



BALANCEAMENTO E REBALANCEAMENTO DE LINHAS DE MONTAGEM OPERADAS POR GRUPOS DE TRABALHO AUTOGERENCIADOS

Flávio César F. Fernandes

Dep. Engenharia de Produção
Universidade Federal de São Carlos (UFSCar)
Via Washington Luiz, km 235 – Caixa Postal 676
13.565.905 – São Carlos – SP
E-mail: dfcf@power.ufscar.br

Andréia Gisele Dalalio

PCP da Textron do Brasil

Resumo

Este trabalho analisa detalhadamente o problema de balanceamento / rebalanceamento das linhas de montagem operadas por grupos de trabalho autogerenciados propondo um modelo otimizador de programação inteira que é tratado computacionalmente com êxito por meio da linguagem de modelagem GAMS (“General Algebraic Modeling System”) e solver Zoom. Não encontramos na literatura trabalhos que tenham modelado matematicamente, de forma exata ou heurística, tal problema. Para se estimar a eficiência futura da linha, um dos dados que o modelo necessita, propomos o uso de dois métodos utilizados em outras áreas (curva de aprendizagem e previsão de demanda). Mostra-se a diferença entre problema de balanceamento e de rebalanceamento bem como é feita uma revisão bibliográfica complementar a respeito do problema de balanceamento de linhas. Ela complementa a última revisão dos métodos exatos que é de 1986 e a última dos métodos heurísticos que é de 1998.

Palavras-chave: *linhas de montagem, balanceamento de linha, rebalanceamento de linha, programação inteira, eficiência da linha.*

1. Introdução

No momento de projeto das linhas de montagem/produção aparece o problema de

balanceamento da linha. Durante a vida útil da linha surge em vários momentos o problema de rebalanceamento da linha. Assim, conceitualmente o balanceamento é um problema de

projeto enquanto que o problema de rebalanceamento é um problema de operação da linha. Porém, ambos consistem em efetuar a alocação do trabalho ao longo da linha segundo determinados critérios e levando em conta determinadas restrições.

No problema de rebalanceamento existem uma série de restrições que devem ser levadas em conta, as quais não existem no problema de balanceamento. Em termos de modelagem, esta é a diferença entre ambos: o problema de rebalanceamento contém mais tipos de restrições do que o problema de balanceamento correspondente. Na literatura o único trabalho que conhecemos que tratou formalmente a questão do rebalanceamento é o de DAR-EL & RUBINOVITZ (1991) no qual eles tratam da questão de que com o passar do tempo, devido ao efeito da curva de aprendizagem, principalmente no caso de produtos complexos, o tempo de processamento das tarefas diminui (e não necessariamente na mesma proporção) e assim rebalanceamentos são necessários e eles devem incorporar a restrição de que determinadas tarefas não podem mudar de estação para que não seja afetado negativamente o aprendizado; para efetuar tal rebalanceamento eles propõem um modelo baseado no algoritmo MUST de DAR-EL & RUBINOVITZ (1979) que foi criado para o caso convencional de balanceamento.

Nenhum problema de balanceamento de linha já tratado na literatura trata de todas as restrições que tratamos neste trabalho. Este trabalho também é o primeiro a tratar o problema de balanceamento para o caso em que a linha de montagem é operada por grupos autogerenciados de trabalhadores. Por se tratar do aspecto mais original deste trabalho, esse último aspecto será tratado detalhadamente neste artigo.

Na literatura estrangeira o tema linhas de montagem/produção e em particular o balanceamento de linhas contemplam um número grande de pesquisas. No Brasil, este tema é muito pouco estudado apesar de sua importância; muitas empresas globalizadas vieram para o Brasil ultimamente e só realizam aqui a montagem. Na

seção 2, fazemos uma revisão complementar sobre o balanceamento de linhas de montagem. Na seção 3 modelamos o problema de balanceamento e rebalanceamento de linha de montagem operada por grupos de trabalho autogerenciados. Na seção 4 apresentamos os resultados computacionais do problema de rebalanceamento de linhas operadas por grupos de trabalho autogerenciados e na seção 5 as conclusões.

2. Revisão Complementar da Literatura

2.1 Introdução

O balanceamento de linha é um campo de estudo consolidado que surgiu 41 anos após a construção da primeira linha de montagem movida por meios mecânicos (linha do Ford T criada em 1913 por Henry Ford que muitos autores demarcam como o início da II Revolução Industrial (RI)). Provavelmente o mais correto seria considerar: a máquina a vapor como o marco da I RI, a locomotiva / estrada de ferro o marco da II RI e a linha de montagem movida por meios mecânicos o marco da III RI: sem as estradas de ferro o mercado de massa não poderia ter sido criado. GAGNON & GHOSH (1991) dividem os estudos sobre linhas de montagem em dois grupos: ALB (*assembly line balancing*) e ALI (*assembly line issues*) e traçam o perfil histórico e as perspectivas futuras de tais pesquisas. Em 1954, Helgeson (1954, *apud* GHOSH & GAGNON (1989)) foi o primeiro a definir o problema de balanceamento de linha de montagem (ALB – *Assembly Line Balancing*) estabelecendo uma nova área de estudos. O clássico problema ALB foi primeiramente modelado matematicamente por SALVESON (1955). Muitos estudos vêm sendo desenvolvidos desde aquela época para resolver o problema de balanceamento. Um trabalho que merece atenção pelas considerações práticas que faz é o de BARTHOLDI (1993) que discute o problema de balancear linhas que possuem dois lados, discute como escolher sob o ponto de vista prático um algoritmo de balanceamento (entre os

adequados escolher sempre o mais simples), como incorporá-lo num programa computacional e apresenta dados de uma linha de montagem real com 148 tarefas; pelo nosso conhecimento, esse é o maior problema real já publicado em periódicos científicos.

Baseando-nos na classificação de tipos de organização de trabalho de JOHNSON (1991) distinguimos 3 tipos (sem considerarmos as subclasses) de linhas de montagem (Uma classificação mais completa levando em conta outras dimensões poderá ser encontrada em MACCARTHY & FERNANDES, 2000):

- (1) Linhas de montagem com trabalho individual. Um trabalhador para cada posto de trabalho. Um posto de trabalho em cada estação de trabalho, ou seja, neste caso posto de trabalho e estação de trabalho podem ser considerados sinônimos. O balanceamento é feito considerando-se toda a linha. Podem existir duas subclasses: (1a) Sem rotação de trabalho (cada trabalhador é fixo a um mesmo posto de trabalho); (1b) Com rotação de trabalho.
- (2) Linhas de montagem operadas por equipes de trabalho. A linha de montagem é particionada em sublinhas cada uma contendo certo número de estações de trabalho, ou seja, cada sublinha com x estações (ou postos) é operada por uma equipe de x trabalhadores. O particionamento pode acontecer após ter sido resolvido o problema de balanceamento (neste caso, tal problema pode ser resolvido usando-se métodos desenvolvidos para as linhas do tipo (1)) ou o particionamento é feito antes de ser tratado o problema de balanceamento e neste caso, existem dois subcasos: (2a) Cada tarefa é previamente atribuída a uma sublinha; (2b) Apenas algumas tarefas são pré-atribuídas a uma sublinha. Geralmente há rotação de trabalho entre trabalhadores de uma mesma equipe.
- (3) Linhas de montagem operadas por grupos autogerenciados. Primeiramente são definidas as estações de trabalho. As tarefas são atribuídas às estações. Cada estação é ope-

rada por um grupo de trabalho e será formada por um conjunto de postos de trabalho que vão ser definidos posteriormente e de forma autônoma pelo grupo. Portanto, o grupo autogerenciado possui autonomia para organizar o trabalho internamente à sua estação.

A quase totalidade dos trabalhos relatados na literatura pertencem ao caso (1) sendo que eles podem ser diretamente empregados no caso em que a partição da linha é feita após resolvido o problema de balanceamento e, podem ser adaptados (veja o início da seção 2.4) para serem empregados nos casos (2a) e (2b). Porém existem modernas linhas de montagem (p.ex., a Electrolux de São Carlos) que estão adotando o caso (3). Razões para isso podem ser encontradas a partir de GYLLENHAMMAR (1977) embora para ele, equipes ou grupos de trabalho se referem ao sistema de manufatura de carros Volvo na Suécia onde o carro não se desloca em esteiras rolantes (correias transportadoras; ou seja elimina-se a tradicional linha de montagem) mas sim sobre *carriers* individuais autopropelidos controlados por computador que seguem uma fita no solo mas se precisar, o *carrier* pode passar a ser controlado por um homem e voltar a algum setor produtivo anterior (p.ex., o setor de pintura) operado por um grupo de trabalho; na entrada e saída de cada setor produtivo há uma área para estocar *carriers*.

O caso (3) só encontramos na literatura uma modelagem (seção 2.3; mas tratada de forma completamente distinta daquela que apresentaremos na seção 3) e alusões qualitativas, por exemplo: “Membros do grupo de trabalho determinam seu próprio balanceamento que devem atender a fatores externos tais como prazos de um sistema *just-in-time*. Assim nenhum procedimento é necessário para balancear uma linha completa em nível de trabalhador individual” (JOHNSON, 1991). Embora isso seja verdade, percebemos um problema de (re)balanceamento que modelaremos na seção 3. Nós o detectamos após visitar seis linhas de montagem do estado de São Paulo e entrevistar

seus gerentes e engenheiros. As informações e conclusões obtidas a partir dessas visitas e entrevistas, futuramente serão relatadas em um artigo de cunho qualitativo. Naturalmente, no futuro outros problemas do caso (3) poderão ser detectados, estudados e modelados.

2.2 Balanceamento de Linhas de Montagem com Trabalho Individual Tratado por Métodos Determinísticos Exatos

Como já foi dito, a grande maioria dos estudos estão voltados para as linhas de montagem com um trabalhador em cada estação.

Nesta seção fazemos uma citação de trabalhos de balanceamento de linhas organizadas por trabalho individual tratados por métodos exatos e determinísticos que lemos e que não estão citados em BAYBARS (1986) que é um artigo de revisão de tal tipo de trabalhos, e segundo ele, quanto aos objetivos, o problema de balanceamento da linha de montagem é usualmente dividido em 2 tipos:

- Tipo I (SALB-I – *Simple Assembly Line Balancing I*): se o objetivo é minimizar o número de estações de trabalho K , para dada taxa de produção p (ou dado tempo de ciclo C) e certas restrições (restrições de precedência, de posição e de zoneamento) devem ser atendidas.
- Tipo II (SALB-II – *Simple Assembly Line Balancing II*): se o objetivo é maximizar a taxa de produção p (ou minimizar o tempo de ciclo C) para dado número de estações K e certas restrições (restrições de precedência, de posição e de zoneamento) devem ser atendidas.

Além dos problemas SALB-I e SALB-II existem os problemas GALB (*General Assembly Line*) onde são relaxadas pelo menos uma das 10 hipóteses assumidas nos problemas SALB (BAYBARS, 1986):

- (H1) todos os parâmetros são conhecidos com certeza;
- (H2) uma tarefa não pode ser dividida entre duas ou mais estações;

- (H3) a alocação de tarefas às estações deve respeitar as relações tecnológicas de precedência;
- (H4) todas as tarefas devem ser alocadas e portanto, processadas;
- (H5) qualquer estação tem capacidade tecnológica para processar qualquer tarefa;
- (H6) o tempo de processamento de qualquer tarefa é independente de qual estação a executar e independe da seqüência de processamento na estação;
- (H7) qualquer tarefa pode ser processada em qualquer estação;
- (H8) a linha toda é considerada serial e não existem estações em paralelo e/ou sublinhas alimentadoras e/ou estações de duplo lado (enquanto um operário atua na parte da frente do produto, simultaneamente há outro operário atuando na parte de trás do produto);
- (H9) a linha só montará um único modelo de um único produto;
- (H10) monocritério, sendo escolhido um entre os seguintes: (i) minimizar o tempo ocioso total (ou equivalentemente, minimizar o número de estações) para um dado tempo de ciclo fixo (ou equivalentemente, para uma dada taxa de produção); (ii) minimizar o tempo de ciclo (ou equivalentemente maximizar a taxa de produção) para um dado número fixo de estações.

Por exemplo, se enquadra no caso GALB problemas em que são tratados simultaneamente o critério do SALB-I e o do SALB-II, ou seja: encontrar o par (tempo de ciclo C ; número de estações K) que minimiza o *balance delay* (desbalanceamento = $(K \cdot C - T) / K \cdot C$ onde T é a soma do tempo de processamento de todas as tarefas).

2.2.1 Problemas SALB-I e SALB-II

BETTS & MAHMOUD (1989) combinam um método *branch and bound*, similar ao de JOHNSON (1981), e o método da matriz de precedência de HOFFMANN (1963). A partir

dessa mesma conhecida heurística de Hoffmann (HOFFMANN, 1992) propõe um método exato do tipo *branch and bound* e, no mesmo artigo, combinando ambos, ele desenvolve o sistema híbrido Eureka. KLEIN & SCHOLL (1996) aplicam a técnica *branch and bound* para distribuir tarefas para dado número de estações de trabalho em linha cadenciada para aumentar a taxa de produção ou reduzir tempo de ciclo e considerando as restrições de precedências entre as tarefas.

2.2.2 Problemas GALB

AKAGI *et al.* (1983) desenvolveram um método chamado PAM (*Parallel Assignment Method*) para distribuição de tarefas a estações paralelas (postos de serviço paralelos com um operário em cada posto) com objetivo de aumentar a taxa de produção. BARD (1989) desenvolveu método para resolver problema de balanceamento em estações paralelas e as soluções apresentaram um *trade-off* entre o número de estações necessárias para obter o balanceamento e o custo de instalação das estações paralelas.

RACHAMADUGU & TALBOT (1991) constroem um modelo de programação inteira para o problema de minimizar o desvio absoluto médio (MAD) da carga entre as estações e apontam três formas (exatas ou heurísticas) para tratar o problema bicritério: min MAD e min K.

MALAKOOTI (1991) desenvolve um procedimento para resolver o problema bicritério: minimizar o tempo de ciclo e o número de estações, bem como desenvolve uma formulação *goal programming* melhorada para tratar o problema com esses dois mais um terceiro critério (minimizar o custo operacional) e discute sua aplicação numa linha de montagem de lâmpadas da GE.

MALAKOOTI (1994) desenvolve um critério de decisão para o balanceamento de linha com a existência de *buffers* chamado de “múltiplo critério de decisão”. Esse critério de decisão de linha com multiestações refere-se às decisões

que têm que ser tomadas em relação à linha com prioridades (objetivos) conflitantes: minimização do número de estações, minimização do tamanho de *buffers*, minimização do tempo de ciclo ou minimização do custo total de operação com *buffer*. Nesse método de “múltiplo critério de decisão”, foram consideradas várias prioridades (ou objetivos) para que o responsável pela linha de montagem decida qual a melhor alternativa para a linha que ele opera (método iterativo).

2.3 Balanceamento de Linhas de Montagem com Trabalho Individual Tratado por Métodos Heurísticos

Este grupo de trabalhos está revisado em EREL & SARIN (1998) de forma crítica, sumarizada e com detalhes suficientes para fornecer o estado-da-arte para os problemas de: Modelo Único (i.e., a linha de montagem só produz um único modelo do produto) com tempo de execução das tarefas determinístico (caso SMD) ou estocástico (caso SMS) e Modelos Mixtos ou Multimodelos com tempos determinísticos (caso MMD) onde dois ou mais produtos são produzidos simultaneamente ou em lotes na linha respectivamente, ou com tempos estocásticos (caso MMS). Em todos esses casos são revisados métodos heurísticos exceto no caso MMD que são revisados também os métodos exatos. Em todos os artigos revisados por Erel e Sarin, implicitamente a organização do trabalho é do tipo individual. O caso Multimodelos se transforma no caso Modelos Mixtos quando o lote é unitário, por isso GHOSH & GAGNON (1989) afirmam que é conveniente considerá-los em uma única categoria.

Apesar de Erel e Sarin revisarem 101 artigos, pelo menos quatro escaparam; um que abordaremos na próxima seção e os artigos: (i) BOCTOR (1995) onde um método heurístico de 4 regras que minimiza o número de estações para dado tempo de ciclo obteve os melhores resultados médios na comparação com outros 15 métodos heurísticos (incluindo o eficiente método de enumeração parcial de HOFFMANN

(1963)) e encontrou o resultado ótimo em 85,1% de um total de 67 problemas da literatura; (ii) ROSENBLATT & LEE (1996) onde são estudadas linhas que apresentam longo tempo de ciclo (baixa taxa de produção) com formação de estoques em processo; o estudo foi realizado tendo como base as indústrias com sublinhas alimentadoras e (iii) SHIN & MIN (1991) que propõem uma heurística para o projeto de uma linha num ambiente JIT onde os tempos de processamento das tarefas podem variar.

Da revisão de EREL & SARIN (1998) muitos trabalhos poderiam ser destacados, mas destacamos apenas: ARCUS (1966) desenvolveu a técnica COMSOAL que serve de base para muitos trabalhos posteriores (p.ex., NKASU & LEUNG (1995)) e cuja principal idéia é a geração aleatória de uma seqüência possível; o de GOKCEN & EREL (1998) que apresentam um modelo de programação inteira binária para o caso MMD e o de SHTUB & DAR-EL (1990) que trata a questão de sublinhas.

2.4 Balanceamento de Linhas de Montagem Operadas por Equipes de Trabalho ou por Grupos de Trabalho Autogerenciados

Para os casos (2a) e (2b) das linhas operadas por equipes, o balanceamento pode ser tratado com modificações de métodos desenvolvidos para o caso de linhas com trabalho individual. É o que faz JOHNSON (1991): ele modifica o método FABLE proposto em JOHNSON (1988), que é um algoritmo *branch-and-bound*, obtendo o método MABLE que é aplicável ao caso de linhas operadas por equipes de trabalho. De acordo com JOHNSON (1991), quanto maior o número de equipes e a porcentagem de tarefas que podem ser alocadas a uma única equipe, maior o desbalanceamento.

Para o caso de linhas operadas por grupos de trabalho autogerenciados só encontramos o estudo de DOWNEY & LEONARD (1992). Esses autores apresentaram um método heurístico chamado de OFRO (*Organizing Flexible Rotating Operators*) que utiliza uma

organização flexível dos trabalhadores para que a linha possa ser conduzida com menos trabalhadores que estações. O método trata por meio de simulação de duas variáveis de decisão (o número de operadores na linha e o tamanho dos *buffers* entre as estações) e de várias variáveis de resposta. Com esse método, quando o trabalhador está ocioso, ele deve se mover para a estação “aberta” (desocupada) de modo que a ociosidade e a alienação associada à linha de montagem clássica são eliminadas e conseqüentemente reduzem-se os custos operacionais do sistema produtivo. Como os trabalhadores tomam decisões podemos entender que se trata do caso de uma linha operada por um único grupo de trabalho autogerenciado. O “ganho” de ter trabalhadores flexíveis em menor número que o número de estações é “pago” pelos estoques entre as estações. O caso que modelaremos na próxima seção é bastante diferente, por exemplo, não apresenta *buffers* entre as estações.

3. Balanceamento e Rebalanceamento de Linhas de Montagem Operadas por Grupos de Trabalho Autogerenciados

Nas linhas de montagem operadas por grupos de trabalho autogerenciados, cada estação é operada por um grupo de trabalhadores. Durante um certo período (por exemplo uma semana), um desses trabalhadores atua como facilitador do trabalho dessa estação (por exemplo, fica responsável por não haver falta de materiais, ferramentas, etc, que são necessários para realizar as tarefas da estação).

O grupo possui autonomia para decidir, a cada momento, como organizar a realização das tarefas a serem executadas na estação, quem executa o que e em que ritmo de trabalho, conforme as circunstâncias do momento (velocidade da linha, se alguém faltou ao trabalho, se o facilitador está trabalhando diretamente na linha ou não, ajuste de tempo no sistema *Just in Time*, etc). Assim temos: o envolvimento de todos os trabalhadores emitindo opiniões a respeito do produto e principalmente

do processo, resolvem problemas de qualidade e produtividade da linha, portanto há um ambiente de trabalho motivador e assim é mais provável que os trabalhadores se sintam satisfeitos em tal ambiente.

Para o caso de grupos de trabalhadores, como já foi dito, os próprios membros determinam o balanceamento que deve adaptar-se com as condições de cada momento. O tempo de ciclo C determina o tamanho necessário de cada grupo de trabalho. Dado o tempo de ciclo C e W , o tempo de trabalho a ser realizado por um grupo, temos que $[W/C]^+$ é o número de trabalhadores necessários, segundo a observação sobre o assunto feita por JOHNSON (1991). Note que $[W/C]^+$ é igual ao menor número inteiro maior ou igual que a divisão de W por C .

A partir do momento em que se torna necessário alterar algumas variáveis do sistema de produção (como por exemplo uma mudança nas vendas ou taxa de produção) surge a necessidade de se fazer um novo balanceamento, ou seja, o rebalanceamento.

É interessante que cada estação de trabalho seja operada por um número variável de trabalhadores devido à necessidade de mudar o número de pessoas conforme se altera a taxa de produção, no entanto, deve-se evitar a política de contratar e demitir, e deve-se utilizar o conceito de jornada flexível (implantado pela primeira vez no Brasil pela Ford em 1995) o qual aparece também com outros nomes: banco de horas (implantado na Electrolux de São Carlos em 1996) e horas anualizadas.

Além de mudar o número de trabalhadores nas estações de trabalho, é possível e muito comum a realocação de tarefas, pois muitas vezes os trabalhadores são multifuncionais e capazes de realizar várias tarefas da linha.

Numa linha de montagem (ou de produção) operada por Grupos de Trabalho cada uma das K estações de trabalho é operada por um Grupo de Trabalho composta por um determinado n^o de postos de trabalho que realizam um conjunto de tarefas e no final da linha sai pronto um produto acabado ou uma submontagem.

Cada unidade do produto fica:

- T_1 minutos na estação de trabalho 1 que possui N_1 pessoas trabalhando. Portanto:

$$T_1 = \left(\sum_{i \in L_1} t_i \right) / N_1$$

onde t_i é o tempo de processamento da tarefa i para uma unidade do produto sendo realizada por apenas 1 operador, ou seja, t_i é dado em [minutos * homem] / [unidade] e L_i é o conjunto de tarefas alocadas ao grupo 1.

- T_2 minutos na estação de trabalho 2:

$$T_2 = \left(\sum_{i \in L_2} t_i \right) / N_2$$

– ...

- T_k minutos na estação de trabalho k (T_k é o tempo de processamento total na última estação de trabalho, que possui N_k pessoas e L_k é o conjunto de tarefas alocadas ao grupo k):

$$T_k = \left(\sum_{i \in L_k} t_i \right) / N_k$$

Observa-se que T_k é dado por [minutos] / [unidade].

A equação básica que podemos deduzir a partir das duas principais definições de tempo de ciclo para o problema de balanceamento, adaptando-as para o caso de (re)balanceamento de linha operada por grupo de trabalho é a seguinte:

$$\begin{aligned} C_{\text{nominal}} &= \text{Max} \{T_1, T_2, \dots, T_K\} = \\ &= 1 / (\text{taxa de produção nominal}) \end{aligned}$$

Introduzindo o conceito de eficiência de linha, a saber:

$$EF = \frac{\text{taxa de produção real estimada para o período em questão}}{\text{taxa de produção nominal para o período em questão}}$$

temos:

$$\begin{aligned} C_{\text{real}} &= 1 / (\text{taxa de produção real}) = \\ &= 1 / (EF * (\text{taxa de produção nominal})) = \\ &= 1 / EF * (1 / \text{Max} \{T_1, T_2, \dots, T_K\}) \end{aligned}$$

portanto

$$C_{\text{real}} = (\text{Max} \{T_1, T_2, \dots, T_K\}) / EF$$

Suponha que a taxa de produção nominal da linha seja de 120 unidades por hora, enquanto que a taxa real dos últimos 12 períodos seja a seguinte: 100, 95, 101, 98, 99, 103, 102, 105, 102, 104, 103 e 105 itens por hora. Para estimarmos a taxa real para o próximo período seria muito grosseiro simplesmente fazermos a média dos períodos anteriores já que isso não levaria em conta: (i) que os últimos dados devem refletir melhor as condições do próximo período do que os primeiros dados da seqüência, e (ii) e o efeito da curva de aprendizagem dos operários da linha que vão tendo um desempenho melhor à medida que ganham com o tempo maior destreza em realizar as tarefas do grupo a que pertencem. Para estimar a taxa de eficiência para o próximo período é proposta a utilização de um dos seguintes métodos (detalhes de como utilizá-los poderão ser solicitados ao primeiro autor):

- a) adaptar a teoria da curva de aprendizagem (anexo 1) que serve para estimar o tempo de processamento ou o custo do n-ésimo produto fabricado em uma instalação. Informações sobre a teoria da curva de aprendizagem podem ser obtidas, por exemplo, em MOORE & HENDRICK, (1977);
- b) adaptar o método das médias móveis com suavização exponencial (anexo 2) o qual vem sendo utilizado, ver por exemplo BUFFA & MILLER (1979), para a previsão de demanda de curto prazo.

Se o efeito da curva de aprendizagem for notório (por exemplo, se houver muitos trabalhadores recém admitidos na linha) estimaríamos a eficiência pela curva de aprendizagem, caso contrário, pelo método das médias móveis com suavização exponencial.

Naturalmente existirão casos em que o resultado será o mesmo aplicando um ou outro método. Por exemplo na seqüência de dados acima (100, 95, ..., 105 itens/hora), a estimativa de eficiência é praticamente a mesma (anexos 1 e 2). Pela curva de aprendizagem a eficiência

estimada para o próximo período é de 87,11% (com produção prevista de $104.5 \cong 105$ unidades) e pelo método das médias móveis com suavização exponencial e $\alpha = 0,2$ a eficiência é de 87.28% (com produção prevista de $104.7 \cong 105$ unidades).

A seguir temos o seguinte exemplo para ilustrar e tornar mais claro o problema de rebalanceamento em linhas operadas por grupos de trabalho autogerenciados que pretendemos resolver. Temos 3 estações de trabalho com os seus tempos de processamento das tarefas, alocadas a cada uma delas:

- *estação 1*: estação com rebaixo em relação ao nível do chão-de-fábrica (devido a questões ergonômicas)

$$t_1 = 10 \text{ minutos*homem/unidade}$$

$$t_2 = 5 \text{ minutos*homem/unidade}$$

$$t_4 = 5 \text{ minutos*homem/unidade}$$

$$T_1 = \sum_{i \in L_1} t_i = (t_1 + t_2 + t_4) / N_1 = 20 / 3 = \\ = 6.6 \text{ minutos/unidade}$$

onde N_1 é o número de pessoas no grupo de trabalho da estação 1.

- *estação 2*: estação ao nível do chão-de-fábrica

$$t_3 = 12 \text{ minutos*homem/unidade}$$

$$t_6 = 2 \text{ minutos*homem/unidade}$$

$$T_2 = \sum_{i \in L_2} t_i = (t_3 + t_6) / N_2 = 14 / 2 = \\ = 7.0 \text{ minutos/unidade}$$

onde N_2 é o número de pessoas no grupo de trabalho da estação 2.

- *estação 3*: estação ao nível do chão-de-fábrica

$$t_5 = 8 \text{ minutos*homem/unidade}$$

$$t_7 = 7 \text{ minutos*homem/unidade}$$

$$T_3 = \sum_{i \in L_3} t_i = (t_5 + t_7) / N_3 = 15 / 2 = \\ = 7.5 \text{ minutos/unidade}$$

onde N_3 é o número de pessoas no grupo de trabalho da estação 3.

$$N = \text{número total de pessoas} = \\ = N_1 + N_2 + N_3 = 3 + 2 + 2 = 7$$

$C = \text{máx} \{T_1, T_2, T_3\} = 7.5$ minutos/unidade e temos a restrição de precedência que a tarefa 6 deve ser realizada após a 1 ser concluída.

$$C = 1 / \text{taxa de produção} = \\ = 7.5 \text{ minutos/unidade}$$

$$\text{taxa de produção} = 1 / 7,5 = \\ = 0.13 \text{ unidades/ minuto} = \\ = 8 \text{ unidades/hora.}$$

Com $C = 7.5$ minutos/unidade temos que a taxa de produção é de 8 unidades por hora, e para o próximo período, devido à alteração na demanda, deseja-se produzir 10 unidades/hora, ou seja, o tempo de ciclo C deverá mudar para:

$$C = 1 / \text{taxa de produção} = 1 / 10 = \\ = 0.1 \text{ hora/unidade} = 6 \text{ minutos/unidade}$$

Haverá a necessidade de rebalanceamento da linha que é operada por grupo e pode ser conveniente realocar algumas tarefas de tal modo que o número total de trabalhadores seja o menor possível.

Depois acrescenta-se um facilitador para cada grupo e se houver algum grupo ocioso de forma significativa, verifica-se então a possibilidade de escolher como facilitador um operário já alocado a ele.

Aumentando-se um operário, em cada estação de trabalho, a taxa de produção é atendida com folga, uma vez que:

$$C = \text{máx} \{T_1, T_2, T_3\} = \{20/4; 14/3; 15/3\} = \\ = 5 \text{ minutos/unidade e o número total de operários nas estações } N = 4 + 3 + 3 = 10 \text{ operários.}$$

Mas, se deixarmos por exemplo a estação 1 com 3 pessoas, a taxa de produção não será atendida já que $C = \text{máx} \{20/3; 14/3; 15/3\} = 6.7$ minutos/unidade que é maior que 6 minutos/unidade (necessário para a taxa de produção desejada de 10 unidades/hora). Porém, se $N_1 = 4$, $N_2 = 2$ e $N_3 = 3$ e mudarmos a tarefa 6 da estação 2 para a estação 3, isso é possível pois é uma

tarefa que é feita em estação situada ao nível do chão-de-fábrica e após a tarefa 1, obtemos então:

$$C = \text{máx} \{20/4; 12/2; 17/3\} = 6 \text{ minutos/ unidade, ou seja a taxa de produção é atendida e economizamos no período uma pessoa que vai para o banco de horas, ou seja } N = 4 + 2 + 3 = 9 \text{ operários.}$$

O objetivo do rebalanceamento é minimizar N , o número total de trabalhadores, sujeito às seguintes restrições:

- determinadas tarefas não podem ser remanejadas;
- cada estação de trabalho deve ter um número máximo de postos de trabalho;
- cada tarefa deve ser feita em:
 - (-1): uma estação com rebaixo em relação ao nível do chão-de-fábrica;
 - (0): uma estação ao nível do chão-de-fábrica;
 - (1): uma estação com ressaltos em relação ao nível do chão-de-fábrica.

Por razões ergonômicas, de conforto e de segurança no trabalho é que existem atualmente os rebaixos e ressaltos nas linhas.

Cada estação está em uma das três situações (-1), (0) ou (1) e sua condição não pode ser alterada no curto prazo. O problema de rebalanceamento é um problema de planejamento com horizonte de curto prazo.

- restrições de precedência;
- restrições de posicionamento; e
- restrições de zoneamento.

Se eliminarmos as restrições dos tipos (b) e (c), e em certos casos também as do tipo (a), o problema passaria a ser um problema de balanceamento de linha. Ou seja, no projeto da linha resolve-se o problema com as restrições (d), (e) e (f) e a partir dessa solução é que se projeta fisicamente a linha: dimensões dos rebaixos e ressaltos, posição das estações especiais (por exemplo, a estação que verifica se há vazamento de gás no produto), etc. A partir daí, usualmente a cada 1, 2 ou 3 meses é feito um rebalanceamento devido a uma alteração da taxa de produção.

O modelo de programação inteira correspondente a esse problema é o seguinte:

Temos uma linha com K estações e o parâmetro p_j indica a posição da estação j em relação ao nível do chão-de-fábrica:

$p_j = -1$ se a estação j é uma estação com rebaixo em relação ao nível do chão-de-fábrica;

$p_j = 0$ se a estação j está ao nível do chão-de-fábrica; e

$p_j = 1$ se a estação j é uma estação com ressalto em relação ao nível do chão-de-fábrica.

M_j é o número máximo de pessoas na estação de trabalho j . Ele é dado pelo comprimento da estação que é fixo já que o problema é de rebalanceamento e não de projeto das instalações. Já observamos anteriormente que, embora não explicitado na literatura, o problema de rebalanceamento de linha é um problema de operação do sistema produtivo enquanto que o problema de balanceamento da linha é um problema de projeto do sistema produtivo.

O tamanho do grupo j é N_j onde N_j é o número de pessoas na estação j . Na linha são realizadas T tarefas sendo t_i o tempo de processamento da tarefa i .

Os elementos $a_{u,v}$ da matriz de precedência A são iguais a 1 ou 0. Se $a_{u,v} = 1$ é porque a tarefa v só pode ser realizada após a tarefa u ter sido concluída. Assim se v estiver sido alocada digamos à estação (ou grupo) 3, então u deve ser alocado à estação 1, 2 ou 3 (se por acaso duas tarefas tiverem relação de precedência e devido ao fato de termos um grupo trabalhando na estação (e não um operário apenas) não pudermos garantir que uma tarefa seja feita antes da outra numa mesma estação, então basta colocarmos que se u for alocada ao grupo 3 então v pode ser alocada à estação 1 ou 2).

A taxa de produção é dada por p . A eficiência da linha é dada por EF .

A variável de decisão X_{ij} é binária sendo que:

$X_{ij} = 1$ se a tarefa i for alocada ao grupo (ou estação) j , e

$X_{ij} = 0$ se a tarefa i não for alocada ao grupo (ou estação) j .

Se a tarefa i não puder ser realocada para outra estação ou seja, ela tem que ficar na estação j , basta colocarmos a restrição: $X_{ij} = 1$

N_j é variável de decisão e é inteira.

Após definirmos os parâmetros e as variáveis do problema, o modelo de programação inteira fica sendo o seguinte:

Minimizar $N = N_1 + N_2 + \dots + N_K$; ou seja, minimizar o número total de trabalhadores N , sujeito às seguintes restrições:

(I) a taxa de produção deve ser atendida:

Vimos que $C_{\text{real}} = \frac{C_{\text{nominal}}}{EF}$ e

$C_{\text{real}} = \frac{1}{\text{taxa de produção real}}$ assim

$EF * C_{\text{real}} = \text{Max} \{T_1, T_2, \dots, T_K\}$ ou

$\frac{EF}{\text{taxa de produção real}} = \text{Max} \{T_1, T_2, \dots, T_K\}$

Chamando de p a taxa de produção real temos:

$EF / p \geq (\sum_{i \in L_1} t_i) / N_1$

$EF / p \geq (\sum_{i \in L_2} t_i) / N_2$

$EF / p \geq (\sum_{i \in L_k} t_i) / N_k$

Generalizando temos:

$EF * N_j - p (\sum_{i=1}^T t_i X_{ij}) \geq 0$ para $j = 1, 2, \dots, K$

(II) determinadas tarefas não podem ser remanejadas:

$X_{ij} = 1$ para cada tarefa i que deve continuar num determinado grupo (ou estação) j

(III) cada estação (ou grupo) deve ter um número máximo de pessoas:

$$N_j \leq M_j \text{ para } j = 1, 2, \dots, K$$

Além disso como $N_j \geq 0$ (inteira) acabamos tendo variáveis de decisão canalizadas. Esse fato auxiliará em muito a obtenção das soluções por meio de computador.

(IV) quanto ao posicionamento em relação ao nível do chão-de-fábrica, as estações e as tarefas são divididas em 3 conjuntos:

E_0 = conjunto das estações situadas ao nível do chão-de-fábrica, ou seja, conjunto das estações onde $p_j = 0$

E_{-1} = conjunto das estações com rebaixo ($p_j = -1$)

E_1 = conjunto das estações com ressalto ($p_j = 1$)

C_0 = conjunto das tarefas que devem ser feitas em estações pertencentes a E_0

C_{-1} = conjunto das tarefas que devem ser feitas em estações pertencentes a E_{-1}

C_1 = conjunto das tarefas que devem ser feitas em estações pertencentes a E_1

Assim as restrições de posicionamento em relação ao nível do chão-de-fábrica ficam:

$$\sum_{j \in E_0} X_{ij} = 1 \quad \text{para } i \in C_0$$

$$\sum_{j \in E_{-1}} X_{ij} = 1 \quad \text{para } i \in C_{-1}$$

$$\sum_{j \in E_1} X_{ij} = 1 \quad \text{para } i \in C_1$$

Observação: naturalmente, a condição de que toda tarefa deve ser alocada a uma única estação fica garantida por este conjunto de restrições IV.

(V) restrições de precedência:

A é a matriz com elementos $a_{u,v}$ representando as restrições de precedência entre as tarefas. Se a tarefa u deve preceder a tarefa v , então o número da estação que vai ser realizada a tarefa

u deve ser menor ou igual que o número da estação que vai realizar v e $a_{u,v} = 1$.

Sendo assim, a restrição de precedência entre as tarefas fica descrita como:

$$\sum_{j=1}^K j X_{uj} \leq \sum_{j=1}^K j X_{vj} \text{ para } u, v \text{ tal que } a_{u,v} = 1$$

(VI) quanto ao posicionamento em relação à frente ou verso do produto, as estações e as tarefas são divididas em 2 conjuntos:

E_F = conjunto das estações situadas na frente do produto

E_V = conjunto das estações situadas no verso do produto

C_F = conjunto das tarefas que devem ser feitas em estações pertencentes a E_F

C_V = conjunto das tarefas que devem ser feitas em estações pertencentes a E_V

Assim as restrições de posicionamento em relação à frente ou verso do produto ficam:

$$\sum_{j \in E_F} X_{ij} = 1 \text{ para } i \in C_F$$

$$\sum_{j \in E_V} X_{ij} = 1 \text{ para } i \in C_V$$

(VII) restrições de zoneamento:

Essa restrição trata as tarefas que não podem ser atribuídas à mesma estação. Se a tarefa a não pode ser feita na mesma estação que b , e a sucede b então a restrição de zoneamento entre essas tarefas incompatíveis fica descrita como:

$$\sum_{j=1}^K j X_{aj} - \sum_{j=1}^K j X_{bj} \geq 1$$

Esse tipo de restrição pode ainda especificar que determinadas tarefas tem de forçosamente ficar na mesma estação de trabalho (mas por alguma razão, por exemplo orçamentária, não queremos juntá-las numa única tarefa). Sejam w e z duas tarefas que devem ficar na mesma estação, então:

$$\sum_{j=1}^K j X_{w_j} - \sum_{j=1}^K j X_{z_j} = 0$$

Se w e z tiveram que ficar em estações adjacentes e w sucede z , então:

$$\sum_{j=1}^K j X_{w_j} - \sum_{j=1}^K j X_{z_j} = 1$$

E se w e z , w sucede z , devem ficar na mesma estação ou em estações adjacentes, então temos:

$$\sum_{j=1}^K j X_{w_j} - \sum_{j=1}^K j X_{z_j} \leq 1$$

Se as tarefas a e b não podem ser feitas na mesma estação e não existe restrição obrigatória de precedência entre elas, poderíamos pensar em definir uma variável binária de sinalização ($S_b = 1$ se a tarefa a vier depois da b e $S_b = 0$ se a tarefa a vier antes da tarefa b). Porém, isso aumentaria o número de variáveis e além disso, numa situação real, não é difícil estabelecer uma preferência se a tarefa a deverá vir antes ou depois de b no caso de a e b não puderem ficar na mesma estação.

(VIII) restrições quanto ao tipo das variáveis de decisão:

X_{ij} são variáveis binárias, isto é $X_{ij} = 0$ ou 1 para $i = 1, 2, \dots, T$ e $j = 1, 2, \dots, K$.

N_j para $i = 1, 2, \dots, K$ são variáveis inteiras, não negativas.

Portanto, temos um problema de Programação Inteira com $K(T+1)$ variáveis (KT binárias e K inteiras) e no máximo $2K + T^2 + 3T$ restrições. Por exemplo, para $K=10$ e $T=50$ teríamos 510 variáveis inteiras e no máximo 2670 restrições.

O modelo acima que é um modelo de rebalanceamento de linha operada por grupos de trabalho, transforma-se num problema de balanceamento de linha operada por grupos de trabalho se eliminarmos as restrições: IV (já que no projeto não se determina de antemão quais as estações

que estarão ao nível do chão, rebaixadas ou com ressalto) e III. Se por exemplo, tarefa i exige ressalto, tarefa i' exige rebaixamento do chão-de-fábrica e tarefa i'' deve estar ao nível do chão-de-fábrica, estas condições tornam-se, no problema de balanceamento, uma restrição de zoneamento, ou seja i e i' não podem ficar na mesma estação, o mesmo ocorrendo para i e i'' e i' e i'' .

A organização do trabalho afeta enormemente o modelo. Se a organização for por postos individuais ou por equipes o modelo tanto de balanceamento quanto de rebalanceamento é um modelo de programação binária (inteiros apenas 0 e 1) e no caso da organização for por grupos de trabalho, o modelo de balanceamento e o de rebalanceamento é um modelo de programação inteira.

4. Resultados Computacionais do Problema de Rebalanceamento de Linhas Operadas por Grupos de Trabalho Autogerenciados

O modelo acima foi transladado para a linguagem de modelagem GAMS 386 versão 2.25 (utilizando o solver Zoom) e os resultados computacionais estão colocados a seguir após a geração de exemplos.

Para a geração do conjunto de exemplos nos baseamos em FERNANDES & MORABITO (1993).

Foram gerados um conjunto de 36 exemplos da seguinte maneira:

- 6 números distintos de tarefas ($n = 7, 11, 30, 45, 70, 111$). Esses números estão dentro do intervalo $[7, 111]$ e foram escolhidos porque têm sido usados na literatura (HOFFMANN, 1990);
- 1 tempo de processamento t_i para cada tarefa i , $i = 1, 2, \dots, T$, gerado aleatoriamente, a partir de uma distribuição uniforme no intervalo $[1, 30]$;

Além disso, para cada T temos:

- o número mínimo de estações que é igual a: $K_{\min} = \max\{2, [\sum t_i / C * M]^+\}$ onde devido as restrições de zoneamento há a necessidade de haver no mínimo 2 estações; o parâmetro M é o número máximo de trabalhadores num

- grupo e $\lceil \sum t_i / C * M \rceil$ é o menor inteiro maior ou igual a $(\sum t_i / C * M)$;
- 1 número máximo de pessoas dentro de cada grupo (estação);
 - 1 conjunto de restrições de zoneamento;
 - 1 conjunto de restrições de posicionamento (posição da estação em relação ao nível de chão-de-fábrica e posição da tarefa em relação ao produto);
 - 1 conjunto de tarefas não remanejáveis;
- 1 índice de eficiência distinto ($EF = 0.85$) para todos os exemplos. Neste ponto vale mencionar que no trabalho estamos admitindo a linearidade (mais especificamente a proporcionalidade inversa) entre o tempo que um produto fica numa estação e o número de pessoas alocadas a essa estação. Se esta linearidade não for totalmente verificada num caso real, o parâmetro EF pode acomodar essa situação. Por exemplo, para $N_1 = N_2 = 5$ e $N_3 = 6$ e $EF = 0.85$ e, aumentando uma pessoa em cada grupo o EF poderia passar, digamos, para 0.83 numa situação real particular. Nesse caso teríamos que rodar o modelo algumas vezes ou várias vezes até que, numa dada iteração, o número de pessoas nas estações determinado pela solução ótima do modelo corresponda à EF adotada para rodar o modelo.
 - 3 taxas de produção geradas a partir do tempo de ciclo nominal gerado aleatoriamente no intervalo $(0, 80]$

$$C_{real} = (C_{nominal}) / EF$$

$$p_{real} = 1 / C_{real}$$
 - 2 conjuntos de relações de precedência, gerados da seguinte forma:
 - no primeiro conjunto cada elemento $MATRIZ(i,j) = 1$ com probabilidade 0.06 (e portanto, $MATRIZ(I,J) = 0$ com probabilidade 0.94),
 - no segundo conjunto cada elemento $MATRIZ(i,j) = 1$ com probabilidade 0.12 (e portanto, $MATRIZ(I,J) = 0$ com probabilidade 0.88).

Estabeleceu-se que se $i \geq j$, então $MATRIZ(i,j) = 0$, assim o grafo gerado é necessariamente acíclico (evita gerar soluções incompatíveis) (FERNANDES & MORABITO, 1993). Contudo, não se elimina eventuais redundâncias nas relações de precedência (exemplo i precede j , j precede k e i precede k , ou seja, esta última é redundante).

Considerando 6 números distintos de tarefas, 1 tempo de processamento, 3 taxas de produção, 1 índice de eficiência, 2 conjuntos de relações de precedência e 1 conjunto das demais restrições, o número total de exemplos gerados é $6 \times 1 \times 3 \times 1 \times 2 \times 1 = 36$ (valor compatível com os conjuntos de exemplos encontrados na literatura que usualmente fica entre 30 e 64). Na Tabela 1 tem-se o conjunto de exemplos gerados.

Os resultados computacionais dos exemplos gerados foram obtidos por meio de um micro-computador PC-AT-486 com 8 Mbytes de memória RAM, clock de 100 Mhz, sistema operacional MS-DOS 7.0 e o GAMS Release 2.25 (1992) específico para PC-AT-486 (ou 386 com co-processador aritmético 387).

A Tabela 2 apresenta os resultados computacionais dos exemplos da Tabela 5.1. Foi imposta uma tolerância máxima de 4 horas de tempo total para resolver cada exemplo e obteve-se solução para 35 dos 36 exemplos (sendo que o exemplo 31 foi o único a não fornecer uma solução inteira dentro do limite de tolerância de 4 horas). O tempo total compreende o tempo para carregar o GAMS, o tempo de compilação, o tempo de execução e o tempo para gerar o arquivo de saída; sendo que o tempo total foi medido por um cronômetro externo. Esta tolerância de 4 horas é compatível com a periodicidade que se faz o rebalanceamento em situações práticas atualmente, já que ele é feito a intervalos nunca menores que 15 dias.

Pode-se observar que problemas com mesmo número de tarefas e mesmo tempo de ciclo podem não ter o mesmo número de estações, por exemplo os problemas 27 e 28 possuem ambos $n = 70$, $C = 35$ e os mesmos t_i 's, no entanto os números de estações são diferentes (10 e 7

Tabela 1 – Conjunto de Exemplos Gerados.

Ex.	n	Σt_i	C_{nom}	C_{real}	K_{min}	p	M	prec
1	7	71	34	40.00	2	0.025000	2	I
2	7	71	34	40.00	2	0.025000	2	II
3	7	71	53	62.35	2	0.016038	2	I
4	7	71	53	62.35	2	0.016038	2	II
5	7	71	38	44.71	2	0.022366	2	I
6	7	71	38	44.71	2	0.022366	2	II
7	11	170	56	65.88	2	0.015179	2	I
8	11	170	56	65.88	2	0.015179	2	II
9	11	170	34	40.00	3	0.025000	2	I
10	11	170	34	40.00	3	0.025000	2	II
11	11	170	54	63.53	2	0.015741	2	I
12	11	170	54	63.53	2	0.015741	2	II
13	30	453	57	67.06	3	0.014912	3	I
14	30	453	57	67.06	3	0.014912	3	II
15	30	453	55	64.70	3	0.015456	3	I
16	30	453	55	64.70	3	0.015456	3	II
17	30	453	70	82.35	2	0.012143	3	I
18	30	453	70	82.35	2	0.012143	3	II
19	45	706	80	94.12	3	0.010625	3	I
20	45	706	80	94.12	3	0.010625	3	II
21	45	706	72	84.71	3	0.011805	3	I
22	45	706	72	84.71	3	0.011805	3	II
23	45	706	56	65.88	4	0.015179	3	I
24	45	706	56	65.88	4	0.015179	3	II
25	70	1170	49	57.65	5	0.017346	5	I
26	70	1170	49	57.65	5	0.017346	5	II
27	70	1170	35	41.17	7	0.024289	5	I
28	70	1170	35	41.17	7	0.024289	5	II
29	70	1170	48	56.47	5	0.017708	5	I
30	70	1170	48	56.47	5	0.017708	5	II
31	111	1823	34	40.00	11	0.025000	5	I
32	111	1823	34	40.00	11	0.025000	5	II
33	111	1823	71	83.53	5	0.011972	5	I
34	111	1823	71	83.53	5	0.011972	5	II
35	111	1823	69	81.17	6	0.012320	5	I
36	111	1823	69	81.17	6	0.012320	5	II

Tabela 2 – Resultados Computacionais dos Exemplos Gerados.

Obs: Por exemplo 2' 45'' 44 significa dois minutos, 45 segundos e 44 centésimos de segundos.

Ex.	n (número de tarefas)	K (número de estações)	N (número total de trabalhadores)	Tempo Execução	Tempo Total
1	7	2	3	0.110 ''	7 '' 90
2	7	2	3	0.110 ''	8 '' 21
3	7	2	3	0.110 ''	8 '' 19
4	7	2	2	0.110 ''	7 '' 37
5	7	2	2	0.160 ''	7 '' 56
6	7	2	2	0.220 ''	8 '' 56
7	11	2	4	0.110 ''	7 '' 72
8	11	2	4	0.160 ''	7 '' 75
9	11	3	6	0.110 ''	7 '' 40
10	11	3	6	0.110 ''	7 '' 03
11	11	2	4	0.110 ''	7 '' 59
12	11	2	4	0.110 ''	7 '' 81
13	30	4	9	0.610 ''	45 '' 25
14	30	4	9	8.670 ''	35 '' 93
15	30	3	9	0.270 ''	8 '' 41
16	30	3	9	0.220 ''	9 '' 01
17	30	3	8	0.440 ''	25 '' 69
18	30	3	8	25.320 ''	54 '' 44
19	45	6	11	69.480 ''	130' 13''
20	45	4	9	0.380 ''	17 '' 35
21	45	6	12	61.520 ''	6' 38'' 06
22	45	4	11	13.230 ''	42 '' 31
23	45	5	15	13.350 ''	1' 16'' 87
24	45	7	15	1.420 ''	28' 31'' 88
25	70	7	26	1.100 ''	2' 47 '' 16
26	70	6	25	1.150 ''	49 '' 18
27	70	10	37	38.510 ''	225' 15 ''
28	70	7	35	11.470 ''	12' 46 '' 94
29	70	7	27	23.460 ''	124' 55 ''
30	70	6	26	1.040 ''	59 '' 16
31*	111	—	—	—	—
32	111	14	58	6.810 ''	5' 29'' 66
33	111	10	30	6.980 ''	178' 44''
34	111	9	29	8.610 ''	33' 15'
35	111	8	31	144.240 ''	90' 32''
36	111	8	29	3.300 ''	2' 45'' 44

Tabela 3 – Variabilidade do Tempo de Execução.

n (número de tarefas)	Tempo Médio de Execução	Amplitude do Tempo de Execução
7	0.136	0.110
11	0.118	0.050
30	5.921	25.10
45	26.56	69.10

respectivamente). Essa diferença no número de estações se dá devido ao fato de possuírem restrições (precedência, zoneamento, etc) diferentes.

Pela última tabela podemos concluir que o tempo de execução é muito influenciado pelo número de tarefas, porém não só por ele, já que há uma variabilidade muito grande do tempo de execução para um dado número de tarefas. Essa variabilidade aumenta com o número de tarefas conforme a Tabela 3.

Portanto, o tempo de execução é influenciado não só pelo número de tarefas mas, também pelas restrições do problema particular.

5. Conclusões

Os testes computacionais no GAMS envolveram problemas de pequeno (7 e 11 tarefas), médio (30 e 45 tarefas) e grande porte (70 e 111 tarefas), sendo que os dados dos exemplos (número de tarefas, tempos de processamento, número de estações, número máximo de pessoas dentro de cada grupo, conjunto de restrições de zoneamento, conjunto de restrições de posicionamento, conjunto de restrições de precedência, conjunto de tarefas não remanejáveis, eficiência, tempo de ciclo e taxa de produção) foram gerados. Constatamos que o modelo, embora exato, é computacionalmente tratável; mais especificamente, o modelo matemático de programação inteira para o

problema de rebalanceamento de linhas de montagem focadas em produtividade operadas por grupos de trabalho autogerenciados por meio da linguagem de modelagem GAMS foi bem sucedida, obtendo-se soluções para 97.2% dos exemplos gerados (35 dos 36 exemplos gerados foram resolvidos e somente um destes exemplos não apresentou solução inteira com até 4 horas de tempo total em um microcomputador PC-AT-486). Para os problemas com 111 tarefas (problemas do porte dos problemas reais) a porcentagem de êxito foi de 83% (5 em 6).

Uma questão a ser investigada futuramente é a seguinte: com a disponibilidade de computadores e *solvers* cada vez mais poderosos, o tempo total de computador (tempo para carregar o GAMS, mais o tempo de compilação, mais o tempo de execução e o tempo para gerar o arquivo de saída) cairá de tal forma que o modelo exato desenvolvido poderá ser aplicado a problemas reais muito grandes (acima de 111 tarefas; observação: em média os problemas reais possuem 100 tarefas) ou, para tratar tais problemas é mister criar uma heurística?

Agradecimentos:

Agradecemos à FAPESP e à FINEP pelo financiamento desta pesquisa bem como aos *referees* anônimos pelos valiosos comentários e sugestões.

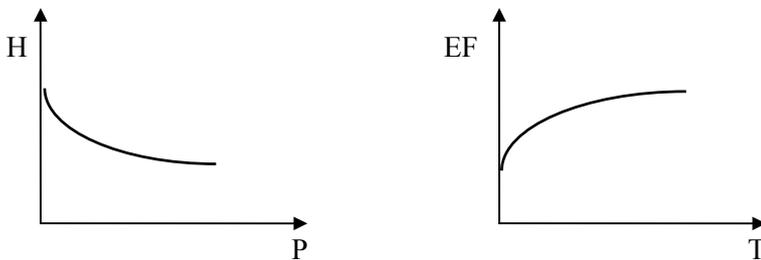
Anexo 1 – Estimativa da Eficiência da Linha baseada no Conceito de Curva de Aprendizagem.

Pela teoria da Curva de Aprendizagem existe uma relação entre P_i (produção acumulada até o período i) e H_i (média (da primeira unidade até P_i) das horas de mão-de-obra por unidade produzida) que pode ser descrita como: $H = c P^b$

Para o nosso problema, vamos deduzir uma relação entre eficiência da linha (EF) e o tempo (T) análogo a expressão acima. Ou seja, $EF = c T^b$ (1)

Aplicando o logaritmo obtemos: $\log EF = \log c + b \log T$ (2)

Devemos notar que a curva $H(P)$ é decrescente (já que o tempo unitário de produção decresce com a produção acumulada) e a curva $EF(T)$ é crescente (já que a eficiência da linha aumenta com o tempo de experiência acumulado dos trabalhadores), conforme figuras abaixo:



Neste anexo, T é o tempo médio (em períodos, p.ex., meses) de trabalho dos operários na linha e T_i é o tempo médio acumulado de trabalho no período i dos operários da linha. À medida que os meses passam, T aumenta. Se houver num dado momento, uma grande demissão ou contratação de operários, uma nova curva deverá ser estabelecida com somente os dados a partir desse momento.

A diferença do valor histórico para o período i e o valor calculado pela expressão (2) é igual ao resíduo do período i denotado por r_i que pode ser positivo ou negativo. Assim, para o exemplo da seção 3 que possui 12 períodos, temos as seguintes relações:

$$\begin{aligned} \log EF_1 &= \log c + b \log T_1 + r_1 \\ \log EF_2 &= \log c + b \log T_2 + r_2 \\ &\dots \\ \log EF_{12} &= \log c + b \log T_{12} + r_{12} \end{aligned}$$

Escrevendo o conjunto destas equações em notação matricial, multiplicando pela transposta da matriz A, cuja primeira coluna é formada por 1's e a segunda coluna é $(\log T_1, \dots, \log T_{12})^T$, e determinando $\log c$ e b de forma que $r_1 + r_2 + \dots + r_{12} = 0$ e $r_1 \log T_1 + r_2 \log T_2 + \dots + r_{12} \log T_{12} = 0$, ou seja, usando o método dos mínimos quadrados (o que equivale a minimizar a somatória do quadrado dos resíduos ($\min \sum r_i^2$)), obtemos um conjunto de duas equações e duas incógnitas ($\log b, c$):

$$12 \log c + \left(\sum_{i=1}^{12} \log T_i \right) b = \sum_{i=1}^{12} \log EF_i \quad (3)$$

$$\left(\sum_{i=1}^{12} \log T_i \right) \log c + \sum_{i=1}^{12} (\log T_i)^2 b = \sum_{i=1}^{12} \log EF_i \log T_i \quad (4)$$

Dados do exemplo (produção nominal de 120 produtos):

T (período)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Produção	100	95	101	98	99	103	102	105	102	104	103	105
Eficiência *	0,8334	0,7917	0,8417	0,8167	0,8250	0,8584	0,8500	0,8750	0,8500	0,8667	0,8584	0,8750

* Eficiência = taxa produção no período T / taxa de produção nominal

Substituindo os dados nas equações (3) e (4) obtemos:

$$12 \log c + (8.6803) b = (-0.87877)$$

$$(8.6803) \log c + (7.4642) b = (-0.60226)$$

Resolvendo temos: $b = 0.02818$; $\log c = -0.09128 \rightarrow c = 0.8104$

Como $\log EF = \log c + b \log T$ ou (pela relação (1)) $EF = c T^b$; para o próximo período ($T=13$), temos a seguinte estimativa para a eficiência da linha:

$$EF_{13} = 0.8104 (13)^{0.02818} \Rightarrow EF_{13} = 0.8711 = 87.11 \%$$

Como Eficiência = (taxa produção no período) / (taxa produção nominal no período), então a produção prevista para período 13 é de: $104.5 \cong 105$ unidades.

Anexo 2 – Estimativa da Eficiência da Linha Baseada no Método das Médias Móveis com Suavização Exponencial.

Sendo

EF_i = a eficiência da linha do período i

S_{i-1} = última média suavizada exponencialmente

S_i = nova média suavizada exponencialmente

α = constante de suavização ($0.01 \leq \alpha \leq 0.3$)

pelo método das médias suavizadas exponencialmente temos:

$$S_i = \alpha EF_i + (1 - \alpha) S_{i-1}$$

A tendência média aparente do período i é dada por: $T_i = (S_i) - (S_{i-1})$

T_i , neste anexo, é a tendência média aparente no período i . Já a tendência média suavizada exponencialmente é dado por:

$T_i^* = \alpha[(S_i)-(S_{i-1})] + (1 - \alpha) T_{i-1}^*$ onde T_i e T_i^* são iguais a zero para período inicial. Assim a eficiência da linha esperada para o período i é dada por:

$$E(EF_i) = (S_i) + ((1 - \alpha) T_i^*) / \alpha$$

e a estimativa da eficiência da linha para o período $i+1$ é dada por:

$$E(EF_{i+1}) = E(EF_i) + T_i^*$$

Resolvendo o exemplo da seção 3 e utilizando: $\alpha = 0.2$ e $S_0 = (0.8333 + 0.7917 + 0.8417) / 3 \cong 0.82230 = 82.23\%$ e a eficiência da linha no período i é calculada como sendo a produção do período i dividida por 120 já que a taxa de produção nominal é de 120 unidades por período, temos que a estimativa da eficiência da linha para o próximo período (período 13) é:

$$F_{i+1} = E(EFi) + T_i^* \Rightarrow$$

$$F_{13} = E(EF_{12}) + T_{12}^* \Rightarrow$$

$$F_{13} = 0.8679 + 0.0049 = 0.8728 = 87.28 \%$$

ou seja, a produção prevista para o próximo período é de $0.8728 * 120 = 104.7 \cong 105$

Referências Bibliográficas

- AKAGI, F.; OSAKA, H. & KIKUCHI, S.:** “A Method for Assembly Line Balancing with more than One Worker in Each Station”, *International Journal of Production Research*, Vol.21, N.5, pp.865-877, 1983.
- ARCUS, A.L.:** “COMSOAL – A Computer Method of Sequencing Operations for Assembly Lines”. *International Journal of Production Research*, v., pp.259-277, 1966.
- BARD, J.F.:** “Assembly Line Balancing with Parallel Workstations and Dead Time”, *International Journal of Production Research*, Vol.27, N.6, pp.1005-1018, Junho 1989.
- BARTHOLDI, J.J.:** “Balancing Two-sided Assembly Lines: A Case Study”, *International Journal of Production Research*, Vol.31, N.10, pp.2447-2461, October 1993.
- BAYBARS, I.:** “A Survey of Exact Algorithms for the Simple Assembly Line Balancing Problem”. *Management Science*, V.32, N.8, 1986.
- BETTS, J. & MAHMOUD, K.I.:** “A Method for Assembly Line Balancing”. *Engineering Costs and Production Economics*, v.18, pp.55-64, 1989.
- BOCTOR, F.F.:** “Multiple-Rule Heuristic for Assembly Line Balancing”, *Journal of the Operational Research Society*, Vol.46, N.1, pp.62-69, January 1995.
- BUFFA, E.S. & MILLER, J.G.:** *Production Inventory Systems Planning and Control*, Richard Irwin, Inc., Illinois, Third Edition, 1979.
- DAR-EL, E.M. & RUBINOTCH, Y.:** “MUST – A Multiple Solutions Technique for Balancing Single Model Assembly Lines”. *Management Science*, v.25, p.1105-1114, 1979.
- DAR-EL, E.M. & RUBINOVITZ, J.:** “Using Learning Theory in Assembly Lines for New Products”. *International Journal of Production Economics*, v.25, p.103-109, 1991.
- DOWNEY, B.S. & LEONARD, M.S.:** “Assembly Line with Flexible Work-Force”, *International Journal of Production Research*, Vol.30, N.3, pp.469-483, 1992.
- EREL, E. & SARIN, S.C.:** “A Survey of the Assembly Line Balancing Procedures”. *Production Planning & Control*, v.9, n.5, pp.414-434, 1998.
- FERNANDES, F.C.F. & MORABITO, R.:** “Linguagens de Modelagem GAMS e LINGO: Aplicação a um Problema de Balanceamento de Linha de Montagem”, *Cadernos de Engenharia de Produção*, Ano X, N.20, pp.8-31, Maio de 1993.
- GHOSH, S. & GAGNON, R.J.:** “A Comprehensive Literature Review and Analysis of the Design, Balancing and Scheduling of Assembly Systems”, *International Journal of Production Research*, Vol.27, N.4, pp.637-670, 1989.
- GAGNON, R.J & GHOSH, S.:** “Assembly Line Research: Historical Roots, Research Life Cycles and Future Directions”, *Omega*, Vol.19, N.5, pp.381-399, 1991.
- GOKCEN, H. & EREL, E.:** “Binary Integer Formulation for Mixed-Model Assembly Line Balancing Problem”. *Computers and Industrial Engineering*, v.34, n.2, p.451-461, April 1998.
- GYLLENHAMMAR, P.G.:** “How Volvo Adapts Work to People”, *Harvard Business Review*, July-August, pp.102-113, 1977.

- HELGESON, W.B.:** "How to Balance an Assembly Line", *Management Report n^o 7*, New Caraan, Conn: Carr Press, Division for Advanced Management, 1954.
- HOFFMANN, T.R.:** "Assembly line balancing with precedence matrix". *Management Science*, v.9, n.4, 1963.
- HOFFMANN, T.R.:** "Assembly Line Balancing: A Set of Challenging Problems", *International Journal Production Research*, Vol.28, N.10, pp.1807-1815, 1990.
- HOFFMANN, T.R.:** "Eureka: a Hybrid System for Assembly Line Balancing". *Management Science*, v.38, n.1, pp.39-47, 1992.
- JOHNSON, R.V.:** "Assembly Line Balancing: a branch and bound algorithm and computational comparisons". *International Journal of Production Research*, Vol.19, N.3, 1981.
- JOHNSON, R.V.:** "Optimally Balancing Large Assembly Lines with FABLE". *Management Science*, v.34, n.2, pp.240-253, 1988.
- JOHNSON, R.V.:** "Balancing Assembly Lines for Teams and Work Groups", *International Journal of Production Research*, Vol.29, N.6, pp.1205-1214, 1991.
- KLEIN, R. & SCHOLL, A.:** "Maximizing the Production Rate in Simple Assembly Line Balancing – a Branch and Bound Procedure", *European Journal of Operational Research*, Vol.91, N.2, pp.367-385, Jun 7, 1996.
- MALAKOOTI, B.:** "A Multi Criteria Decision Making Approach for the Assembly Line Balancing Problem". *International Journal of Production Research*, Vol.29, N.10, pp.1979-2001, 1991.
- MALAKOOTI, B.:** "Assembly Line Balancing with Buffers by Multiple Criteria Optimization", *International Journal of Production Research*, Vol.32, N.9, pp.2159-2178, September 1994.
- MACCARTHY, B.L. & FERNANDES, F.C.:** "A multi-dimensional classification of production systems for the design and selection of production planning and control systems". *Production Planning & Control*, vol.11, n.5, pp.481-496, 2000.
- MOORE, F.G. & HENDRICK, T.E.:** *Production/Operations Management*, 7th Edition, Richard D. Irwin Inc.; 1977.
- NKASU, M.M. & LEUNG, K.H.:** "A Stochastic Approach to Assembly Line Balancing", *International Journal of Production Research*, Vol.33, N.4, pp.975-991, April 1995.
- RACHAMADUGU, R. & TALBOT, B.:** "Improving the Equality of Workload Assignments in Assembly Lines". *International Journal of Production Research*, v.29, n.3, pp.619-633, 1991.
- ROSENBLATT, M.J. & LEE, H.L.:** "The Effects of Work-In-Process Inventory Costs on the Design and Scheduling of Assembly Lines with Low Throughput and High Component Costs", *IIE Transactions*, Vol.28, N.5, pp.405-414, 1996.
- SALVESON, M.E.:** "The Assembly Line Balancing Problem", *Journal of Industrial Engineering*, Vol.6, N.3, 1955.
- SHIN, D. & MIN, H.:** "Uniform Assembly Line Balancing with Stochastic Task Times in Just-in-Time Manufacturing". *Int. J. of Operations & Production Management*, v.11, n.8, pp.23-34, 1991.
- SHTUB, A. & DAR-EL, E.M.:** "Assembly Chart Oriented Assembly Line Balancing Approach". *International Journal of Production Research*, v.28, pp.1137-1151, 1990.

BALANCING AND REBALANCING OF ASSEMBLY LINES OPERATED BY SELF-MANAGED WORK GROUPS

Abstract

This paper analyses in details the balancing and rebalancing problem of assembly lines operated by self-managed work groups. It proposes an optimizing integer programming model that is treated computationally with success by means of the modeling language GAMS (General Algebraic Modeling System) and solver ZOOM. We have not found other works that have presented a heuristic or exact mathematical model for such a problem. For estimating the future line efficiency, one of the parameters that the model requires, we propose the use of two methods used in other areas (learning curve and demand forecasting). Differences between balancing and rebalancing problems are shown and also a complementary bibliographical review about line balancing is accomplished. It complements the last review of exact methods dated on 1986 and the last review of heuristic methods dated on 1998.

Key words: *assembly lines, line balancing, line rebalancing, integer programming, line efficiency.*