G&P
GESTÃO
&
PRODUÇÃO

v.4, n.2, p. 140-150, ago. 1997

DETERMINAÇÃO DO ESTOQUE DE SEGURANÇA EM UM SISTEMA DE ESTOQUE DE REVISÃO PERIÓDICA, COM DEMANDA CORRELACIONADA EM SÉRIE

Este artigo foi publicado originalmente no Journal of the Operational Research Society (1995) **46**, 1006-1013.
A tradução, feita pelos próprios autores, foi autorizada pela publicação original.

John M. Charnes
University of Kansas, USA

Howard Marmorstein
Walter Zinn
University of Miami, USA

Resumo

Consideramos um modelo de reabastecimento de estoque com revisão periódica junto a uma doutrina operacional encomende-até-R para o caso de prazos determinísticos de reposição e um processo de demanda estocástica com covariância estacionária. Derivamos um método para fixar o estoque de segurança a fim de obter a probabilidade da falta de estoque desejada quando a função de autocovariância de uma demanda Gaussiana é conhecida. Dado que o método não requer que modelos paramétricos de séries temporais sejam ajustados aos dados, ele é facilmente posto em prática. Ademais, o método tem se mostrado assimptoticamente válido quando a função de autocovariância da demanda é estimada com dados históricos. Os efeitos dos vários níveis de demanda autocorrelacionada no índice de falta de estoque são demonstrados em situações em que a autocorrelação de demanda é ignorada ou desconhecida pelo gerente de estoque. Similarmente, os efeitos no nível de estoque de segurança são demonstrados para vários níveis de autocorrelação.

Palavras-chave:* *estoque de segurança, estocagem.

1. Introdução

Os problemas de gerenciamento de estoque envolvendo o momento de reabastecer o estoque de bens físicos e a quantia a ser pedida são comuns a praticamente todas as atividades comerciais. Diversas soluções têm sido propostas para estes problemas para diferentes modelos de estoque, quase todas baseadas na suposição de um processo de demanda não correlacionado em série. Nós consideramos o problema de fixar o nível inicial de estoque, *R*, para modelos de estoque encomende-até-*R* com prazos determinísticos de reposição e processos de demanda normalmente distribuídos correlacionados em série de tal maneira a obter probabilidades pré-especificadas da impossibilidade de atender imediatamente à demanda (ex. falta de estoque).

Os problemas causados por demandas correlacionadas na política de gerenciamento de estoque têm sido estudados por outros pesquisadores. RAY (1981) observou o efeito da demanda correlacionada em série num modelo com prazos aleatórios de reposição. A análise requer a determinação dos primeiros quatro momentos da demanda total durante o prazo de reposição. Estes momentos são usados para obter percentuais aproximados da distribuição da demanda no prazo de reposição, que são usados para determinar o nível de estoque de segurança para um determinado nível de serviço. ERKIP *et al.* (1990) analisaram o efeito da demanda correlacionada em série no estoque de segurança para o caso em que a demanda segue um processo AR(1) (autoregressão de primeira ordem). Seu trabalho também considerou o problema da correlação cruzada das demandas para produtos diferentes, e foi motivado pela experiência com um fornecedor de produtos de consumo com autocorrelação de primeira ordem com valor 0.7. EPPEN & MARTIN (1988) desenvolveram um método para fixar o estoque de segurança para modelos de estoque quando a demanda e os prazos de reposição são aleatórios. Quando os parâmetros do processo de demanda são desconhecidos, eles assumiram que demandas são geradas por um simples modelo de alinhamento exponencial. LAU & WANG (1987) introduziram um modelo para estimar a distribuição da probabilidade da demanda no prazo de reposição quando demandas são geradas por modelos AR(1) ou MA(1) (média móvel de primeira ordem), mas com distribuição de probabilidade arbitrária. FOTOPOULOS *et al.* (1988) desenvolveram uma metodologia para fixar estoques de segurança com prazos de reposição estocásticos, e com uma demanda AR(1) ou MA(1). Eles usaram uma desigualdade de Chebychev para obter um limite superior do estoque de segurança para distribuições gerais de demanda e prazos de reposição. MARMORSTEIN & ZINN (1993) estenderam os resultados numéricos de FOTOPOULOS *et al.* (1988) para o caso em que a média e a variância da demanda são mantidas constantes enquanto o nível de autocorrelação varia na demanda AR(1). JOHNSON & THOMPSON (1975) mostraram que o melhor plano de ação em sistemas de encomenda periódica para produtos únicos com custos de falta de estoque e armazenagem proporcionais é miópico (ótimo para um horizonte de planejamento de apenas um período) para processos de demanda com ARMA (autoregressivo, média móvel) estacionária ou não.

Estes trabalhos também documentam a importância de se levar em consideração a correlação em série na determinação dos estoques de segurança, mesmo quando a magnitude da autocorrelação é relativamente baixa. Por exemplo, AN *et al.* (1989) obtiveram resultados mostrando diferenças importantes na probabilidade de faltas de estoque como uma função do nível de autocorrelação. Resultados similares foram observados por FOTOPOULOS *et al.* (1988). Ademais, LAU & WANG (1987) observaram que 'se a autocorrelação da demanda diária não for considerada corretamente, isto resultará em erros significativos nas decisões de estoque'. Os trabalhos mencionados acima clarificam coletivamente as dificuldades de gerenciamento de estoques criadas pela demanda autocorrelacionada.

A contribuição principal deste trabalho é que o modelo de determinação de estoque de segurança proposto não requer a pressuposição de que demandas autocorrelacionadas sejam geradas por processos de série temporais paramétricos como ARMA ou simples modelos de alinhamento exponencial. Nós apenas assumimos que a seqüência de demandas é um processo estocástico Gaussiano de covariância estacionária. A vantagem é que não nos encontramos ‘diante do formidável problema que é estimar os valores numéricos dos “parâmetros” (ex. as constantes que surgem no modelo)’ (PRIESTLEY (1981), p.20, ênfase dele). Necessitamos apenas que a autocovariância seja estimada. O uso de um modelo ARMA para determinar o estoque de segurança é mais demorado.

Utilizando-se ARMA, ainda é necessário estimar a autocovariância (da maneira a ser descrita em breve). Também é necessário escolher o modelo a ser usado, estimar os parâmetros da ARMA, checar a qualidade do ajuste (*goodness of fit criterion*) (o que requer conhecimento e competência relativamente sofisticados da parte do usuário). Finalmente é preciso usar os valores estimados para os parâmetros a fim de estimar a variação da demanda no prazo de reposição e, desta forma, determinar o nível de estoque de segurança. Porém, embora a categoria de processos estocásticos Gaussianos de covariância estacionária inclua processos ARMA, processos de alinhamento exponenciais simples não estão incluídos. Estes últimos são equivalentes a modelos IMA (média móvel integrada) (PRIESTLEY, 1981) e portanto não apresentam covariância estacionária, sendo assim não aplicáveis ao modelo proposto.

Assumindo um processo Gaussiano de covariância estacionária com função de autocovariância conhecida, derivamos um resultado que nos fornece o nível exato ao qual deve ser fixado o estoque de segurança para qualquer probabilidade de falta de estoque desejada. Ademais, mostramos que quando a função de autocovariância é desconhecida, mas pode ser estimada usando-se dados históricos sobre a demanda, o uso da função estimada de autocovariância com nosso resultado é assimptoticamente válido. Também discutimos a robustez dos resultados quando se ignora a pressuposição Gaussiana, e sugerimos maneiras de adaptar nosso método para situações com prazos de reposição estocásticos.

2. Modelo

Utilizaremos as seguintes notações para descrever o modelo:

$\{Y_t: t =$ 1,2,3...$\}$, seqüência de demandas Gaussianas com covariância estacionária;

μ = $E[Y_t]$, valor estimado da demanda no ponto t;

$\gamma(k)$ = $E[(Y_t - \mu)(Y_{t-k} - \mu)]$, autocovariância da demanda com defasagem k;

$\rho(k)$ = $\gamma(k)/\gamma(0)$, autocorrelação da demanda com defasagem k;

λ = tempo constante entre a ordem do pedido e a entrega do pedido (prazo de reposição);

τ = tempo constante entre pedidos (período de revisão)

R = nível inicial de estoque;

O_k = quantia pedida no tempo $t = k\tau$, recebida no tempo $t = k\tau + \lambda$, e inicialmente disponível para atender a demanda, no tempo $t = k\tau + \lambda + 1$ (k = 0, 1, 2,...);

I_j = nível final de estoque para o j^o (jota-ésimo) prazo de reposição, após a demanda $Y_{(j-1)\tau+\lambda}$ (j = 1, 2, 3,...);

β = probabilidade de falta de estoque durante o prazo de reposição desejada; e

θ = quantidade adicional de estoque necessária além da demanda estimada para que β se encontre no nível desejado (estoque de segurança).

Um nível inicial de estoque, R, é fixado de acordo com o processo descrito abaixo, e encomendas são feitas a cada unidade de tempo τ para reabastecimento de estoque. Ao final do k^o (kaésimo) período de revisão ($t = k\tau$), o plano de ação do gerente de estoque é encomendar uma quantia de produto, O_k, igual à demanda durante o período de revisão k,

$$O_k = \sum_{t=(k-1)\tau+1}^{k\tau} Y_t \qquad \text{for } k = 1,2,...$$

identificado como plano de reposição encomende-até-R.

Com prazos determinísticos de reposição, o pedido (O_k) chegará em $t = k\tau + \lambda$. Porém, nós assumimos, sem perda de generalização, que dado o tempo necessário para preparar o pedido para entrega, o novo pedido não estará à disposição de atender a demanda até o tempo $t = k\tau + \lambda + 1$, que marca o início do prazo de reposição $k + 2$. Assumimos também que a quantia total da demanda será oferecida ao consumidor, mas que freqüentes faltas de estoque resultarão numa futura perda de vendas. Sendo assim, o gerente de estoque deseja manter um estoque de segurança suficiente para que β represente a fração estimada de prazos de reposição com faltas de estoque.

O problema que a gerência enfrenta é fixar o nível inicial de estoque R ou, equivalentemente, o estoque de segurança θ, de forma que a probabilidade de uma falta de estoque durante o prazo de reposição esteja no nível pré-especificado β. (Este é um exemplo de serviço objetivo do TIPO 1, veja NAHMIAS, 1993). Considere I_j como o nível de estoque final para o j^o (jota-ésimo) prazo de reposição após a demanda $Y_{(j-1)\tau+\lambda}$ mas antes que o pedido O_{j-1}, feito no tempo $t = (j-1)\tau$, se torne disponível para a venda. A probabilidade de uma falta de estoque no fim do j^o (jota-ésimo) prazo de reposição é simplesmente

$$\beta = \text{Prob}[I_j \leq 0], \qquad (1)$$

e a solução do problema da gerência se encontra na determinação da distribuição de I_j, e no uso de um nível inicial de estoque, R, que faça (1) ser verdadeiro para qualquer valor de j. A figura abaixo demonstra a distribuição de I_j. No caso de demandas Gaussianas $\{Y_t\}$, I_j será normalmente distribuído e o problema da gerência se resume a determinar os dois primeiros momentos de I_j e o seu uso para determinar onde θ deve ser fixado para que β represente a área abaixo da curva à esquerda de 0.

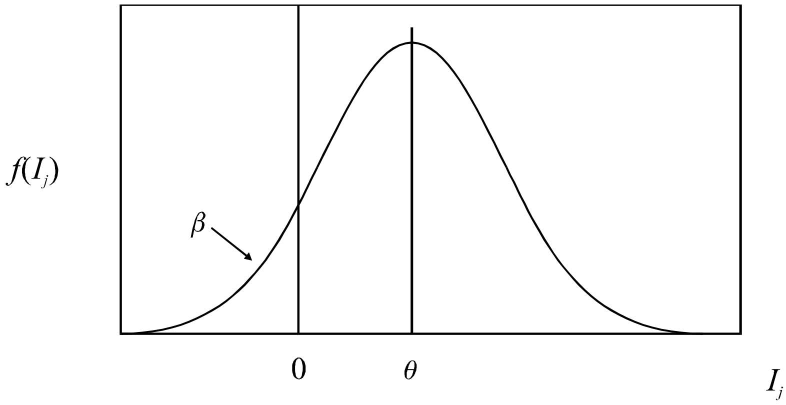

Figura 1 - Distribuição do estoque final

Para determinar os momentos de I_j, note primeiramente que O_{j-2}, a quantia de reabastecimento pedida no tempo $t = (j - 2)\tau$, se torna disponível para atender a demanda no prazo de reposição j. Assim, o estoque final para o prazo de reposição j é

$$I_j = I_{j-1} + \sum_{t=(j-3)\tau+1}^{(j-2)} Y_t - \sum_{t=(j-1)\tau+1}^{j\tau} Y_t \, ,$$

o que representa a quantia de estoque disponível logo após a ocorrência da demanda $Y_{j\tau}$.

Considere $E[O_k] = \tau\mu$ como a demanda esperada durante o período de revisão k e θ como o nível de estoque de segurança necessários para que (1) seja verdadeira. No tempo t = 0, o gerente fixa o nível inicial de estoque, $I_0 = R = \lambda\mu + \theta$, e faz o pedido inicial, $O_0 + \tau\mu$. Os níveis finais de estoque para os três primeiros prazos de reposição são:

$$I_1 = I_0 - \sum_{t=1}^{\lambda} Y_t = \lambda\mu + \theta - \sum_{t=1}^{\lambda} Y_t \, ,$$

$$I_2 = I_1 + O_0 - \sum_{t=\tau+1}^{\tau+\lambda} Y_t = (\tau+\lambda)\mu + \theta - \sum_{t=1}^{\tau+\lambda} Y_t \, ,$$

$$I_3 = I_2 + O_1 - \sum_{t=\tau+1}^{2\tau+\lambda} Y_t = (\tau+\lambda)\mu + \theta - \sum_{t=\tau+1}^{2\tau+\lambda} Y_t \, ,$$

e, por indução,

$$I_j = (\tau+\lambda)\mu + \theta - \sum_{t=(j-2)\tau+1}^{(j-1)\tau+\lambda} Y_t \qquad \text{para j = 4, 5,...} \qquad (2)$$

Como a política encomende-até-R repõe o que foi demandado previamente, a distribuição de I_j depende da soma das demandas, Y_t, desde o tempo $t = (j - 2)\tau + 1$ até o tempo $t = (j - 1)\tau + \lambda$. Uma autocorrelação positiva da demanda que é ignorada ou não detectada pelo gerente de estoque se tornará um problema pois a variância da soma de demandas positivamente autocorrelacionadas excederá a soma das variâncias de uma seqüência de demandas independentes. Inversamente, uma autocorrelação negativa da demanda reduzirá a variabilidade nas somas das demandas $\tau + \lambda$ e fará com que o nível necessário de estoque de segurança, θ, seja menor que o nível necessário quando as demandas são independentes.

As expressões desenvolvidas acima podem ser utilizadas para determinar o estoque de segurança quando as demandas são correlacionadas e Gaussianas. Assume-se que as demandas, Y_t, foram geradas num processo estocástico com covariância estacionária, isto é, um processo onde $E[Y_t] = \mu$ e $\text{Cov}(Y_t, Y_{t-k}) = \gamma(k)$, o que significa que a autocovariância é função da defasagem de tempo entre demandas, mas não depende de t em nenhuma outra forma. Porque, assumimos as demandas Gaussianas, a covariância estacionária implica uma estacionariedade generalizada. Utilizando-se (2),

$$E[I_j] = (\tau+\lambda)\mu + \theta - E\left[\sum_{t=(j-2)\tau+1}^{(j-1)\tau+\lambda} Y_t\right] = \theta,$$

e

$$\text{Var}(I_j) = \text{Var}\left(\sum_{t=(j-2)\tau+1}^{(j-1)\tau+\lambda} Y_t\right).$$

O segundo momento de um processo de demanda com covariância estacionária não depende de t, assim podemos escrever

$$\begin{aligned}\text{Var}(I_j) &= \text{Var}\left(\sum_{i=1}^{\tau+\lambda} Y_i\right)\\ &= \sum_{m=1}^{\tau+\lambda}\sum_{n=1}^{\tau+\lambda}\gamma(m-n)\\ &= (\tau+\lambda)\gamma(0) + 2\sum_{h=1}^{\tau+\lambda-1}(\tau+\lambda-h)\gamma(h). \end{aligned} \qquad (3)$$

Assim, no caso da demanda Gaussiana, o problema da gerência é resolvido quando o nível de estoque de segurança é fixado em

$$\theta = \Phi^{-1}(1-\beta)(\text{Var}(I_j))^{1/2} \qquad (4)$$

onde

$$\Phi(z') = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{z'} e^{z^2/2}\, dz$$

representa a função da distribuição acumulada normal. Note que mesmo que as demandas individuais não sejam Gaussianas, o Teorema do Limite Central fornece uma base para se assumir que a distribuição normal funcionará como uma aproximação aceitável, isso porque I_j depende da soma das variáveis aleatórias $\tau + \lambda - 1$.

3. Estimando Correlações em Série para a Demanda

Na prática, a função de autocovariância da demanda, $\gamma(h)$ para h = 1, ..., $\tau + \lambda - 1$, é normalmente desconhecida. Entretanto, se existem dados históricos suficientes, a função de autocovariância pode ser derivada diretamente.

Considere

$$\hat{\gamma}(h) = (1/T)\sum_{t=1}^{T-h}(Y_t - \bar{Y})(Y_{t+h} - \bar{Y}) \qquad \text{para } h = 0, 1, ..., \tau+\lambda-1 \qquad (5)$$

onde $\bar{Y} = (1/T)\sum_{t=1}^{T} Y_t$. As estimativas $\hat{\gamma}(h)$ têm tendência (bias), porém são preferíveis quando comparadas às estimativas que utilizam 1/(T - h) no lugar de 1/T na equação (5). Esta preferência se deve ao fato de que tanto a estimativa $\hat{\gamma}(h)$ quanto $\gamma(h)$ têm a propriedade de serem funções semi-definidas positivas (veja PRIESTLEY, 1981).

As estimativas $\hat{\gamma}(h)$ podem ser utilizadas com a equação (4) para obter

$$\widehat{\text{Var}}(I_j) = (\tau+\lambda)\hat{\gamma}(0) + 2\sum_{h=1}^{\tau+\lambda-1}(\tau+\lambda-h)\hat{\gamma}(h), \qquad (6)$$

e o estoque de segurança pode ser determinado por

$$\theta = \Phi^{-1}(1-\beta)(\widehat{\text{Var}}(I_j))^{1/2} \qquad (7)$$

Mostramos a seguir que a equação (7) é assimptoticamente válida (isto é, à medida em que o número de observações disponíveis para calcular estimativas $n \to \infty$) para um processo de demanda Gaussiana. Considere a seqüência de demandas, $\{Y_1, Y_2, ..., Y_n\}$ (não necessariamente Gaussiana), com função de autocovariância, $\gamma(0)$, $\gamma(1)$,.... Defina $\hat{\gamma}(h)$ como na equação (5), Var (I_j) como na equação (3), e $\widehat{\text{Var}}$ (I_j) como na equação (6). Assim, o seguinte lema é válido.

Lema 1

$\widehat{\text{Var}}(I_j) \xrightarrow{n\to\infty,\ \ quase\ certamente} \text{Var}(I_j)$.

Prova

HANNAN (1970) mostrou que $\hat{\gamma}$(h) $\xrightarrow{n\to\infty,\ \ quase\ \ certamente}$ γ(h). Lema 1 é provado pelo fato de cada total da equação (6) quase que certamente convergir ao total correspondente da equação (3).

Lema 1 justifica o uso da estimativa $\widehat{\text{Var}}(I_j)$ para qualquer processo de demanda com covariância estacionária, Gaussiana ou não. Entretanto, com demanda Gaussiana, ou utilizando o Teorema do Limite Central quando as demandas não são Gaussianas, a determinação do estoque de segurança de acordo com a equação (4) é válida assimptoticamente.

4. O Efeito da Dependência na Demanda

Se o gerente de estoque ignora ou não detecta a correlação na demanda, e fixa o estoque de segurança de acordo com (4), como se as demandas não fossem correlacionadas, o índice real de faltas de estoque será diferente daquele esperado, e o estoque de segurança, θ, será fixado no nível errado. As magnitudes destes efeitos da correlação são avaliadas nesta seção.

O método apresentado na seção anterior serve para um processo geral de demanda com covariância estacionária e não depende de ajustar modelos de série temporais paramétricos com dados da demanda. No entanto, nesta seção assumimos que demandas são geradas por um processo AR(1), para que possamos caracterizar a estrutura completa da autocorrelação com um único parâmetro e ilustrar mais facilmente os efeitos da demanda correlacionada em índices de falta de estoque e níveis de estoque de segurança na forma de gráficos e tabelas.

Para demanda gerada pelo modelo AR(1)

$$Y_t = \alpha + \phi Y_{t-1} + w_t \qquad (8)$$

onde $w_t \sim N(0, \sigma^2)$, a função de autocovariância é

$$\gamma(h) = \phi^h \gamma(0) \qquad \text{para } h = 1, 2,...$$

assim $\text{Var}(I_j) = (\tau+\lambda)\gamma(0) +$

$+2\sum_{h=1}^{\tau+\lambda-1}(\tau+\lambda-h)\phi^h\gamma(0)$. A função da autocorrelação, $\rho(h) = \gamma(h)/\gamma(0)$, é a função de autocovariância em escala. Assim, para o modelo AR(1), $\rho(h) = \phi^h$ (a autocorrelação de primeira ordem) e $\rho(1) = \phi$ (o coeficiente de autoregressão).

A Tabela 1 demonstra as quantias de estoque de segurança necessárias, para diferentes níveis de ϕ no modelo AR(1), expressas como percentuais da quantia necessária para demanda independente com a mesma variação, $\gamma(0)$. Assim, os valores tabelados são

$$100\left[1+2\sum_{h=1}^{\tau+\lambda-1}(\tau+\lambda-h)\phi^h / (\tau+\lambda)\right]^{1/2}.$$

Para facilitar a visualização, os cálculos foram feitos para três casos em que o período de revisão e prazos de reposição são ($\tau = \lambda \in \{7, 14, 30\}$).

Tabela 1 - Estoque de segurança necessário para obter um nível de falta de estoque de 5% (expresso como porcentagem do estoque de segurança necessário para demandas independentes)

ϕ	$\tau = \lambda$		
	7	14	30
-0.9	28.3	26.4	24.7
-0.7	45.9	44.0	43.0
-0.5	60.4	59.1	58.4
-0.3	75.1	74.2	73.8
-0.1	91.1	90.8	90.6
0.0	100.0	100.0	100.0
0.1	109.8	110.2	110.4
0.3	133.0	134.7	135.5
0.5	164.8	169.0	171.3
0.7	213.6	226.1	232.5
0.9	301.4	359.3	400.1

É interessante observar na Tabela 1 que dada uma autocorrelação de primeira ordem de apenas $\phi = 0.1$, o nível de estoque de segurança necessário é aproximadamente 10% maior do que aquele necessário para demanda independente para todos três níveis de $\tau = \lambda$. Quando a autocorrelação de primeira ordem tem o valor de 0.7, o que foi observado por ERKIP *et al.* (1990) na demanda de produtos de consumo, o nível necessário de estoque de segurança pula para 232.5% do valor necessário para demanda independente onde $\tau = \lambda = 30$. Note também que uma autocorrelação negativa provoca a redução no nível necessário de estoque de segurança em relação ao valor necessário para demanda independente devido ao cancelamento mútuo de alguns termos na soma para achar $\mathrm{Var}(I_j)$; entretanto, na prática, uma autocorrelação negativa é raramente (ou nunca) observada, sendo portanto um fenômeno de interesse principalmente acadêmico, e não prático.

A Figura 2 apresenta o percentual de prazos de reposição com faltas de estoque dados vários níveis de ϕ no modelo AR(1) se o estoque de segurança, θ, é fixado de acordo com (4) de forma que $\beta = 0.05$ com demandas não-correlacionadas, dados $\tau = \lambda = 30$. Assim, os valores traçados são $100\Phi\,[-\Phi^{-1}(1-\beta)\;(\tau+\lambda)^{1/2} / (\tau+\lambda+\sum_{h=1}^{\tau+\lambda-1}\phi^h)^{1/2}]$.

A Figura 2 apresenta um padrão similar ao da Tabela 1: autocorrelação negativa faz com que

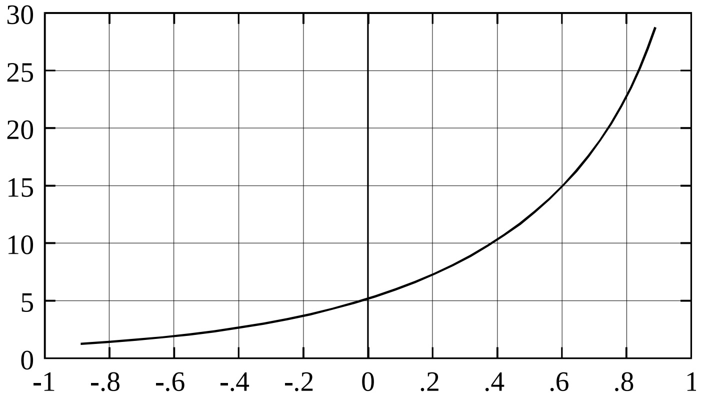

Figura 2 - Porcentagem de lead times com falta de estoque para demanda AR(1)

o percentual de falta de estoque seja mais baixo do que de outra forma. Ao mesmo tempo autocorrelações positivas crescentes fazem com que o percentual de falta de estoque suba em um ritmo crescente. Note que quando θ é fixado para se obter um percentual de faltas de estoque de 5% assumindo-se que demandas são independentes, o percentual real de falta-de-estoque será de 17.9% com uma autocorrelação de primeira ordem de $\phi = 0.7$ no modelo AR(1).

5. Comentário

Este trabalho reforça a idéia de que a demanda autocorrelacionada, quando ignorada, pode exercer um efeito importante no nível de falta de estoque para uma empresa que utiliza um sistema de reabastecimento de estoque com revisões periódicas. Conseqüentemente, desenvolvemos um modelo que leva em conta a autocorrelação da demanda sem necessitar a pressuposição de que demandas são geradas por processos de séries temporais paramétricos. Ademais, o método tem se mostrado assimptoticamente válido quando a função de autocovariância da demanda é derivada de dados históricos.

O método proposto para determinar o nível necessário de estoque de segurança é posto em prática mais facilmente do que métodos que utilizam modelos de séries temporais paramétricos. A vantagem do nosso modelo vem do fato de que necessitamos apenas que as autocovariâncias sejam derivadas de dados históricos, e não a derivação de parâmetros de modelos de séries temporais. Uma vantagem aparente do uso de séries temporais é que o modelo pode ser usado para prever a demanda e, assim, reduzir a quantia de estoque de segurança. Entretanto, a não ser que tanto o prazo de reposição quanto o período de revisão sejam muito curtos, previsões de séries temporais são geralmente imprecisas. Assim, o uso da demanda média como uma forma de prever a demanda futura (o que está implícito no nosso método), combinado com o método dado aqui para fixar o estoque de segurança, provavelmente constitui melhor estratégia. Ademais, nosso método pode ser facilmente utilizado com padrões de autocorrelação que podem ser muito complicados para o uso de modelos de séries temporais paramétricos, como por exemplo padrões exibindo alta sazonalidade semanal ou mensal.

Neste trabalho consideramos apenas o objetivo de serviço do TIPO 1, definido pela probabilidade da não haver falta de estoque num determinado prazo de reposição. Isto é apropriado quando a ocorrência de uma falta tem a mesma conseqüência independentemente do seu tempo ou duração (NAHMIAS, 1993). Futuras pesquisas talvez considerem o objetivo de serviço TIPO 2, em que seja especificada a proporção de demandas atendidas.

Outra complexidade que permanece para investigação em pesquisas futuras é analisar como o método funciona para prazos de reposição estocásticos. Nosso método requer a computação ou derivação de Var(I_j), o que depende da soma das demandas para o período $\tau + \lambda$, onde τ e λ são números inteiros. Para modelos com um prazo de reposição estocástico, L, o método aqui apresentado pode funcionar muito bem adaptando-se $\lambda = \lceil E[L] \rceil$, onde $\lceil x \rceil$ representa o menor número inteiro maior ou igual a x. Esta aproximação pode ser adequada para prazos de reposição com pequenos coeficientes de variação. Entretanto, pode ser necessário fixar $\lambda = \lceil E[L] \rceil + m$, onde m é um número inteiro pequeno.

Referências Bibliográficas:

AN, B.G.; FOTOPOULOS, S. & WANG, M.-C.: "Estimating the lead-time demand distribution for an autocorrelated demand by the Pearson system and a normal approximation". *Naval Res. Logist. Q*. **36**, 463-477, 1989.

EPPEN, G.D. & MARTIN, R.K.: "Determining safety stock in the presence of stochastic lead time and demand". *Mgmt. Sci*. **34**, 1380-1390, 1988.

ERKIP, N.; HAUSMAN, W.H. & NAHMIAS, S.: "Optimal centralized ordering policies in multi-echelon inventory systems with correlated demands". *Mgmt Sci*. **36**, 381-392, 1990.

FOTOPOULOS, S.; WANG, M.-C. & RAO, S.S.: "Safety stock determination with correlated demands and arbitrary lead times". *Eur. J. Opl Res.* **35**, 172-181, 1988.

HANNAN, E.J.: *Multiple Time Series*, Wiley, New York, 1970.

JOHNSON, G.D. & THOMPSON, H.E.: "Optimality of myopic inventory policies for certain dependent demand processes". *Mgmt Sci*. **21**, 1303-1307, 1975.

LAU, H.-S. & WANG, M.-C.: "Estimating the lead-time demand distribution when the daily demand is non-normal and autocorrelated". *Eur. J. Opl Res*. 29, 60-69, 1987.

MARMORSTEIN, H. & ZINN, W.: "A conditional effect of autocorrelated demand on safety stock determination". *Eur. J. Opl Res*. **68**, 139-142, 1993.

NAHMIAS, S.: *Production and Operations Analysis*, second edition. Irwin, Homewood, Illinois, 1993.

PRIESTLEY, M.B.: *Spectral Analysis and Time Series*. Academic Press, London, 1981.

RAY, W.D.: "Computation of reorder levels when the demands are correlated and the lead time random". *J. Opl Res Soc.* **32**, 27-34, 1981.

SAFETY STOCK DETERMINATION WITH SERIALLY CORRELATED DEMAND IN A PERIODIC-REVIEW INVENTORY SYSTEM

Abstract

We consider a periodic-review inventory replenishment model with an order-up-to-R operating doctrine for the case of deterministic lead times and a covariance-stationary stochastic demand process. A method is derived for setting the inventory safety stock to achieve an exact desired stockout probability when the autocovariance function for Gaussian demand is known. Because the method does not require that parametric time-series models be fit to the data, it is easily implemented in practice. Moreover, the method is shown to be asymptoticaly valid when the autocovariance function of demand is estimated from historical data. The effects on the stockout rate of various levels of autocorrelated demand are demonstrated for situations in which autocorrelation in demand goes undetected or is ignored by the inventory manager. Similarly, the changes to the required level of safety stock are demonstrated for varying levels of autocorrelation.

Key words: ***safety stock, inventory.***