996$), when the results from the three explicit equations were correlated to the values given by the Colebrook-White equation. The maximum relative error was approximately 2.72 % .

Key words: head loss, "f" Coefficient, explicit equations.

INTRODUÇÃO

O grande número de fórmulas existentes para o cálculo da perda de carga certamente impressiona e

põe em dúvida aqueles que se iniciam nesse setor de Hidráulica.

Estão consagradas, pelo uso, diversas fórmulas empíricas para a análise do escoamento em canalizações. De maneira geral, as fórmulas são recomendadas, por seus autores, para a aplicação em domínios restritos de diâmetros comerciais e nelas figuram coeficientes numéricos, que dependem da rugosidade do conduto e não dependem, pelo menos explicitamente, do tipo de escoamento que se estabelece nas canalizações. (ASSY, 1977).

A Norma Brasileira para Elaboração de Projetos de Sistemas de Abastecimento de Água, prevê a utilização da fórmula universal para o cálculo da perda de carga, que, segundo AZEVEDO NETTO & ALVAREZ (1977), pode ser expressa por :

$$J = 0.0826 \cdot f \cdot Q^2 / D^5 \quad (1)$$

onde "J" é a perda de carga unitária (m/m), "Q" a vazão (m^3/s), "D" o diâmetro (m) e "f" o coeficiente adimensional de resistência ao escoamento, obtido por uma expressão matemática conhecida como equação de Colebrook-White.

Segundo QUINTELA (1981) e NOVAIS-BARBOSA (1986), a transição do regime turbulento liso para o regime turbulento rugoso em tubos comerciais, foi objeto de estudo por Colebrook, em colaboração com White, tendo o primeiro proposto em 1939, uma expressão para a região de transição que representava com bastante rigor os valores medidos experimentalmente. A equação, que é uma combinação pura e simples das equações do coeficiente "f" correspondentes a escoamentos em condutos hidraulicamente lisos e condutos hidraulicamente rugosos, pode ser expressa por :

$$1/\sqrt{f} = -2 \cdot \log (0.27 k/D + 2.51/Re/\sqrt{f}) \quad (2)$$

conhecida pela designação de Fórmula de Colebrook-White, na qual "k" é a rugosidade absoluta (m), "D" o

* Engenheiro Agrônomo, Professor Adjunto do Departamento de Engenharia Rural - Centro de Ciências Rurais (CCR) - Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) 97119-900 - Santa Maria - RS.

diâmetro do tubo(m) e "Re" o número adimensional de Reynolds. Essa equação não desfruta de boa aceitação, por exigir a resolução de uma equação implícita, por tentativas, (normalmente por processo iterativo, recorrendo a uma calculadora eletrônica programável), ou por processo gráfico (diagrama de Moody, diagrama de Rouse e diagrama de Ackers). Devido a esse fato, observado na prática da engenharia, o presente trabalho tem o objetivo de reunir equações explícitas para o cálculo do coeficiente "f" e compará-las com a equação de Colebrook-White (equação 2).

EQUAÇÕES EXPLÍCITAS PARA O CÁLCULO DO COEFICIENTE "f"

Segundo NEKRASOV (1968), o cientista russo Konakov propôs uma equação válida para o escoamento hidraulicamente liso, onde o coeficiente "f" aparece explicitamente. A equação de Konakov, manipulada algebricamente resulta em :

$$1/\sqrt{f} = - 2 \cdot \log (5.62 / Re^{0.9}) \quad (3)$$

AZEVEDO NETTO & ALVAREZ (1977), citam que, em escoamento turbulento hidraulicamente rugoso, Nikuradse propôs a seguinte equação :

$$1/\sqrt{f} = - 2 \cdot \log (0.27 k/D) \quad (4)$$

Combinando-se a equação (3) e a equação (4), imitando o procedimento de COLEBROOK (1938), a partir da suposição de que a equação (3) é uma boa aproximação de $1/\sqrt{f} = - 2 \log (2.51/Re\sqrt{f})$, obtém-se :

$$1/\sqrt{f} = - 2 \cdot \log (0.27 k/D + 5.62 / Re^{0.9}) \quad (5)$$

que é uma expressão onde o coeficiente "f" aparece explícito.

Segundo NEVES (1974), Moody propôs substituir o cálculo de "f" através da equação (2), que tem o inconveniente de ter o coeficiente nos dois membros, por :

$$f = 0.0055 [1 + (20000 k/D + 10^6 / Re)^{1/3}] \quad (6)$$

válida para $4000 < Re < 10000000$.

O coeficiente de perda de carga "f" pode, também ser determinado, por uma formulação explícita ajustada por Wood (ASSY, 1977), aos valores fornecidos pela equação (2), representada por :

$$f = a + b \cdot Re^{-c} \quad (7)$$

onde $a = 0.53 k/D + 0.094 (k/D)^{0.225}$, $b = 88 (k/D)^{0.44}$ e $c = 1.62 (k/D)^{0.134}$

COMPARAÇÃO DOS COEFICIENTES "f" OBTIDOS POR EQUAÇÕES EXPLÍCITAS COM OS OBTIDOS PELA EQUAÇÃO DE COLEBROOK-WHITE

Para atingir ao objetivo proposto foram gerados valores do coeficiente "f" através das equações (2), (5), (6) e (7) e procedeu-se a análise comparativa dos valores de "f" obtidos pelas diferentes equações explícitas com os valores do mesmo parâmetro obtido pela equação de Colebrook-White (equação 2). Para gerar valores do coeficiente "f" foram utilizados valores de k/D e Re, fornecidos pelo diagrama de Moody, encontrado em NEVES (1974).

A tabela 1 mostra os valores do coeficiente "f" obtidos pela utilização das equações (2), (5), (6) e (7), para diferentes Números de Reynolds (Re) e diferentes rugosidades relativas (k/D). Nessa tabela, pode-se observar que, de uma maneira geral, os valores calculados pelos diferentes métodos tendem a se aproximar à medida que aumenta o Número de Reynolds.

Na tabela 2, são apresentadas as equações de regressão dos valores do coeficiente "f" obtidos pelas formulações explícitas (equações 5, 6 e 7), em relação aos valores calculados pela equação de Colebrook-White (equação 2).

Pela tabela 2, observa-se que os valores obtidos através da equação (5) se ajustaram melhor ($r^2 = 0.9996$) aos valores de "f" calculados pela equação (2), embora todos os métodos explícitos tenham apresentado um elevado coeficiente de determinação ($r^2 > 0.9950$). O fato dos valores obtidos pela aplicação da equação (5) se ajustarem bem aos valores de "f" de Colebrook-White, se deve provavelmente ao forte grau de ajustamento da equação (3) ao termo $- 2 \log (2.51/Re\sqrt{f})$ da equação de Colebrook-White. Essa foi a suposição básica para a proposição da equação (5) como alternativa de cálculo do coeficiente "f" através de uma formulação explícita.

A tabela 3 mostra os erros relativos dos valores de "f" estimados pelas equações (5), (6) e (7) em comparação aos obtidos pela equação de Colebrook-White (equação 2), para diferentes valores de "Re" e "k/D".

O erro relativo é calculado por $er = 100 \cdot [f(i)/f(2) - 1]$, onde f(i) são valores de "f" obtidos pelas equações (5, 6 e 7) e f(2), os valores obtidos através da equação (2).

Observa-se na tabela 3, que os valores de "f", obtidos através da equação (5), apresentaram os menores erros relativos quando comparados com os obtidos pela equação de Colebrook-White.

O maior erro relativo foi de 2.72 % , aproximadamente, para um Número de Reynolds (Re) de $4.E+3$ e rugosidade relativa (k/D) de $1.E-2$ e com uma tendência de diminuir para outros valores de "Re" e "k/D" . Os valores fornecidos pelas equações (6) e (7), apresentaram erros relativos menores que 6 % , o que confirma

a afirmativa de NEVES (1974) e ASSY (1977) de que os erros relativos dos valores obtidos através das equações (6) e (7), são da ordem de 4 % e menores que 6 % , respectivamente, quando comparados aos valores de "f" calculados pela equação de Colebrook-White.

CONCLUSÕES

Pelos resultados obtidos, pode-se concluir que :

O coeficiente "f" da Fórmula Universal de perda de carga pode ser determinado através de fórmulas explícitas, dentro do limite de tolerância do erro máximo de 6 % .

A formulação explícita do coeficiente "f" representada pela equação $1/\sqrt{f} = -2 \cdot \log(0.27 k/D + 5.62/Re^{0.9})$ foi a que apresentou o melhor resultado, quando foram comparados os valores de "f" por ela calculados com os valores de "f" calculados pela equação de Colebrook-White.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSY, T. M., **O emprêgo da Fórmula Universal de Perda de Carga e as Limitações das Fórmulas Empíricas** São Paulo : CETESB, 1977. 64 p.

AZEVEDO NETTO, J. M. , ALVAREZ, G. A., **Manual de Hidráulica** São Paulo : Edgard Blucher, 1977. Vol. 1, 333 p.

COLEBROOK, C. F., **Turbulent Flow in Pipes, with Reference to the Transition Region between the Smooth and Rough Pipes Laws.** J Inst Civil Engrs London, v. 1, p. 133-156. 1938

NEKRASOV, B., **Cours d'Hydraulique** Moscou : Mir, 1968. 248 p.

NEVES, E. T., **Curso de Hidráulica** Porto Alegre : Globo, 1974. 577 p.

NOVAIS-BARBOSA, J., **Mecânica dos Fluidos e Hidráulica Geral.** Pôrto : Bloco Gráfico, 1986. vol. 2, 808 p.

QUINTELA, A. C., **Hidráulica** Pôrto : Fundação Calouste Gulbenkian, 1981. 539 p.

Tabela 1 - Valores do coeficiente "f" obtidos pelas equações (2), (5), (6) e (7), para diversos Números de Reynolds (Re) e rugosidades relativas (k/D).

k/D	equação	Número de Reynolds - Re								
		4E+3	1E+4	4E+4	1E+5	4E+5	1E+6	4E+6	1E+7	4E+7
1.E-2	(2)	0.0494	0.0434	0.0396	0.0387	0.0383	0.0382	0.0381	0.0381	0.0381
1.E-2	(5)	0.0507	0.0442	0.0400	0.0390	0.0384	0.0382	0.0382	0.0381	0.0381
1.E-2	(6)	0.0476	0.0423	0.0390	0.0382	0.0378	0.0377	0.0377	0.0377	0.0377
1.E-2	(7)	0.0469	0.0424	0.0398	0.0391	0.0388	0.0387	0.0387	0.0387	0.0387
1.E-3	(2)	0.0411	0.0326	0.0249	0.0223	0.0205	0.0201	0.0198	0.0198	0.0198
1.E-3	(5)	0.0417	0.0327	0.0250	0.0224	0.0206	0.0201	0.0199	0.0198	0.0198
1.E-3	(6)	0.0410	0.0326	0.0251	0.0226	0.0210	0.0207	0.0205	0.0205	0.0205
1.E-3	(7)	0.0409	0.0318	0.0251	0.0230	0.0215	0.0210	0.0206	0.0205	0.0205
1.E-4	(2)	0.0402	0.0312	0.0224	0.0186	0.0149	0.0135	0.0125	0.0122	0.0121
1.E-4	(5)	0.0406	0.0311	0.0222	0.0185	0.0149	0.0136	0.0126	0.0123	0.0121
1.E-4	(6)	0.0402	0.0312	0.0220	0.0181	0.0146	0.0134	0.0127	0.0125	0.0125
1.E-4	(7)	0.0425	0.0318	0.0222	0.0186	0.0154	0.0142	0.0131	0.0127	0.0123
1.E-5	(2)	0.0401	0.0311	0.0221	0.0181	0.0139	0.0119	0.0099	0.0090	0.0084
1.E-5	(5)	0.0405	0.0310	0.0219	0.0179	0.0138	0.0119	0.0099	0.0091	0.0085
1.E-5	(6)	0.0402	0.0310	0.0216	0.0174	0.0132	0.0113	0.0097	0.0092	0.0088
1.E-5	(7)	0.0385	0.0299	0.0212	0.0174	0.0134	0.0117	0.0099	0.0091	0.0083

Tabela 2 - Equações de regressão (y = a1 + b1.x) dos valores de "f" obtidos por diferentes métodos (x) em relação aos obtidos pela equação de Colebrook-White (y) e seus respectivos coeficientes de determinação (r²).

Método	a1	b1	r²
Equação (5)	2.57 E-4	0.9853	0.9996
Equação (6)	- 3.85 E-4	1.0207	0.9984
Equação (7)	- 3.67 E-4	1.0009	0.9950

Tabela 3 - Erros relativos (%) dos valores de "f" obtidos pelas equações (5), (6) e (7) em relação aos da equação de Colebrook-White (equação 2), para diferentes valores de "Re" e "k/D".

k/D	Número de Reynolds - Re								
	4E+3	1E+4	4E+4	1E+5	4E+5	1E+6	4E+6	1E+7	4E+7
1.E-2	2.72	1.88	1.02	0.60	0.24	0.12	0.04	0.02	0.01
	-3.46	-2.43	-1.62	-1.39	-1.26	-1.23	-1.22	-1.22	-1.22
	-4.97	-2.34	0.41	1.08	1.36	1.39	1.39	1.38	1.38
1.E-3	1.30	0.39	0.33	0.57	0.56	0.40	0.18	0.09	0.03
	-0.20	0.21	0.48	1.29	2.59	3.05	3.32	3.38	3.41
	-0.52	-2.37	0.52	3.10	4.72	4.62	4.07	3.78	3.50
1.E-4	1.00	-0.20	-0,81	-0.70	-0.09	0.32	0.48	0.36	0.16
	0.05	-0.02	-1.83	-2.83	-2.29	-0.65	1.68	2.48	2.96
	5.67	1.79	-0.82	-0.11	3.05	4.68	4.55	3.37	1.52
1.E-5	0.96	-0.27	-1.02	-1.08	-0.80	-0.44	0.22	0.54	0.58
	0.07	-0.06	-2.26	-3.95	-5.40	-4.97	-1.70	1.47	5.23
	-4.18	-3.70	-4.18	-4.37	-3.49	-2.05	0.42	1.05	-0.70