G&P

GESTÃO
&
PRODUÇÃO

v.2, n.1 ,p.70-86, abr.1995

AVALIAÇÃO DE SISTEMAS DE MEDIÇÃO UTILIZANDO QUADRADOS LATINOS

José Roberto do Rego
Engenheiro de Produção - Escola Politécnica da USP
Autolatina Operações de Caminhões e Ônibus
Av. Henry Ford, 1787 - São Paulo - SP
F: (011) - 915 - 2414

Pedro Luiz de Oliveira Costa Neto
Professor Doutor do
Departamento de Engenharia de Produção
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

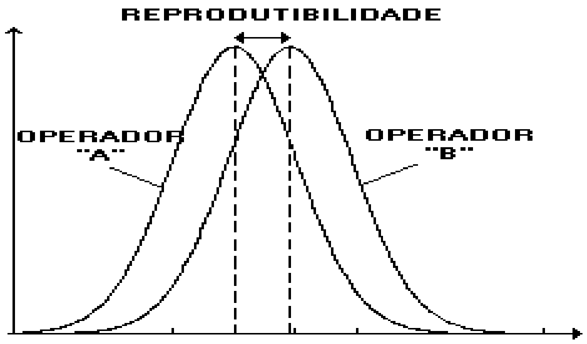
Resumo

São apresentados os métodos tradicionais utilizados para a avaliação de sistemas de medição. Esses métodos tradicionais apresentam deficiências quando a característica a ser medida é do tipo acumulativa (Exemplo: Torque). Para lidar com esse tipo de característica sugere-se o uso de um método alternativo, baseado em Quadrados Latinos. São discutidos os resultados de aplicações práticas que demonstram a validade do método proposto.

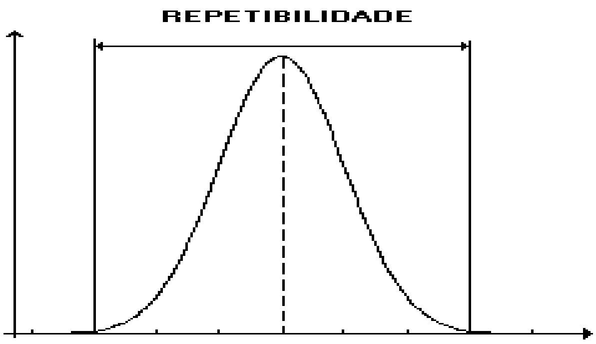
***Palavras-chave:** avaliação, sistema, medição, repetibilidade, reprodutibilidade, quadrado latino, torque.*

1. Introdução:

Com a intensificação da utilização do Controle Estatístico do Processo, uma atenção maior vem sendo dada à avaliação das propriedades dos sistemas de medição. Entre as diversas propriedades destacam-se duas: **R**epetibilidade e **R**eprodutibilidade (R&R). A avaliação de R&R é feita mediante de estudos (AUTOMOTIVE, 1990) que detectam a influência dos operadores (Reprodutibilidade) e a influência do equipamento (Repetibilidade) sobre a variação de uma série de medições, conforme as figuras abaixo.



Reprodutibilidade (diferentes operadores medindo as mesmas peças).



Repetibilidade (mesmo operador medindo a mesma peça diversas vezes).

Esses estudos vêm sendo largamente uti-lizados, mas, em determinadas situações, existe a necessidade de se adotar um mode-lo de estudo diferente, devido à presença de um acúmulo após cada medida efetuada. Por exemplo, para a medição do torque aplicado a uma junta aparafusada podemos utilizar um torquímetro; porém, devido à natureza da característica medida, a cada medição acaba-se adicionando mais torque à junta. Para uma única medição, o efeito pode ser desprezado mas para um estudo de R&R, deve-se realizar uma série de medições sobre os mesmos pontos. Este efeito do reaperto ou acúmulo na junta acaba influenciando grandemente o resultado do estudo, como veremos a seguir.

2. Métodos tradicionais para cálculo de R&R:

Para um dado sistema de medição utilizado para avaliar uma característica, efetua-se uma série de medições organizadas de forma a permitir separar os seguintes efeitos:

- efeito das peças (VP);
- efeito dos avaliadores (VA);
- efeito do equipamento (VE);
- efeito da interação peça ∗ avaliador (INT);
- efeito avaliador + equipamento + interação (R&R);
- efeito total (VT).

Todos estes efeitos são medidos em termos de variância. Para efeito comparativo e definição de um critério de aceitação utiliza-se uma faixa de ± 2,575 (total de 5,15) desvios-padrão, correspondendo a 99% da área sob a curva Normal.

$$VP = 5{,}15 * {}_{p} \qquad R\&R^2 = VA^2 + VE^2 + INT^2$$
$$VA = 5{,}15 * {}_{a}$$
$$VE = 5{,}15 * {}_{e} \qquad VT^2 = R\&R^2 + VP^2$$
$$INT = 5{,}15 * {}_{ap}$$

onde:

${}_{p}$ = desvio-padrão devido às peças;

${}_{a}$ = desvio-padrão devido aos operadores;

${}_{e}$ = desvio-padrão devido ao equipamento;

${}_{ap}$ = desvio-padrão devido à interação.

Para obter as estimativas ${}_{p}$, ${}_{a}$, ${}_{e}$ e ${}_{ap}$ utiliza-se tradicionalmente o seguinte modelo:

[10 PEÇAS] $*$ [2 ou 3 AVALIADORES] $*$ [2 ou 3 REPLICAÇÕES]

Para o caso de 2 operadores com 2 replicações, o estudo é realizado da seguinte forma:

Esquema das medições com os operadores "A" e "B".

Peça / Série	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1ª medição	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
2ª medição	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
3ª medição	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
4ª medição	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B

Tendo obtido estes dados, pode-se utilizar duas formas de obter o valor de R&R:

- Método da *ANOVA* (Análise da Variância);
- Método das amplitudes.

A referência AUTOMOTIVE (1990) detalha extensamente cada método utilizado e os critérios de aprovação.

* Método da *ANOVA*:

Este é o método mais completo, porém é de cálculo mais complexo e requer maior conhecimento para a análise dos resultados. A grande vantagem está na obtenção de uma estimativa para $_{ap}$ (desvio-padrão das medições devido à interação peça * avalia-dor), que não é possível pelo método das amplitudes. Utilizando a técnica da Análise de Variância, monta-se um quadro do qual se obtêm as estimativas $_{p}$, $_{a}$, $_{e}$ e $_{ap}$, e portanto o valor de R&R.

* Método das amplitudes:

Este método é muito mais utilizado devido à sua simplicidade de cálculo, porém não permite obter estimativa da interação peça * avaliador. O método consiste em calcular as amplitudes entre as médias de cada operador, entre as médias de cada peça e a amplitude média de cada operador sobre cada peça. Com estas três amplitudes pode-se obter VA, VE e VP, e portanto o valor de R&R.

* Critério de aprovação:

Pelos 2 métodos iremos obter estimativas do R&R, porém tais estimativas estarão na mesma grandeza dos valores em que foram medidas (Exemplo: Lbs-pé, mm, Ph). Para estabelecer um critério, devemos divi-dir o R&R por uma base de mesma gran-deza, obtendo um número adimensional. As tabelas a seguir trazem as bases utilizadas em cada situação e o critério de aprovação utilizado.

Bases utilizadas para cálculo das porcentagens de R&R.

SITUAÇÃO	BASE UTILIZADA
Tolerância bilateral	Tolerância
Processos instáveis ou incapazes	Variação Total (VT) do estudo de R&R
Processos estáveis e capazes	5,15 desvios-padrão do processo

Critérios de aprovação das porcentagens de R&R.

% ENCONTRADA	RESULTADO
de 0 % até 10 %	Sistema aprovado.
de 10 % até 30 %	Sistema requer melhoria mas pode ser aprovado.
mais do que 30 %	Sistema rejeitado.

* Exemplos Numéricos:

A seguir dois exemplos de cálculo realizados pelo método das amplitudes (no primeiro não existe o efeito acumulativo e o segundo é um exemplo típico desse efeito).

Exemplo 1: medição da folga do cubo da roda de 10 eixos de caminhões.

Dados coletados para o estudo de R&R (3 operadores ∗ 3 repeticões).

Dados: mícrons		PEÇAS									
Série	Operador	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1ª	A	8,0	14,0	18,0	2,0	12,0	19,0	6,0	16,5	22,0	12,0
2ª	B	9,0	13,0	18,5	2,0	13,0	19,0	6,0	17,0	22,0	13,0
3ª	C	10,0	14,0	19,5	1,5	14,0	20,0	6,0	18,0	21,5	13,0
4ª	A	8,5	14,5	19,0	1,5	13,0	20,0	5,0	18,0	22,0	13,0
5ª	B	9,0	12,5	20,0	1,0	13,0	20,0	5,0	17,5	22,0	12,0
6ª	C	11,0	15,0	21,0	1,0	14,0	20,0	5,0	17,5	22,0	13,0
7ª	A	9,5	14,0	20,0	1,5	13,0	20,0	6,0	17,5	22,0	13,0
8ª	B	9,5	13,0	20,0	1,5	13,0	20,0	5,0	17,5	22,0	13,0
9ª	C	10,0	14,0	21,0	2,0	13,0	20,0	5,0	17,5	22,0	13,0

Resultados do estudo de R&R do exemplo 1.

Item		Valor	% de VT	% da Tolerância
Repetibilidade	VE	2,49	7,5%	11,1%
Reprodutibilidade	VA	1,27	3,8%	5,6%
	R&R	2,80	8,5%	12,4%
Var. das Peças	VP	32,94		
Var. Total	VT	33,05		

Exemplo 2: medição do torque de fixação do conjunto de embreagem de 10 pickups.

Dados coletados para o estudo de R&R (2 operadores ∗ 2 repetições).

Newton-metro		PEÇAS									
Série	Operador	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1ª	A	22,0	21,5	22,5	20,0	23,0	21,0	24,0	23,0	22,5	20,0
2ª	B	23,0	23,0	24,0	21,5	24,0	22,5	25,0	23,5	23,5	21,5
3ª	A	24,5	25,0	25,0	22,5	24,5	24,0	26,5	24,5	25,0	23,0
4ª	B	26,0	26,0	26,5	24,5	26,0	25,0	28,0	25,0	26,5	25,5

Resultados do estudo de R&R do exemplo 2.

Item		Valor	% de VT	% da Tolerância
Repetibilidade	VE	11,97	85,4%	171,0%
Reprodutibilidade	VA	4,03	28,7%	57,5%
	R&R	12,62	90,1%	180,4%
Var. das Peças	VP	6,08		
Var. Total	VT	14,01		

7

Como se vê, o efeito do “reaperto” no caso do torque inflaciona tremendamente os resultados, resultando na rejeição do sistema. Esse “reaperto” fica evidente se calcularmos as médias de cada linha (série de medições):

Dados e médias de cada série de medições, mostrando o efeito do "reaperto".

Série \ Peça	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Média
1ª medição	22,0	21,5	22,5	20,0	23,0	21,0	24,0	23,0	22,5	20,0	21,55
2ª medição	23,0	23,0	24,0	21,5	24,0	22,5	25,0	23,5	23,5	21,5	23,15
3ª medição	24,5	25,0	25,0	22,5	24,5	24,0	26,5	24,5	25,0	23,0	24,45
4ª medição	26,0	26,0	26,5	24,5	26,0	25,0	28,0	25,0	26,5	25,5	25,90

O método tradicional revela-se inadequado para lidar com essa situação, sendo portanto necessário buscar-se um novo modelo.

3. Método dos Quadrados Latinos:

Evidencia-se no caso anterior a presença de uma variável (ordem) além das já citadas (peças, operadores e equipamento). Há necessidade, portanto, da adoção de um modelo que permita separar estes efeitos.

A influência do equipamento estará presente em todas as medições e portanto será avaliada pela variação residual, ou seja, a par-te da variância não explicada pelas demais va-riáveis (peças, operadores, ordem). Um mo-delo que poderia ser usado para a separação dos efeitos e de suas interações seria um delineamento fatorial completo, porém, dada a natureza da variável “ordem” não é possível realizar todas as combinações necessárias (Exemplo: ao medir a peça "1" com o opera-dor “A” pela “primeira” vez, torna-se impos-sível medir novamente a peça “1” com o operador “B” pela “primeira” vez. Neste caso já perdemos a “primeira” vez e esta é a “segunda”). Para resolver este problema precisamos adotar a “blocagem” das variáveis. Um modelo que permite simultaneamente bloquear 2 fontes de variação, além do tratamento principal, é o delineamento do tipo Quadrado Latino. Este modelo tem a desvantagem de pressupor a não existência de interação entre as variáveis, o que não parece ser um grande empecilho devido à natureza das variáveis (peça * ordem, peça * operador, operador * ordem). Isso poderá ser compro-vado na análise dos resultados.

Quadrados Latinos existem para tamanhos “p 2” e consistem na colocação de uma va-riável com diferentes níveis a cada linha, uma com diferentes níveis a cada coluna e uma com diferentes níveis a cada letra do alfabeto latino, de forma a manter o mesmo número de níveis para as três variáveis.

p = 2

A	B
B	A

p = 3

A	B	C
B	C	A
C	A	B

p = 4

A	B	C	D
B	C	D	A
C	D	A	B
D	A	B	C

Exemplos de Quadrados Latinos (p = 2;3;4)

Pode-se notar que cada tratamento (letra) aparece uma única vez em cada coluna e uma única vez em cada linha. No nosso caso decidimos utilizar uma estrutura com “p = 3” pois tradicionalmente este é o número de operadores utilizados num estudo de sistemas de medição. Neste caso as linhas representam a ordem, as colunas representam as peças e as letras os operadores:

ordem \ peça	1	2	3
1ª	A	B	C
2ª	B	C	A
3ª	C	A	B

Estrutura básica do modelo adotado (cada letra representa um operador).

Intuitivamente podemos perceber que se calcularmos as médias de cada linha (primeira, segunda e terceira), estas médias terão todas o efeito somado dos operadores A, B e C e das peças 1,2 e 3, ou seja, se houver diferença significativa entre estas médias das linhas, esta não poderá ser atribuída às variáveis operador e peças pois ambas agem igualmente na primeira, segun-da e terceira linhas (o que não ocorria no modelo tradicional de R&R). O mesmo raciocínio pode ser estendido para os ope-radores e as peças, avaliando-se as médias das letras e das colunas. Temos agora, por-tanto, como separar os efeitos das variáveis operador, peças e ordem, sendo que o do equipamento será mensurado pelo resíduo.

Estatisticamente temos o seguinte modelo:

$$Y_{ijk} = \quad + {}_{i} + {}_{j} + {}_{k} + {}_{ijk} \qquad \begin{array}{l} i = 1,2,...p \\ j = 1,2,...p \\ k = 1,2,...p \end{array}$$

onde:
Y_{ijk} = observação na linha i, coluna j, letra k;
m = média global;
a_i = efeito da linha “i” (ordem);
b_j = efeito da coluna “j” (peças);
g_k = efeito da letra “k” (avaliador);
E_{ijk} = erro “ijk” (resíduo/equipamento);

A análise de variância consistirá em par-ticionar a soma total de quadrados das N=p^2 observações nos componentes letras, colunas, linhas e resíduo.

$$SQ_{total} = SQ_{linhas} + SQ_{colunas} + SQ_{letras} + SQ_{erro}$$

ou

$$\mathbf{SQT = SQO + SQP + SQA + SQE}$$

Uma desvantagem de se utilizar um Quadrado Latino pequeno (p = 3 ou 4) é o pequeno número de graus de liberdade do resíduo (para p = 3 temos apenas 2 g.l. para o resíduo). Isso pode ser resolvido ado-tando-se diversos Quadrados Latinos (re-plicações). No nosso caso optamos por re-plicar utilizando os mesmos operadores e ordem, tomando novas peças, totalizando 5 Quadrados Latinos:

Esquema das medições com os operadores A, B e C.

Série \ Peça	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1ª medição	A	B	C	B	C	A	C	A	B	A	B	C	B	C	A
2ª medição	B	C	A	C	A	B	A	B	C	C	A	B	A	B	C
3ª medição	C	A	B	A	B	C	B	C	A	B	C	A	C	A	B

Para adicionar mais aleatoriedade ao estudo deve-se utilizar diferentes Quadrados Latinos do mesmo tamanho (para p=3 existem 12 Quadrados diferentes). Neste caso, o quadro de Análise de Variância será:

Fonte de Variação	Soma de Quadrados	Graus de Liberdade	Quadrado Médio	F calculado
Ordem	SQO	2	$Qo = \frac{SQO}{2}$	Qo / Qe
Peça	SQP	14	$Qp = \frac{SQP}{14}$	Qp / Qe
Avaliador	SQA	2	$Qa = \frac{SQA}{2}$	Qa / Qe
Equipamento	SQE	26	$Qe = \frac{SQE}{26}$	
Total	SQT	44		

Quadro de Análise de Variância (*ANOVA*).

onde:

$$SQO = \sum_{i=1}^{3} \frac{T_i^2}{15} - \frac{T^2}{45} \qquad SQP = \sum_{J=1}^{15} \frac{T_J^2}{3} - \frac{T^2}{45}$$

$$SQA = \sum_{K=A}^{C} \frac{T_K^2}{15} - \frac{T^2}{45} \qquad SQT = Q - \frac{T^2}{45}$$

$$SQE = SQT - (SQO + SQP + SQA)$$

Fórmulas utilizadas na Análise de Variância.

e:

T_i = soma dos valores da linha "i" (i = 1,2,3)
T_j = soma dos valores da coluna "j" (j = 1,2...,15)
T_k = soma dos valores da letra "k" (k = A,B,C)
T = soma de todos os valores
Q = soma dos quadrados de todos os valores

Pelo modelo adotado, o quadrado médio esperado para cada variável será:

ORDEM	:	Q_o =	$_e^2 + 3 * \ _o^2$
AVALIADOR	:	Q_a =	$_e^2 + 3 * \ _a^2$
PEÇA	:	Q_p =	$_e^2 + 15 * \ _p^2$
EQUIPAMENTO	:	Q_e =	$_e^2$

Portanto, quando dividimos estes quadrados médios pelo erro ou resíduo (equipamento) devemos obter:

$$\frac{Q_o}{Q_e} = 1 + \frac{3 * \sigma_o^2}{\sigma_e^2}$$

$$\frac{Q_a}{Q_e} = 1 + \frac{3 * \sigma_a^2}{\sigma_e^2}$$

$$\frac{Q_p}{Q_e} = 1 + \frac{15 * \sigma_p^2}{\sigma_e^2}$$

Intuitivamente vemos que os valores F_{calc} serão tão maiores que 1 quanto mais significativa for a variável em questão, ou seja, quanto maior for o quociente entre a variância em análise e a variância residual. É evidente que quando $F_{calc} < 1$, isto só pode ser atribuído ao acaso. Numa Análise de Variância, tradicionalmente testa-se a significância das variáveis envolvidas a um determinado nível pré-estabelecido (geralmente 5% ou 1%). Quando se rejeita a hipótese testada (ou seja, quando *há* evidência da significância da correspondente variável) obviamente o modelo não se altera, podendo-se obter as estimativas de todos os desvios-padrão necessários ao cálculo de R&R. Porém, nada se pode afirmar quando a hipótese é aceita, ou seja, quando **não há** evidência de que determinada variável seja significativa (o que não equivale a afirmar que **há** evidência de que determi-nada variável **não** é significativa).

Se tivermos razões para supor uma variável como não significativa podemos acres-centar sua soma de quadrados e graus de liberdade ao resíduo e refazer a análise de variância. A referência AUTOMOTIVE (1990) sugere utilizar um nível de 25% de significância mas PAULL (1950) demonstra ser melhor utilizar o critério de $F_{calc}<2*F_{50\%,\ _1,\ _2}$ e portanto adotaremos este procedimento neste estudo (“ 1” e “ 2” são os graus de liberdade do numerador e do denominador, respectivamente), substituindo o critério tradicional da Análise de Variância com base nos níveis de significância usuais pela idéia de se considerar significativo o efeito da variável, de acordo com o procedimento acima mencionado.

Tendo concluído quanto à significância ou não das variáveis, podemos então calcular as estimativas de $_o$, $_a$, $_p$ e $_e$, necessárias para o cálculo de R&R. Temos:

$$_e^2 = Q_e$$
$$_o^2 = (Q_o - Q_e)/3$$
$$_a^2 = (Q_a - Q_e)/3$$
$$_p^2 = (Q_p - Q_e)/15$$

Novamente temos:

$$VP = 5.15 *\ _{p}$$
$$VA = 5.15 *\ _{a}$$
$$VE = 5.15 *\ _{e}$$

e mais:

$$VO = 5.15 *\ _{o}$$

Não há estimativa da interação pois esta foi considerada inexistente.

O R&R e a variação total serão dados por:

$$R\&R^2 = VA^2 + VE^2$$
$$VT^2 = R\&R^2 + VP^2 + VO^2$$

Como se vê, o método dos Quadrados Latinos também se utiliza da técnica de Análise de Variância para obter os resultados, mas distingue-se do método tradicionalmente chamado de "ANOVA" pelo arranjo das medições.

* Exemplo numérico:

Medição: Torque (Nm) da porca da caixa de câmbio (F-1000).

Série \ Peça	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Operador 1ª medição	A 142,5	B 145,0	C 142,5	B 132,5	C 145,0	A 140,0	C 135,0	A 135,0	B 135,0	A 140,0	B 130,0	C 135,0	B 132,5	C 135,0	A 132,5
Operador 2ª medição	B 147,5	C 145,0	A 142,5	C 135,0	A 150,0	B 145,0	A 137,5	B 137,5	C 137,5	C 145,0	A 132,5	B 140,0	A 137,5	B 135,0	C 137,5
Operador 3ª medição	C 150,0	A 147,5	B 145,0	A 140,0	B 152,5	C 150,0	B 140,0	C 142,5	A 140,0	B 147,5	C 135,0	A 142,5	C 140,0	A 140,0	B 140,0

Quadro inicial da Análise de Variância, onde se nota que o efeito dos avaliadores não é significativo ($F_{calculado} < F_{limite}$)

Fonte de Variação	Soma de Quadrados	Graus de Liberdade	Quadrado Médio	F calculado	F limite
Ordem	300,83	2	150,42	93,86	1,42
Peça	1011,67	14	72,26	45,09	1,96
Avaliador	3,33	2	1,67	1,04	1,42
Equipamento	41,67	26	1,60		
Total	1357,50	44			

Quadro final da Análise de Variância para o exemplo numérico.

Fonte de Variação	Soma de Quadrados	Graus de Liberdade	Quadrado Médio	F calculado	F limite	Desvio Padrão
Ordem	300,83	2	150,42	93,59	1,42	7,04
Peça	1011,67	14	72,26	44,96	1,95	2,17
Equipamento	45,00	28	1,61			1,27
Total	1357,50	44				

Resultados do estudo com Quadrados Latinos.

	A		B	C	D
1	Item		Valor	% de VT	% da Tolerância
2	Repetibilidade	VE	6,53	17,0%	24,2%
3	Reprodutibilidade	VA	0,00	0,0%	0,0%
4		R&R	6,53	17,0%	24,2%
5	Var. das Peças	VP	11,18		
6	Var. da Ordem	VO	36,27		
7	Var. Total	VT	38,51		

Portanto, pelo critério adotado, o sistema pode ser aprovado mas requer melhorias.

4. Análise dos resultados:

No modelo adotado existem algumas hipóteses básicas:

- distribuição Normal da característica;
- todas as populações com mesma variância residual (homocedasticidade);
- resíduos com distribuição Normal (0, $_{e}^{2}$);
- não existência de interação entre as variáveis.

A técnica de Análise de Variância, porém, é suficientemente robusta para permitir algum afastamento dessas hipóteses com razoável aproximação dos resultados. MONTGOMERY (1983) sugere a técnica de calcular e analisar graficamente os resíduos do modelo, para verificar se as hipóteses são válidas. Para o modelo de Quadrados Latinos os resíduos podem ser obtidos da seguinte forma:

$$\boxed{E_{ijk} = Y_{ijk} - \overline{Y}_{i..} - \overline{Y}_{.j.} - \overline{Y}_{..k} + 2 * \overline{Y}_{...}}$$

onde:

E_{ijk} = resíduo da posição "i,j,k"

Y_{ijk} = valor medido na posição "i,j,k"

$\overline{Y}_{i..}$ = média da linha "i"

$\overline{Y}_{.j.}$ = média da coluna "j"

$\overline{Y}_{..k}$ = média da letra "k"

$\overline{Y}_{...}$ = média total

Para o exemplo da porca da caixa de câmbio temos os seguintes resíduos:

Resíduos obtidos no estudo da porca da caixa de câmbio.

Série \ Peça	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Operador	A	B	C	B	C	A	C	A	B	A	B	C	B	C	A
Resíduo	-0,67	2,33	2,00	-0,17	-1,33	-1,50	0,33	0,17	0,67	-0,67	0,67	-1,33	-1,00	1,17	-0,67
Operador	B	C	A	C	A	B	A	B	C	C	A	B	A	B	C
Resíduo	0,83	-1,17	-0,50	-0,17	1,17	0,00	0,33	-0,83	-0,33	0,50	0,33	-0,83	1,17	-1,67	0,50
Operador	C	A	B	A	B	C	B	C	A	B	C	A	C	A	B
Resíduo	-0,17	-1,17	-1,50	1,33	0,17	1,50	-0,67	0,67	-0,33	0,17	-1,00	0,50	-0,17	0,50	0,17

Plotando os resíduos em relação às variáveis envolvidas temos:

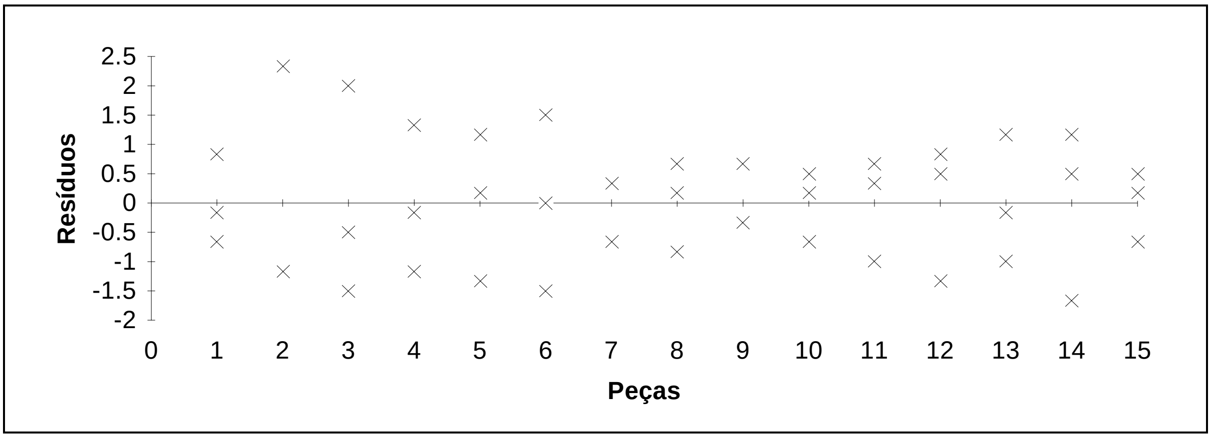


Gráfico dos Resíduos ∗ Peças.

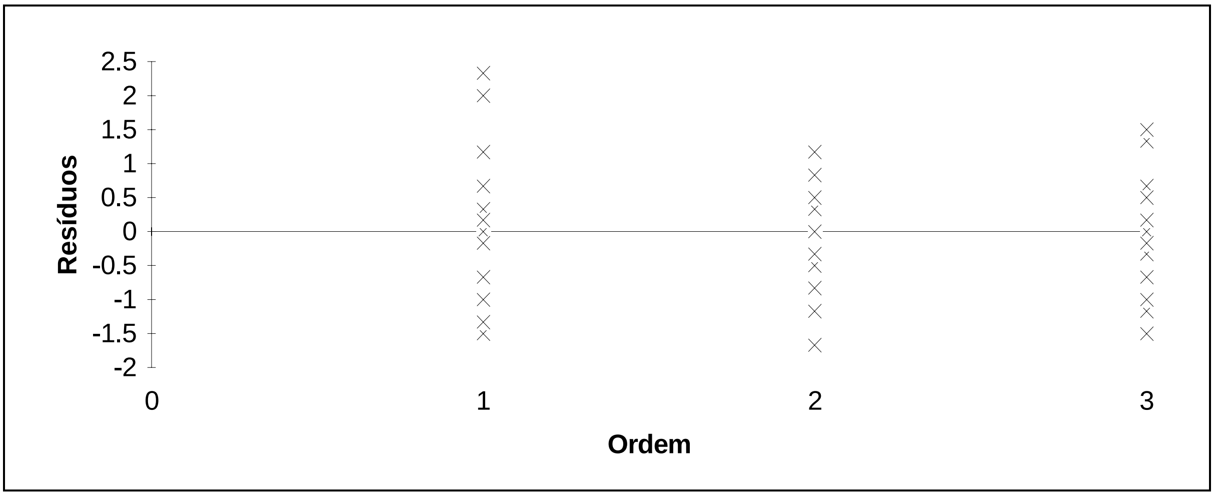


Gráfico dos Resíduos ∗ Ordem.

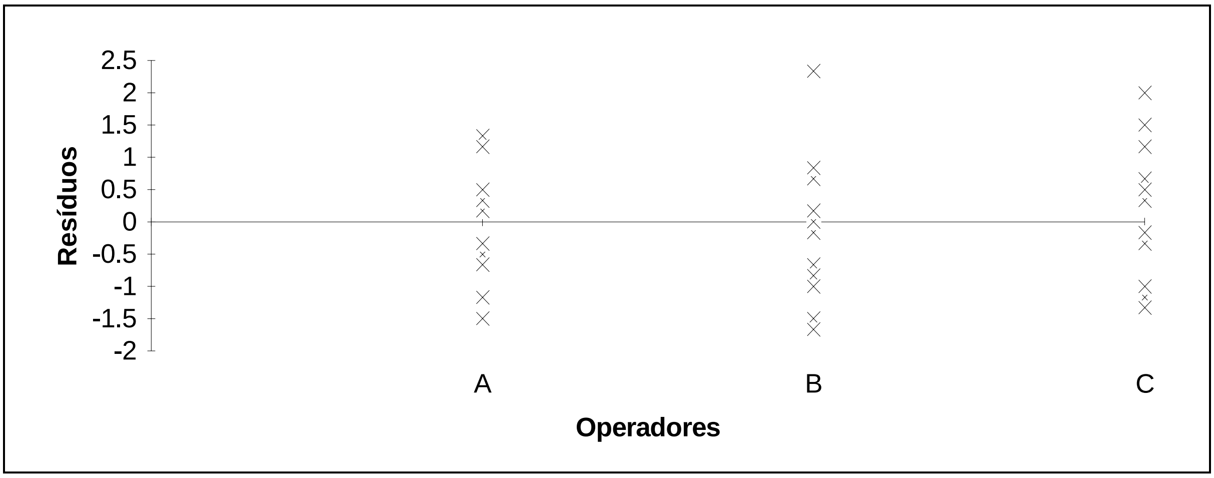


Gráfico dos Resíduos ∗ Operadores.

Podemos também plotar os resíduos encontrados contra os valores previstos pelo modelo:

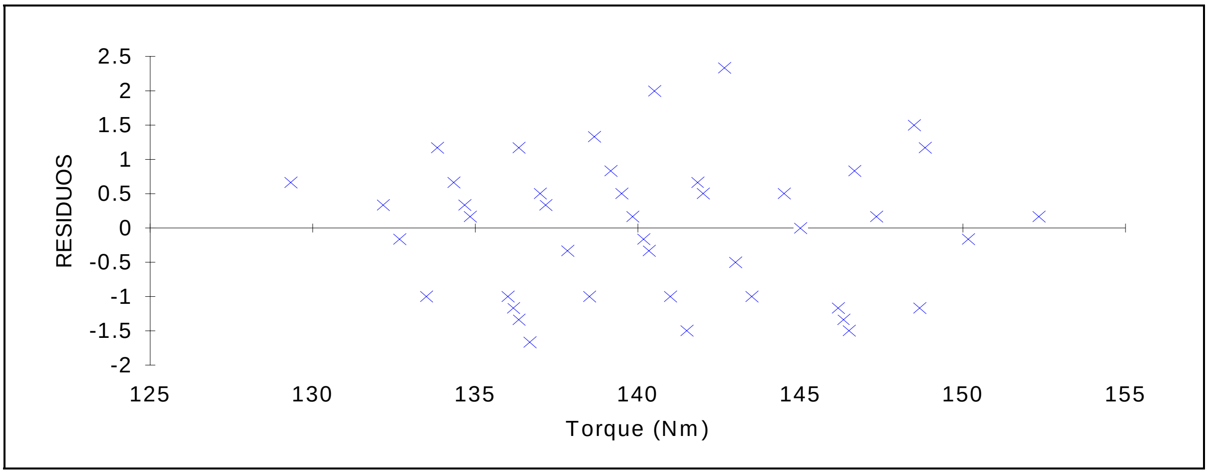


Gráfico dos Resíduos ∗ Valores previstos pelo modelo.

Ordenando os resíduos e calculando os *median-ranks* (anexo 1), podemos plotar os resíduos num papel de probabilidade Normal. Uma alternativa para não necessitar do papel Normal (que possui escala não-linear) é plotar os resíduos contra a variável "Z" (Normal padronizada) correspondente a ca-da "median-rank":

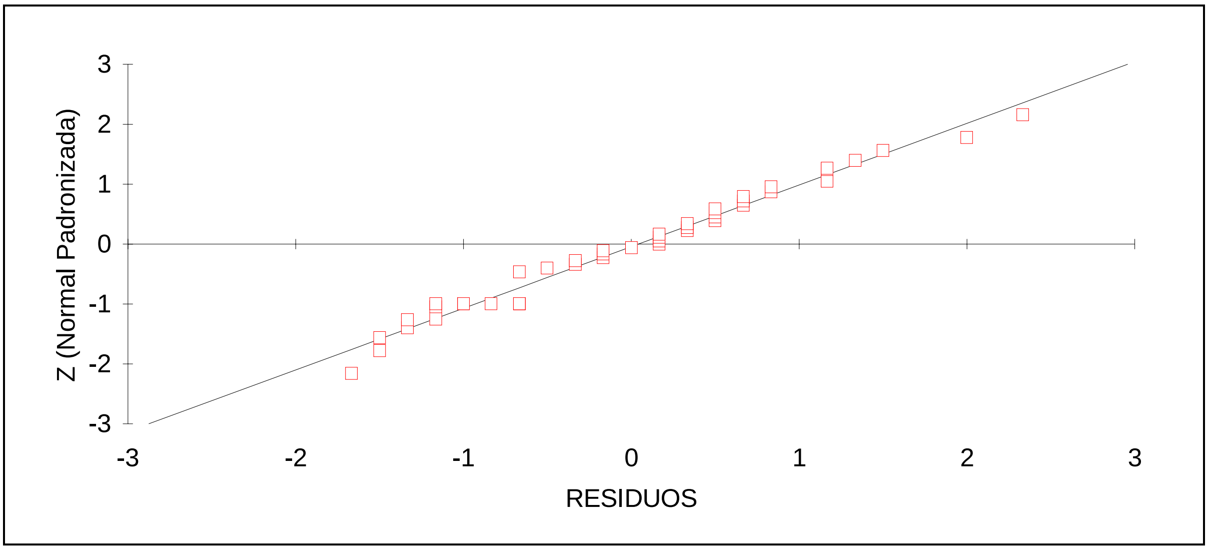


Gráfico dos Resíduos ∗ Z (Normal Padronizada).

Pelos gráficos percebe-se que não há nenhuma tendência ou comportamento estranho dos resíduos e que há uma boa aproximação para a reta Normal. Conclui-se, então, que as hipóteses básicas são válidas e o modelo adotado é adequado.

Além de ser adequado, o modelo, ao separar o efeito da ordem do das outras variáveis, permite uma estimativa realista do valor de R&R. Alguns resultados comparativos:

Exemplos comparativos entre o método das Amplitudes e o dos Quadrados Latinos.

Torque de Fixação de :	% de R&R sobre :	Método das Amplitudes	Quadrados Latinos	Torque de Fixação de :	% de R&R sobre :	Método das Amplitudes	Quadrados Latinos
Disco e Platô de Embreagem	Tolerância	180%	35%	Manga de eixo	Tolerância	94%	43%
	VT	90%	19%		VT	66%	22%
Porca da Cx. de Câmbio	Tolerância	93%	24%	Válvula sensível à carga	Tolerância	141%	79%
	VT	90%	19%		VT	67%	28%
Fechadura da Porta LD	Tolerância	77%	37%	Alavanca do Freio Estacion.	Tolerância	55%	24%
	VT	55%	27%		VT	88%	39%
Fechadura da Porta LE	Tolerância	103%	66%	Conjunto de Ancoragem	Tolerância	162%	64%
	VT	67%	52%		VT	92%	29%

O gráfico a seguir mostra os resultados de 15 estudos realizados pelo método das amplitudes e 41 estudos pelo método dos Quadrados Latinos, todos sobre operações de torque:

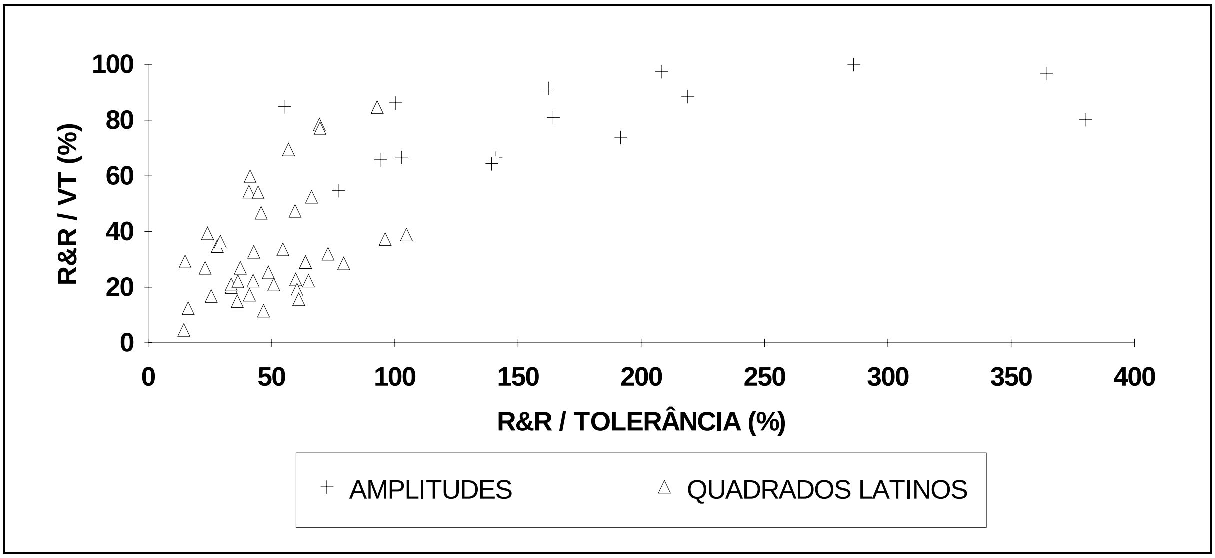


Gráfico comparativo dos dois métodos (Amplitudes e Quadrados Latinos).

Pode-se perceber que o método das amplitudes sistematicamente superestima os quocientes R&R/Tolerância ou R&R/VT; isso acontece porque esse método não leva em conta o efeito da *ordem de medição*. O método dos Quadrados Latinos, por outro lado, considera o efeito da *ordem de medição* e assim fornece estimativas confiáveis dos quocientes R&R/Tolerância e R&R/VT.

Uma análise residual completa é muito útil para se testar a validade do modelo, po-rém, como o utilizamos para situações mui-to semelhantes adotamos como simplifica-ção plotar apenas “resíduos ∗ valores pre-vistos” e “resíduos ∗ % papel Normal”.

5. Conclusão:

Este trabalho discute a variabilidade de Sistemas de Medição. Tradicionalmente, pe-ças, operadores e equipamento são as fon-tes de variabilidade consideradas. Contudo, em determinadas situações percebe-se um acúmulo após cada medida efetuada. Para lidar com essa variável adicional, sugere-se o uso do método dos Quadrados Latinos.

O método é adequado e deve ser utilizado nos casos em que se suspeita do efeito da ordem sobre as medições. A comple-xidade de cálculo é bem maior que a do método das amplitudes mas é bem semelhante à do método ANOVA. Com a possibilidade de utilizar computadores (pla-nilhas eletrônicas e outros softwares esta-tísticos) toda a complexidade de cálculo desaparece, restando o cuidado na análise dos resultados.

Este trabalho foi todo desenvolvido para operações de medição de torque, porém, durante o desenvolvimento surgiram outras situações em que este modelo foi utilizado com sucesso. Algumas características químicas, por exemplo, alteram-se rapidamente após a retirada das amostras e portanto cada medição se encontra em uma faixa de valores. Para poder "descontar" este efeito e avaliar o R&R deste sistema de medição, o modelo dos Quadrados Latinos é adequado.

Como parte deste trabalho foi desenvolvida uma planilha eletrônica que efetua os cálculos e imprime os resultados (exemplo no anexo 2).

6. Anexos:

ANEXO 1

O trabalho desenvolvido por JOHNSON (1951) sugere a utilização dos "*median-ranks*" ou "medianas de ordem" para plotar a função de densidade de probabilidade acumulada [F(x)] de amostras pequenas (N < 50). Tais "*median-ranks*" são obtidos em função do tamanho da amostra "N" e da posição "i" de cada elemento, após terem sido ordenados de forma crescente. Exis-tem tabelas para os "*median-ranks*" mas pode-se utilizar a fórmula aproximada:

$$\text{median-rank (i,N)} = \frac{i - 0{,}3}{N + 0{,}4}$$

A fórmula produz resultados muito próximos aos valores tabelados, sendo de muito mais fácil utilização.

Comparativo entre median-ranks tabelados e calculados pela fórmula para N=10

i / Median-rank	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tabelado	0,0670	0,1632	0,2594	0,3557	0,4519	0,5481	0,6443	0,7406	0,8368	0,9330
Calculado	0,0673	0,1635	0,2596	0,3558	0,4519	0,5481	0,6442	0,7404	0,8365	0,9327

Plotando os dados (x) versus os "*median-ranks*" [F(x)] podemos analisar o comportamento dos dados e estimar parâmetros.

ANEXO 2

Referências Bibliográficas:

AUTOMOTIVE INDUSTRY ACTION GROUP: *Measurement Systems Analysis - Reference Manual*. Troy, 1990.

JOHNSON, L.G.: “The median ranks of sample values in their population with an application to certain fatigue studies”. *Industrial Mathematics*, Vol.2, p.1-9, 1951.

MONTGOMERY, Douglas C.: *Design and Analysis of Experiments*, 2nd edition. John Wiley & Sons, Singapore, 1983.

PAULL, A. E.: “On a preliminary test for pooling mean squares in the Analysis of Variance”. *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 21, s.l, p. 539, 1950.

Bibliografia Complementar:

COCHRAN, Willian G. & COX, Gertrude M.: *Experimental Designs*, (2nd edition). John Wiley & Sons, New York, 1957.

COSTA NETO, Pedro L.O.: *Estatística*. Edgard Blucher, São Paulo, 1977.

MEASUREMENT SYSTEM ANALYSIS USING LATIN SQUARES METHOD

Abstract

Traditional methods used for the evaluation of measurement systems are presented. These traditional methods present deficiencies when the measured characteristic is cumulative (ex.: torque). An alternative method based on Latin Squares is suggested to deal with this type of characteristic. Practical cases, confirming the proposed method's effectiveness, are presented.

Key-words: ***analysis, system, measurement, repeatability, reproducibility, Latin square, torque.***