

---

## Meio século da controvérsia do capital de Cambridge \*

---

Cláudio Gontijo \*\*

### Resumo

Este artigo procura reexaminar as aparentes inconsistências lógicas da teoria neoclássica identificadas durante a Controvérsia de Cambridge, mas posteriormente desconsideradas na literatura *mainstream*, com base no argumento que essas inconsistências não estão presentes nos modelos de equilíbrio geral de Arrow Debreu. Nesse sentido, apresenta os principais problemas envolvidos, assim como exemplos numéricos que procuram tornar mais clara a argumentação desenvolvida. Além de uma perspectiva crítica, pretende ter uma função propedêutica, a qual, contudo, se vê naturalmente limitada pela complexidade do tema e dos argumentos usados pelos autores que o têm abordado.

**Palavras-chave:** Controvérsia de Cambridge, Controvérsia do capital, Lei dos rendimentos decrescentes, Livre concorrência, Teoria neoclássica.

### Abstract

#### *Half century of the Cambridge capital controversy*

This article seeks to reexamine the apparent logical inconsistencies of neoclassical theory identified during the Cambridge Controversy but subsequently disregarded in the mainstream literature based on the argument that these inconsistencies are not present in Arrow Debreu's general equilibrium models. In this sense, it presents the main problems involved, as well as numerical examples that try to clarify the argument developed. Besides a critical perspective, it intends to have a propaedeutic function, which, however, is naturally limited by the complexity of the theme and the arguments used by the authors who have addressed it.

**Keywords:** Cambridge controversy, Capital controversy, Law of diminishing returns, Free competition, Neoclassical theory.

**JEL:** B2, B21, B24, D24, D33, D46, D5.

## 1 Introdução

Há mais de meio século que o prêmio Nobel Paul Samuelson (1966, p. 568), por ocasião do seminário promovido pelo *Quarterly Journal of Economics*<sup>1</sup>, em que se debateu a controvérsia do capital, ou controvérsia entre os professores de Cambridge<sup>2</sup>, Inglaterra, e de Cambridge, Massachusets, “jogou a toalha”, reconhecendo que

*the simple tale told by Jevons, Bohm-Bawerk, Wicksell, and other neoclassical writers – alleging that, as the interest rate falls in consequence of abstention from present consumption in favor of*

---

\* Artigo recebido em 2 de outubro de 2019 e aprovado em 13 de fevereiro de 2022.

\*\* Professor Adjunto do Departamento de Ciências Econômicas da Universidade Federal de São João del Rei, MG, Brasil. E-mail: [gontijo@ufsj.edu.br](mailto:gontijo@ufsj.edu.br). ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5846-472X>.

(1) “[T]he 1966 symposium on ‘Paradoxes in Capital Theory’ in the *Quarterly Journal of Economics* (...) was the central point of the controversy” (Pasinetti, 2003, p. 227).

(2) Do “lado inglês”, destacaram-se Joan Robinson, Luigi Pasinetti, Pierangelo Garegnani e Piero Sraffa; do “lado americano”, ou neoclássico, os principais participantes foram Paul Samuelson, Robert Solow, Frank Hahn e Christopher Bliss.

*future, technology must become in some sense more “roundabout,” more “mechanized,” and “more productive” – cannot be universally valid<sup>3</sup>.*

Não obstante, ainda hoje os economistas associados à *mainstream* continuam a utilizar o conceito de função de produção com todas as suas propriedades neoclássicas, cujo questionamento por Joan Robinson (1953-54)<sup>4</sup> deu origem à controvérsia, como se essas propriedades não tivessem sido comprometidas no desenrolar da mesma. De fato, ainda hoje “[f]rom introductory economics to theoretical papers, the law of diminishing returns is part of every economist’s tools” (Brue, 1993, p. 185). Assim, ao nível dos livros de microeconomia, sejam de caráter introdutório (veja-se, por exemplo, Pindyck; Rubinfeld, 1995; Mankiw, 2014), intermediário (Nicholson, 1975; Miller; Meiners, 1986; Varian, 1993) e mesmo avançado (Varian, 1984; Mas-Colell; Whinston; Green, 1995), seus autores continuam apresentando a “parábola neoclássica” da lei dos rendimentos decrescentes (LRD) sem sequer mencionarem os problemas envolvidos. O mesmo ocorre com a teoria do desenvolvimento e crescimento econômico de longo prazo (Yang; Borland, 1993; Barro; Sala-I-Martin, 1995; Charles Jones; 2002; Acemoglu, 2009; Galor, 2011)<sup>5,6</sup>, para não falar na macroeconomia (Sargent, 1987; Blanchard; Fischer, 1989; Sachs; Larrain, 1993; Hahn; Solow, 1995; Romer, 1996; Branson, 1997).

Na verdade, nesses mais do que cinquenta anos difundiu-se a ideia de que, em relação aos críticos mais cuidadosos do conceito de função de produção, particularmente os sraffianos,

*their attack was effective against the aggregate neoclassical production function only. Other, disaggregated versions of neoclassical theory, such as general equilibrium theory of the genre of Arrow and Hahn (1971), were not vulnerable to such a critique<sup>7</sup>. In these models, capital could be treated as heterogeneous and disaggregated (Hodgson, 1997, p. 94).*

Mais do que isso,

*the reformulations of neoclassical theory that have been introduced in the theoretical mainstream – essentially by Hicks’s Value and Capital (1939) – and which have become dominant after the first stage of the capital controversy, are immune of the inconsistencies affecting previous theory on the conception of capital (Garegnani, 2012, p. 1417).*

Este seria o caso dos modelos “neoclássicos” de equilíbrio geral, como o de Arrow-Debreu (1954) e o de McKenzie (1954, 1959, 1971), que, de mais a mais, seriam mais completos do que a

---

(3) O abandono da teoria neoclássica por parte de Samuelson foi confirmado pelo seu comentário sobre o livro dos neoricardianos Heniz Kurz e Neri Salvadori, *Theory of Production*, na capa de trás do mesmo. Segundo Samuelson, esse livro “is a tour of force that provides a need authoritative of modern competitive theory on technology and prices. [...] I expect to wear out a copy every two years from extensive use”.

(4) Embora se tenha originado com o artigo de Joan Robinson, a controvérsia ganhou notoriedade a partir da aparente – e brilhante – “solução” dada pelo próprio Samuelson (1962).

(5) Como salientam Cohen e Harcourt (2003a, p. 200), “[w]hen theories of endogenous growth and real business cycles took off in the 1980s using aggregate production functions, contributors usually wrote as if the controversies had never occurred and the Cambridge, England contributors had never existed”.

(6) Do conhecimento do autor deste artigo, o único livro de introdução à teoria do crescimento econômico que faz referência à controvérsia do capital é do de Hywel Jones (1975).

(7) Como se verá mais adiante, a suposta imunidade dos modelos de equilíbrio geral do gênero de Arrow, Debreu (e McKenzie) não se deveria ao seu caráter desagregado, mas ao fato dessas versões adotarem uma abordagem de equilíbrio intertemporal entre oferta e demanda em lugar do conceito de equilíbrio de longo prazo.

teoria clássica do valor e da distribuição<sup>8</sup>, baseada no conceito basilar de “equilíbrio de longo prazo” (Marshall, 1990, p. 34)<sup>9</sup>, que encapsula, conforme salienta Gontijo (2008, p. 83-92), os axiomas de reprodução e livre concorrência<sup>10</sup>. O motivo é que, enquanto os primeiros admitem taxas internas de retorno específicas para cada mercadoria em cada período de tempo<sup>11</sup>, a última requer a uniformidade da taxa de juros sobre o capital em todos os setores da economia. Não é sem motivo, pois, que, seguindo Nuti (1976) e Hahn (1982, p. 363-364), Lisboa (1993, p. 141) considera “o modelo de preços de produção [ou seja, de preços de equilíbrio de longo prazo] como um caso particular dos modelos de equilíbrio geral”.

Enfim, os críticos de Cambridge, de caçadores, se tornaram a caça, num debate em que se, por um lado, se haviam consagrado como vencedores com o gesto significativo de Samuelson, viram, por outro lado, sua teoria relegada ao papel de “caso particular”, como se, efetivamente, o modelo de Arrow-Debreu (e, obviamente, suas variantes que incluem a variável risco) admitisse rendimentos marginais decrescentes e, além disso, fosse efetivamente superior ao modelo clássico de preços de equilíbrio. É como se, desde as reformulações efetuadas ao abrigo da mudança da noção de equilíbrio patrocinada por Hicks, e,

*in particular general intertemporal equilibrium, would confirm at the level of pure theory the essential validity of the neoclassical demand-and-supply apparatus, they would also provide some validation for the admittedly imperfect previous concepts – foremost that of a ‘quantity of capital’ – as workable approximations in applied work* (Garegnani, 2012, p. 1417).

Verdade seja feita, o repto de Hahn não ficou sem resposta (veja-se Duménil; Lévy, 1985; Garegnani, 1990; Kurz; Salvadori, 1995, p. 451-467), mas essa, como visto acima, caiu em ouvidos moucos.

Recorrendo aos argumentos levantados durante a controvérsia do capital, este artigo objetiva reexaminar, uma vez mais, a consistência lógica da teoria neoclássica não somente à luz do conceito de concorrência, apresentando os principais problemas envolvidos, assim como exemplos numéricos que tornem mais clara a argumentação desenvolvida. Possui, portanto, além de uma perspectiva crítica em relação ao *mainstream*, uma função propedêutica, facilitando a compreensão da problemática para os estudantes e leigos. Por esse motivo e pela falta de espaço, não procura discutir a ampla literatura sobre o assunto, embora faça referência a alguns textos essenciais.

---

(8) Pertencem a essa “escola” os economistas clássicos (Smith e Ricardo), Marx e os marxistas que não abandonaram o conceito de gravitação em torno das posições de equilíbrio de longo prazo, assim como Sraffa e os neoricardianos.

(9) Segundo Marshall (1990, v. 2, p. 34), “o valor normal ou ‘natural’, de uma mercadoria, é o que as forças econômicas tendem a criar no longo prazo. É o valor médio que as forças econômicas determinariam se as condições gerais da vida fossem estacionárias num decurso de tempo suficientemente longo para permitir-lhes produzir todos os seus efeitos”. Por outro lado, cabe ressaltar que, “quando a procura e a oferta estão em equilíbrio, a quantidade da mercadoria que se produz numa unidade de tempo pode ser chamada quantidade de equilíbrio, e o preço ao qual está sendo vendida, preço de equilíbrio” (idem, p. 32).

(10) Segundo o mesmo autor (Gontijo, 2008, p. 80-92) a abordagem desses economistas, além do axioma do equilíbrio de longo prazo, se fundamenta no axioma da existência de um excedente (*surplus*), ou seja, de que a produção necessariamente deve não apenas cobrir o consumo de meios de produção nela utilizados, mas ultrapassar o consumo necessário à reprodução da força de trabalho.

(11) Assim como no caso de Arrow-Debreu, “no modelo McKenzie de equilíbrio geral não é possível garantir que os preços relativos sejam constantes ao longo dos diversos períodos e, portanto, não é possível garantir a uniformidade das taxas próprias de juros” (Lisboa, 1993, p. 141).

O artigo divide-se em seis seções, além desta Introdução. A seção 2 apresenta a crítica de Joan Robinson ao conceito de função de produção e as contradições aparentemente envolvidas no “lei dos rendimentos decrescentes”. A seção seguinte mostra que, mesmo assumindo-se rendimentos decrescentes de escala em termos físicos, ainda assim se pode observar rendimentos marginais crescentes e o fenômeno de “reversão de técnicas”. Na seção 4, demonstra-se que esses mesmos rendimentos decrescentes de escala não são condição suficiente para se garantir que a curva de oferta de longo prazo seja crescente. Na seção 5, discute-se a suficiência do conceito de equilíbrio de longo prazo para a determinação dos preços de equilíbrio, enquanto que na seção 6 se mostra, ainda que sucintamente, as inconsistências em se associar as “taxas internas de retorno” das mercadorias nos mercados futuros às taxas de lucro. A seção 7 resume as conclusões.

## 2 A Inconsistência da “Lei dos Rendimentos Decrescentes”

Em um texto cuja atualidade é difícil de questionar, Joan Robinson (1953-54, p. 81), afirma que

*the production function has been a powerful instrument of mis-education. The student of economic theory is taught to write  $O = f(L, C)$  where  $L$  is a quantity of labour,  $C$  a quantity of capital and  $O$  a rate of output of commodities. He is instructed to assume all workers alike, and to measure  $L$  in man-hours of labour; he is told something about the index-number problem involved in choosing a unit of output; and then he is hurried on to the next question, in the hope that he will forget to ask in what units  $C$  is measured. Before ever he does ask, he has become a professor, and so sloppy habits of thought are handed on from one generation to the next.*

O motivo pelo qual se trata de um “sloppy habit of thought” reside no fato de que não há capital dissociado dos bens de capital, de modo que não apenas ao nível agregado, como sugere a maioria dos defensores da teoria neoclássica, mas para cada empresa, atividade econômica ou produto específico  $j$ , tem-se que, conforme salientado por Wicksell (1911, v. 1, p. 149), seus preços têm de ser considerados para se obter o capital total. Tomando-se, então, para efeitos de simplificação, apenas o capital fixo<sup>12</sup>, segue-se que

$$C_j = (p_1 k_{1j} + p_2 k_{2j} + \dots + p_n k_{nj}) x_j = \mathbf{p} \mathbf{K}_j x_j, j = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

onde  $p_i$  representa o preço do bem  $i$ ;  $\mathbf{p}$  o vetor-linha de preços;  $k_{ij}$  a quantidade do bem de capital  $i$  utilizado na produção de uma unidade do bem  $j$ ;  $\mathbf{K}_j$  o vetor de coeficientes de capital da atividade  $j$  e  $x_j$  o nível de sua produção. Em outras palavras, a quantidade de capital utilizado na produção de  $x_j$  unidades de  $j$  é igual ao somatório do produto dos preços pelas quantidades dos bens de capital utilizados nessa produção. Não é possível, pois, se ter a função de produção de qualquer bem ou serviço, pois a mesma requer os preços dos bens de capital nela utilizados, os quais, por sua vez, dependem da quantidade de capital  $C_j$ , visto que, conforme reza a teoria neoclássica antes de Hicks, a identidade entre preço e custo de produção significa que, no longo prazo, assumindo, para efeitos de simplificação, que não há produção conjunta, que a terra é um bem livre e há somente um tipo de trabalho homogêneo, prevalece a seguinte identidade:

(12) Veja-se Bliss (1975, p. 108, 113).

$$p_j = p_1 a_{1j} + p_2 a_{2j} + \dots + p_n a_{nj} + p_1 \delta_1 a_{1j} + p_2 \delta_2 a_{2j} + \dots + p_n \delta_n a_{1n} + w a_{0j} + r C_j = \\ = \mathbf{p} \mathbf{A}_j + \mathbf{p} \langle \delta \rangle \mathbf{A}_j + w a_{0j} + r C_j/x_j$$

onde  $a_{ij}$  é o coeficiente de insumo-produto correspondendo à quantidade do insumo  $i$  utilizado na produção e uma unidade do produto  $j$ ;  $\delta_i$  é a taxa de depreciação do bem de capital  $i$ , de modo que  $\langle \delta \rangle$  é a matriz-diagonal dos coeficientes de depreciação dos bens de capital;  $a_j$  é a quantidade de trabalho por unidade do produto  $j$  e  $w$  é o preço do trabalho (a taxa de salário nominal), de forma que  $w a_{0j}$  significa o custo unitário do trabalho;  $r$  é o preço do capital (a taxa de juros ou taxa de lucro, que se equivalem na teoria neoclássica) e  $r C_j/x_j$  é o custo unitário de capital de  $j$ .

Ora, tomando-se em conta a observação de Joan Robinson, a equação de equilíbrio de longo prazo está dada por:

$$p_j = \mathbf{p} \mathbf{A}_j + \mathbf{p} \langle \delta \rangle \mathbf{K}_j + w a_{0j} + r \mathbf{p} \mathbf{K}_j, j = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

o que, na verdade, equivale às equações de equilíbrio com produção de Walras.

Antes de prosseguir, ressalte-se que, em primeiro lugar, os vetores de coeficientes de insumo-produto,  $\mathbf{A}_j$ , de coeficientes de capital,  $\mathbf{K}_j$  e, por via de consequência, a matriz de coeficientes de depreciação,  $\langle \delta \rangle$ , admitem zeros, não sendo, portanto, positivos, mas apenas não-negativos. Em segundo lugar, o conjunto dos coeficientes técnicos de produção da atividade  $j$   $\{\mathbf{A}_j \langle \delta \rangle a_{0j} \mathbf{K}_j\}$  não é dado, mas depende, como se verá mais adiante, da escolha de técnicas resultante do processo de maximização dos lucros, ou, alternativamente, de minimização de custos.

Isto posto, é conveniente ressaltar que, segundo a mesma teoria neoclássica, em equilíbrio, os preços dos fatores são iguais à sua produtividade marginal real, de modo que se tem

$$\left. \begin{aligned} \partial O_j / \partial L_j &= w/p_n \\ \partial y_j / \partial C_j &= r/p_n \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

onde  $p_n$  representa o preço do *numéraire*.

Substituindo-se, então, (3) em (2) e fazendo-se  $p_n = 1$ , obtém-se

$$\mathbf{p}_j = \mathbf{p} \mathbf{A}_j + \mathbf{p} \langle \delta \rangle \mathbf{A}_j + \partial O_j / \partial L_j a_{0j} + \partial O_j / \partial C_j \mathbf{p} \mathbf{K}_j, j = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

Um rápido exame das identidades acima permite visualizar claramente o problema do capital, apontado por Joan Robinson: segundo (4), para se determinar os preços, inclusive dos bens de capital, requer-se as produtividades do trabalho ( $\partial O_j / \partial L_j$ ) e do capital ( $\partial O_j / \partial C_j$ ). Todavia, por (1), verifica-se que só é possível obtê-las quando se tem os preços dos bens de capital, de modo que não se pode derivar a produtividade do capital, pois a sua quantidade depende dos preços, os quais, por sua vez, só são determináveis quando se tem essa quantidade. E assinala-se que, como mostrou Fisher (1971), não se trata de proposição adstrita à função de produção agregada, como querem muitos autores (veja-se Cohen; Harcourt, 2003a, p. 206).

Embora Champernowne (1953-54) e outros tenham tentado engenhosos esquemas para escapar do círculo vicioso denunciado por Joan Robinson<sup>13</sup>, a verdade é que, como salienta Birnes (2002, p. 1), ‘*the K of the production function that modern economists so confidently and fully rely on for their theoretical and empirical work can only be used in conditions where there is only a single, homogeneous capital good*’. Coube a Samuelson (1962), todavia, mostrar que, da perspectiva da teoria neoclássica, a questão importante não reside na impossibilidade do conceito de função de produção com rendimentos marginais, mas na forma da fronteira de lucro salários, que revela a natureza desses rendimentos. Tendo em conta que essa fronteira é monotonamente decrescente e sua declividade representa a relação trabalho/capital, segue-se que, nos segmentos em que é estritamente convexa (da origem), prevalecem rendimentos marginais decrescentes; naqueles em que é uma reta, os rendimentos são constantes; finalmente, nos segmentos onde é estritamente côncava, tem-se rendimentos marginais crescentes.

A partir dessa perspectiva, Samuelson tentou demonstrar que a fronteira de lucro salário é convexa, atendendo, pois, aos requisitos da teoria neoclássica. Como evidentemente o problema não aparece em uma economia com um só produto, pois, nesse caso, o capital pode ser mensurado fisicamente, Samuelson imaginou uma economia com dois produtos – sendo um meio de consumo (“trigo”) e outro um meio de produção (“ferro”). Nesse modelo, não há insumos nem depreciação dos bens de capital (o que significa que os preços representam a soma de salários e juros sobre o capital) e o capital é composto apenas pelo insumo “ferro”, de modo que o sistema de preços de equilíbrio é o seguinte:

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= w a_{01} + r p_1 a_{11} \\ p_2 &= w a_{02} + r p_1 a_{12} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

onde  $a_{0j}$  significa a quantidade de trabalho direto gasto na produção de uma unidade do produto  $j$  e  $a_{1j}$  a quantidade do bem de capital utilizado na produção de uma unidade do mesmo produto.

Tomando o “ferro” como numerário do sistema ( $p_2 = 1$ ), obtém-se a seguinte identidade:

$$1 = r a_{11} + w a_{02} + (Q - 1) w r a_{02} a_{11} \quad (6)$$

onde  $Q = (a_{01} a_{12}) / (a_{02} a_{11}) = (a_{01}/a_{11}) / (a_{02}/a_{12})$ , ou seja, representa, de algum modo, o quociente entre a relação trabalho/capital do setor de produção de trigo e do setor de produção de ferro. Uma vez que, em princípio, não haveria nenhuma necessidade de se considerar os efeitos das diferenças das relações trabalho/capital entre os setores, para simplificar, pode-se assumir que

$$Q = 1 \quad (7)$$

o que permite obter a seguinte curva de lucro salários:

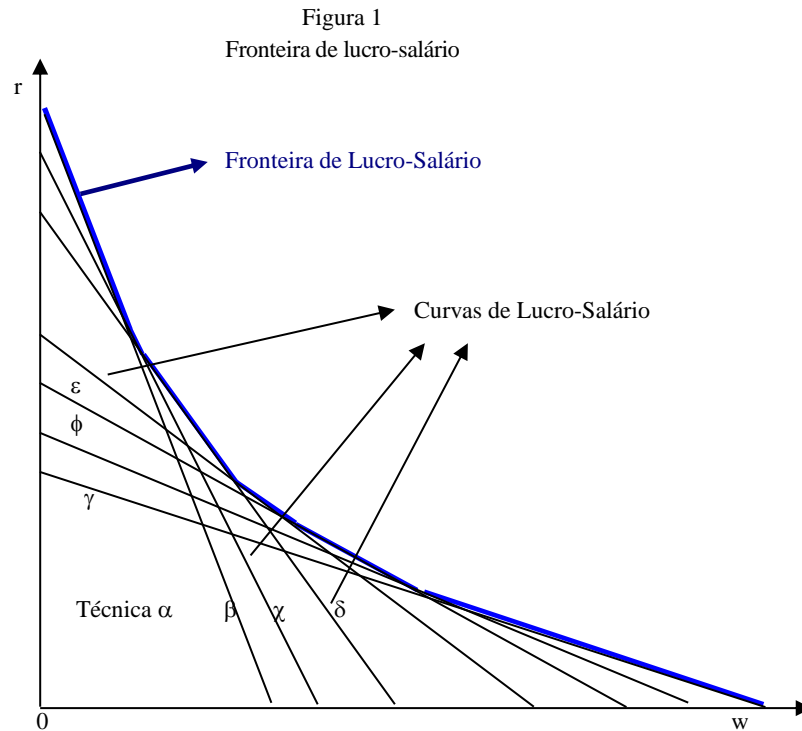
$$r = (1/a_{11}) + (a_{02}/a_{11}) w \quad (8)$$

O fato dessa equação descrever uma reta, cuja inclinação é constante, significa que a relação trabalho/capital, dada pelo parâmetro  $(a_{02}/a_{11})$ , permanece invariável, não obstante as variações da

---

(13) O próprio Bliss (1975, p. 105) propôs utilizar, para o cálculo da produtividade do trabalho, um número índice do valor do capital baseado nos preços dados.

relação salário/taxa de lucro,  $w/r$ . Embora isso pareça contrariar a teoria neoclássica, segundo a qual, devido à LRD, um aumento dos salários e uma queda da taxa de lucros (= taxa de juros) estão associadas a uma queda da relação trabalho/capital, o fato explica-se por ter sido considerada apenas uma técnica de produção, cristalizada nos coeficientes  $a_{11}$  e  $a_{02}$ , que são fixos. Mas, ao se tomar um grande número de técnicas, cada uma das quais definida por um diferente par de coeficientes  $a_{11}$  e  $a_{02}$ , se obtém uma fronteira convexa (da origem), conforme mostra a Figura 1, confirmando a tese neoclássica<sup>14</sup>.



Infelizmente para os neoclássicos, contudo, os resultados favoráveis do modelo de Samuelson, como ele mesmo reconheceu mais tarde,<sup>15</sup> dependem inteiramente da hipótese aparentemente simplificadora de que a relação trabalho capital é a mesma em ambos os setores, ou seja, que  $Q = 1$ . Porém, quando  $Q > 1$ , a curva de lucro salário é côncava (da origem) – o que significa rendimentos marginais crescentes (**reversão da intensidade**, uma **perversidade do capital** na terminologia de Hatta, 1990) –; quando  $Q < 1$ , ela é convexa, o que, aparentemente, estaria de acordo com a teoria neoclássica. Não obstante, mesmo nesse caso, em que, considerando-se apenas uma técnica, se tem rendimentos marginais decrescentes, não se pode evitar o fenômeno da **reversão de técnicas**, ou seja, que uma técnica que teria sido abandonada como consequência do aumento do

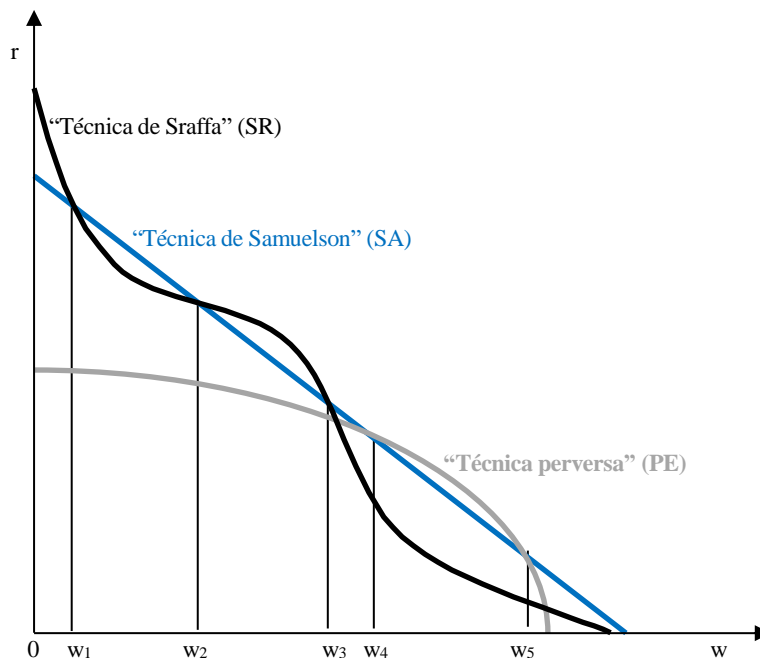
(14) Assumindo-se infinitas técnicas, ter-se-ia uma fronteira estritamente convexa.

(15) Segundo informa Birmes (2002, p. 77), “[e]ven before Samuelson’s article was published, Garegnani, who was in 1961-2 visiting Rockefeller Fellow at MIT, point out to Samuelson (in a criticism that was not published until 1970 [...] that his surrogate production model solved the problem it was designed to solve only under very restrictive conditions”.

salário volte a ser selecionada quando o salário aumenta ainda mais, o que contraria a hierarquização de técnicas prevista pela LRD<sup>16</sup>.

Ressalte-se, por outro lado, que, quando Samuelson publicou o seu artigo de 1962, Sraffa já havia apresentado em seu livro *Produção de Mercadorias por Meio de Mercadorias* (1960) uma curva de lucro-salário de formato sinuoso, combinando, pois, rendimentos marginais crescentes e decrescentes. A Figura 2, além de registrar essa forma geral da curva de lucros salários (correspondente a uma “técnica de Sraffa”, SR), mostra uma curva de salários reta (“técnica de Samuelson”, SA) e uma curva de salários com uma técnica associada exclusivamente a rendimentos marginais crescentes (“técnica perversa”, PE), revelando, de mais a mais, a possibilidade de reversão de técnicas. De fato, quando  $0 < w < w_1$ , SR é a técnica mais lucrativa; quando  $w_1 < w < w_2$ , a técnica escolhida por ser a mais rentável é a SA; para  $w_2 < w < w_3$ , a técnica SR volta a ser a mais lucrativa; já para  $w_3 < w < w_4$  a técnica SA é, de novo, a de maior lucratividade; quando  $w_4 < w < w_5$  a técnica PE é a escolhida; finalmente, para  $w > w_5$ , a técnica SA é, uma vez mais, a melhor opção.

Figura 2  
Curvas possíveis de lucro-salário



Registre-se, por outro lado, que, conforme o leitor pode visualizar intuitivamente, ambos os problemas (o da reversão da intensidade do capital e o da reversão de técnicas) não são eliminados quando o número de técnicas tende para infinito, ou seja, mesmo quando a fronteira de lucro salários se

(16) "With capital-reversing, a lower capital/labor ratio is associated with a lower interest rate. In comparing two steady-state equilibrium positions, it is as though capital services have a lower price when capital is 'more scarce'" (Cohen; Harcourt, 2003a, p. 203).



torne contínua e diferenciável<sup>17</sup>. Parece difícil, pois, aceitar a afirmação de Hahn (1982, p. 373), de que “*reswitching cannot arise in the case where the production frontier is differentiable*” (1983, p. 373)<sup>18</sup>, até porque “*differentiability does not ensure a well-behaved parable production function. In particular, it does not ensure that we can order techniques by the capital intensity and that the latter is inversely related to [the uniform rate of profit]*” (Hahn, idem). Essa relação inversa somente prevalece, como bem assinala Monza (1979, p. 71), quando as proporções entre os diferentes setores da economia seguem as da **mercadoria padrão**, ou seja, quando a composição dos insumos é a mesma da produção total<sup>19</sup>. Neste caso, a curva de lucro salário é uma reta, como no modelo de Samuelson, permitindo-se obter uma fronteira de lucro salário convexa. Ora, como não há nenhum mecanismo no sistema econômico que faça com que isso ocorra nem no curto nem no longo prazos, não há como, portanto, aceitar a validade da LRD.

### Exemplo 1

Considere-se, como exemplo, uma economia simples, com apenas dois produtos (“produto da agropecuária” e “produto da indústria”).<sup>20</sup> Assumindo-se que existam duas técnicas de produção disponíveis para cada produto, ter-se-iam quatro diferentes arranjos de técnicas, cada uma dando origem a uma curva de lucro-salário específica. Como a representação desse número de curvas seria confusa e pouco elucidativa, tomou-se apenas duas tecnologias, representadas pelas matrizes e vetores a seguir:

Tecnologia  $\alpha$ :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0,40 & 0,10 \\ 0,48 & 0,50 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} 0,80 & 0,30 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1,00 & 0,15 \\ 0,00 & 0,50 \end{bmatrix} \quad \langle \delta \rangle = \begin{bmatrix} 0,10 & 0,00 \\ 0,00 & 0,10 \end{bmatrix}$$

Tecnologia  $\beta$ :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0,60 & 0,10 \\ 0,20 & 0,30 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} 0,10 & 0,80 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1,00 & 0,15 \\ 0,00 & 0,50 \end{bmatrix} \quad \langle \delta \rangle = \begin{bmatrix} 0,10 & 0,00 \\ 0,00 & 0,20 \end{bmatrix}$$

(17) Essa hipótese equivale a admitir a perfeita substitutabilidade entre os diversos “fatores de produção”, na medida em equivale a supor que qualquer técnica que seja mais vantajosa sobre as outras poderá ser imediatamente usada e que, simultaneamente, existam infinitas técnicas disponíveis, retratando as relações de insumo-produto mais variadas. Neste caso, a questão a ser considerada diz respeito ao critério de escolha de técnicas, que, segundo a teoria neoclássica, será baseada na maximização dos lucros, mas que, de acordo com o pensamento dos economistas clássicos, será fundamentada na minimização dos custos, critérios, que, na verdade, são formalmente equivalentes, produzindo o mesmo resultado. Em qualquer caso, para cada nível salarial será escolhida aquela tecnologia associada com a curva de lucro-salário “mais à direita” e/ou “mais acima”.

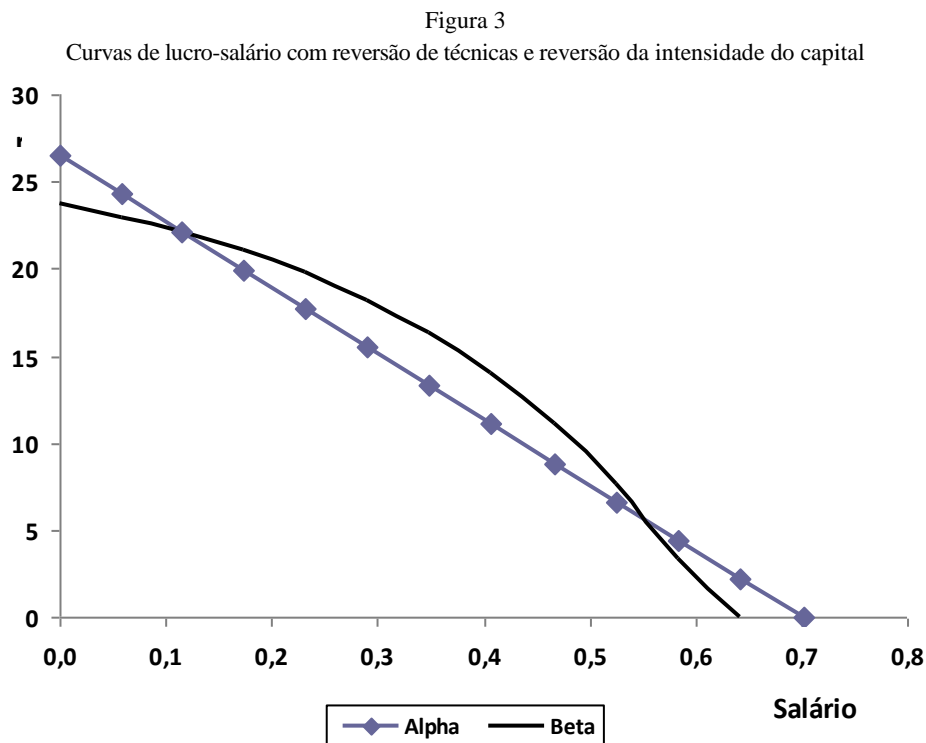
(18) Para uma contestação, veja-se Pasinetti (1969) e Bellino (1993).

(19) A composição da mercadoria padrão deve ser alterada dependendo da definição do preço de equilíbrio, ou, melhor dizendo, do capital que, através de seu custo, entra na formação desse preço.

(20) Observe-se que, por razões didáticas, neste exemplo tanto o produto da agropecuária quanto da indústria representam, além de insumos para os dois setores, bens de capital e bens de consumo.

Tomando-se o produto industrial como o “dinheiro” do sistema ( $p_2 = \text{£ } 1,00$ ) se obtém as duas curvas de lucro-salário, conforme mostra a Figura 3. Como se pode observar, para salários de até  $\text{£ } 0,1173$ , a tecnologia  $\alpha$  é a mais lucrativa e para salários entre este valor e  $\text{£ } 0,5547$ , a técnica  $\beta$  é a mais rentável. A técnica  $\alpha$  volta, então, a ser a que apresenta a maior taxa de lucro, até que se atinja o salário máximo. Note-se que  $r_{\text{MAX}\alpha} > r_{\text{MAX}\beta}$ .

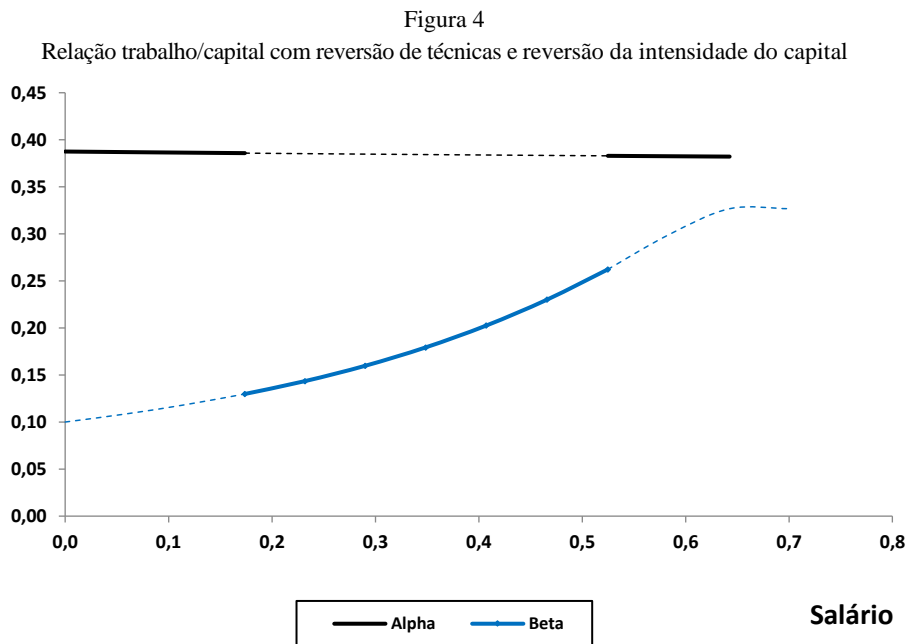
Registre-se que, conforme salientado acima, do ponto de vista neoclássico, uma técnica que, a baixos salários, é a mais lucrativa, não poderia voltar a sê-lo a salários mais elevados, visto que, se uma técnica passa a ser escolhida quando aumenta a relação salário/taxa de lucro, isto se deve ao fato de, graças à lei dos rendimentos decrescentes, ser mais intensiva em capital (ou seja, possuir uma relação trabalho/capital menor) do que a que era utilizada quando a relação salário/taxa de lucro era menor. Se, portanto, a tecnologia  $\alpha$  foi substituída pela  $\beta$  quando o salário subiu acima de  $\text{£ } 0,1173$ , isto teria de dever-se ao fato, segundo a mesma teoria, da relação trabalho/capital da tecnologia  $\beta$  ser menor do que a da tecnologia  $\alpha$ . De igual modo, se a tecnologia  $\alpha$  substituiu a tecnologia  $\beta$  quando o salário subiu acima de  $\text{£ } 0,5547$ , isto teria de ter sido motivado pelo fato da relação trabalho/capital da tecnologia  $\alpha$  ser menor do que a da tecnologia  $\beta$ . Isto, contudo, é um absurdo, pois, pelo princípio da transitividade, isto somente seria verdadeiro se a relação trabalho/capital da tecnologia  $\alpha$  fosse menor do que si mesma!



Por outro lado, considerando-se o **envoltório** das curvas de lucro-salário, isto é, aqueles pontos das curvas de lucro-salário que se encontram mais à direita, verifica-se que os segmentos da **fronteira de lucro-salário** correspondentes à curva  $\alpha$ , embora visualmente pareçam representar uma reta, são, na verdade, convexos (da origem). Uma vez que, conforme assinalado, a inclinação da curva

de lucro salário (e, portanto, da fronteira de lucro salário nos segmentos onde a técnica correspondente seja a mais lucrativa) representa a relação trabalho/capital, segue-se que, nesses segmentos, à medida que aumenta a relação salário/taxa de lucro, cai a relação trabalho/capital, como, aliás, pressupõe a teoria neoclássica. Não obstante, no segmento em que a curva de lucros salários mais lucrativa corresponde à técnica  $\beta$ , tem-se um aumento simultâneos de ambos, o salário e a relação trabalho/capital. Este fenômeno, denominado, como se viu anteriormente, reversão da intensidade do capital, significa **rendimentos marginais crescentes**, por implicar uma relação direta entre a remuneração do fator e a sua intensidade relativa, o que definitivamente não é admitido pela teoria neoclássica.

A Figura 4 retrata o comportamento da relação trabalho capital (L/T) para a economia como um todo, assumindo que a produção siga as proporções da mercadoria padrão de Sraffa. Como se pode verificar, além das descontinuidades correspondentes aos salários em que há mudança de técnicas, a curva, embora decrescente no segmento em que a técnica  $\alpha$  é a mais lucrativa, é crescente no segmento que corresponde à técnica  $\beta$ , em que, ao arrepio da LRD, o aumento da relação salário/taxa de lucro corresponde à elevação da relação trabalho/capital. Ressalte-se, por outro lado, que isto significa que não é possível derivar nenhuma curva contínua nem muito menos decrescente de demanda por mão de obra.



Parece absurdo, portanto, sustentar que “[r]eswitching and general impossibility of capital aggregation have no bearing on anything which can be called marginal productivity” (Hahn, 1982, p. 373).

### 3 Função de Produção com Rendimentos Decrescentes de Escala

O fracasso de todas as tentativas em demonstrar a impossibilidade da reversão de técnicas e da reversão da intensidade do capital<sup>21</sup> não foi suficiente, conforme salientado na Introdução, para evitar a proliferação de obras fundamentadas na LRD; afinal, até para um neo-ricardiano como Mainwaring (1984, p. 89), “*there is, in Sraffa, no logical basis for a critique of sophisticated neoclassical theory based on the works of Arrow, Debreu and McKenzie*”.

Não cabe aqui reproduzir a construção matemática de Gontijo (2007), que demonstrou que o modelo de Arrow-Debreu não evita curvas de lucro-salário sinuosas, por não descartar “técnicas de Sraffa”, ou, dito de outro modo, as propriedades do conjunto de possibilidades de produção não abrangem apenas “técnicas de Samuelson”, como requerido pela LRD. Todavia, não é difícil mostrar que, quando se consideram bens de capital produzidos, mesmo em se admitindo o “axioma” da estrita convexidade desse conjunto (ou seja, que, em termos físicos, prevalecem rendimentos decrescentes de escala), ainda assim não se tem rendimentos marginais decrescentes.

A convexidade restrita do conjunto das possibilidades de produção é necessária não apenas para que a curva de oferta de longo prazo seja crescente, mas também para que o lucro seja uma função (em lugar de uma mera correspondência) dos preços, ou seja, para que o processo de maximização tenha um resultado único (veja-se Debreu, 1959, p. 41-42, 44, 46; Arrow; Hahn, 1971, p. 62, 70-73; Mas-Colell; Whinston; Green, 1995, p. 132-139). Nesse caso, a função de produção será côncava no segmento relevante, o que, como mostra Simon e Blume (1994, p. 505-516), implica rendimentos marginais decrescentes<sup>22</sup>.

Para se verificar as inconsistências da LRD, considere uma economia com apenas dois bens (“produto da agropecuária” e “produto da indústria”), cuja função de produção possa ser especificada como do tipo Cobb-Douglas:

$$x_j = D_j L^{\alpha_j} X_1^{\beta_j} X_2^{\gamma_j}, j = 1, 2 \quad (9)$$

onde

$$\alpha_j + \beta_j + \gamma_j < 1 \quad (10)$$

de modo que, em termos físicos, prevalecem rendimentos decrescentes de escala. Com isso, satisfaz-se a proposição, sustentada por Solow (1967), Burmeister e Dobell (1970), Sato (1970), Burmeister (1980) e Hahn (1982), de que, “por detrás” das colunas das matrizes de coeficientes de insumo-produto está uma função de produção “bem comportada” (contínua, diferenciável com relação à quantidade dos “fatores” e com rendimentos de escala e marginais decrescentes em termos físicos).

(21) Veja-se Gontijo (1988).

(22) De fato, uma função de  $n$  variáveis duas vezes diferenciável e estritamente côncava, como no caso de uma função de produção “bem comportada” com rendimentos decrescentes de escala, requer que sua matriz Hessiana seja negativa definida, o que implica que os menores de ordem ímpar sejam negativos. Isso significa, por sua vez, que, no caso de três fatores de produção, trabalho, capital e terra, as derivadas parciais de segunda ordem da função de produção  $O(L, K, T)$ ,  $\partial^2 O / \partial L^2$ ,  $\partial^2 O / \partial C^2$  e  $\partial^2 O / \partial T^2$  sejam negativas. Como se trata de uma função crescente – o que implica que as derivadas parciais de primeira ordem  $\partial O / \partial L$ ,  $\partial O / \partial C$  e  $\partial O / \partial T$  são positivas –, conclui-se que rendimentos decrescentes de escala implicam rendimentos marginais decrescentes.

Assumindo-se, então, que não há depreciação do capital fixo e que, portanto, a matriz de coeficientes de capital se torna a matriz dos coeficientes de insumo-produto<sup>23</sup>, tem-se que, para a economia como um todo, a equação (2) pode ser reescrita como

$$\mathbf{p} = \mathbf{p} \mathbf{A} + w \mathbf{a}_0 + r \mathbf{p} \mathbf{A} = w \mathbf{a}_0 + (1 + r) \mathbf{p} \mathbf{A} \quad (11)$$

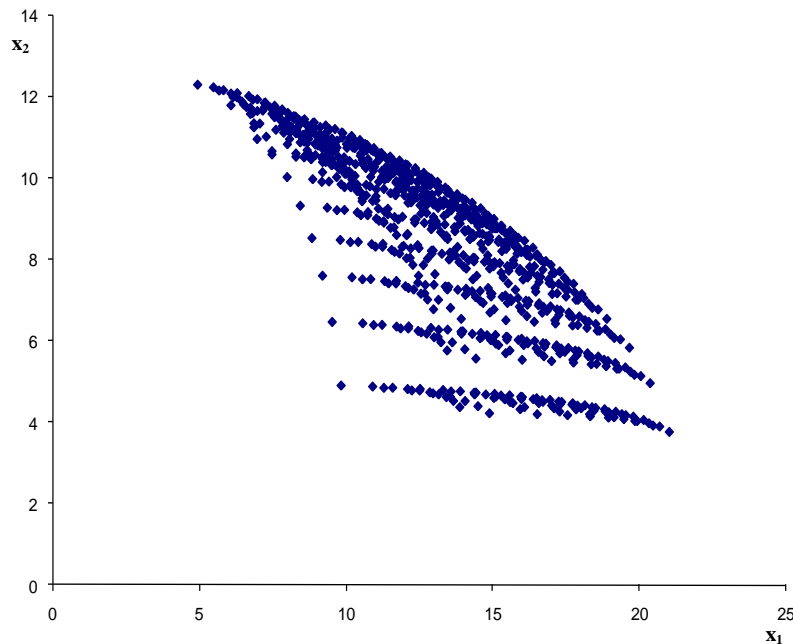
onde  $\mathbf{p}$  é o vetor-linha dos preços,  $\mathbf{a}_0$  o vetor-linha dos coeficientes de mão-de-obra e  $\mathbf{A}$  a matriz quadrada dos coeficientes de insumo-produto.

Ora, apesar de garantir a convexidade do conjunto das possibilidades de produção em termos físicos, a condição (10) não é suficiente para evitar curvas de lucro-salário côncavas ou sinuosas.

### Exemplo 2

Suponha que  $D_1 = 5$ ;  $\alpha_1 = 0,2$ ;  $\beta_1 = 0,15$ ;  $\gamma_1 = 0,2$ ;  $D_2 = 4$ ;  $\alpha_2 = 0,1$ ;  $\beta_2 = 0,05$ ; e  $\gamma_2 = 0,4$ . Assumindo, então, que o total de mão-de-obra disponível seja de 20 milhões de horas de trabalho por ano e que a dotação de bens de capital seja de 10 milhões de unidades do “produto da agropecuária” (bem 1) e de 6 milhões de unidades do “produto da indústria” (bem 2), pode-se obter a fronteira das possibilidades de produção conforme mostra a Figura 5, de caráter estritamente convexo (supondo um número indefinido de pontos possíveis).

Figura 5  
Fronteira das possibilidades de produção do Exemplo 2

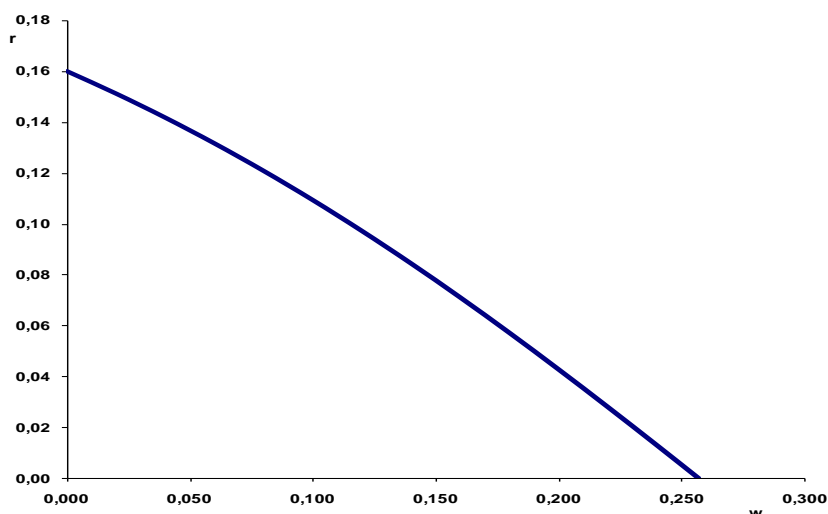


Agora, assumindo-se que sejam alocados 9 milhões de horas de trabalho na produção do “produto agropecuário”, assim como 9 milhões de unidades desse mesmo produto e, portanto, 1 milhão de unidades do “produto industrial”, e que toda a dotação de recursos seja utilizada, obtém-se

(23) Isto equivale a introduzir na equação de preços o capital circulante, como, aliás, o faz Walras (1874, p. 39-244).

a curva de lucros salários da Figura 6. Seu formato côncavo (da origem) revela claramente que, como resultado dos preços determinados ao nível de cada taxa de salário, prevalecem rendimentos marginais crescentes; ou, dito de outro modo, à medida que aumenta a relação salário/taxa de lucro, também se eleva a relação trabalho/capital. É claro que, alterando-se a alocação dos recursos entre os dois setores, pode-se obter curvas de lucro salário de outro formato, inclusive convexas.<sup>24</sup> De qualquer modo, não é difícil perceber que a fronteira de lucros-salários não é convexa, como requer a teoria neoclássica da LRD, nem tampouco se evita o fenômeno da reversão de técnicas.

Figura 6  
Curva de lucro-salário



#### 4 Rendimentos decrescentes de escala e a curva de oferta de longo prazo

Uma notável característica do livro de Sraffa (1960) é que, não obstante não pressupor rendimentos constantes de escala<sup>25</sup>, não faz qualquer referência à demanda no que diz respeito à determinação dos preços, que, nesse caso, obviamente são preços de equilíbrio de longo prazo. Esta, contudo, não foi uma novidade introduzida pelo mesmo, tendo sido esposada pelos economistas clássicos (Adam Smith e David Ricardo) e por Marx e se baseia na ideia de que, em regime de concorrência, os preços são iguais aos custos de produção, neles incluídos o custo do capital (= taxa “normal” de lucros x valor do capital imobilizado).

De fato, considerando-se todos os bens e serviços da economia, a identidade (2) se transforma em um sistema de n equações linearmente independentes

$$\mathbf{p} = \mathbf{p} \mathbf{A} + \mathbf{p} \langle \delta \rangle \mathbf{A} + w \mathbf{a}_0 + r \mathbf{p} \mathbf{K} \quad (12)$$

onde  $\mathbf{K}$  representa a matriz dos coeficientes de capital. Não é difícil verificar que, para cada conjunto dos coeficientes técnicos de produção  $\{\mathbf{A} \langle \delta \rangle \mathbf{a}_0 \mathbf{K}\}$  e para cada nível do salário nominal (expresso no numerário,  $p_n$ ), o sistema tem solução única e, assumindo-se o axioma clássico da existência de

(24) Pode-se obter uma curva convexa reduzindo a quantidade do “produto agropecuário” utilizado na produção desse mesmo bem de 9 milhões de unidades para 5 milhões, com o restante sendo alocado na produção do “produto industrial”.

(25) Hicks (1989, p. 14) assinala que “*the strange thing about this book is that it has nothing to say about Laws of Return*”.

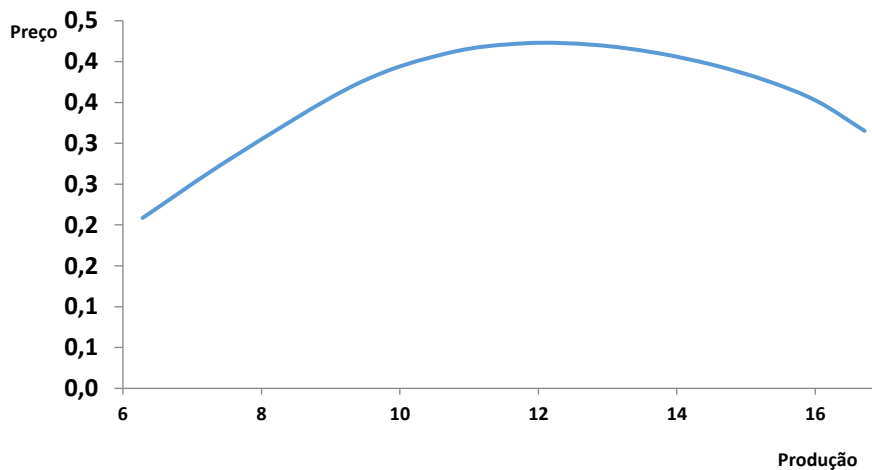
excedente (Gontijo, 2008, p. 86), os preços e a taxa de lucro, em razão do teorema de Perron-Frobenius, são positivos (Graham, 1987).

Não se pense, contudo, que reste às preferências dos consumidores apenas a determinação da quantidade demandada de cada produto ao nível dos preços de equilíbrio<sup>26</sup>, pois isto somente ocorre quando os coeficientes técnicos de produção são fixos, ou, dito de outro modo, quando prevalecem rendimentos constantes de escala em todos os setores da economia. Por outro lado, quando os coeficientes técnicos de produção variam com a escala de produção, a técnica escolhida depende dessa escala e, portanto, das preferências dos consumidores, que, por sua vez, serão diferentes para cada conjunto de preços de equilíbrio. Note-se que, não obstante, rendimentos decrescentes de escala não representam condição nem suficiente nem necessária para que a curva de oferta de longo prazo de determinado produto seja crescente, como quer a teoria neoclássica. Mais do que isso, mesmo quando prevalecem retornos decrescentes de escala, nem por isso a curva de oferta de longo prazo é crescente.

### Exemplo 3

Suponha os mesmos dados referentes à dotação de fatores do Exemplo 2, mas que  $\alpha_1 = 0,3$ ;  $\beta_1 = 0,3$ ;  $\gamma_1 = 0,3$ ;  $\alpha_2 = 0,2$ ;  $\beta_2 = 0,3$ ; e  $\gamma_2 = 0,1$ . Tomando-se o “produto da indústria” como numerário e assumindo que o salário seja igual a \$ 0,1, obtém-se a Figura 7, que retrata relação entre a escala de produção do “produto da agropecuária” e o seu preço de equilíbrio de longo prazo, ou “preço de oferta”, na terminologia de Alfred Marshall. Conforme se verifica, mesmo satisfazendo-se a condição (10), ou seja, mesmo quando prevalecem rendimentos decrescentes de escala em termos físicos, ainda assim a curva de oferta não é monotonamente crescente, podendo, na verdade, assumir diferentes formas<sup>27</sup>.

Figura 7  
“Preço de Oferta” e Escala da Produção do “Produto Agropecuário”



(26) Coube a Smith (1776, p. 110-111) demonstrar como “a quantidade de cada mercadoria colocada no mercado ajusta-se naturalmente à demanda efetiva”.

(27) Utilizando-se os dados do Exemplo 2, obtém-se uma “curva de oferta” estritamente decrescente.

Na verdade, este exemplo demonstra com clareza a dificuldade de se fazer, dada a complexidade do processo de formação de preços relativos em uma economia multissetorial, afirmações simplistas com relação ao formato da curva de oferta. E não se pense que o problema possa ser evitado num contexto de equilíbrio parcial – no caso dos dados deste mesmo exemplo, mesmo quando se admite que o aumento da produção do bem “agropecuário” não desvia recursos da produção do bem “industrial”, ainda assim se pode obter uma relação decrescente entre a escala de produção e o preço de oferta, contrariando frontalmente a ortodoxia neoclássica.

Não parece difícil, pois, demonstrar que erra Hicks (1989, p. 10), ao afirmar que

*if output is increasing from period to period, and there are economies of scale which differ as between industries, and/or if the demands or different outputs increase at different rates, some relative prices at least must be changing.*

Afinal, não é necessário, em primeiro lugar, que as economias de escala difiram de setor a setor para setor para que, com o aumento da produção, ocorra uma variação nos preços relativos; basta que não prevaleçam retornos constantes de escala em todos os segmentos da atividade econômica. De mais a mais, se, por outro lado, os rendimentos de escala são constantes em todos os setores, “[a]s preferências dos consumidores (...) determinam (...) unicamente a composição da oferta” (LISBOA, 1993, p. 86).<sup>28</sup>

## 5 A suficiência do equilíbrio de longo prazo

Embora, conforme visto na seção 4, os preços possam variar como consequência das mudanças na escala de produção, não existe, também como verificado, qualquer padrão entre ambas as variáveis<sup>29</sup>. Daí a validade da proposição dos economistas clássicos, de Marx e de Sraffa – estritamente válida na presença de rendimentos constantes de escala – de que a concorrência e, portanto, a identidade preço = custo médio de produção (que incorpora o custo do capital) é condição suficiente para se determinar os preços relativos.<sup>30</sup> Dito de outro modo, dado o conjunto das tecnologias de produção disponíveis, para cada taxa de salário determina-se um único vetor de preços relativos (positivos)<sup>31</sup>.

É por esta razão que não é necessário qualquer hipótese relativa à maximização de lucros por parte das empresas para se determinar os preços de equilíbrio, nem muito menos de maximização da utilidade por parte dos consumidores. Isto explica porque, afora o aforismo de Smith de que os produtores, ao ofertarem seus bens e serviços, cuidam de seus próprios interesses, em lugar de se preocuparem com o bem estar geral, não há qualquer recurso ao agente econômico maximizador.

---

(28) Veja-se, também, Hahn (1982, p. 359-360).

(29) Ressalte-se que, embora a hipótese de rendimentos decrescentes de escala seja necessária, do errôneo ponto de vista da teoria neoclássica para se obter curvas de oferta crescentes – o que implica rendimentos marginais decrescentes, conforme demonstrado pela primeira vez por Wicksteed (1894) –, rendimentos constantes de escala são requeridos para que prevaleça o teorema de Euler, de modo que a soma da remuneração dos produtos dos rendimentos marginais dos fatores pela sua quantidade seja igual à renda nacional. A contradição pode ser “resolvida” assumindo rendimentos constantes de escala no “curto prazo” e rendimentos decrescentes no “longo prazo”, mas essa “solução” cria problemas para os modelos neoclássicos de crescimento, como no caso do clássico modelo de Solow, que obviamente não será discutido aqui por escapar aos objetivos do artigo.

(30) No caso de Smith, Ricardo e Marx determinam-se os preços absolutos, visto que, para estes autores, o ouro representa a mercadoria-dinheiro.

(31) Na realidade, assumem-se determinadas intensidade e jornada de trabalho.



Tampouco se faz necessária qualquer restrição em termos de rendimentos de escala – determinam-se os preços de forma única mesmo se o conjunto das possibilidades da produção não for estritamente convexo, ou seja, na presença de rendimentos de escala constantes e crescentes.

Em outras palavras, em lugar do modelo de preços de equilíbrio de longo prazo ser um caso particular dos modelos de equilíbrio geral, o modelo neoclássico é que se apresenta como uma particularidade, por requerer, além de que o sistema econômico siga as proporções da mercadoria-padrão de Sraffa, que prevaleçam rendimentos decrescentes de escala (em termos físicos) e que os consumidores sejam “racionais” (otimizadores); em contraposição, o modelo dos economistas clássicos não supõe nada disso, mas apenas que a economia gere um excedente sobre o consumo de meios de produção e que prevaleça a livre concorrência, axiomas, aliás, que, de uma forma ou de outra, também fazem parte da teoria marginalista.

## 6 Preços de equilíbrio de longo prazo *versus* preços de mercado

Uma das contradições fundamentais da teoria de equilíbrio geral de Walras (1874, 1983, 1900) reside em sustentar que “o preço de venda das mercadorias é igual ao seu preço de custo” (Walras, 1883, p. 107) – que supõe o custo de capital, em que se incorpora a taxa média de lucro da economia<sup>32</sup> – e, simultaneamente, é determinado pelo jogo da oferta e demanda (Walras, 1874, p. 252-257). O sistema de equações de Walras é, portanto, sobredeterminado, até porque, além da identidade (12), tem-se  $n$  equações que igualam oferta e demanda.

Nas palavras de Garegnani (1990, p. 11-12),

*Walras's conception of capital as a set of heterogeneous factors of production is inconsistent with his equilibrium condition regarding the rates of return on the different kinds of capital goods and, accordingly, his equations of general equilibrium will not generally admit an economically meaningful solution*<sup>33</sup>.

Esta contradição foi percebida pelo próprio Walras na 4ª edição dos *Éléments*, em que, em duas passagens (páginas 294 e 308 da edição em língua inglesa de 1954, re-impressa em 1977), se afirma que

*generally the condition of a uniform rate of return on the supply price of capital goods cannot be assumed to hold for all capital goods; the reason being that, since the given endowments of capital goods are arbitrary, some capital goods may be present in such abundance that their demand price is too low to make it convenient to produce more of them; so that [...] the equations imposing for them the uniform-rate-of-return-on-supply-price condition [...] must be eliminated* (Petri, 2016, p. 1-2).

Todavia, afóra essa observação relativa aos bens de capital abundantes, de resto Walras “retained classical elements, such as the production-price equation with the equal rate of profits” (Morishima, 1977, p. 88).

Esta inconsistência, que não deveria surpreender a ninguém, haja vista que Smith (1776, p. 109-16) já salientara que os preços de mercado geralmente divergem dos preços de equilíbrio de longo prazo,

(32) Entre outras coisas, o “estado de equilíbrio da produção, contendo implicitamente o estado de equilíbrio da troca [...] é aquele no qual o preço de venda dos produtos é igual ao seu preço de custo em serviços produtivos” (Walras, 1883, p. 118).

(33) Veja-se, também, Petri (2016, p. 2). Outra forma de colocar a inconsistência se encontra em Lisboa (1993, p. 86).

foi resolvida pelos modelos matemáticos de equilíbrio geral posteriores, como aponta Garegnani (1976), pelo abandono do conceito de equilíbrio de longo prazo em favor do “equilíbrio de mercado”, ou “equilíbrio walrasiano”, definido como aquela situação em que não há excesso de oferta nem excesso de demanda de nenhuma mercadoria nem “serviço produtivo” em todos os períodos de tempo.

Como resultado, as taxas de lucro obtidas na produção dos bens e serviços divergem, o que se deve, segundo Hahn (1982, p. 363), ao fato de que as taxas internas de retorno no período  $t$ , conforme definida por Keynes no capítulo 17 da *Teoria Geral* como:

$$r_{jt} = p_{jt}/p_{jt-1} - 1, j = 1, 2, \dots, n \quad (13)$$

são obviamente diferentes, visto que, em geral,  $p_{it}/p_{it-1} \neq p_{jt}/p_{jt-1}$  quando  $i \neq j$ . Neste caso, obviamente o sistema clássico de preços de equilíbrio se tornaria um caso particular em que

$$p_{it}/p_{it-1} = p_{jt}/p_{jt-1} \text{ para todos } i \text{ e } j \quad (14)$$

Na verdade, nos modernos modelos neoclássicos de equilíbrio geral, como os de Arrow-Debreu e de McKenzie, o período temporal cobre não só o presente (período  $t$ ), mas todo o espectro dos períodos futuros ( $t+1$ ,  $t+2$ , ...), o que significa a existência de mercados futuros para todos os bens e serviços cobrindo esse espectro<sup>34</sup>.

Afora a hipótese irrealista da existência de mercados futuros completos, não é difícil constatar as dificuldades associadas à proposta de Hahn. De saída, ressalte-se que a condição (14) não é de modo algum requerida pela teoria dos preços de equilíbrio; antes, a contradiz.

Assumindo, a título de exemplificação, que, tomando-se os dados do Exemplo 1, no momento  $t-1$ , o salário seja \$ 0,10 e que, no momento  $t$ , seja \$ 0,20, verifica-se que, a esses níveis salariais, os preços do “produto agropecuário” serão de, respectivamente, \$ 2,05423 e \$ 2,31576, de modo que  $p_{1t}/p_{1t-1} = 1,12731$ . Contudo, como o preço do “produto industrial” (o numerário) permanece invariável, tem-se que  $p_{2t}/p_{2t-1} = 1$ . Resultados similares podem ser obtidos utilizando-se os dados dos Exemplos 2 e 3.

Na verdade, o problema de Hahn não parece difícil de identificar, pois a relação  $r_t = p_t/p_{t-1} - 1$  (equação 13, quando  $r_{it} = r_{jt}$  para todos  $i$  e  $j$ ) de maneira alguma representa a taxa homogênea de lucro da economia, que, constituindo-se na taxa de “remuneração do fator capital”, é igual ao quociente entre o resíduo do preço em relação aos custos de produção e o montante do capital:

$$r_t = \frac{p_{jt} - (\mathbf{p}_t \mathbf{A}_{\cdot jt} + \mathbf{p}_t \langle \delta_t \rangle \mathbf{K}_{\cdot jt} + w_t a_{0jt})}{\mathbf{p}_t \mathbf{K}_{\cdot jt}}, j = 1, 2, \dots, n$$

conforme se deriva da equação (2).

Outro problema que parece grave com a formulação da moderna teoria de equilíbrio geral consiste em ignorar o próprio conceito de concorrência, que faz com que os capitais se movam dos setores de menor para os de maior remuneração. Na realidade, o próprio Walras (1877, §322, p. 380; 1874, p. 264-5) não abre mão desse conceito de concorrência, que, conforme assinalado, significa que “[t]he diversion of productive services from enterprises that are losing money to profitable enterprises takes

(34) Veja-se Debreu (1959, p. 29) e Arrow e Hahn (1971, p. 17).

*place in various ways, the most important being through credit operations, but at best these ways are slow*” (Walras, 1874, p. 266), de forma que, obviamente, a tendência de longo prazo é a de geração de uma mesma taxa de lucro em todos os setores, ou seja, de preços de equilíbrio de longo prazo.

Aliás, isto se aplica, também, às taxas internas de retorno das diferentes mercadorias, concebidas como a relação entre seus preços no mercado de futuros e seus preços no mercado *spot*. Neste caso, haveria de considerar não apenas os seus custos de produção no período atual e os seus *carring costs* e seus prêmios de liquidez, além, obviamente, dos preços de produção esperados nos períodos futuros, como quer Keynes, mas também os riscos afora os de liquidez. Ora, também nos mercados futuros prevalece a tendência à homogeneização das taxas de retorno, descontando-se os riscos, de forma que é difícil entender a proposição de Hahn e de outros autores que a sustentam.

## 7 À guisa de conclusão

Parece inquestionável que

*[t]he Cambridge controversies, if remembered at all, are usually portrayed today as a tempest in a teapot over anomalies involving the measurement of capital in aggregate production function models, having as little significance for the neoclassical marginal productivity theory of distribution as do Giffen good anomalies for the law of demand* (Cohen; Harcourt, 2003a, p. 200).

Não obstante, as considerações acima parecem indicar o contrário, ou seja, que os críticos sraffianos parecem ter demonstrado objetivamente não apenas que o conceito neoclássico de função de produção não tem consistência não apenas ao nível agregado, mas que se fazem presentes comprometedoras inconsistências na teoria neoclássica da produtividade marginal dos fatores.

Para começar, como demonstrado por Joan Robinson, mesmo ao nível desagregado, não se pode definir uma função de produção independentemente da remuneração do capital; além disso, é possível construir um sem número de exemplos de tecnologias de produção associadas com rendimentos marginais crescentes. De mais a mais, mesmo assumindo-se rendimentos decrescentes de escala em termos físicos, satisfazendo, portanto, aos requisitos colocados no modelo de Arrow-Debreu, ainda assim pode haver rendimentos marginais crescentes (“reversão da intensidade do capital”) e o fenômeno de “reversão de técnicas”, para não falar em curvas de oferta decrescentes, o que parece contradizer frontalmente a ortodoxia neoclássica. Parece sem sentido, pois, afirmar que *“there is no correct neoRicardian proposition which is not contained in the set of propositions which can be generated by [neoclassical] orthodoxy”*, de modo que *“the neo-Ricardian attack via logic is easily beaten off”* (Hahn, 1982, p. 353).

Como se não bastasse, o conceito de equilíbrio de longo prazo, tomado em um sentido amplo, parece suficiente para se determinar os preços de equilíbrio. Finalmente, não parece possível associar, como têm feito os defensores do modelo de equilíbrio geral – que, na verdade, não garantem nem rendimentos marginais decrescentes nem curvas de oferta crescentes –, as “taxas internas de retorno” das mercadorias nos mercados futuros às taxas de lucro.

Não há aqui, todavia, espaço para se discutir as razões pelas quais os economistas ortodoxos têm, em geral, negligenciado as críticas sraffianas, como se essas não atingissem o coração da teoria

neoclássica. Afinal, como assinala Gramsci (1975, p. 1292), “[i]t is a superstitious construction worthy of fossilised intellectuals to think that a whole vision of the world can be destroyed by criticisms of a rational kind”.

### Referências bibliográficas

ACEMOGLU, Daron. *Introduction to modern economic growth theory*. Princeton: Princeton University Press, 2009.

ARROW, Kenneth J.; DEBREU, Gerard. Existence of an equilibrium for a competitive economy. *Econometrica*, v. 22, p. 265-290, 1954.

BLANCHARD, Oliver; FISCHER, Stanley. *Lectures on macroeconomics*. Cambridge: MIT Press, 1989.

BARRO, Rudolf; SALA I MARTIN, Xavier. *Economic growth*. New York: McGraw-Hill, 1995.

BELLINO, Enrico. Continuous switching of techniques in linear production models. *The Manchester School*, v. 61, n. 2, p. 185-201, Jun. 1993.

BIRNES, Jack. *The Cambridge controversies in capital theory*. London: Routledge, 2002.

BLISS, Christopher. J. *Capital theory and the distribution of income*. Amsterdam: North Holland; New York: Elsevier, 1975.

BRANSON, William H. *Macroeconomic theory and policy*. 3. ed. New York: Harper & Row, 1997.

BRUE, Stanley L. The law of diminishing returns. *Journal of Economic Perspectives*, v. 7, n. 3, p. 185-192, Summer 1993.

BURMEISTER, Edwin. *Capital theory and dynamics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1980.

BURMEISTER, Edwin; DOBELL, Rodney. *Mathematical theories of economic growth*. New York: Macmillan, 1970.

CHAMPERNOWNE, David G. The production function and the theory of capital: a comment. *Review of Economic Studies*, v. 21, p. 125-35, 1953-1954.

COHEN, Avi J.; HARCOURT, Geoffrey C. Whatever happened to the Cambridge capital theory controversies? *Journal of Economic Perspectives*, v. 17, n. 1, p. 199-214, Winter 2003a.

COHEN, Avi J.; HARCOURT, Geoffrey C. Comments. *Journal of Economic Perspectives*, v. 17, n. 4, p. 232-233, Autumn 2003b.

DEBREU, Gerard (1959). *Theory of value*. New Haven: Yale University Press, 1971.

DUMÉNIL, Gérard; LÉVY, Dominique. The classicals and the neoclassicals: a rejoinder to Frank Hahn. *Cambridge Journal of Economics*, v. 9, p. 327-345, 1985.

EATWELL, John; MILGATE, Murray; NEWMAN, Peter (Ed.). *The New Palgrave: capital theory*. New York: Norton, 1990.

- FISHER, Franklin M. Aggregate production functions and the explanation of wages: a simulation experiment. *Review of Economics and Statistics*, v. 53, n. 4, p. 30, 1971.
- GALOR, Oded. *Unified growth theory*. Princeton: Princeton University Press, 2011.
- GAREGNANI, Piero. On the present state of the capital controversy. *Cambridge Journal of Economics*, v. 36, p. 1417-1432, 2012.
- GAREGNANI, Piero. Quantity of capital. In: EATWELL, John; MILGATE, Murray; NEWMAN, Peter (Ed.). *The New Palgrave: capital theory*. New York: Norton, 1990. p. 1-78.
- GAREGNANI, Piero. *Changes and comparisons*. Presented at *Joan Robinson Memorial*, no Barnard College, 1979.
- GAREGNANI, Piero. On a change in the notion of competition of equilibrium in recent work on value and distribution. In: BROWN, M.; SATO, K.; ZAREMBKA, P. (Ed.). *Essays in modern capital theory*. Amsterdam: North Holland, 1979. p. 25-45.
- GONTIJO, Cláudio. O caminhar do Logos: da matemática à ciência da sociedade. *Ciência e Conhecimento*, v. 3, n. 11, p. 13-103, maio 2008.
- GONTIJO, Cláudio. Arrow-Debreu and the law of diminishing returns: a critical appraisal. In: ENCONTRO NACIONAL DE ECONOMIA, 35. ANPEC, Recife, 4-7 dez. 2007.
- GONTIJO, Cláudio. The neoclassical model in a multiple-commodity world: a criticism on Marglin. *Revista Brasileira de Economia*, v. 52, n. 2, p. 335-356, abr./jun. 1998.
- GRAHAM, A. *Non-negative matrices and applicable topics in linear algebra*. Chichester: Ellis Horwood; New York: John Willey, 1987.
- GRAMSCI, Antonio. *Prison notebooks* ([1939-1933]). New York: Columbia University Press, 1975.
- HAHN, Francis H. The neo-Ricardians. *Cambridge Journal of Economics*, v. 6, p. 353-374, 1982.
- HAHN, Francis. H.; SOLOW, Robert M. *A critical essay on modern macroeconomic theory*. Cambridge: MIT Press, 1995.
- HATTA, T. Capital perversity. In: EATWELL, John; MILGATE, Murray; NEWMAN, Peter (Ed.). *The New Palgrave: capital theory*. New York: Norton, 1990. p. 130-135.
- HODGSON, Geoffrey M. The fate of the Cambridge capital controversy. In: ARESTIS, Gabriel Palma; SAWYER, Malcolm (Ed.). *Capital controversy, Postkeynesian economics and the history of economic thought*. London: Routledge, 1997, v. I, p. 88-101.
- HICKS, John R. The assumption of constant returns to scale. *Cambridge Journal of Economics*, v. 13, p. 9-17, 1989.
- HICKS, John R. *Value and capital*. London: Oxford University Press, 1939.
- JONES, Charles I. *Introduction to economic growth*. 3. ed. New York: Norton, 2002.
- JONES, H. G. (1975). *Modernas teorias do crescimento econômico: uma introdução*. São Paulo: Atlas, 1979.

- KEYNES, John Maynard (1936). As propriedades essenciais dos juros e do dinheiro. In: KEYNES, J. M. *A teoria geral do emprego, do juro e da moeda*. São Paulo: Nova Cultural, 1996. p. 218-235.
- KURZ, Hans D.; SALVADORI, Neri. *Theory of production*. Cambridge: Cambridge University Press, 1995.
- LISBOA, Marcos de B. (). *Preços de Produção, Método de Longo Prazo e Equilíbrio Geral: Uma Crítica à Teoria Neo-Ricadiana dos Preços Relativos*. Rio de Janeiro: BNDES. 1993
- MAS-COLELL, Andreu; WHINSTON, Michael D; GREEN, Jerry R. *Microeconomic theory*. New York: Oxford University Press, 1995.
- MANKIW, Nicholas G. *Principles of microeconomics*. 7. ed. Cincinnati: South-Western College Pub., 2014.
- MAINWARING, Lynn. *Value and distribution in capitalist economies*. New York: Cambridge University Press, 1984.
- MCKENZIE, Lionel W. On equilibrium in Graham's model of world trade and other competitive systems. *Econometrica*, v. 22, n. 2, p. 147-161, 1954.
- MCKENZIE, Lionel W. On the existence of general equilibrium for a competitive market. *Econometrica*, 27, n. 1, p. 54-71, 1979.
- MCKENZIE, Lionel W. The classical theorem on existence of competitive equilibrium. *Econometrica*, v. 48, n. 4, p. 49-55, 1981.
- MILLER, Roger L.; MEINERS, Roger E. *Intermediate microeconomics: theory, issues, applications*. 3. ed. New York: McGraw-Hill, 1986.
- MONZA, Alfred. *Sraffa e sus usos*. Buenos Aires: IDES, 1979.
- MORISHIMA, Michio. *Walras economics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1977.
- NICHOLSON, Walter. *Intermediate microeconomics and its application*. Illinois: The Dryden, 1975.
- NUTI, Domenico M. On the rates of return on investment. In: BROWN, M.; SATO, K. ZAREMBKA, P. *Essays in modern capital theory*. Amsterdam: North-Holland, 1976. p. 47-75.
- PASINETTI, Luigi L. Comments. *Journal of Economic Perspectives*, v. 17, n. 4, p. 227-228, Fall 2003.
- PASINETTI, Luigi L. Switches of techniques and the 'rate of return' in capital theory. *Economic Journal*, v. 79, n. 3, p. 508-531, 1969.
- PETRI, Fabio. Walras on capital: interpretative insights from a review by Bortkiewicz. *Centro Sraffa Working Papers*, n. 17, Feb. 2016.
- PINDYCK, Robert S.; RUBINFELD, Daniel L. *Microeconomics*. 3. ed. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1995.
- ROBINSON, Joan. The production function and the theory of capital. *Review and Economic Studies*, v. 21, n. 2, p. 81-106, 1953-1954

- ROMER, David. *Advanced Macroeconomics*. New York: MacGraw-Hill, 1996.
- SACHS, Jeffrey D.; LARRAIN B, Felipe B. *Macroeconomics in the global economy*. New York: Prentice Hill, 1993.
- SAMUELSON, Paul A. Summing up. *The Quarterly Journal of Economics*, v. 80, n. 4, p. 568-583, Nov. 1966.
- SAMUELSON, Paul A. Parable and realism in capital theory: the surrogate production function. *Review of Economic Studies*, v. 29, p. 193-206, Jun. 1962.
- SARGENT, Thomas J. *Dynamic macroeconomic theory*. Cambridge: Harvard University Press, 1987.
- SIMON, Carl P.; BLUME, Lawrence. *Mathematics for economists*. New York: Norton, 1994.
- SMITH, A. (1776). *A riqueza das nações*. Investigação sobre a sua natureza e suas causas. São Paulo: Abril Cultural, 1983.
- SOLOW, Robert M. The interest rate and the transition between techniques. In: FEINSTEIN, Charles H. (Ed.). *Socialism, capitalism an economic growth*. Cambridge: Cambridge University Press, 1967. p. 30-39.
- STIGLITZ, Joseph E.; WALSH, Carl E. *Principles of microeconomics*. 4. ed. New York: Norton, 2005.
- VARIAN, Hal R. *Intermediate microeconomics: a modern approach*. 3. ed. New York: Norton, 1993.
- VARIAN, Hal R. *Microeconomic analysis*. 2. ed. New York: Norton, 1994.
- YANG, Xiaokai; BORLAND, Jeff. *A microeconomic mechanism for economic growth*. New Haven: Yale University, 1993.
- WALRAS, Leon. (1900). *Elements of political economy*. Jaffé translation. Homewood, Ill.: Richard D. Irwin; Augustus M. Kelley reprint, 1977.
- WALRAS, Leon. (1883). *Compêndio dos elementos de economia política pura*. São Paulo: Abril Cultural, 1983.
- WALRAS, Leon. *Éléments d'économie politique pure; ou, Théorie de la richesse sociale*. Lausanne: Corbaz, 1874.
- WICKSELL, Knut (1911). *Lectures on political economy*. London: George Routledge & Sons, 1934. 2v.