

Modelos de afilamento para o sortimento do fuste de *Pinus taeda* L

Taper function for assortment of *Pinus taeda* L. stem

Carlos Alberto Martinelli de Souza^{I*} Tatiane Chassot^I
César Augusto Guimarães Finger^{II} Paulo Renato Schneider^{II} Frederico Dimas Fleig^{II}

RESUMO

Este trabalho teve como objetivo avaliar diferentes modelos de afilamento do fuste de *Pinus taeda* para estimar variáveis de interesse ao longo do fuste. Foram avaliadas as funções propostas por Anony, Kozak, Munro, Silva & Sterba, Prodan e o Polinômio de 5º grau. O estudo teve como base dados de cubagem rigorosa de 68 árvores, provenientes de plantios com idade de 25 anos, pertencentes à empresa Florestal Gateados Ltda, localizada no município de Campo Belo do Sul, Santa Catarina (SC), Brasil. A partir das estatísticas coeficiente de determinação ajustado (R^2_{aj}), erro padrão das estimativas ($S_{y,x}$), desvio médio, média das diferenças (md) e desvio padrão das diferenças (d_{pd}) foi selecionado o Polinômio do 5º grau para estimar as variáveis ao longo do fuste, como a altura comercial, o volume comercial, os diâmetros e os volumes das 1ª e 2ª toras. Em relação à altura comercial, a equação proveniente do modelo escolhido apresentou resultados sem tendências e com erros oscilando em intervalo pequeno. Em se tratando do volume comercial, pode ser observada certa tendência em subestimativas para as árvores com menores DAP e uma leve tendência para aquelas árvores com maior DAP. Em relação ao diâmetro e ao volume da 1ª tora, houve superestimativa dos valores, mas com erros baixos, principalmente para o diâmetro. Para as estimativas do diâmetro e do volume da 2ª tora, os resultados foram melhores do que os encontrados na 1ª tora, com leve tendência em subestimar o diâmetro e, praticamente, sem tendência para o volume.

Palavras-chave: planejamento, inventário florestal, perfil do fuste, determinação do volume.

ABSTRACT

This research had as objective to evaluate different taper models for *Pinus taeda* and select the best one to estimate variables of interest throughout the stem. The functions proposed by Anony, Kozak, Munro, Silva & Sterba, Prodan

and the 5º degree Polynomial were evaluated. With data from rigorous cubage of 68 trees, with 25 years old, coming from plantation of Florestal Gateados Ltda, located, in the city of Campo Belo do Sul, SC, Brazil. Based on the statistics adjusted coefficient of determination (R^2_{aj}), standard error of estimates ($S_{y,x}$), bias, average of differences (md) and standard deviation of the differences (d_{pd}) was selected the Polynomial of 5th degree to estimate as the commercial high, commercial volume and the diameters of the 1st and 2nd logs. The commercial height results without tendencies with errors oscillating in a small interval, and by the commercial volume a certain tendency of underestimate trees with smaller DAP, and a light tendency for those trees with bigger dap can be observed. Regarding the diameter and volume of the first log an overestimate of the values occurred, but with small errors, mainly for the diameter. For the estimates of the diameter and volume of the second log the results were better than those found for the first log, with light underestimate tendency of the diameter and, practically, without tendency for the volume.

Key words: planning, forest inventory, stem profile, volume determination.

INTRODUÇÃO

No Brasil, a maior parte dos produtos advindos de florestas são oriundos de plantios com espécies dos gêneros *Pinus* e *Eucalyptus*, o que, entre outras, apresenta a vantagem de diminuir a pressão que é imposta sobre as florestas naturais, principalmente a amazônica. Estas florestas, geralmente, estão vinculadas a empreendimentos empresariais, nos quais a robustez do negócio e a agregação de renda são cada vez maiores.

^IPrograma de Pós-graduação em Engenharia Florestal, Centro de Ciências Rurais (CCR), UFSM, 97105-900, Santa Maria, RS, Brasil. E-mail: camartinelli5@hotmail.com.br. *Autor para correspondência.

^{II}Departamento de Ciências Florestais, CCR, UFSM, Santa Maria, RS, Brasil.

A necessidade de otimização do uso dos recursos florestais, dentro do conceito de múltiplos produtos da madeira, tem justificado e estimulado a realização de importantes estudos sobre o assunto. A aplicabilidade desses estudos é clara, principalmente sob o ponto de vista do planejamento da produção de grandes empresas do setor florestal em que é fundamental garantir o fluxo contínuo de matéria-prima e a viabilidade econômica da atividade. Quando bem manejadas e direcionadas para obter múltiplos produtos advindos da madeira, as florestas garantem a maximização dos lucros na medida em que são adotadas práticas com o objetivo de agregar valor à madeira. Além disso, a obtenção de múltiplos produtos reduz o impacto das oscilações do mercado sobre cada produto individualmente (ASSIS et al., 2002).

Uma das grandes dificuldades do manejo florestal e, em especial da avaliação econômica de povoamentos florestais, reside na inexistência de tabelas de sortimento apropriadas que possibilitem determinações rápidas do estoque de madeira para diferentes tipos de aproveitamento. Em razão disso, muitas pesquisas têm sido realizadas com o objetivo de descrever, de forma otimizada, a classificação dos fustes segundo sua qualidade, suas dimensões e suas possibilidades de utilização, garantindo, além da classificação física, melhor remuneração da madeira, com a destinação de toras de diversas bitolas ao mercado específico. Além disso, permite ao administrador florestal prognosticar, em diversos horizontes, os sortimentos de madeira em diferentes classes de sítio, permitindo planejar a produção física de toras, bem como a sua renda (SCHNEIDER et al., 1996).

Os desperdícios causados pelos atuais processos de transformação têm induzido a pesquisa e o desenvolvimento de modelos estatísticos aplicados ao manejo de florestas que auxiliem na definição de uso dessas madeiras e de transformação em produto final, com o intuito de torná-las mais rentáveis (CHICHORRO et al., 2003).

A diversificação na oferta de produtos é um parâmetro essencial para o desenvolvimento florestal e não há dúvida de que, para propiciar diferentes usos ao tronco de uma árvore, é necessário conhecer sua forma, a qual determinará o método de processamento (ANGELO et al., 1997).

Portanto, as funções de forma ou de afilamento são uma excelente opção para quantificação dos sortimentos dos povoamentos florestais. A gama de informações que elas propiciam tem levado ao desenvolvimento de diferentes técnicas de modelagem do perfil dos fustes das espécies florestais.

Nesse sentido, vários autores têm empreendido esforços no estudo desse tipo de função, cabendo citar: GUIMARÃES & LEITE (1992), SCHNEIDER et al. (1996), SILVA et al. (1997), SCOLFORO et al. (1998), FISCHER et al. (2001), ASSIS et al. (2001; 2002), CHICHORRO et al. (2003), SOARES et al. (2004), MENDONÇA (2006) e SOUZA (2007).

Diante do exposto, o presente trabalho teve como objetivo avaliar a eficiência de diferentes funções de forma na descrição dos perfis dos fustes de árvores de *Pinus taeda* L. a fim de selecionar o de melhor desempenho para estudo do sortimento de tais fustes.

MATERIALE MÉTODOS

A espécie estudada foi o *Pinus taeda* L., tradicionalmente cultivada na região sul do país para diferentes utilizações da madeira. Os dados foram coletados em plantios da empresa Florestal Gateados Ltda, localizada no município de Campo Belo do Sul, Santa Catarina (SC), que tem as seguintes coordenadas geográficas: 27° 53' de latitude sul e 50° 44' de longitude oeste. Foram cubadas 68 árvores de *Pinus taeda*, provenientes de talhões com 25 anos de idade, provenientes do quinto desbaste. A tabela 1 indica a distribuição de frequência das 41 árvores-amostra utilizadas. O método de cubagem foi o de Hohenald modificado, sendo tomadas medidas de diâmetro a 0,5, 1, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 e 95% da altura

Tabela 1 - Distribuição de frequência das árvores-amostra por classes de diâmetro e altura.

Classes de altura (m)	-----Classes de diâmetro (cm)-----				TOTAL
	32,5	37,5	42,5	47,5	
23	1	-	-	-	1
25	-	1	-	1	2
27	3	3	4	2	12
29	8	17	8	5	38
31	-	6	6	2	14
33	-	-	-	1	1
Total	12	27	18	11	68

total das árvores. Além destes, foram medidos o diâmetro, a altura do peito (DAP) e a altura total das árvores.

As árvores cubadas originaram 1022 pares de dados das variáveis dependentes e independentes, definidas pelos diâmetros e pelas alturas relativas que serviram para o ajuste dos modelos de forma relacionados na tabela 2. Os modelos foram processados por meio do programa estatístico SAS.

As equações ajustadas tiveram sua precisão avaliada por meio do coeficiente de determinação ajustado (R^2_{aj}), do erro padrão da estimativa (S_{yx}) e das estatísticas complementares, *bias*, da média das diferenças (md) e do desvio padrão das diferenças (dpd) apresentadas na tabela 3.

A partir dessas estatísticas, procedeu-se a ordenação das funções segundo seu grau de precisão, sendo atribuídos pesos de um a seis de acordo com os resultados obtidos para cada equação. Foi considerada a função mais acurada aquela que resultou em menor somatório dos pesos atribuídos.

A melhor função foi utilizada para estimativa da altura comercial, que ocorre no ponto onde o diâmetro apresenta 8 cm, para estimativa do diâmetro da primeira e da segunda tora que estão localizados a 2,25m e 4,90m, respectivamente, e para estimativa dos volumes comercial ($d = 8$ cm), da primeira tora ($h = 2,25$ m) e da segunda tora ($h = 4,90$ m). A função usada foi avaliada por meio da análise gráfica dos resíduos.

Os valores residuais utilizados na construção dos gráficos foram expressos por:

$$\text{resíduo (\%)} = \frac{\hat{Y} - Y}{Y} 100, \quad \hat{Y} \quad \text{em que: } = \text{valores estimados pela equação e } Y = \text{valores observados.}$$

Tabela 2 – Modelos utilizados para expressar a forma do fuste de árvores.

Modelo	Função de forma de tronco	Autor
1	$\ln\left(\frac{d_i}{d}\right) = b_0 + b_1 \ln\left(\frac{h-h_i}{h}\right)$	Anony
2	$\frac{d_i^2}{d^2} = b_0 + b_1 \left(\frac{h_i}{h-1,3}\right) + b_2 \left(\frac{h_i^2}{(h-1,3)^2}\right)$	Kozak
3	$\frac{d_i}{d} = b_0 + b_1 \left(\frac{h_i}{h-1,30}\right)$	Munro
4	$\ln\left(\frac{d_i}{d}\right) = b_0 + b_1 \ln\left(\frac{h-h_i}{h}\right) + b_2 \ln^2\left(\frac{h-h_i}{h}\right)$	Silva e Sterba
5	$\frac{d_i}{d} = b_0 + b_1 \left(\frac{h_i}{h}\right) + b_2 \left(\frac{h_i}{h}\right)^2 + b_3 \left(\frac{h_i}{h}\right)^3$	Prodan
6	$\frac{d_i}{d} = b_0 + b_1 \left(\frac{h_i}{h}\right) + b_2 \left(\frac{h_i}{h}\right)^2 + b_3 \left(\frac{h_i}{h}\right)^3 + b_4 \left(\frac{h_i}{h}\right)^4 + b_5 \left(\frac{h_i}{h}\right)^5$	Polinômio do 5º grau

Para a determinação dos diâmetros ao longo do fuste, foi usado o modelo ajustado na sua forma original e para a obtenção da altura comercial foi utilizado um processo iterativo, baseado no algoritmo de Newton, por meio da ferramenta Solver do programa Microsoft Excel.

Em seguida, os volumes foram determinados por integração da função, conforme a expressão:

$$\hat{V} = K DAP^2 \left[c_0^2 h + c_0 c_1 h^2 + \left(\frac{2}{3} c_0 c_2 + \frac{1}{3} c_1^2 \right) h^3 + c_0^2 h + c_0 c_1 h^2 + \left(\frac{2}{3} c_0 c_2 + \frac{1}{3} c_1^2 \right) h^3 + \left(\frac{1}{2} c_0 c_3 + \frac{1}{2} c_1 c_2 \right) h^4 + \left(\frac{2}{5} c_0 c_4 + \frac{2}{5} c_1 c_3 + \frac{1}{5} c_2^2 \right) h^5 + \left(\frac{1}{3} c_0 c_5 + \frac{1}{3} c_1 c_4 + \frac{1}{3} c_2 c_3 \right) h^6 + \left(\frac{2}{7} c_1 c_5 + \frac{2}{7} c_2 c_4 + \frac{1}{7} c_3^2 \right) h^7 + \left(\frac{1}{4} c_2 c_5 + \frac{1}{4} c_3 c_4 \right) h^8 + \left(\frac{2}{9} c_3 c_5 + \frac{1}{9} c_4^2 \right) h^9 + \frac{1}{5} c_3 c_5 h^{10} + \frac{1}{11} c_5^2 h^{11} \right]_{h_1}^{h_2}$$

em que: p_i = potências do modelo, sendo $i = 0, 1, \dots, n$;

$$c_0 = \frac{\hat{\beta}_0}{Ht^{p_0}}; \quad c_1 = \frac{\hat{\beta}_1}{Ht^{p_1}}; \quad c_2 = \frac{\hat{\beta}_2}{Ht^{p_2}}; \quad c_n = \frac{\hat{\beta}_n}{Ht^{p_n}}$$

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os parâmetros estimados para os seis modelos avaliados foram reunidos na tabela 4, juntamente com as estatísticas de ajustes e precisão e os respectivos escores usados para o *ranking* entre

Tabela 3 – Estatísticas utilizadas para avaliação dos modelos.

Critério	Estimador
Coefficiente de determinação ajustado (R^2_{aj})	$R^2_{aj} = 1 - \left[(1 - R^2) \left(\frac{n-1}{n-p} \right) \right]$
Erro padrão das estimativas	$S_{yx} = \sqrt{Qm_{residuo}}$
Desvio médio (dm)	$B = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i - \sum_{i=1}^n \hat{Y}_i}{n}$
Média das diferenças absolutas (md)	$MD = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i - \hat{Y}_i }{n}$
Desvio padrão das diferenças (dpd)	$DPD = \sqrt{\frac{\left(\sum_{i=1}^n y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)^2 / n \right)}{n - k}}$

Em que: Y_i = valor observado e \hat{Y}_i = valor estimado; n = número de observações Y_i ; e k = número de parâmetros de cada modelo.

os modelos.

De modo geral, as equações apresentaram um alto coeficiente de determinação ajustado e também um baixo erro padrão das estimativas e, por isso, de acordo com essas estatísticas, apresentam precisão satisfatória. Entretanto, estas medidas de precisão, embora indiquem bom desempenho das funções ajustadas, não garantem o mesmo desempenho quando as funções forem rearranjadas para descrever o perfil do fuste. Nesse sentido, outras estatísticas foram utilizadas a fim de selecionar a de melhor desempenho.

Em se tratando da estatística desvio médio, que dá a idéia da tendência da distribuição dos resíduos, à exceção da equação oriunda do modelo 4, todas as outras apresentaram valores menores do que um, o que é desejável, sendo que as duas melhores equações alcançaram o mesmo valor (-0,0644), recebendo a mesma nota (1).

A estatística média das diferenças apresentou igualdade de valores nas equações 5 e 6. Isso pode ser atribuído à semelhança entre os modelos que originaram essas equações, pois são modelos

Tabela 4 – Coeficientes, estatísticas e ranking das equações ajustadas em sua forma original para as estimativas dos perfis dos fustes.

Modelos	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$
1	0,1261	0,7772	-	-	-	-
2	1,2293	-1,8483	0,6615	-	-	-
3	1,1250	-0,9277	-	-	-	-
4	0,05890	0,5214	-0,0949	-	-	-
5	1,1471	-1,8047	3,1077	-2,5291	-	-
6	1,2037	-4,2915	20,8335	-47,3304	46,7830	-17,2767
Modelos	R^2_{aj}	S_{yx} (%)	bias	md	dpd	Total
1	0,9644 (6)	13,08 (5)	-0,1575 (4)	2,5043 (3)	3,0628 (4)	22
2	0,9102 (5)	12,76 (3)	0,4626 (2)	2,6466 (4)	3,1364 (5)	19
3	0,9364 (4)	8,04 (6)	-0,0653 (3)	2,7674 (2)	3,2490 (3)	18
4	0,9743 (2)	11,10 (4)	-1,5298 (5)	3,0501 (5)	3,4841 (6)	22
5	0,9707 (3)	5,45 (2)	-0,0644 (1)	1,7269 (1)	2,2855 (2)	9
6	0,9817 (1)	4,31 (1)	-0,0644 (1)	1,7269 (1)	1,8414 (1)	5

polinomiais, diferindo que um é do 3º e outro é do 5º grau. Em relação ao desvio padrão dos erros, a equação obtida a partir do Polinômio do 5º grau apresentou menor valor e aliado aos valores das outras estatísticas foi o selecionado para estimar as variáveis de interesse ao longo do fuste, obtendo a menor soma de pontos (ranking) entre os modelos testados.

A figura 1 mostra os resultados das análises de resíduos para as estimativas das variáveis avaliadas realizadas pela equação ajustada a partir do Polinômio do 5º grau, sendo que foi possível verificar

a semelhança da distribuição dos resíduos da altura comercial e do volume comercial. Na estimativa da altura comercial, observou-se que não há tendência na distribuição dos resíduos, estando estes distribuídos principalmente entre $\pm 10\%$. Em se tratando das estimativas do volume comercial, pode ser observada certa tendência em subestimar para as árvores com menos DAP e uma leve tendência para aquelas árvores com maior DAP. MENDONÇA (2006), trabalhando com *Eucalyptus* sp. provenientes de plantios do Sul da Bahia, também testando funções

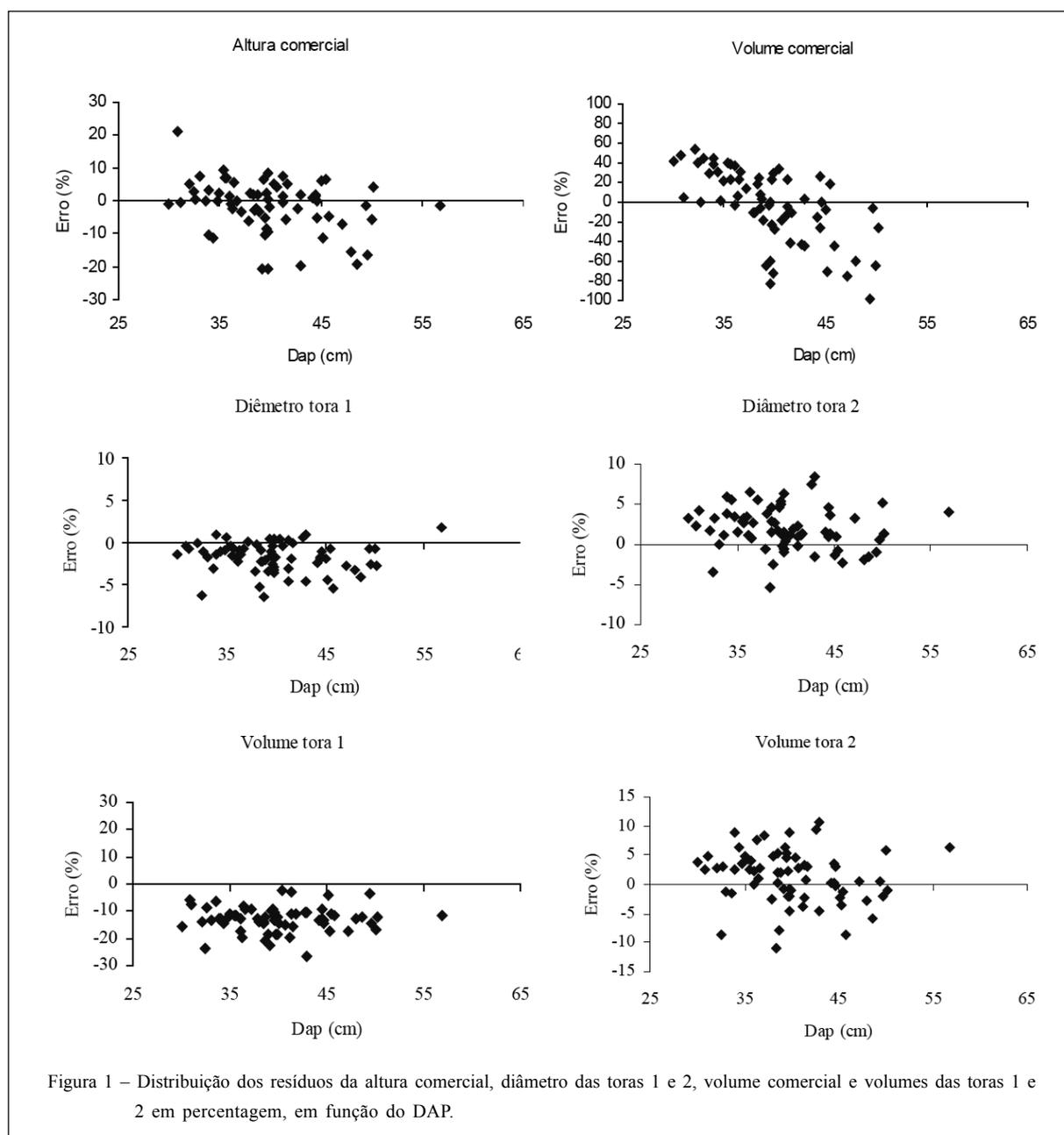


Figura 1 – Distribuição dos resíduos da altura comercial, diâmetro das toras 1 e 2, volume comercial e volumes das toras 1 e 2 em porcentagem, em função do DAP.

de afilamento, concluiu que o Polinômio de 5º grau foi o mais apropriado para a estimativa da altura comercial, porém, no referido trabalho, existiu certa tendenciosidade nas estimativas, além de um maior valor entre os erros que variaram entre $\pm 100\%$. Em se tratando do volume comercial, o autor concluiu que todos os modelos testados tiveram forte tendência em superestimar.

Outra semelhança na distribuição dos resíduos ocorreu entre as estimativas do diâmetro e do volume da tora 1. Nesse ponto do fuste a equação mostrou tendência em superestimar essas duas variáveis. Isso pode ser explicado pelo fato de ser essa parte a que apresenta maior deformação do fuste. GORDON (1983) relatou essas tendências, afirmando que, embora o Polinômio de 5º grau forneça resultados suficientemente acurados para a maioria dos usos de equações de afilamento, ele exibe claras tendenciosidades, pois, embora parte das deformações da base sejam explicadas, os diâmetros são geralmente subestimados até cerca de 20% da altura total e superestimados acima de 80% da altura total.

Para as estimativas do diâmetro e do volume na segunda tora, as distribuições dos resíduos mostraram melhora, com redução da tendência de subestimativa pela equação. Esse resultado era esperado, pois, com o afastamento da parte mais inferior do fuste, ocorre uma menor deformação e, conseqüentemente, menos influência desse fator nas estimativas. SOUZA (2007), em estudo da estimativa da altura comercial, do volume comercial e de volumes ao longo do fuste, afirmou que o Polinômio de 5º grau teve bom desempenho para a estimativa do volume do fuste, apesar de apresentar uma leve subestimativa para as árvores com DAP entre 40 e 45cm.

CONCLUSÕES

Nas condições em que este estudo foi realizado pode-se concluir que o Polinômio de 5º grau descreveu a altura comercial e o volume comercial sem tendências e com resíduos de pequena variação. Na determinação do diâmetro e do volume da tora 1, ocorreu superestimativa dos valores, com resíduos baixos, principalmente para o diâmetro.

Considerando as análises dos resíduos das estimativas do diâmetro e do volume da tora 2, os resultados foram melhores do que os encontrados na tora 1, com uma leve tendência em subestimar o

diâmetro, mas praticamente sem tendência para o volume, com resíduos de pequena amplitude para as duas variáveis.

REFERÊNCIAS

- ANGELO, H. et al. Análise de componentes principais e função spline para definir a forma do tronco de *Pinus tropicais*, **Floresta**, v.25, n.1/2, p.55-67, 1997.
- ASSIS, A.L. et al. Comparação de modelos polinomiais segmentados e não-segmentados na estimativa de diâmetros e volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda*. **Cerne**, v.7, n.1, p.20-40, 2001.
- ASSIS, A.L. et al. Avaliação de modelos polinomiais não-segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda*. **Ciência Florestal**, v.12, n.1, p.89-107, 2002.
- CHICHORRO, J.F. et al. Equações de volume e de *taper* para quantificar multiprodutos da madeira em floresta atlântica, **Revista Árvore**, v.27, n.6, p.799-809, 2003.
- FISCHER, F. et al. Exatidão dos modelos polinomiais não-segmentados e das razões entre volumes para representar o perfil do tronco de *Pinus taeda*. **Ciência Florestal**, v.11, n.1, p.167-188, 2001.
- GORDON, A. Comparison of compatible polynomial taper equations. **New Zealand Journal of Forestry Science**, v.13, n.2, p.146-155, 1983.
- GUIMARÃES, D.P.; LEITE, H.G. Um novo modelo para descrever o perfil do tronco. **Revista Árvore**, v.16, n.2, p.170-180, 1992.
- MENDONÇA, A.R. **Avaliação de uma metodologia para otimização do volume de toras comerciais de *Eucalyptus sp*, em função da qualidade do fuste**. 2006. 90f. Dissertação (Mestrado em Produção Vegetal) – Universidade Federal do Espírito Santo, Alegre.
- SCHNEIDER, P.R. et al. Forma de tronco e sortimentos de madeira de *Eucalyptus grandis* Maiden para o estado do rio grande do sul. **Ciência Florestal**, v.6, n.1, p.79-88, 1996.
- SCOLFORO, J.R.S. et al. Acuracidade de equações de afilamento para representar o perfil do fuste de *Pinus elliotii*. **Cerne**, v.4, n.1, p.100-122, 1998.
- SILVA, G.F. et al. Uso de métodos estatísticos para comparar alternativas de estimação do volume comercial. **Revista Árvore**, v.21, n.1, p.99-111, 1997.
- SOARES, T.S. et al. Um modelo alternativo para a quantificação de multiprodutos em árvores individuais. **Revista Árvore**, v.28, n.6, p.875-882, 2004.
- SOUZA, C.A.M. **Avaliação de modelos de *taper* não segmentados e segmentados na estimação da altura e volume comercial de fustes de *Eucalyptus sp***. 2007. 107f. Dissertação (Mestrado em Produção Vegetal) – Universidade Federal do Espírito Santo, Alegre.