rbe

ISSN 0034-7140 (print) | ISSN 1806-9134 (online)
DOI 10.5935/0034-7140.20170021
Revista Brasileira de Economia, 71(4), 439–452

Jogos Vetoriais no Posicionamento Contábil de Empresas de Siderurgia e Metalurgia listadas na BM&FBOVESPA

Adriana Kroenke*
Volmir Eugenio Wilhelm†

Sumário: 1. Introdução; 2. Jogos Vetoriais; 3. Conceito de Solução; 4. Procedimento de Solução; 5. Materiais e Métodos; 6. Análise de Resultados; 7. Conclusões.

Palavras-chave: Teoria dos jogos; Jogos vetoriais; Indicadores econômico-financeiros.

Códigos JEL: C7, C72.

O objetivo deste trabalho é definir o posicionamento contábil de empresas de siderurgia e metalurgia por meio de jogos vetoriais. São usados quatro lotes de indicadores econômico-financeiros: liquidez, endividamento, rentabilidade e atividade. A leitura é feita usando as empresas como estratégias do jogador I e os indicadores econômico-financeiros como sendo estratégias do jogador II. Trata-se de um estudo descritivo com abordagem quantitativa. Os dados foram coletados a partir das demonstrações contábeis diretamente do ECONOMÁTICA© e o *ranking* foi definido por meio dos métodos sugeridos por Fernández et al. (1998). Como resultado obteve-se sucesso na utilização de jogos vetoriais.

The objective of this work is to define the accounting positioning of steel and metal companies through vector games. Liquidity, indebtedness, profitability and activity: four lots of financial indicators are used. This is done using the companies as strategic player I and the economic and financial indicators as strategies of player II. This is a descriptive study with a quantitative approach. Data were collected from the financial statements directly from ECONOMÁTICA© and the ranking was defined by the methods suggested by Fernández et al. (1998). As a result of obtaining success in the use of vector games.

1. INTRODUÇÃO

Os fundamentos da teoria dos jogos foram estabelecidos por John von Neumann em 1928 e expostos no livro *Theory of Games and Economic Behavior*, que publicou junto a Oskar Morgenstern em 1944. Esta teoria põe de manifesto que os acontecimentos das ciências sociais podem ser descritos mediante modelos de jogos de estratégia com uma maior riqueza de detalhes, pois os agentes atuam muitas vezes uns contra os outros para a consecução de seus objetivos.

A teoria dos jogos é usada como uma ferramenta analítica poderosa na solução de problemas decisórios ou sistemas competitivos. Exemplos clássicos variados são encontrados nos trabalhos de Neumann e Morgenstern (1944), Harsanyi (1977), Harsanyi e Selten (1988), Fudenberg e Tirole (1991) e Owen (1995).

*Universidade Regional de Blumenau – FURB, Rua Antônio da Veiga, 140 – Blumenau-SC, Bairro Victor Konder, CEP: 89012-900. E-mail: akroenke@furb.br

†Universidade Federal do Paraná - UFPR, Jardim da Américas, 980 – Curitiba-PR. E-mail: volmirw@gmail.com

Recebido em 30 de junho de 2014
Aceitação Final em 18 de julho de 2017

Os resultados da análise e resolução de problemas de tomada de decisão nem sempre são apropriadas e adequadas aos problemas da vida real caso os parâmetros dos modelos matemáticos para a tomada de decisão são determinados sem considerar a incerteza e a imprecisão presentes em sistemas competitivos.

O investidor passa por situações similares. Ao construir uma carteira de investimentos, ou seja, projetos de investimento dentre os quais pretende eleger aqueles que levará a cabo. Entre os critérios de decisão seguramente estarão indicadores de liquidez, endividamento, rentabilidade e atividade. Além de determinar a magnitude do investimento, o investidor analisará seu interesse em termos estratégicos e imagem, vendo-se obrigado a considerar o impacto social e o impacto ambiental dos projetos em estudo. O projeto melhor concebido em termos ambientais não é forçosamente o mais rentável, mas politicamente bem aceito na conjuntura atual na avaliação de empresas.

O trabalho que se apresenta, desenvolve-se nesse ambiente de conflitos, interpretado como sendo um jogo entre o investidor contra a natureza. O investidor tem como objetivo organizar estrategicamente as suas alternativas, que são lidas como sendo empresas nas quais pretende investir ou avaliar. A natureza é formada por índices econômico-financeiros de cada empresa pesquisada.

Quando dois oponentes elegem suas estratégias (alternativas), não só os resultados apresentam uma soma não-nula, mas ela também possui uma forma de um vetor ao invés de um escalar. Jogos reais entre dois personagens, devem ser entendidos como sequências de ganhos e perdas, em que não necessariamente o ganho de um é a perda do outro em cada movimento. Os jogadores não são imediatamente ganhadores ou perdedores. O uso de estratégias mistas ou randômicas nem sempre são adequadas e a cooperação muitas vezes substitui a concorrência.

A leitura de cada empresa segundo seus vetores formados por índices econômico-financeiros serão o escopo desta pesquisa. Estes vetores serão obtidos das demonstrações contábeis, que nesta investigação serão os indicadores de liquidez, endividamento, rentabilidade e atividade das empresas de metalurgia e siderurgia listadas na BM&FBovespa. A partir desses indicadores é possível estabelecer o posicionamento contábil dentro do seu setor, tomadas aqui como sendo suas concorrentes. Este posicionamento surge na forma de um *ranking*. Neste sentido surge a questão de pesquisa: Qual o posicionamento contábil das empresas de siderurgia e metalurgia listadas na BM&FBovespa utilizando jogos vetoriais?

Para responder a esta questão será utilizado o método sugerido por Fernández et al. (1998).

2. JOGOS VETORIAIS

Os jogos nos quais os pagamentos que os jogadores recebem vem representados por vetores em lugar de números reais são denominados jogos vetoriais, jogos multicritério ou jogos com pagamentos múltiplos Zeleny (1982).

Nestes jogos, se não há cooperação entre os jogadores como ocorre no caso de jogos de soma nula, se acrescenta a dificuldade da não existência de uma ordem total entre os elementos da matriz de pagamentos, no que a valoração das estratégias e a comparação entre as mesmas é um problema adicional na teoria dos jogos, sendo o conceito de solução clássica difícil de ser desenvolvido. Por esta razão tem aparecido novos conceitos de solução (Fernández e Monroy, 2009).

Neste sentido o conceito de estratégia de segurança Pareto-Ótima é importante à solução de jogos com múltiplos pagamentos, utilizando conceitos de solução baseados nos níveis de segurança dos jogadores.

Ghose e Prasad (1989) definem pontos de equilíbrio com níveis de segurança Pareto-Ótimas e pontos de sela de Pareto. Para determinar o conjunto de estratégias de Pareto-Ótimas estabelecem dois jogos escalares, um para cada jogador e provam que as estratégias maximin e minimax destes jogos são estratégias de segurança Pareto-Ótimas para o jogador correspondente.

Ghose (1991) obteve as estratégias de segurança Pareto-Ótimas de um jogo vetorial de soma zero tranformando o jogo original em um jogo escalar. Ele demonstrou, por meio de um longo processo que uma extensão do conjunto formado pelos vetores de nível de segurança é um conjunto poliédrico. A partir deste resultado estabelece uma "escalarização" estritamente positiva em uma condição necessária e suficiente para obter uma estratégia de segurança Pareto-Ótima, para tais jogos.

Nesta pesquisa é usada a mesma "escalarização" como caso particular em um enfoque geral, realizado por meio de um procedimento alternativo que simplifica em boa medida as demonstrações estabelecidas por Ghose e Prassad. Por meio da programação linear multiobjetivo obtém-se as estratégias de segurança Pareto-Ótimas como soluções eficientes de problemas lineares multiobjetivo.

3. CONCEITO DE SOLUÇÃO

Considerando um jogo bipessoal de soma-zero na sua forma típica. Seja $A = (a_{ij}); 1 \leq i \leq n$, $1 \leq j \leq m$ a matriz de pagamentos do jogo. Cada elemento a_{ij} da matriz é um vetor de dimensão k:

$$a_{ij} = (a_{ij}(1), a_{ij}(2), \ldots, a_{ij}(k)) \in \mathbb{R}^k$$

que determina k matrizes de ordem $m \times n$ na forma:

$$A(s) = (a_{ij}(s))1 \leq s \leq k; 1 \leq i \leq n; 1 \leq j \leq m$$

As estratégias mistas nestes jogos se definem da mesma forma como em jogos escalares. Assim, os espaços das estratégias mistas para os jogadores I e II são respectivamente:

$$X = \{x \in \mathbb{R}^n / \sum_{i=1}^{n} x_i = 1, x_i \geq 0, i = 1, \ldots, n\}$$
$$Y = \{y \in \mathbb{R}^m / \sum_{j=1}^{m} y_j = 1, y_j \geq 0, j = 1, \ldots, m\}$$

Definição 3.1. *O pagamento esperado do jogo quando os jogadores elegem suas estratégias mistas $x \in X$ e $y \in Y$, respectivamente, vem dado por:*

$$v(x,y) = x^t A y = (v_1(x,y), \ldots, v_k(x,y))$$

onde:

$$v_s(x,y) = x^t A(s) y, s = 1, \ldots, k$$

Dado que uma estratégia deve ser valorada por um conjunto de vetores, pode-se dar uma única valoração, ao considerar que o oponente pode atuar em cada coordenada da matriz A de modo independente e oferecer o vetor que assegura ao jogador para que realmente obtenha valores superiores.

Definição 3.2. *Para cada estratégia $x \in X$ do jogador I, o vetor de nível de segurança para este jogador é o pagamento que lhe é garantido com esta estratégia, em cada jogo escalar induzido pelo jogo vetorial. O mesmo se aplica ao jogador II.*

Os vetores de níveis de segurança dos jogadores são respectivamente:

$$\underline{v}(x) = (\underline{v}_1(x), \ldots, \underline{v}_k(x))$$
$$\overline{v}(y) = (\overline{v}_1(y), \ldots, \overline{v}_k(y))$$

onde:

$$\underline{v}_s(x) = \min_{y \in Y} v_s(x,y) = \min_{y \in Y} x^t A(s) y$$
$$\overline{v}_s(y) = \max_{x \in X} v_s(x,y) = \max_{x \in X} x^t A(s) y$$

Observe-se que dada uma estratégia $x \in X$ do jogador I cada componente do vetor de nível de segurança $\underline{v}_s(x)$, $s = 1, \ldots, k$ podem ser obtidas com distintas estratégias $y \in Y$ do jogador II. Ghose e Prasad (1989) estabelecem a definição de estratégia de segurança Pareto-Ótima como segue.

Definição 3.3. *Uma estratégia $x^* \in X$ é uma estratégia de segurança Pareto-Ótima para o jogador I se não existe $x \in X$, tal que $\underline{v}(x^*) \leq \underline{v}(x)$, $\underline{v}(x^*) \neq \underline{v}(x)$. Uma estratégia $y^* \in Y$ é uma estratégia de segurança Pareto-Ótima para o jogador II se não existe $y \in Y$, tal que $\overline{v}(y^*) \geq \overline{v}(y)$, $\overline{v}(y^*) \neq \overline{v}(y)$.*

4. PROCEDIMENTO DE SOLUÇÃO

Dada uma estratégia $x \in X$ o nível de segurança s-ésimo do jogador I é dado por:

$$\underline{v}(s) = \min_{y \in Y} v_s(x,y) = \min_{y \in Y} x^t A(s) y$$

O problema a ser resolvido é um problema linear escalar, portanto, possui uma solução ótima entre os pontos extremos do poliedro Y. Assim, $\underline{v}_s(x)$ é expressado:

$$\underline{v}_s(x) = \min_{1 \leq j \leq m} \sum_{i=1}^{n} x_i a_{ij}(s)$$

Ou matricialmente:

$$\underline{v}(x) = \min x^t A(s)$$

Com efeito, para este artigo pretende-se como resultado a formulação de estratégias para o jogador I (empresas) frente as estratégias do jogador II (indicadores), o que se traduz na forma de um problema de programação linear multiobjetivo denominado de problema linear do jogo multicritério (PLJM).

$$\begin{array}{rl} \text{Max} & v_1, v_2, \ldots, v_k \\ \text{Sujeito a:} & x^t A(s) \geq (v_s, \ldots, v_s);\, s = 1, \ldots, k \\ & \displaystyle\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \\ & x \geq 0 \end{array}$$

Teorema 4.1. *Uma estratégia $x^* \in X$ é uma estratégia de segurança Pareto-Ótima e $v^* = (v_1^*, \ldots, v_k^*)$ seu vetor de nível de segurança associado se, e somente se, (v^*, x^*) for uma solução eficiente do problema PLJM.*

Demonstração. Seja $x^* \in X$ uma estratégia de segurança Pareto-Ótimo então não existe outra estratégia $x \in X$ tal que $\underline{v}(x^*) \leq \underline{v}(x)$, $\underline{v}(x^*) \neq \underline{v}(x)$, ou de forma equivalente:

$$(\min x^t A(1), \ldots, \min x^t A(k)) \geq (\min x^t A(1), \ldots, \min x^t A(k))$$
$$(\min x^t A(1), \ldots, \min x^t A(k)) \neq (\min x^t A(1), \ldots, \min x^t A(k))$$

Sendo $x \in X$ uma solução eficiente do problema:

$$\max_{x \in X}(\min x^t A(1), \ldots, \min x^t A(k))$$

E este problema é equivalente a:

$$\begin{array}{rl} \text{Max} & v_1, v_2, \ldots, v_k \\ \text{Sujeito a:} & x^t A(s) \geq (v_s, \ldots, v_s); s = 1, \ldots, k \\ & \sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \\ & x \geq 0 \end{array}$$

De forma recíproca, supondo que uma solução eficiente (v^*, x^*), do problema PLJM não seja uma estratégia de segurança Pareto-Ótima, então existe $\overline{x} \in X$, tal que:

$$(\min \overline{x}^t A(1), \ldots, \min \overline{x}^t A(k)) \geq (\min x^t A(1), \ldots, \min x^t A(k))$$
$$(\min \overline{x}^t A(1), \ldots, \min \overline{x}^t A(k)) \neq (\min x^t A(1), \ldots, \min x^t A(k))$$

Seja $\overline{v} = (\overline{v}_{1,\ldots,}\overline{v}_k)$ onde $\overline{v}_s = \min \overline{x}^t A(s), s = 1, \ldots, k$ o vetor $(\overline{v}, \overline{x})$ é uma solução do problema PLJM que domina (v^*, x^*), sendo uma solução eficiente do problema PLJM.

Este resultado é muito importante para esta pesquisa e por várias razões. Em primeiro lugar põe de manifesto que de similar modo a programação linear utiliza-se para obter as estratégias ótimas e o valor dos jogos escalares bipessoais de soma-zero. Da mesma forma pode utilizar-se a programação linear multiobjetivo para resolver os jogos bipessoais de soma-zero com pagamentos vetoriais sempre que se considera o conceito de estratégia de segurança Pareto-Ótima como solução dos mesmos.

Em segundo lugar há de se notar que, como é usual em problemas lineares multiobjetivo, a partir das soluções eficientes extremas se obtém todas as estratégias de segurança Pareto-Ótimas. □

Definição 4.2. *Um par de estratégias $x \in X$, $y \in Y$ formam um ponto de sela de Pareto para o jogo vetorial se $\underline{v}(x) = \overline{v}(y)$.*

Este conceito pode ser equiparado ao conceito de solução ideal em programação multiobjetivo que é aquela solução factível que maximiza todos os objetivos simultaneamente. Isto leva a outra definição.

Definição 4.3. *$x^* \in X$ é uma estratégia ideal para o jogador I se x^* maximiza $\underline{v}_s(x), \forall s = 1, \ldots, k$. $y^* \in Y$ é uma estratégia ideal para o jogador II se y^* minimiza $\overline{v}_s(y), \forall s = 1, \ldots, k$.*

Com efeito a existência da estratégia ideal para um jogador não implica na existência de um ponto de sela de Pareto para o jogo vetorial, posto que os níveis de segurança de cada jogo escalar $A(s), s = 1, \ldots, k$ podem ser obtidos com estratégias diferentes do outro jogador.

Corolário 4.4. *Um par de estratégias $x^* \in X$, $y^* \in Y$, formam um ponto de sela de Pareto para os jogadores I e II se, e somente se, x^* e y^* são estratégias ideais para os jogadores I e II, respectivamente.*

5. MATERIAIS E MÉTODOS

Nesta pesquisa trata-se de um estudo descritivo que apresenta o *ranking* das empresas do setor de metalurgia e siderurgia listadas na BM&FBovespa.

A pesquisa descritiva é realizada sem que o pesquisador interfira, ou seja, ele apenas descreve o objeto de pesquisa buscando descobrir a frequência com que um fenômeno ocorre, sua natureza, características, causas, relações e conexões com outros fenômenos (Barros e Lehfeld, 2000).

Para atender o objetivo desta investigação faz-se necessário verificar indicadores contábeis apresentados na literatura, o que caracteriza uma pesquisa bibliográfica e o fato de utilizar demonstrações contábeis como fonte de coleta de dados torna esta pesquisa documental, pois os dados ainda não receberam nenhuma forma de tratamento.

Quanto a abordagem do problema este estudo classifica-se como quantitativo. "O método quantitativo representa, em princípio, a intenção de garantir a precisão dos resultados, evitar distorções de análise e interpretação, possibilitando, consequentemente, uma margem de segurança quanto as inferências" (Richardson, 1989, p. 29).

A população é definida como o conjunto de elementos que apresentam os atributos necessários para o desenvolvimento do estudo (Silveira, 2004). No caso desta pesquisa, que apresenta os dados dos indicadores de liquidez, endividamento, rentabilidade e atividade. A população, nesta pesquisa, consiste nas 12 empresas de siderurgia e metalurgia listadas na BM&FBovespa. Todas as empresas apresentaram os dados necessários, logo, nenhuma empresa foi excluída da análise.

A população foi definida intencionalmente, ou seja, consiste em uma população não probabilística e justifica-se pelo acesso as informações contábeis e seu grau de confiabilidade por se tratarem de empresas de capital aberto. As empresas do ramo de siderurgia e metalurgia utilizadas nesta investigação são apresentadas no Quadro 1.

Quadro 1: Empresas do setor de siderurgia e metalurgia listadas na BM&FBovespa.

Empresa	Nome do pregão	Atuação
Paranapanema	PARANAPANEMA	Artefatos de cobre
Fibam Companhia Industrial	FIBAM	Artefatos de Ferro e Aço
Mangels Industrial S.A.	MANGELS INDL	Artefatos de Ferro e Aço
Metalúrgica Duque S.A.	MET DUQUE	Artefatos de Ferro e Aço
Panatlantica S.A.	PANATLÂNTICA	Artefatos de Ferro e Aço
Siderurgica J.L. Aliperti S.A.	ALIPERTI	Artefatos de Ferro e Aço
Tekno S.A. – Indústria e Comércio	TEKNO	Artefatos de Ferro e Aço
CIA Ferro Ligas da Bahia – FERBASA	FERBASA	Siderurgia
CIA Siderurgia Nacional	SID NACIONAL	Siderurgia
GERDAU S.A.	GERDAU	Siderurgia
Metalurgica Gerdau S.A.	GERDAU MET	Siderurgia
Usinas SID de Minas Gerais S.A. – USIMINAS	USIMINAS	Siderurgia

Fonte: BM&FBovespa (www.bm&fbovespa.com.br).

Os dados foram coletados por meio do ECONOMÁTICA©. Os dados foram obtidos das demonstrações contábeis consolidadas, Balanço Patrimonial e Demonstração do Resultado do Exercício. Foram extraídos os indicadores econômico-financeiros de liquidez, endividamento, rentabilidade e atividade. De cada grupo foram extraídos tres indicadores formando um grupo de 12 indicadores analisados: (a) liquidez: liquidez seca, liquidez corrente, liquidez geral, (b) endividamento: imobilização do patrimônio líquido, participação de capital de terceiros, composição do endividamento, (c) rentabilidade: margem líquida, retorno sobre o ativo, retorno sobre o patrimônio líquido, (d) atividade: prazo médio de estoques, prazo médio de fornecedores e prazo médio de recebimento. Estes foram calculados conforme fórmulas extraídas de Matarazzo (2008) apresentadas no Quadro 2.

Quadro 2: Indicadores, referências e suas respectivas fórmulas utilizadas para o cálculo

Liquidez	Liquidez Seca: Iudícibus (1998); Brigham e Houston (1999); Assaf Neto e Siva (2002); Assaf Neto (2003); Gitman (2004); Silva (2005); Marion (2005); Brigham e Ehrhardt (2006); Matarazzo (2008).	$LS = \frac{\text{Ativo Circulante} - \text{Estoques}}{\text{Passivo Circulante}}$
	Liquidez Corrente: Iudícibus (1998); Brigham e Houston (1999); Assaf Neto e Siva (2002); Assaf Neto (2003); Gitman (2004); Silva (2005); Marion (2005); Brigham e Ehrhardt (2006); Matarazzo (2008).	$LC = \frac{\text{Ativo Circulante}}{\text{Passivo Circulante}}$
	Liquidez Geral: Iudícibus (1998); Assaf Neto (2003); Silva (2005); Marion (2005); Matarazzo (2008).	$LG = \frac{\text{Ativo Circulante} + \text{Realizável a Longo Prazo}}{\text{Passivo Circulante} + \text{Exigível a Longo Prazo}}$
Endividamento	Imobilização do Patrimônio Líquido: Silva (2005); Matarazzo (2008).	$IPL = \frac{\text{Ativo Permanente}}{\text{Patrimônio Líquido}} \times 100$
	Participação de Capital de Terceiros: Iudícibus (1998); Brigham e Houston (1999); Assaf Neto (2003); Silva (2005); Matarazzo (2008).	$PCT = \frac{\text{Passivo Circulante} + \text{Passivo Não Circulante}}{\text{Patrimônio Líquido}} \times 100$
	Composição do Endividamento: Iudícibus (1998); Silva (2005); Marion (2005); Matarazzo (2008).	$CE = \frac{\text{Passivo Circulante}}{\text{Passivo Circulante} + \text{Passivo Não Circulante}} \times 100$
Rentabilidade	Margem Líquida: Iudícibus (1998); Brigham e Houston (1999); Assaf Neto (2003); Silva (2005); Marion (2005); Brigham e Ehrhardt (2006); Matarazzo (2008).	$ML = \frac{\text{Lucro Líquido}}{\text{Vendas Líquidas}} \times 100$
	Retorno sobre o Ativo: Brigham e Houston (1999); Assaf Neto (2003); Silva (2005); Marion (2005); Matarazzo (2008).	$ROA = \frac{\text{Lucro Líquido}}{\text{Ativo Total}} \times 100$
	Retorno sobre o Patrimônio Líquido: Iudícibus (1998); Brigham e Houston (1999); Assaf Neto (2003); Silva (2005); Marion (2005); Matarazzo (2008).	$ROE = \frac{\text{Lucro Líquido}}{\text{Patrimônio Líquido}} \times 100$
Atividade	Prazo Médio de Estoques: Iudícibus (1998); Assaf Neto (2003); Silva (2005); Marion (2005); Matarazzo (2008).	$PME = \frac{\text{Estoques}}{\text{Custo das mercadorias vendidas}} \times 360$
	Prazo Médio de Fornecedores: Iudícibus (1998); Assaf Neto (2003); Gitman (2004); Silva (2005); Marion (2005); Matarazzo (2008).	$PMF = \frac{\text{Fornecedores}}{\text{Compras}} \times 360$
	Prazo Médio de Recebimento: Iudícibus (1998); Brigham e Houston (1999); Assaf Neto (2003); Gitman (2004); Silva (2005); Marion (2005); Brigham e Ehrhardt (2006); Matarazzo (2008)	$PMR = \frac{\text{Duplicatas à receber}}{\text{Vendas}} \times 360$

Fonte: Matarazzo (2008).

Após a extração dos indicadores os dados foram submetidos a análise sobre a qual discorre-se doravante.

6. ANÁLISE DE RESULTADOS

A análise de dados referentes aos indicadores de liquidez, endividamento, rentabilidade e atividade acabam por formar a matriz de pagamentos do jogo vetorial.

$$P = \begin{bmatrix} (1.02, 1.10, 0.53) & (94.95, 186.42, 84.79) & (-5.12, -4.93, 14.13) & (124.64, 158.73, 40.23) \\ (1.02, 1.12, 0.54) & (94.64, 227.86, 57.28) & (-3.95, -5.64, 18.48) & (69.52, 17.59, 48.40) \\ (0.74, 1.16, 0.97) & (657.10, 2388.88, 46.66) & (31.39, 21.99, 547.40) & (52.77, 70.64, 41.02) \\ (0.41, 0.64, 0.58) & (143.29, 158.06, 61.41) & (0.17, 0.09, 0.24) & (18.29, 51.66, 20.10) \\ (1.55, 2.20, 1.68) & (44.96, 98.41, 68.79) & (4.13, 4.48, 8.89) & (66.68, 39.33, 69.19) \\ (0.76, 1.35, 0.93) & (114.15, 64.45, 46.20) & (16.58, 3.26, 5.36) & (240.57, 23.17, 29.85) \\ (5.84, 7.91, 6.66) & (36.19, 13.13, 70.24) & (14.51, 8.45, 9.56) & (86.38, 21.37, 65.95) \\ (5.59, 6.90, 4.39) & (42.98, 12.39, 63.28) & (12.09, 6.55, 7.36) & (149.13, 19.35, 60.31) \\ (0.63, 3.30, 2.74) & (226.57, 447.27, 15.91) & (-2.84, -0.97, -5.33) & (106.76, 58.38, 38.24) \\ (0.85, 2.10, 0.94) & (68.37, 84.36, 32.20) & (3.94, 2.82, 5.20) & (97.72, 33.14, 35.03) \\ (0.78, 1.80, 0.81) & (73.42, 99.01, 34.38) & (3.51, 2.50, 4.97) & (97.72, 33.14, 35.03) \\ (0.93, 1.99, 1.30) & (89.95, 77.03, 37.88) & (-4.18, -1.62, -2.87) & (112.95, 68.23, 44.42) \end{bmatrix}$$

Estes dados são referentes ao exercício 2012. Os valores são adimensionais, ou seja, não possuem uma unidade em especial. Contudo, cada indicador será transformado por meio de uma contração de Lipschitz $d(f(x), f(y)) \leq kd(x,y)$.

Basicamente a contração é feita usando o teorema de Tales, ou seja, em cada um dos 12 indicadores há um máximo i_j^+; $j = 1, \ldots ,12$ e um mínimo i_j^-; $j = 1, \ldots ,12$. Fazendo $f(i_j^-) = 0$ e $f(i_j^+) = 1$, assim $f(i_j) = \frac{i_j - i_j^-}{i_j^+ - i_j^-}$.

No caso dos indicadores de endividamento pretende-se quanto menor melhor, logo a formulação passa a ser $f(i_j) = 1 - \frac{i_j - i_j^-}{i_j^+ - i_j^-}$. Isto também é aplicado ao indicador PME (prazo médio de estoques) e PMR (prazo médio de recebimento).

Assim, a matriz de pagamentos fica definida:

$$P = \begin{bmatrix} (0.11, 0.06, 0) & (0.91, 0.93, 0) & (0.55, 0.56, 0.96) & (0.52, 1, 0.59) \\ (0.11, 0.07, 0.00) & (0.91, 0.91, 0.40) & (0.57, 0.54, 0.95) & (0.77, 0, 0.42) \\ (0.06, 0.07, 0.07) & (0, 0, 0.55) & (0, 0, 0) & (0.84, 0.38, 0.57) \\ (0, 0, 0.01) & (0.83, 0.94, 0.34) & (0.66, 0.73, 0.98) & (1, 0.24, 1) \\ (0.21, 0.22, 0.19) & (0.99, 0.96, 0.23) & (0.74, 0.87, 1.00) & (0.78, 0.15, 0) \\ (0.06, 0.10, 0.07) & (0.87, 0.98, 0.56) & (1, 0.83, 0.99) & (0, 0.04, 0.80) \\ (1, 1, 1) & (1, 1, 0.21) & (0.96, 1, 1) & (0.69, 0.03, 0.07) \\ (0.95, 0.86, 0.63) & (0.99, 1, 0.31) & (0.91, 0.94, 1.00) & (0.41, 0.01, 0.18) \\ (0.04, 0.37, 0.36) & (0.69, 0.82, 1) & (0.60, 0.69, 0.97) & (0.60, 0.29, 0.63) \\ (0.08, 0.20, 0.07) & (0.95, 0.96, 0.76) & (0.74, 0.82, 0.99) & (0.64, 0.11, 0.70) \\ (0.07, 0.16, 0.05) & (0.94, 0.96, 0.73) & (0.73, 0.80, 0.99) & (0.64, 0.11, 0.70) \\ (0.10, 0.19, 0.13) & (0.91, 0.97, 0.68) & (0.57, 0.67, 0.98) & (0.57, 0.36, 0.50) \end{bmatrix}$$

A aplicação do modelo também não é imediata, pois como serão avaliados as ternas compostas por cada grupo de indicadores, ter-se-á:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & v_1, \ldots ,v_k \\ \text{Sujeito a:} \quad & x^t A(s) \geq (v_k, \ldots ,v_k) s = 1, \ldots ,k; k = 1, \ldots ,4 \\ & \quad \text{(grupo de indicadores)} \\ & \sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

Logo sua construção resulta em:

$$Max\ Z = \{Liquidez, Endividamento, Rentabilidade, Atividade\}$$

Denominando v_1: Liquidez; v_2: Endividamento; v_3: Rentabilidade e v_4: Atividade, tem-se como função objetivo múltipla:

$$Max\ Z = v_1,v_2,v_3,v_4$$

Como os indicadores são independentes entre si e todos tomados na mesma escala:

$$
\begin{aligned}
\text{Max } Z = \quad & v_1 + v_2 + v_3 + v_4 \\
\text{Sujeito a:} \quad & 0{,}11x_1 + 0{,}11x_2 + 0{,}06x_3 + 0{,}21x_5 + 0{,}06x_6 + x_7 + 0{,}95x_8 \\
& +0{,}04x_9 + 0{,}08x_{10} + 0{,}07x_{11} + 0{,}10x_{12} - v_1 \geq 0 \\
& 0{,}06x_1 + 0{,}07x_2 + 0{,}07x_3 + 0{,}22x_5 + 0{,}10x_6 + x_7 + 0{,}86x_8 \\
& +0{,}37x_9 + 0{,}20x_{10} + 0{,}16x_{11} + 0{,}19x_{12} - v_1 \geq 0 \\
& 0{,}07x_3 + 0{,}01x_4 + 0{,}19x_5 + 0{,}07x_6 + x_7 + 0{,}63x_8 \\
& +0{,}36x_9 + 0{,}07x_{10} + 0{,}05 + 0{,}13x_{12} - v_1 \geq 0 \\
& 0{,}91x_1 + 0{,}91x_2 + 0{,}83x_4 + 0{,}99x_5 + 0{,}87x_6 + x_7 + 0{,}99x_8 \\
& +0{,}69x_9 + 0{,}95x_{10} + 0{,}94x_{11} + 0{,}01x_{12} - v_2 \geq 0 \\
& 0{,}93x_1 + 0{,}91x_2 + 0{,}94x_4 + 0{,}96x_5 + 0{,}98x_6 + x_7 + 1x_8 \\
& +0{,}82x_9 + 0{,}96x_{10} + 0{,}96x_{11} + 0{,}97x_{12} - v_2 \geq 0 \\
& 040x_2 + 0{,}55x_3 + 0{,}34x_4 + 0{,}23x_5 + 0{,}56x_6 + 0{,}21x_7 \\
& +0{,}31x_8 + 1x_9 + 0{,}76x_{10} + 0{,}73x_{11} + 0{,}68x_{12} - v_2 \geq 0 \\
& 0{,}55x_1 + 0{,}57x_2 + 0{,}66x_4 + 0{,}74x_5 + x_6 + 0{,}96x_7 \\
& +0{,}91x_8 + 0{,}60x_9 + 0{,}74x_{10} + 0{,}73x_{11} + 0{,}57x_{12} - v_3 \geq 0 \\
& 0{,}56x_1 + 0{,}54x_2 + 0{,}73x_4 + 0{,}87x_5 + 0{,}83x_6 + x_7 + 0{,}94x_8 \\
& +0{,}69x_9 + 0{,}82x_{10} + 0{,}80x_{11} + 0{,}67x_{12} - v_3 \geq 0 \\
& 0{,}96x_1 + 0{,}95x_2 + 0{,}98x_4 + x_5 + 0{,}99x_6 + x_7 + x_8 \\
& +0{,}97x_9 + 0{,}99x_{10} + 0{,}99x_{11} + 0{,}98x_{12} - v_3 \geq 0 \\
& 0{,}52x_1 + 0{,}77x_2 + 0{,}84x_3 + x_4 + 0{,}78x_5 + 0{,}69x_7 + 0{,}41x_8 \\
& +0{,}60x_9 + 0{,}64x_{10} + 0{,}64x_{11} + 0{,}57x_{12} - v_4 \geq 0 \\
& x_1 + 0{,}38x_3 + 0{,}24x_4 + 0{,}15x_5 + 0{,}04x_6 + 0{,}03x_7 + 0{,}01x_8 \\
& +0{,}29x_9 + 0{,}11x_{10} + 0{,}11x_{11} + 0{,}36x_{12} - v_4 \geq 0 \\
& 0{,}59x_1 + 0{,}42x_2 + 0{,}57x_3 + x_4 + 0{,}80x_6 + 0{,}07x_7 \\
& +0{,}18x_8 + 0{,}63x_9 + 0{,}70x_{10} + 0{,}70x_{11} + 0{,}50x_{12} - v_4 \geq 0 \\
& x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} \\
& +x_{11} + x_{12} = 1 \\
& x_i \geq 0 (i = 1, \ldots, 12)
\end{aligned}
$$

Coincidentemente o PPL possui 12 variáveis, contudo essas representam cada uma das empresas, a saber: Paranapanema (x_1), Fibam (x_2), Mangels (x_3), Duque (x_4), Panatlântica (x_5), Aliperti (x_6), Tekno (x_7), Ferbasa (x_8), Siderurgia Nacional (x_9), Gerdau (x_{10}), Gerdau Met. (x_{11}) e Usiminas (x_{12}).

A solução do PPL traz o vetor de estratégias:

$$x^* = [x_1 x_2 \cdots x_{12}]^t$$

Cada um dos $x_i, i = 1, \ldots, 12$ representa uma probabilidade de adoção da estratégia i. A análise é feita em ordem decrescente, ou seja, as probabilidades apontarão se o problema admite uma estratégia pura ($p_i = 1$) ou uma estratégia mista ($\sum_{i=1}^{12} x_i = 1$). Caso a solução for a estratégia pura, tem-se a empresa mais bem posicionada durante a rodada. O mesmo ocorre quando a solução apontada for mista, a estratégia mais bem avaliada, dará como retorno a empresa mais bem posicionada contabilmente na rodada, voltando as demais para a cesta de estratégias.

O resultado do modelo na forma de problemas de programação linear (PPLs) gerou o *ranking* que levou ao seguinte posicionamento contábil das empresas investigadas.

Quadro 3: Resultados referentes a aplicação do modelo.

Posição	Empresa	Variável	Z*	Estratégia
1	Tekno	$x_7 = 1$	2,19	Pura
2	Siderúrgica Nacional	$x_9 = 0{,}502$	2,05	Mista
3	Ferbasa	$x_8 = 1$	1,86	Pura
4	Usiminas	$x_{12} = 1$	1,70	Pura
5	Gerdau	$x_{10} = 1$	1,67	Pura
6	Gerdau Met	$x_{11} = 0{,}689$	1,63	Mista
7	Paranapanema	$x_1 = 0{,}398$	1,50	Mista
8	Aliperti	$x_6 = 0{,}941$	1,49	Mista
9	Panatlântica	$x_5 = 0{,}831$	1,30	Mista
10	Duque	$x_4 = 1$	1,23	Pura
11	Fibam	$x_2 = 0{,}522$	0,97	Mista
12	Mangels	$x_3 = 1$	–	–

Fonte: Dados da pesquisa.

Assim, na presença de n empresas, haverá um total de $(n-1)$ rodadas, ou seja, são resolvidos no caso do modelo um total de 11 PPL's, usando o software PLM 3.0 (Programação Linear e Mista v. 3.0).

A análise ainda inclui o valor da informação, onde o modelo fica transformado em:

$$\begin{array}{rl} P(\lambda): & \text{Max } Z = \displaystyle\sum_{s=1}^{k} \lambda_s v_s \\ \text{Sujeito a:} & x^t A(s) \geq (v_s, \ldots, v_s); s = 1, \ldots, k; k = 1, \ldots, 4 \\ & \displaystyle\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \\ & x_i \geq 0 \end{array}$$

No modelo $\lambda \in \Lambda^0 = \{\lambda \in \mathbb{R}^k : \lambda_s > 0; \sum_{s=1}^{k} \lambda_s = 1\}$. Os valores de $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ e λ_4 são obtidos por meio da variância dos dados normalizados de cada bloco de indicadores.

Ao tratar de problemas decisórios em cenários complexos em que muitos critérios estão em tratamento, o peso da importância do atributo (λ_i), conferido ao i-ésimo atributo como medida de importância relativa em uma dada situação de decisão, é diretamente relacionada a quantidade de informação intrínseca gerada por um conjunto de possíveis alternativas de cada i-ésimo atributo e em paralelo, a subjetividade associada a importância, reflete a cultura, psicologia e meio em que vive o tomador de decisão.

A importância do atributo se torna operacional somente se a quantidade intrínseca da informação transmitida para o tomador de decisão do i-ésimo atributo pode ser mensurado. Pode-se ajustar uma medida de entropia para concordar com o propósito.

Quanto mais distintos e diferenciados forem os escores, ou seja, quanto maior for o contraste de intensidade entre os valores do i-ésimo atributo, maior é a soma da "informação decisória" contida nela e transmitida pelo atributo.

Seja $d_i = (d_i^1, d_i^2, \ldots, d_i^m)$ os valores normalizados, onde: $d_i^k = \frac{x_i^k}{x_i^*}$, que caracteriza o conjunto D, em termos do i-ésimo atributo. Define-se $D_i = \sum_{k=1}^m d_i^k; i = 1,2,\ldots,n$. A medida de entropia do contraste de intensidade para o i-ésimo atributo é calculado por $e(d_i) = -\alpha \sum_{k=1}^m \frac{d_i^k}{D_i} Ln(\frac{d_i^k}{D_k})$, onde $\alpha = \frac{1}{e_{\max}} > 0$ e $e_{\max} = Ln(m)$. Lembrando ainda que $0 \leq d_i^k \leq 1$ e $d_i^k \geq 0$. Caso todos os d_i^k forem iguais para um dado i, então $\frac{d_i^k}{D_i} = \frac{1}{n}$ e $e(d_i)$ assume valor máximo, isto é, $e_{\max} = Ln(m)$. Ao se fixar $\alpha = \frac{1}{e_{\max}}$, determina-se $0 \leq e(d_i) \leq 1$ para todos os d$_i$'s. Essa normalização é necessária para efeito comparativo. A entropia total de D é definida por: $E = \sum_{i=1}^n e(d_i)$. Há duas observações a serem feitas, a primeira é a de que quanto maior for $e(d_i)$, menor é a informação transmitida pelo i-ésimo atributo e a segunda é o caso $e(d_i) = e_{\max} = Ln(m)$, então o i-ésimo atributo não transmite informação e pode ser removida da análise decisória. Devido ao peso λ_i ser inversamente relacionado a $e(d_i)$, usa-se $1 - e(d_i)$ ao invés de $e(d_i)$ e normaliza-se para assegurar que $0 \leq \lambda_i \leq 1$ e $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$. Assim: $\lambda_i = \frac{1}{n-E}[1 - e(d_i)] = \frac{[1-e(d_i)]}{n-E}$ (Kroenke et al., 2013).

A entropia associada a cada lote de indicadores é dado por:

$$\textit{e(liquidez)} = 0{,}8681069$$
$$\textit{e(endividamento)} = 0{,}960037$$
$$\textit{e(rentabilidade)} = 0{,}969933$$
$$\textit{e(atividade)} = 0{,}916057$$

A soma da entropias é dada por $E = 3{,}656717$. Aplicando a fórmula $\lambda_i = \frac{[1-e(d_i)]}{n-E}$, tem-se o valor dos pesos da informação:

$$\lambda_1 = 0{,}55147 \lambda_2 = 0{,}116415 \lambda_3 = 0{,}087587 \lambda_4 = 0{,}244529$$

Chega-se ao modelo ponderado:

$$
\begin{aligned}
\text{Max } Z = \quad & 0{,}55147v_1 + 0{,}116415v_2 + 0{,}087587v_3 + 0{,}244529v_4 \\
\text{Sujeito a:} \quad & 0{,}11x_1 + 0{,}11x_2 + 0{,}06x_3 + 0{,}21x_5 + 0{,}06x_6 \\
& +x_7 + 0{,}95x_8 + 0{,}04x_9 + 0{,}08x_{10} + 0{,}07x_{11} + 0{,}10x_{12} - v_1 \geq 0 \\
& 0{,}06x_1 + 0{,}07x_2 + 0{,}07x_3 + 0{,}22x_5 + 0{,}10x_6 + x_7 + 0{,}86x_8 \\
& +0{,}37x_9 + 0{,}20x_{10} + 0{,}16x_{11} + 0{,}19x_{12} - v_1 \geq 0 \\
& 0{,}07x_3 + 0{,}01x_4 + 0{,}19x_5 + 0{,}07x_6 + x_7 + 0{,}63x_8 + 0{,}36x_9 \\
& +0{,}07x_{10} + 0{,}05 + 0{,}13x_{12} - v_1 \geq 0 \\
& 0{,}91x_1 + 0{,}91x_2 + 0{,}83x_4 + 0{,}99x_5 + 0{,}87x_6 + x_7 + 0{,}99x_8 \\
& +0{,}69x_9 + 0{,}95x_{10} + 0{,}94x_{11} + 0{,}01x_{12} - v_2 \geq 0 \\
& 0{,}93x_1 + 0{,}91x_2 + 0{,}94x_4 + 0{,}96x_5 + 0{,}98x_6 + x_7 + 1x_8 \\
& +0{,}82x_9 + 0{,}96x_{10} + 0{,}96x_{11} + 0{,}97x_{12} - v_2 \geq 0 \\
& 040x_2 + 0{,}55x_3 + 0{,}34x_4 + 0{,}23x_5 + 0{,}56x_6 + 0{,}21x_7 + 0{,}31x_8 \\
& +1x_9 + 0{,}76x_{10} + 0{,}73x_{11} + 0{,}68x_{12} - v_2 \geq 0 \\
& 0{,}55x_1 + 0{,}57x_2 + 0{,}66x_4 + 0{,}74x_5 + x_6 + 0{,}96x_7 + 0{,}91x_8 \\
& +0{,}60x_9 + 0{,}74x_{10} + 0{,}73x_{11} + 0{,}57x_{12} - v_3 \geq 0 \\
& 0{,}56x_1 + 0{,}54x_2 + 0{,}73x_4 + 0{,}87x_5 + 0{,}83x_6 + x_7 + 0{,}94x_8 \\
& +0{,}69x_9 + 0{,}82x_{10} + 0{,}80x_{11} + 0{,}67x_{12} - v_3 \geq 0 \\
& 0{,}96x_1 + 0{,}95x_2 + 0{,}98x_4 + x_5 + 0{,}99x_6 + x_7 + x_8 + 0{,}97x_9 \\
& +0{,}99x_{10} + 0{,}99x_{11} + 0{,}98x_{12} - v_3 \geq 0 \\
& 0{,}52x_1 + 0{,}77x_2 + 0{,}84x_3 + x_4 + 0{,}78x_5 + 0{,}69x_7 + 0{,}41x_8 \\
& +0{,}60x_9 + 0{,}64x_{10} + 0{,}64x_{11} + 0{,}57x_{12} - v_4 \geq 0 \\
& x_1 + 0{,}38x_3 + 0{,}24x_4 + 0{,}15x_5 + 0{,}04x_6 + 0{,}03x_7 + 0{,}01x_8 \\
& +0{,}29x_9 + 0{,}11x_{10} + 0{,}11x_{11} + 0{,}36x_{12} - v_4 \geq 0 \\
& 0{,}59x_1 + 0{,}42x_2 + 0{,}57x_3 + x_4 + 0{,}80x_6 + 0{,}07x_7 + 0{,}18x_8 \\
& +0{,}63x_9 + 0{,}70x_{10} + 0{,}70x_{11} + 0{,}50x_{12} - v_4 \geq 0 \\
& x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} \\
& +x_{11} + x_{12} = 1 \\
& x_i \geq 0 (i = 1, \ldots, 12)
\end{aligned}
$$

A análise dos resultados e a determinação do posicionamento é feito de mesmo modo ao modelo original.

O mesmo modelo, com a inclusão do valor da informação gerou o *ranking* apresentado a seguir.

Analisando os Quadros 3 e 4, é possível verificar modificações no *ranking* de posicionamento das empresas, contudo nenhuma modificação significativa é percebida. Destaca-se que a empresa Panatlântica passou da 9a posição no primeiro *ranking* para a 6a posição no segundo. O coeficiente de correlação ordinal de Kendall é de $\tau = 0{,}758$, significante ao nível de 1%.

7. CONCLUSÕES

A classificação das empresas por meio de indicadores econômico-financeiros pode, sem dúvida, ser elaborada por estudiosos da contabilidade, que por meio de seus métodos e técnicas levam a *rankings* semelhantes aos obtidos por este artigo. Entretanto, o incremento da cesta de indicadores, da ampliação do horizonte temporal e inclusão de mais empresas no conjunto em investigação fará com que

Quadro 4: Resultados referentes a aplicação do modelo (com uso do valor da informação).

Posição	Empresa	Variável	Z*	Estratégia
1	Tekno	$x_7 = 1$	0,67	Pura
2	Ferbasa	$x_8 = 1$	0,47	Pura
3	Siderúrgica Nacional	$x_9 = 0{,}526$	0,30	Mista
4	Usiminas	$x_{12} = 0{,}738$	0,29	Mista
5	Paranapanema	$x_1 = 0{,}534$	0,26	Mista
6	Panatlântica	$x_5 = 0{,}791$	0,23	Mista
7	Gerdau	$x_{10} = 1$	0,22	Pura
8	Gerdau Met	$x_{11} = 1$	0,20	Pura
9	Aliperti	$x_6 = 0{,}637$	0,18	Mista
10	Mangels	$x_3 = 0{,}470$	0,17	Mista
11	Duque	$x_4 = 1$	0,15	Pura
12	Fibam	$x_2 = 1$	–	–

Fonte: Dados da pesquisa.

o nível de dificuldade aumente em forma diretamente proporcional, inviabilizando a análise frente às limitações do raciocínio humano dada a complexidade do cenário em estudo. Daí a importância da elaboração de uma metodologia (conjunto de métodos) de auxílio a decisão.

O objetivo de definir o posicionamento contábil das empresas de metalurgia e siderurgia por meio de jogos vetoriais foi atendido quando da aplicação do modelo. Este determinou a seguinte classificação: Tekno (1a), Siderúrgica Nacional (2a), Ferbasa (3a), Usiminas (4a), Gerdau (5a), Gerdau Met (6a), Paranapanema (7a), Aliperti (8a), Panatlântica (9a), Duque (10a), Fibam (11a) e Mangels (12a). Ao incluir o valor da informação no mesmo modelo, o *ranking* ficou alterado, passando a 5a posição a empresa Paranapanem, Panatlântica (6a), Gerdau (7a), Gerdau Met (8a), Aliperti (9a), Mangels (10a) Duque (11a) e Fibam (12a), guardando entre si correlação ordinal $\tau = 75{,}8\%$.

BIBLIOGRAFIA

Assaf Neto, A. (2003). *Finanças corporativas e valor*. São Paulo: Atlas.

Barros, A. J. S. & Lehfeld, N. A. S. (2000). *Fundamentos de metodologia científica: um guia para a iniciação científica*. São Paulo: Makron Books, 2 ed.

Brigham, E. F. & Ehrhardt, M. C. (2006). *Administração Financeira: teoria e prática*. São Paulo: Pioneira Thomson Learning.

Brigham, E. F. & Houston, J. F. (1999). *Fundamentos da moderna administração financeira*. Rio de Janeiro: Campus.

Fernández, F., Monroy, L., & Puerto, J. (1998). Multicriteria goal games. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 99(2):403–421.

Fernández, F. & Monroy, L. (2009). Multi-criteria simple games. In *Multiobjective programming and goal programming: theoretical results and practical applications*. Berlin Heidelberg: Spring-Verlag.

Fudenberg, D. & Tirole, J. (1991). *Game Theory, Massachusetts*. The MIT Press.

Ghose, D. B. (1991). A necessary and sufficient condition for Pareto-optimal security strategies in multicriteria matrix games. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 68(3):463–481.

Ghose, D. B. & Prasad, U. (1989). Solution concepts in two-person multicriteria games. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 63(2):167–189.

Gitman, L. J. (2004). *Princípios de administração financeira*. São Paulo: Addison Wesley, 10 ed.

Harsanyi, J. C. (1977). *Rational Behavior and Bargaining Equilibrium in Games and Social Situations*. New York: Cambridge University Press.

Harsanyi, J. C. & Selten, R. (1988). *A general theory of equilibrium selection in games*, volume 1. The MIT Press.

Iudícibus, S. (1998). *Análise de balanços*. São Paulo: Atlas, 8 ed.

Kroenke, A., Hein, N., & Wilhelm, V. E. (2013). Multicriteria analysis in the logistics of the reconstruction of zones affected by natural tragedies. In *26th European Conference on Operational Research*, Roma. EURO-INFORMS.

Marion, J. (2005). *Análise das Demonstrações Contábeis: contabilidade empresarial*. São Paulo: Atlas, 3 ed.

Matarazzo, D. C. (2008). *Análise financeira de balanços: abordagem gerencial*. São Paulo: Atlas, 7 ed.

Neumann, J. V. & Morgenstern, O. (1944). *Theory of games and economic behavior*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Richardson, R. J. (1989). *Pesquisa social: métodos e técnicas*. Atlas, 2 ed.

Silva, J. P. (2005). *Análise Financeira das Empresas*. São Paulo: Atlas, 6 ed.

Silveira, A. (coord.). (2004). *Roteiro básico para apresentação e editoração de teses, dissertações e monografias*. Blumenau: Edifurb, 2 ed.

Zeleny, M. (1982). Multiple criteria decision making. In *Human Systems Management*. New York: McGraw-Hill.