

MODELAGEM DO VOLUME DO POVOAMENTO PARA *Mimosa scabrella* Benth. NA REGIÃO METROPOLITANA DE CURITIBA¹

Sebastião do Amaral Machado², Ludmila Profumo Aguiar³, Afonso Figueiredo Filho⁴, Henrique Soares Koehler⁵

RESUMO – O objetivo desta pesquisa foi modelar o volume total com casca do povoamento da bracatinga (*Mimosa scabrella* Benth.). Coletaram-se dados em bracatingais com regeneração induzida pelo fogo, em 14 municípios da Região Metropolitana de Curitiba (RMC), Estado do Paraná - Brasil. Utilizou-se uma base de dados constituída por 229 unidades amostrais de 100 a 400 m². Em cada parcela, mensurou-se o diâmetro à altura do peito, bem como a altura total de todas as árvores, em bracatingais de 3 a 18 anos de idade. Para a estimativa do volume total com casca, testaram-se vários modelos de regressão selecionados da literatura, o que gerou uma matriz com 58 variáveis independentes, visando construir modelos por meio do método *Stepwise*. As equações de melhor ajuste foram validadas utilizando-se o teste Qui-quadrado, a análise gráfica de resíduos e o erro-padrão da estimativa. Várias equações tiveram bom desempenho, apresentaram valores de coeficiente de determinação ajustados superiores a 0,995, erro-padrão da estimativa inferior a 3% e adequada distribuição de resíduos. As duas equações de melhor desempenho foram validadas, apresentando erro-padrão da estimativa de 2,37% e 2,13%, valor não-significativo para o teste do Qui-quadrado e equilibrada distribuição dos resíduos.

Palavras-chave: *Bracatinga*, equações de volume do povoamento, validação de equações e variáveis dasométricas.

STAND VOLUME MODELLING OF *Mimosa scabrella* BENTH. FROM CURITIBA METROPOLITAN REGION

ABSTRACT – The objective of this research was to model the stand volume outside bark of *Mimosa scabrella* Benth. stands, from the Curitiba Metropolitan Region (CMR), Parana State - Brazil. To reach this aim, a database of 229 permanent and temporary sample plots measuring from 100 to 400 m² each, from 14 municipalities in the CMR, was used. In each sample plot, the diameter at breast height and the total height of all 3- to 18-year-old bracatinga trees were measured. To estimate the total volume, regression models selected from the literature were tested. A set of 58 independent variables was generated also to construct models by the *Stepwise* method. The equations of best fitting were validated by the Chi square tests (2), residual graphic analysis, and the absolute and relative standard error of estimate. Several equations showed good performance, adjusted coefficient of determination higher than 0.995, relative standard error of estimate lower than 3% and adequate residual distribution. The best two equations presented Syx: 2.37% and Syx: 2.13%, non-significant values for the χ^2 test and unbiased distribution of the residuals.

Keywords: *Bracatinga*, stand volume equations, validation of equations and dasometric variables

¹ Recebido em 13.04.2007 e aceito para publicação em 19.05.2008.

² Departamento de Ciências Florestais da Universidade Federal do Paraná (UFPR), Curitiba-PR. E-mail: <samachado@ufpr.br>.

³ Programa de Pós-Graduação em Ciências Florestais da UFPR. E-mail: <lprofumo75@yahoo.com.br> .

⁴ Departamento de Engenharia Florestal da Universidade Estadual do Centro-Oeste (UNICENTRO), Irati-PR. E-mail: <afonso@irati.unicentro.br>.

⁵ Departamento de Fitotecnia e Fitossanitarismo da UFPR. E-mail: <koehler@agrarias.ufpr.br> .



1. INTRODUÇÃO

A bracatinga - (*Mimosa scabrella* Benth.) - pertence à família Fabaceae, segundo a classificação do Angiosperm Phylogeny - APG II (STEVENS, 2001). A distribuição da espécie abarca, de forma natural, desde o sul do Estado de Minas Gerais até o nordeste do planalto do Estado do Rio Grande do Sul, em altitudes compreendidas entre 300 e 1.800 m sobre o nível do mar (KLEIN, 1981). Fitoecologicamente, no Estado do Paraná acompanha a distribuição da *Araucaria angustifolia* (Bert.) O. Ktze. - Floresta Ombrófila Mista, fundamentalmente na formação Montana (INOUE et al., 1984).

A espécie pertence ao grupo ecológico das pioneiras, relacionada principalmente à vegetação secundária, sendo bastante tolerante em relação às condições físicas do solo. A sua alta concentração na forma de maciços homogêneos (bracatingais) ocorre como consequência da ação do homem ou de fenômenos naturais com ocorrência de fogo, cujo efeito provoca a quebra da dormência das sementes, induzindo-a a uma abundante germinação (INOUE et al., 1984).

Os bracatingais são conduzidos, desde o início do século XX, como sistema agroflorestal associado à cultura do milho e do feijão (ROCHADELLI, 1997). Nos últimos 30 anos, a superfície de bracatingais na Região Metropolitana de Curitiba (RMC) tem variado pouco, sendo de 50 mil hectares no final da década de 1980 e aumentando para 60 mil hectares em meados da década de 1990 (EMBRAPA, 1988). De acordo com Barembuem (1988), a importância da bracatinga na região de referência se baseia em três características fundamentais, o poder calorífico de sua madeira, o bom resultado da indução à regeneração, por meio da queima, e o amplo espectro de produtos madeiráveis e não-madeiráveis gerados pelo sistema.

Apesar do intenso uso da bracatinga para diversos fins, notadamente para lenha em fornos de cal, padarias e outras pequenas indústrias, ainda não existem equações estimativas do volume do povoamento para essa importante espécie.

A geração de tabelas de volume do povoamento exige o desenvolvimento de equações de volume do povoamento. Apesar de o uso ter consagrado alguns modelos, nenhum deles será sempre o de melhor desempenho para todas as espécies e condições. Por

isto, é recomendável testar vários deles e, por meio de análises estatísticas, identificar o melhor para cada caso (MACHADO e PIZATTO, 1998).

As equações de volume do povoamento são funcionalmente similares às equações de volume para árvores individuais, porém fornecem a estimativa da produção por unidade de área em função da área basal e da altura média ou dominante do povoamento como variáveis independentes (CLUTTER et al., 1983).

Diversos autores têm testado variáveis independentes, objetivando discriminar quais são as que melhor explicam o volume do povoamento, tanto para espécies plantadas quanto para florestas e, ou, espécies nativas. Spurr (1952) sugeriu que a variável independente frequentemente mais associada com o volume por unidade de área é a área basal. Machado (1973) verificou que a área basal por hectare como única variável independente foi responsável por 93% da variação do volume por hectare, ao trabalhar com dados do estágio secundário da Floresta Úmida em Turrialba, na Costa Rica.

Spurr (1952) sugeriu como combinação mais promissora do ponto de vista da estimativa do volume por hectare de *Pseudotsuga menziesii* (Mirb.) Franco (Douglas-fir), aquela baseada somente na combinação da altura e área basal. Coincidentemente, Ferreira (1976) obteve as maiores correlações para explicar o volume por hectare, a variável área basal (G) combinada com a altura média aritmética (\bar{h}), em várias espécies do gênero *Eucalyptus*; essa tendência foi confirmada por Figueiredo Filho (1983), já que entre todas as variáveis independentes utilizadas por esse autor a combinação da área basal com a altura média aritmética apresentou, nos casos estudados, os maiores graus de correlação linear simples com as variáveis dependentes, tanto na forma aritmética quanto na logarítmica.

Para Machado e Pizatto (1998), as combinações $G\bar{h}$ e $G^2\bar{h}$, tanto na forma logarítmica quanto aritmética, foram as variáveis mais correlacionadas com o volume total por hectare de Araucária, seguidas da área basal (G), com uma correlação $> 0,82$. A correlação de $G\bar{h}$ com o volume foi sempre acima de 0,98, sendo estes resultados semelhantes aos obtidos por Ferreira (1976), Silva (1979), Figueiredo Filho (1983) e Rosot (1989).

Nesta pesquisa, o objetivo foi propor uma forma rápida, acurada e precisa de estimar o volume total

com casca, por hectare, para lenha de bracinga (*Mimosa scabrella*) em bracingais com manejo tradicional, da Região Metropolitana de Curitiba.

2. MATERIAL E MÉTODOS

2.1. Caracterização da área de estudo

Para o desenvolvimento deste trabalho foram utilizados dados de 15 municípios da RMC, compreendidos entre 24°58'28"-25°59'33"S e 48°20'07"-49°38'08"W, com altitude variando de 850 até 980 m sobre o nível do mar. Os 15 municípios são: Tunas do Paraná, Bocaiúva do Sul, Rio Branco do Sul, Campina Grande do Sul, Colombo, Almirante Tamandaré, Quatro Barras, Piraquara, São José dos Pinhais, Campo Largo, Balsa Nova, Araucária, Contenda, Agudos do Sul e Itaperuçu.

Os bracingais correspondem aos estágios iniciais da Floresta Ombrófila Mista Montana, cuja ocorrência natural se associa, na sua maior parte, ao clima tipo Cfb - temperado chuvoso -, segundo a classificação de Köppen.

A região de estudo, predominantemente, é ondulada a fortemente-ondulada. Os solos na maioria são Cambissolos Álicos, com diferentes graus de profundidade e fertilidade; como regra, são solos pobres, pouco desenvolvidos, ácidos, com teores elevados de alumínio e baixa saturação de bases (ROCHADELLI, 1997).

2.2. Origem dos dados

Foram utilizadas 229 unidades amostrais, entre permanentes e temporárias, de 100 até 400 m², englobando bracingais de 3,5 a 18 anos de idade. Em cada parcela foram medidas a circunferência à altura do peito e a altura total de todas as bracingas com diâmetro mínimo (DAP) de 4 cm. As circunferências foram medidas com fita métrica e as alturas totais e do fuste, com o hipsômetro Blume-Leiss.

Para estimar o volume de cada árvore foi usada a equação de volume individual para *Mimosa scabrella* desenvolvida por Arhens (1981): $v = 0,3879 \cdot d^2 h$, em que v = volume individual com casca (m³); d = diâmetro à altura do peito (m), com casca; e h = altura total da árvore (m).

O volume individual para o caso refere-se ao volume comercial em metros cúbicos, com casca, incluindo o tronco principal e porções dos ramos até um diâmetro

comercial mínimo de 4,0 cm, considerando a altura do toco de 5 cm.

Com as 229 unidades amostrais, gerou-se um conjunto de variáveis a partir de combinações, logaritmizações, inversos e potências das sete variáveis originais, resultando um total de 58 variáveis independentes.

2.3. Modelos de volume do povoamento testados

Foram selecionados 29 modelos matemáticos tradicionais, detalhados no Quadro 1, em geral, largamente testados para estimar o volume do povoamento com casca, a exemplo da Fórmula Australiana (M3) e da Equação da Variável Combinada (M5).

2.4. Modelos de volume do povoamento gerados pelo procedimento *Stepwise*

O procedimento de seleção de variáveis *Stepwise* foi também empregado para gerar equações de volume do povoamento. Tal procedimento "passo a passo" se inicia selecionando a variável explicativa mais fortemente correlacionada com a variável dependente. Em cada passo seguinte são incorporadas as variáveis independentes com maior coeficiente de correlação parcial com a dependente. Antes da inclusão de uma nova variável independente, é testada a significância das variáveis já presentes na equação pela análise de variância do teste F parcial em nível de $p < 0,01$. Dessa forma, as variáveis cujo valor de F deixou de ser significativo são retiradas da equação.

Aplicaram-se duas alternativas no procedimento *Stepwise*: 1) a geração de equações em que a variável dependente era o volume total com casca, por hectare; e 2) equações com a variável dependente logaritmizada por meio do logaritmo neperiano. Em ambos os casos, para a obtenção dos modelos utilizaram-se todas as 58 variáveis independentes geradas.

2.5. Fator de correção para a discrepância logarítmica

Para eliminar a discrepância logarítmica, os valores estimados pela equação logaritmizada foram corrigidos, multiplicando-se os volumes estimados (m³/ha) pela expressão conhecida como Índice de Meyer (IM): $IM = e^{0,5 S_{yx}^2}$; em que e = base dos logaritmos neperianos e S_{yx}^2 = quadrado do erro-padrão da estimativa em unidades logarítmicas, com o logaritmo neperiano, para o caso.

Quadro 1 – Modelos testados para estimar o volume do povoamento**Table 1** – Tested models to estimate stand volume

Nº	MODELOS	AUTORES	Nº	MODELOS	AUTORES
M1	$V = b_0 \cdot G^{b_1} \cdot h_{dom}^{b_2}$	Ung e Ouellet (1991)	M17	$\ln V = b_0 + \ln G \bar{h}^{b_1} \ln Gh_{dom}^{b_2}$	Ung e Ouellet (1991) mod
M2	$V = b_0 \cdot G^{b_1} \cdot \bar{h}^{b_2}$	Ung e Ouellet (1991)	M18	$\ln V = b_0 + b_1 \ln G + b_2 \ln \bar{h}$	Ung e Ouellet (1991)
M3	$V = b_0 + b_1 G \bar{h} + b_2 G + b_3 \bar{h}$	Stoate (1945)	M19	$\ln V = b_0 + b_1 \ln G \bar{h} + b_2 \ln Gh_{dom}$	Ung e Ouellet (1991)
M4	$V = b_0 + b_1 Gh_{dom} + b_2 G + b_3 h_{dom}$	Stoate (1945)	M20	$\ln V = b_0 + b_1 \ln G \bar{h}$	Spurr (1952)
M5	$V = b_0 + b_1 G \bar{h}$	Spurr (1952)	M21	$\ln V = b_0 + b_1 \ln G^2 \bar{h}$	Figueiredo Filho (1983)
M6	$V = b_0 + b_1 Gh_{dom}$	Spurr (1952)	M22	$\ln V = b_0 + b_1 \ln G$	Spurr (1952)
M7	$V = b_0 + b_1 G$	Spurr (1952)	M23	$\ln V = b_0 + b_1 \ln G^2$	Spurr (1952)
M8	$V = b_0 + b_1 G^2$	Machado (1973)	M24	$\ln V = b_0 + b_1 \ln GN$	Sugerido por: Rosot (1989) e
M9	$V = b_0 + b_1 G^2 \bar{h}$	Rosot (1989)	M25	$\ln V = b_0 + b_1 \ln G^2 N$	por Scolforo (1997)
M10	$V = b_0 + b_1 G^2 h_{dom}$	Silva (1979)	M26	$\ln V = b_0 + b_1 \ln G^2 h_{dom}$	Spurr (1952)
M11	$V = b_0 + b_1 G^2 + b_2 G$	Spurr (1952)	M27	$\ln V = b_0 + b_1 \ln Gh_{dom}$	Spurr (1952)
M12	$V = G \bar{h} / b_0 + b_1 d_g$	Takata (1959)	M28	$\ln V = b_0 + b_1 \ln \bar{d}^2 \bar{h}$	Sugerido por: Rosot (1989) e
M13	$V = b_0 + b_1 \ln G \bar{h}$	Figueiredo (1983)	M29	$\ln V = b_0 + b_1 \ln N \bar{d}$	por Scolforo (1997)
M14	$V = b_0 + b_1 \ln G^2 \bar{h}$	Figueiredo (1983)			
M15	$V = b_0 + b_1 \ln G$	Figueiredo (1983)			
M16	$V = b_0 + b_1 \ln G^2$	Figueiredo (1983)			

V = volume total com casca por hectare (m³/ha); G = área basal por hectare (m²/ha); \bar{d} = diâmetro à altura do peito médio (cm); N = número de árvores por hectare; \bar{h} = altura total média (m); h_{dom} = altura dominante (m); d_g = diâmetro médio quadrático (cm); ln = logaritmo neperiano; e bi = coeficientes dos modelos.

2.6. Seleção da melhor equação

Foram utilizados cinco critérios para a avaliação da qualidade dos ajustes e para a escolha da melhor equação. Esses critérios foram: coeficiente de determinação ajustado (R^2_{aj}), erro-padrão da estimativa absoluto (m³/ha) e em porcentagem (S_{yx} e $S_{yx}\%$), valor de F para $p < 0,01$ e análise gráfica dos resíduos, em porcentagem. No caso das equações logarítmicas, o S_{yx} foi recalculado para unidades aritméticas.

2.7. Validação das equações selecionadas

Para a validação, utilizou-se um conjunto de 20 parcelas separadas sistematicamente, retirando uma de cada 10 unidades amostrais da base de dados. Posteriormente, verificou-se que nenhuma idade ficava sem representação, substituindo uma idade repetida por uma que não estava representada. Estando, assim, de acordo com Prodan et al. (1997), os quais sugerem que a amostra para a validação deve ser independente

dos dados utilizados no ajuste, cobrindo a amplitude de idades, sítios e condições de manejo. A segunda instância da validação consistiu em estimar os volumes dessas parcelas pelas equações selecionadas como de melhor desempenho e comparar as estimativas com os respectivos volumes reais pelo teste Qui-quadrado (χ^2). Utilizou-se um nível de confiança de 99% para estabelecer a existência de diferenças estatisticamente significativas para o teste.

Para verificar a possível existência de tendenciosidade, realizou-se a análise gráfica de resíduos em porcentagem. Os resíduos em valor absoluto também foram calculados como a diferença entre os metros cúbicos reais e os estimados ($y - \hat{y}$) para cada observação.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1. Matriz de correlação linear simples

Por meio da análise de correlação linear simples, detectou-se que a variável combinada entre a área basal

e a altura total média ($G\bar{h}$) foi a que apresentou a maior correlação com o volume total com casca (V), ($r = 0,998$). Podem-se observar graficamente tais associações na Figura 1, em que todos os valores aparecem alinhados, com relação direta e positiva com o volume e com uma amplitude pequena de dispersão dos pontos. Em seqüência, a segunda variável altamente correlacionada com o volume ($r = 0,987$) resultou ser a combinação entre a área basal e a altura dominante (Gh_{dom}). Graficamente, a distribuição dessa variável mostrou-se muito similar à da variável $G\bar{h}$, porém com dispersão levemente maior (Figura 1). As correlações com o logaritmo neperiano do volume ($\ln V$) das duas variáveis combinadas logaritmizadas apresentaram tendências similares, com valores de $r = 0,998$ para $\ln(G\bar{h})$ e $0,990$ para $\ln(Gh_{dom})$.

Os resultados são coincidentes com os obtidos em várias pesquisas que procuraram correlações com o volume total, independentemente da espécie e da região de trabalho. Spurr (1952) encontrou para *Pseudotsuga menziesii*, como a melhor combinação de duas variáveis, justamente $G\bar{h}$ com $r = 0,99$. Rosot (1989) obteve indistintamente, nas três séries de dados de *Pinus taeda* L. com as quais trabalhou, valores de r entre $0,996$ e $0,997$ para a combinação Gh_{dom} e r variando entre $0,99$ e $0,992$ para a combinação $G\bar{h}$.

A variável na forma pura mais correlacionada com o volume do povoamento foi a área basal, com um valor de $0,837$ e de $0,851$ com o $\ln(V)$. Quando a variável foi transformada [$\ln(G)$] teve-se leve aumento na correlação ($r = 0,892$) com o logaritmo do volume, bem como um valor menor ($r = 0,80$) com o volume. Coincidentemente, Spurr (1952) também detectou forte correlação, inclusive superior ($r = 0,949$) entre área basal e o volume total, para a espécie *Pseudotsuga menziesii*.

No gráfico correspondente à área basal da Figura 1 observa-se que a dispersão aumenta em forma de leque à medida que também se aumenta o valor da área basal, mostrando haver heterogeneidade da variância. A altura média e, ou, dominante estaria explicando essa parte da variação não associada à área basal. Assim, a variável $G\bar{h}$ seria a melhor preditora do volume, não fosse a necessidade do fator de forma f .

A altura total média e dominante, quando correlacionadas individualmente com o volume, apresentou valores (r) muito similares, sendo de $0,435$

para \bar{h} e $0,454$ para h_{dom} . Quando correlacionadas com o volume logaritmizado, a magnitude das correlações diminuiu ligeiramente. A tendência da associação de V com \bar{h} e com h_{dom} apresenta-se, em forma crescente e com alta dispersão dos dados para ambas as alturas, na correspondente representação gráfica da Figura 1.

As correlações entre o volume e a altura geralmente são baixas. Nesse sentido, Rosot (1989) obteve valores de r entre $0,283$ e $0,305$, já para h_{dom} , com o volume, obteve correlações de $0,618$ a $0,629$, nas três séries de dados com as quais trabalhou em plantações de *Pinus taeda*. Porém, surgem exceções, já que Oliveira et al. (2005) encontraram correlação de $0,85$ da altura média com o volume, para o conjunto de todas as espécies em fragmentos da Floresta Estacional Semidecidual, na região de Viçosa, em Minas Gerais.

Observa-se, na Figura 1, grande dispersão dos volumes por hectare quando plotados sobre as variáveis diâmetro médio (\bar{d}), diâmetro quadrático (d_g), idade (I) e número de árvores por hectare (N), resultando baixas correlações entre essas variáveis com o volume por hectare.

A partir da logaritmização das variáveis, assim como do volume, houve melhoria no que se refere à correlação do número de árvores com o logaritmo do volume; porém, as correlações da idade e do logaritmo neperiano desta com a variável $\ln(V)$ continuaram baixas e negativas.

A inexistência de correlação do volume por hectare com a idade do povoamento é o reflexo da acentuada mortalidade das bracingas, em função de sua condição de espécie pioneira, provocando efetivamente a redução do volume total. As bracingas que sobrevivem não preenchem os espaços deixados pelas que morrem; esses espaços são preenchidos por outras espécies, características dos estágios intermediários da sucessão natural da Floresta Ombrófila Mista, como a canela sebo (*Ocotea puberula* (Rich.) Nees) e a caroba (*Jacaranda puberula* Cham.) (KLEIN, 1981).

De acordo com o observado por Nappo et al. (2005), o declínio e a morte do povoamento puro de *Mimosa scabrella* modificam a ordem do processo de sucessão, diversificando as condições de sítio e, assim, a habilidade de ocupação deste, regida pelos grupos ecológicos, sendo as espécies pioneiras, como as mencionadas, as mais favorecidas por esse processo.

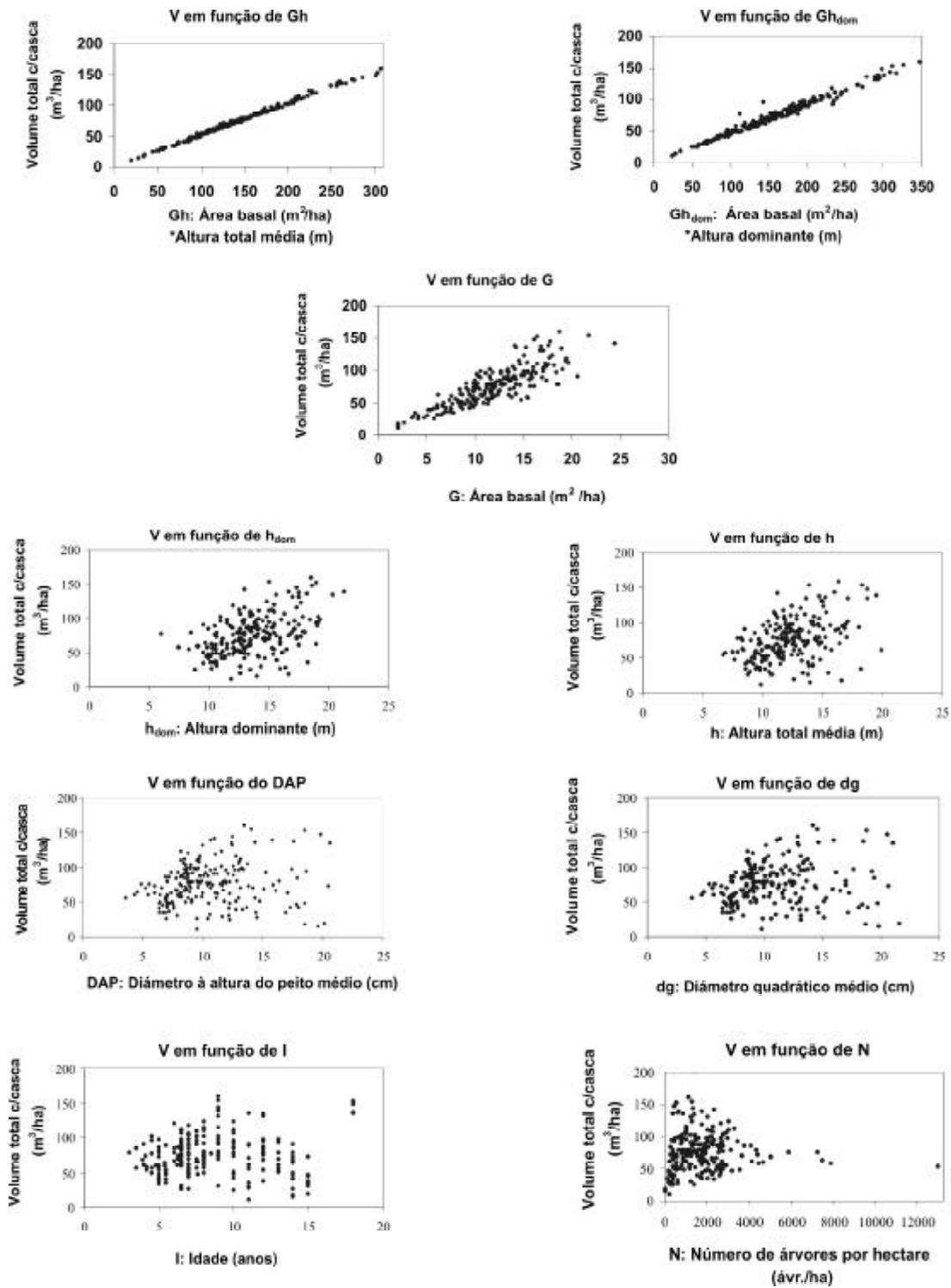


Figura 1 – Dispersão do volume total com casca por hectare (m^3/ha), em relação às variáveis puras ou combinadas
Figure 1 – Dispersion of outside bark total volume, per hectare (m^3/ha), related to several pure or combined variables

3.2. Ajuste dos modelos selecionados da literatura

Três equações, do conjunto dos modelos de natureza aritmética e semilogarítmica, resultaram em valores de F superiores a 10.000, portanto altamente significativos para $p < 0,01$, indicando que esses modelos podem explicar uma alta proporção da variabilidade observada para a variável volume total com casca, por hectare. As estimativas dos coeficientes e as principais estatísticas para esses três modelos com melhor desempenho (M3, M5 e M12) apresentam-se no Quadro 2, onde as equações são denominadas segundo o Quadro 1.

As estatísticas dos três melhores modelos selecionados da literatura foram muito similares entre si, variando o erro-padrão da estimativa entre 2,53% e 2,59%, com a variável independente $G\bar{h}$ presente nos três casos. Os valores do melhor ajuste, medido pelo R^2 e $S_{yx}\%$, foram apresentados pela equação M3 - a Fórmula Australiana de Stoate (1945), citada por Spurr (1952); em segundo lugar ficou a equação M5 da Variável Combinada de Spurr (1952), e em terceiro lugar o modelo proposto por Takata (1959), citado por Figueiredo Filho (1983) - M12, como se pode observar no Quadro 2. Este último modelo foi o único que teve bom desempenho, incluindo a variável d_g .

Para os três modelos (M3, M5 e M12), a distribuição dos pontos ao longo da linha estimativa foi adequada

para os volumes superiores a 45 m³/ha; para volumes menores que esse valor, os pontos tenderam a se dispersar, chegando a variar entre $\pm 8\%$, no caso de M3 e M5, e entre 9% e -7%, no M12. A distribuição gráfica de resíduos está apresentada na Figura 2. Os demais modelos testados, aritméticos e semilogarítmicos, tiveram desempenho inadequado, principalmente no que se refere ao erro-padrão da estimativa (S_{yx}) e às distribuições gráficas dos resíduos.

Com relação aos 13 modelos logarítmicos, no entanto, três apresentaram valores de ajuste e precisão melhores que os aritméticos (M17 a M19: Quadro 2 e Figura 2). Um quarto modelo, a equação da variável combinada de Spurr (1952) quando logaritmizada - M20 (Quadro 2), mostrou valores de $R^2_{aj} = 0,9957$, $S_{yx} = 1,934$ m³/ha, $S_{yx}\% = 2,58$ e distribuição porcentual dos resíduos idêntica à equação aritmética - M5 (Figura 2).

Desse grupo de quatro equações logarítmicas com melhor desempenho, o modelo de Ung e Ouellet (1991) logaritmizado (M18) ficou em último lugar, com $R^2_{aj} = 0,996$ e 2,52% de erro-padrão da estimativa. Nos modelos M17 e M19, nos quais as variáveis explicativas são $\ln(G\bar{h})$ e $\ln(Gh_{dom})$, os valores de ajuste e precisão melhoraram em comparação com o M18, principalmente no que se refere à distribuição dos resíduos, conseguindo diminuir a superestimativa dos volumes < 45 m³/ha, de -8% para -5% (Figura 2).

Quadro 2 – Equações aritméticas e logarítmicas de melhor desempenho para a estimativa do volume total com casca por hectare (m³/ha), com as respectivas estatísticas e os ajustes de precisão

Table 2 – Best performance arithmetic and logarithmic equations, for the estimation of outside bark total volume per hectare (m³/ha), with respectives statistics of adjustment and precision

Nº	EQUAÇÕES	R ²			INDICE	
		AJUSTADO	S _{yx}	S _{yx} %	DE MEYER	F
M3	$V = -0,195987 + 0,499727 \cdot G\bar{h} + 0,19158 \cdot G + 0,00919723 \cdot \bar{h}$	0,9958	1,897	2,534	-	16.514
M5	$V = 0,529496 + 0,511161 \cdot G\bar{h}$	0,9957	1,933	2,582	-	47.733
M12	$V = G\bar{h} / 1,93794 - 0,0255869 \cdot d_g$	0,9956	1,939	2,589	-	47.453
M17	$\ln V = -0,67539 + \ln G\bar{h}^{0,788772} \cdot \ln Gh_{dom}^{0,211879}$	0,9972	1,000233	1,540	2,057	37.644
M18	$\ln V = -0,604207 + 1,001261 \cdot \ln G + 0,974921 \cdot \ln \bar{h}$	0,9959	1,000352	1,887	2,521	25.038
M19	$\ln V = -0,669104 + 0,786021 \cdot \ln G\bar{h} + 0,210509 \cdot \ln Gh_{dom}$	0,9973	1,000230	1,533	2,048	37.988
M20	$\ln V = -0,648103 + 0,996825 \cdot \ln G\bar{h}$	0,9957	1,000364	1,934	2,582	47.701

V = volume total com casca (m³/ha); G = área basal (m²/ha); \bar{h} = altura total média (m); d_g = diâmetro médio quadrático (cm); S_{yx} = erro-padrão da estimativa em m³/ha; $\ln V$ = logaritmo neperiano do volume total com casca (m³/ha); \bar{d} = diâmetro à altura do peito médio (cm); e h_{dom} = altura dominante (m).



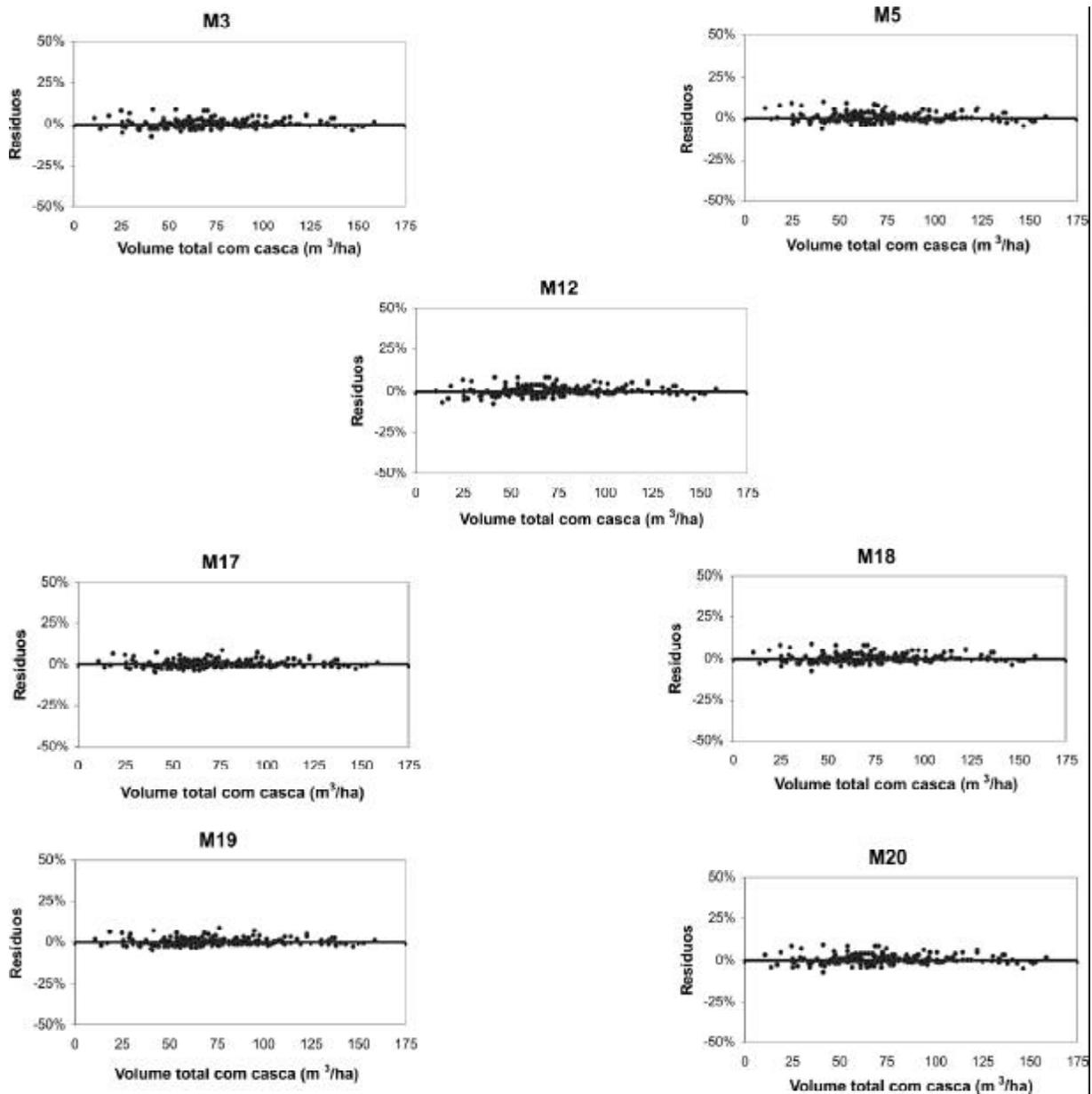


Figura 2 – Distribuição percentual dos resíduos do volume total com casca por hectare (m^3/ha), estimado pelas equações com melhor desempenho, aritméticas M3, M5 e M12, e pelas logarítmicas M17 a M20.

Figure 2 – Distribution of residuals in percent for outside bark total volume per hectare (m^3/ha) estimated by the arithmetic equations (M3, M5, M12) and by the logarithmic equations of the best performance (M17 to M20).

Para o restante dos modelos de natureza logarítmica, os valores de ajuste foram muito baixos, à exceção da equação M25, a qual inclui a variável explicativa $\ln(G^2N)$, cujo valor do coeficiente de determinação

ajustado foi de 0,9686 e o S_{yx} %: 6,95; e quanto aos resíduos, sem exceções, apresentaram forte tendenciosidade, com superestimativa dos volumes menores e subestimativa dos volumes maiores.

3.3. Ajuste pelo procedimento Stepwise

O método *Stepwise* foi eficiente para alcançar os objetivos propostos no trabalho. Coincidentemente, Rosot (1989) salientou que, quando todas as variáveis foram envolvidas no procedimento *Stepwise*, inclusive aquelas de baixa correlação linear simples com a variável dependente, foram obtidas as melhores equações no que se refere aos indicadores de ajuste e precisão. Nesse aspecto, Draper e Smith (1980) afirmaram que a regressão múltipla "passo a passo" (*Stepwise Multiple Regression - SWMR*) é um dos métodos mais recomendados para uma seleção criteriosa das variáveis explicativas, no estabelecimento de um modelo multilinear.

Tal como para os modelos de literatura, aqui também se individualizaram os processos em função das variáveis dependentes. Assim, analisaram-se, em primeira instância, as equações aritméticas e semilogarítmicas, as quais contêm o volume total com casca, por hectare (V), sem se transformar variável dependente. Como esperado, a primeira variável selecionada foi \bar{Gh} , a de maior correlação linear simples com o volume total com casca, gerando a equação SWA1 (Quadro 3), a qual apresentou $R^2_{aj} = 0,997$ e $S_{yx} = 2,58\%$. Essa equação já tinha sido ajustada na etapa de seleção de modelos da literatura e corresponde à equação da Variável Combinada de Spurr (1952).

A segunda variável a entrar no processo foi Gh_{dom} , permanecendo \bar{Gh} na equação. Assim, a equação gerada SWA2 (Quadro 3) apresentou ajuste de $R^2 = 0,997$, e o erro-padrão da estimativa em porcentagem foi reduzido

para 2,01%. Quanto à distribuição dos resíduos, essa segunda equação, em comparação com a anterior, conseguiu reduzir a dispersão dos resíduos para os volumes estimados inferiores a 45 m³/ha (Figura 3).

Não houve melhora significativa no ajuste entre o passo 2 e o passo 6, dado que o segundo passo atingiu valor consideravelmente elevado de R^2_{aj} : 0,997. No entanto, ocorreu diminuição do S_{yx} de 2,01% para 1,59%. Não houve melhora na distribuição dos resíduos para os volumes menores, mantendo-se em ambas as equações entre 5% de superestimativa e 7% de subestimativa (Figura 3). O procedimento continuou até o passo 20, já que o critério de parada implica o fato de que o número de coeficientes (p variáveis + b_0) se iguala ao valor do C_p de Mallows ($E(C_p) = p$).

Continuando agora com as equações logarítmicas, nas duas primeiras equações geradas as variáveis com maior correlação linear com o logaritmo neperiano do volume foram $\ln(\bar{Gh})$ e $\ln(Gh_{dom})$, situação similar à ocorrida com as mesmas variáveis não logaritimizadas. Figueiredo Filho (1983) mencionou que, entre todas as variáveis independentes testadas, a combinação da área basal e a altura média aritmética, logaritimizada [$\ln(\bar{Gh})$], apresentou, para todas as tipologias da Floresta Tropical Úmida da Amazônia com as quais trabalhou, elevados graus de correlação linear simples com o $\ln(V)$, destacando-se a combinação $\ln(G^2\bar{h})$ com valores de $r = 0,991$ até 0,996. Essas duas variáveis foram as primeiras a ingressar nos modelos, salientando que houve alternância no ingresso da segunda variável, entre G e \bar{Gh} .

Quadro 3 – Estatísticas de ajuste e precisão das equações aritméticas, semilogarítmicas e logarítmicas geradas pelo método *Stepwise*

Table 3 – Adjustment and precision statistics for the arithmetic, semi-logarithmic and logarithmic equations generated by the *Stepwise* method

Nº	EQUAÇÕES	R²			ÍNDICE	
		AJUSTADO	S _{yx}	S _{yx} %	DE MEYER	F
SWA1	$V = -0,5295 + 0,51116 \cdot \bar{Gh}$	0,9957	1,933	2,582	-	47,733
SWA2	$V = 0,23415 + 0,40208 \cdot \bar{Gh} + 0,09969 \cdot Gh_{dom}$	0,9974	1,502	2,007	-	39,568
SWA6	$V = -0,92025 + 0,42222 \cdot \bar{Gh} + 0,08148 \cdot Gh_{dom} + 31,0794 \cdot \ln^2 d_g - 62,5994 \cdot \ln \bar{d}$	0,9984	1,188	1,586	-	31,690
SWL2	$\ln V = -0,6691 + 0,78602 \cdot \ln \bar{Gh} + 0,21051 \cdot \ln Gh_{dom}$	0,9973	1,000230	1,533	2,048	37,988
SWL14	$\ln V = -0,6549 + 0,74633 \cdot \ln \bar{Gh} + 0,20322 \cdot \ln Gh_{dom} + 2,18047E - 8 \cdot G^2 N + 1,77896 \cdot \ln d_g - 0,87093 \cdot \ln \bar{d} d_g + 0,0026 \cdot I + 0,13372 \cdot I/I + 0,00000947 \cdot \bar{d}^2 \bar{h} + 0,00002955 \cdot G^2 h_{dom} + 0,00073768 \cdot \bar{Gh}$	0,9986	1,000113	1,115	1,489	143,888

SWAi = *Stepwise* aritmético n°; V = volume total com casca (m³/ha); I = idade (anos); N = número de árvores por hectare; G = área basal por hectare (m²/ha); \bar{d} = diâmetro à altura do peito médio (cm); \bar{h} = altura total média (m); d_g = diâmetro médio quadrático (cm); h_{dom} = altura dominante (m); S_{yx} = erro-padrão da estimativa em m³/ha; e ln = logaritmo neperiano.



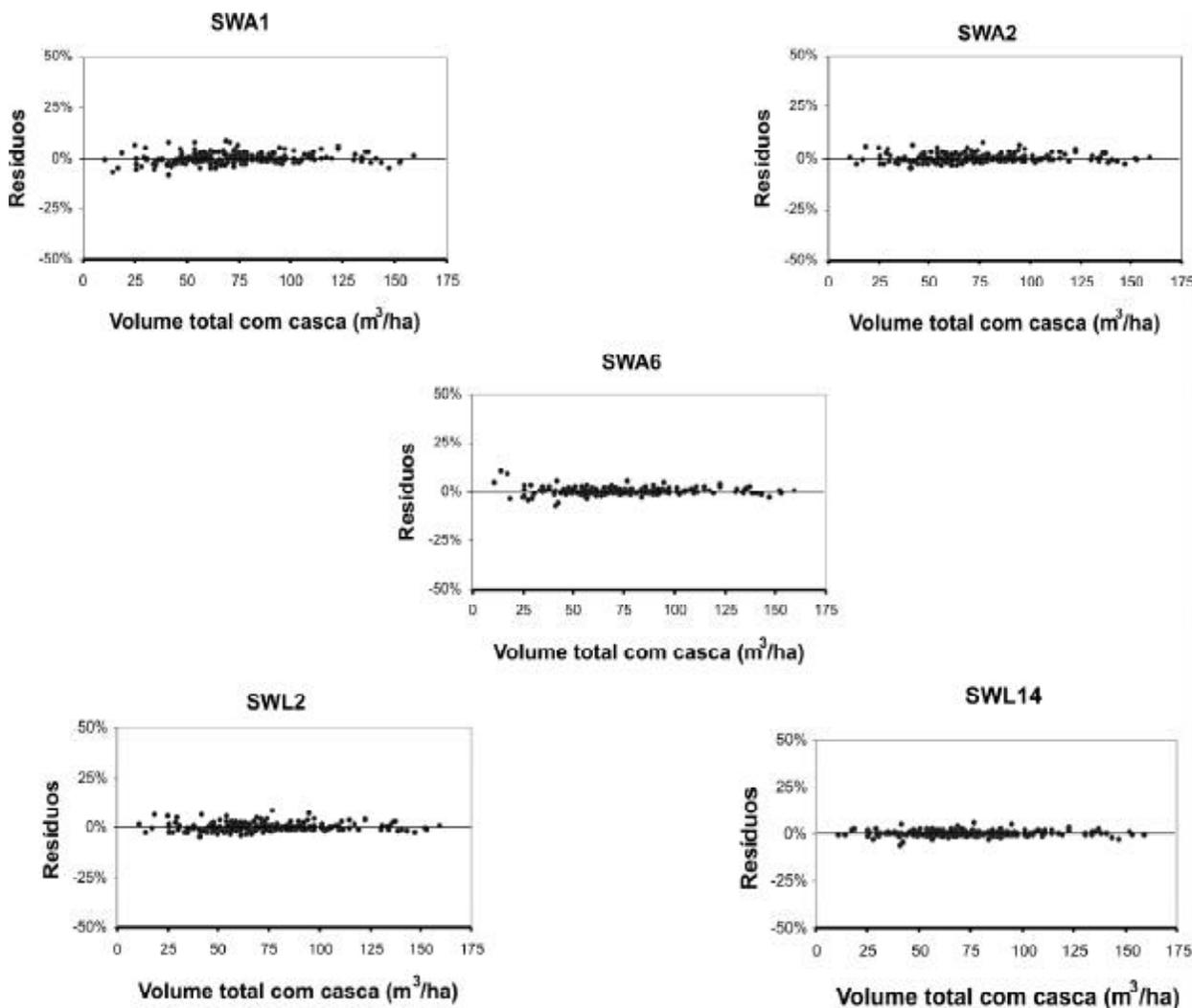


Figura 3 – Distribuição porcentual dos resíduos referentes ao volume total por hectare, com casca, estimados pelas equações de melhor desempenho, geradas pelo método *Stepwise*, aritméticas e semilogarítmicas: SWA1, SWA2 e SWA6, e pelas logarítmicas: SWL2 e SWL14.

Figure 3 – Distribution of residues in percentage for outside bark total volume, per hectare estimated by the best performance equations, generated by the *Stepwise* method, arithmetic and semi-logarithmic: SWA1, SWA2 and SWA6; and logarithmic equations: SWL2 and SWL14.

Prosseguindo com a análise desse processo, pode-se dizer que a equação SWL2 (Quadro 3) apresentou bons valores de ajuste e precisão.

Ao comparar a equação SWL2 com a equação aritmética com duas variáveis explicativas (SWA2 - Quadro 3), verificou-se que tanto o ajuste quanto o erro-padrão da estimativa em porcentagem tiveram desempenho similar, inclusive quanto à distribuição gráfica dos resíduos da equação SWL2 (Figura 3),

que também foi melhor para a equação aritmética (SWA2 - Figura 3). Esse resultado foi diferente do obtido tanto por Oliveira et al. (2005) e por Rosot (1989) quanto por Figueiredo Filho (1983), os quais concluíram que os modelos logarítmicos testados para estimar o volume comercial com casca, em m^3/ha , respectivamente de fragmentos da Floresta Estacional Semidecidual, de *Pinus taeda* e de uma Floresta Tropical Úmida da Amazônia, foram superiores aos aritméticos.

Seguindo a mesma metodologia usada para se construir as equações aritméticas, a melhor equação para modelos logarítmicos gerados pelo procedimento *Stepwise* foi a SWL14 (Quadro 3), com $S_{yx} = 1,49\%$, $R^2_{aj} = 0,998$ e adequada distribuição de resíduos (SWL14 - Figura 3), com valores máximos e mínimos de dispersão compreendidos entre 5 e -7%, sem ser mais adequada do ponto de vista prático que as equações geradas com somente duas variáveis independentes.

3.4. Seleção da melhor equação

Dois critérios são usualmente envolvidos no momento da seleção da melhor equação. De um lado, pretende-se que o modelo inclua tantas variáveis preditivas quantas forem possíveis, de forma tal que possam ser estimados valores confiáveis. Por outro lado, em função dos custos envolvidos em obter a informação e visando a praticidade na utilização da equação, é desejável que ela inclua o menor número possível de variáveis. O comprometimento entre esses dois extremos é usualmente chamado de seleção da melhor equação de regressão (DRAPER e SMITH, 1980).

Numa primeira análise, observou-se que as melhores equações logarítmicas resultaram as mesmas equações, tanto para os modelos selecionados da literatura quanto para o procedimento *Stepwise*, as quais não tiveram melhor desempenho que as aritméticas e semilogarítmicas.

A equação resultante do ajuste de modelos aritméticos selecionados na literatura, apesar de apresentar indicadores adequados de ajuste e precisão, foi em comparação com os obtidos por *Stepwise*, a opção de pior desempenho.

Finalmente, têm-se duas equações selecionadas como as melhores resultantes do procedimento *Stepwise*, uma aritmética e outra semilogarítmica (SWA2 e SWA6 da Quadro 3 e Figura 3), as quais foram submetidas à validação. Ressalta-se que essas equações apresentaram menor valor de erro-padrão da estimativa em porcentagem e melhor ajuste, com adequada distribuição gráfica de resíduos.

3.5. Validação da melhor equação

A partir das 20 parcelas, inicialmente separadas, constituindo numa série de dados independentes daquela utilizada nos ajustes dos modelos, realizou-se a validação das equações selecionadas para estimar o volume total com casca, por hectare. Para essa finalidade, utilizaram-se o teste Qui-quadrado, o S_{yx} , $S_{yx}\%$ e a análise gráfica dos resíduos.

3.5.1. Validação da melhor equação

A validação dos modelos escolhidos, a partir do teste Qui-quadrado (2) implica o fato de que o valor de 2 calculado deve ser menor que o valor 2 tabelar, estabelecendo-se, dessa forma, que não existe diferença estatisticamente significativa entre os valores estimados e os reais. Nesse caso, o valor tabelar para 19 graus de liberdade e um nível de confiança de 99% é de 36,2.

O valor de 2 calculado da equação com duas variáveis independentes foi de 0,011467ns e o da equação com quatro variáveis independentes, de 0,007675ns, sendo não-significativos a 99% de confiança, em ambos os casos, ou seja, as duas equações resultaram em validadas quanto a esse critério (Quadro 4).

Quadro 4 – Indicadores de precisão das duas equações validadas

Table 4 – Precision indicators for the two validated equations

Nº VAR IND.	EQUAÇÕES	S _{yx}	S _{yx} %	QMR _{es} .
2	$V = 0,23415 + 0,40208.G\bar{h} + 0,09969.Gh_{dom}$	1,8811	2,37	3,5386
4	$V = -0,92025 + 0,42222.G\bar{h} + 0,08148.Gh_{dom} + 31,0794.\ln d_g^2 - 62,5994.\ln \bar{d}$	1,6913	2,13	2,8603

V = volume total com casca (m³/ha); G = área basal por hectare (m²/ha); \bar{d} = diâmetro à altura do peito médio (cm); \bar{h} = altura total média (m); d_g = diâmetro médio quadrático (cm); h_{dom} = altura dominante (m); S_{yx} = erro-padrão da estimativa em m³/ha; e ln = logaritmo neperiano.

3.5.2. Erro-Padrão da Estimativa

Como se pode observar no Quadro 4, a equação com quatro variáveis teve pequena diferença com relação à equação com duas variáveis, embora ambas tenham apresentado valores baixos de erro-padrão da estimativa, sendo $S_{yx} = 2,37\%$ para a equação com duas variáveis e $S_{yx} = 2,13\%$ para a equação com quatro variáveis independentes. A diferença entre os valores absolutos do erro-padrão da estimativa entre as duas equações foi muito reduzida ($0,19 \text{ m}^3/\text{ha}$), condição que permite afirmar que a equação com duas variáveis independentes, do ponto de vista prático, é tão adequada para estimar o volume total com casca por hectare quanto para a equação com quatro variáveis independentes.

Consideraram-se, portanto, validadas as duas equações em função da inexistência de diferenças significativas entre valores calculados e estimados de χ^2 , da adequada distribuição dos resíduos e dos baixos valores de erro-padrão de estimativa, tanto absoluto quanto relativo.

3.5.3. Análise Gráfica de Resíduos

A análise gráfica de resíduos (Figura 4) permitiu verificar que os valores das duas equações se mantêm entre $\pm 10\%$, com uma leve tendência à subestimativa em ambos os casos. Para a equação com duas variáveis, os valores se distribuem entre 8% e -2% e para a equação com quatro variáveis, entre $+5\%$ e 1% ; comparativamente com a segunda equação, apresenta distribuição de resíduos mais equilibrada, portanto preferível.

Os resíduos em valor absoluto da equação com duas variáveis independentes distribuem-se entre $5,18 \text{ m}^3/\text{ha}$ de subestimativa e $1,56 \text{ m}^3/\text{ha}$ de superestimativa; na equação com quatro variáveis, os valores estiveram entre $3,99$ e $1,04 \text{ m}^3/\text{ha}$, respectivamente.

4. CONCLUSÃO

- As variáveis mais altamente correlacionadas com o volume por hectare foram as variáveis combinadas \bar{Gh} e Gh_{dom} , com correlações de $0,998$ e $0,987$, respectivamente, ressaltando-se que a variável área basal também apresentou forte correlação com o volume total ($r = 0,837$).
- Os modelos selecionados pelo método *Stepwise* tiveram pequeno acréscimo quanto à precisão e ao ajuste

em relação aos modelos pré-selecionados, porém não havendo melhora significativa quanto à magnitude de dispersão dos resíduos nos menores volumes.

- As variáveis independentes de baixa correlação linear simples com a variável dependente, quando envolvidas no método *Stepwise*, contribuíram para aumentar os valores de ajuste e precisão dos modelos.
- Os modelos aritméticos e semilogarítmicos, em geral, apresentaram melhor desempenho que os logarítmicos, tanto nos modelos pré-selecionados quanto naqueles gerados pelo método *Stepwise*.
- O modelo de melhor desempenho do ponto de vista da praticidade, do ajuste e da precisão resultou naquele selecionado pelo método *Stepwise*, com a fórmula:

$$V = b_0 + b_1 \cdot \bar{Gh} + b_2 \cdot Gh_{\text{dom}}$$

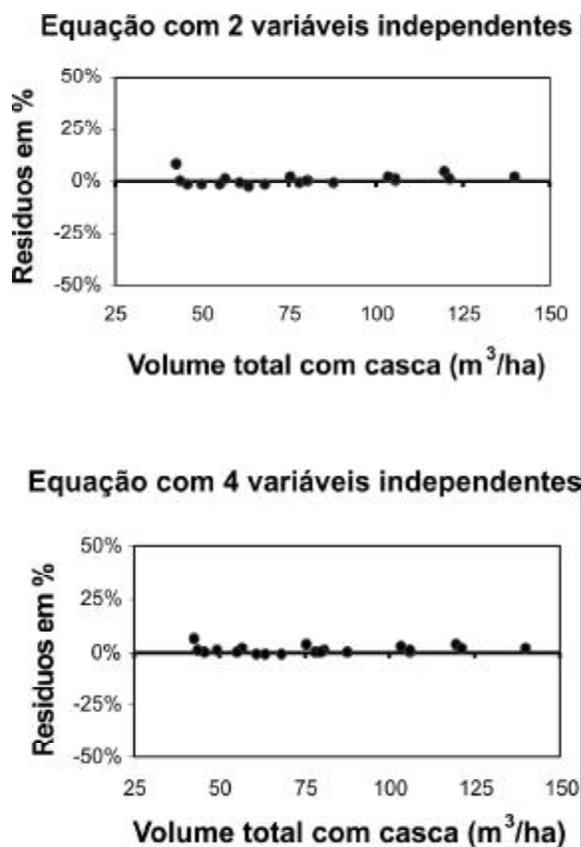


Figura 4 – Distribuição porcentual dos resíduos estimados pelas equações validadas.

Figure 3 – Distribution of residues in percentage estimated by the validated equations.

5. REFERÊNCIAS

- AHRENS, S. Um modelo matemático para volumetria comercial de bracatinga (*Mimosa scabrella* Benth.). In: SEMINÁRIO SOBRE ATUALIDADES E PERSPECTIVAS FLORESTAIS “Bracatinga uma opção para reflorestamento” 4., 1981, Curitiba. **Anais ...** Colombo: EMBRAPA-CNPq, p. 77-90. 1981.
- BAREMBUEM, A. A. R. T. **Avaliação da biomassa aérea de bracatinga (*Mimosa scabrella* Benth.) para fins energéticos.** Curitiba. 71 p. 1988. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná.
- CARPANEZZI, A. A.; CARPANEZZI, O. T. B. Cultivo da bracatinga (*Mimosa scabrella* Benth.) no Brasil e prioridades para o seu aperfeiçoamento. In: CONGRESSO FLORESTAL ESTADUAL, 7., 1992, Nova Prata. **Anais...** Santa Maria: Universidade Federal de Santa Maria, v. 2, p. 640-655. 1992.
- CLUTTER, J.L.; FORSTON, J.C.; PIENAAR, L.V.; BRISTER, G.H.; BAILEY, R.L. **Timber Management: a quantitative approach**. New York, John Wiley & Sons, 333 p. 1983.
- DRAPER, N.R.; SMITH, H. **Applied regression Analysis**. 2º ed. New York, John Wiley & Sons, Inc. 709 p. 1980.
- EMBRAPA. Centro Nacional de Pesquisa de Florestas. **Manual técnico da bracatinga (*Mimosa scabrella* Bentham).** Curitiba: EMBRAPA-CNPq, (Série Documentos, n. 20), 70 p. 1988.
- FERREIRA, C. A. **Estimativa do volume de madeira aproveitável para celulose em povoamentos de *Eucalyptus* spp.** Piracicaba. ESALQ. Dissertação de Mestrado. 104 p. 1976.
- FIGUEIREDO FILHO, A. **Estudos de modelos matemáticos para estimar o volume por unidade de área em uma floresta tropical úmida na Amazônia Brasileira**. Curitiba. 150 p. 1983. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná.
- INOUE, M.T.; RODERJAN, C.V.; KUNIYOSHI, Y.S. **Projeto Madeira do Paraná**. Fundação de Pesquisas Florestais do Paraná. Curitiba. 260 p. 1984.
- KLEIN, R.M. Aspectos fitofisiológicos da bracatinga (*Mimosa scabrella* Benth.). In: SEMINÁRIO SOBRE ATUALIDADES E PERSPECTIVAS FLORESTAIS “Bracatinga uma opção para reflorestamento” 4., 1981, Curitiba. **Anais ...** Colombo: EMBRAPA-CNPq, p. 145-148. 1981.
- MACHADO, S. A. Aplicabilidade de equações de regressão em inventários florestais. In: Congresso Florestal Brasileiro, 2., 1973, Curitiba. **Anais...** Curitiba. FIEP, p. 175-177. 1973.
- MACHADO, S.A.; PIZATTO, W. **Tabela de volume do povoamento para florestas nativas de *Araucaria angustifolia* nos estados da região sul do Brasil**. Floresta, Curitiba, v.26, n.1/2, p. 11- 26. 1998.
- NAPPO, M.E.; GRIFFITH, J.J.; MARTINS, S.V. et al. Dinâmica da estrutura diamétrica da regeneração natural de espécies arbóreas e arbustivas no sub-bosque de povoamento puro de *Mimosa scabrella* Bentham, em área minerada, em Poços de Caldas, MG. **Rev. Árvore**, v.29, n.1, p.35-46. 2005.
- OLIVEIRA, M.L.R. de et al. Equações de volume de povoamento para fragmentos florestais naturais do município de Viçosa, Minas Gerais. **Rev. Árvore**, Viçosa, v.29, n.2, p.213-225. 2005.
- PRODAN, M. et al. **Mensura forestal**. San José, Costa Rica. Deutsche Gesellschaft für Technische Zusammenarbeit (GTZ), Instituto Interamericano de Cooperación para la Agricultura (IICA), 586 p. 1997.
- ROCHADELLI, R. **Contribuição sócio-econômica da bracatinga (*Mimosa scabrella* Bentham.) na Região Metropolitana de Curitiba- Norte (RMC-N)**. Curitiba. 83 p. 1997. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná.
- ROSOT, M. A. D. **Estudo comparativo de métodos para a avaliação volumétrica por unidade de área em um povoamento de *Pinus taeda* L.** Curitiba. 163 p. 1989. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná.

SILVA, J.A. **Estimativa do volume por hectare e sua composição em povoamentos de *Eucalyptus spp* nos cerrados em Minas Gerais e Mato Grosso do Sul.** Curitiba, 85 p. 1979. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná.

SPURR, S.H. **Forest Inventory.** New York, The Ronald Press Company. 476 p. 1952.

STEVENS, P.F. 2001. **Angiosperm Phylogeny Website Version 3**, maio 2005 [http: www. Mobot. Org/MOBOT/ research/APweb](http://www.Mobot.Org/MOBOT/research/APweb).

UNG, C.H.; OUELLET, D. **Stand volume tables:** application to *black spruce* stands of Lebel-sur-Quévillon. *Forestry Chronicle*. v. 67, n.6. p. 712-715. 1991.