

RELAÇÕES ÁGUA-SOLO-PLANTA-ATMOSFERA

ANÁLISE DA EQUAÇÃO DE PERDA DE CARGA DE HAZEN-WILLIAMS, ASSOCIADA AOS REGIMES HIDRÁULICOS PARA TUBOS DE PVC E POLIETILENO DE PEQUENO DIÂMETRO

Carlos Rogério de Mello¹ e Jacinto de Assunção Carvalho²

RESUMO

Objetivou-se, com o presente trabalho, ajustar a equação de Hazen-Williams, a partir da equação de Darcy-Weisbach, aos regimes hidráulicos, melhorando sua precisão, e avaliar a variação do coeficiente C, com o diâmetro e a velocidade, mostrando a imprecisão gerada por esta equação em tubos de PVC e polietileno de pequeno diâmetro, quando nenhum ajuste é feito. Para tanto, trabalhou-se com transformações matemáticas a partir da combinação das equações de Hazen-Williams e Darcy-Weisbach; utilizando-se a regressão linear múltipla dos dados para o regime turbulento misto, modelou-se uma equação explícita para o fator f da equação de Darcy-Weisbach, aplicando-a às transformações matemáticas obtidas. Para os demais regimes, utilizaram-se as definições de f constantes em literaturas, sendo possível obter-se equações simples e precisas, não havendo necessidade de escolha do coeficiente C nem cálculo do fator f, facilitando e aumentando a precisão de dimensionamentos hidráulicos.

Palavras-chave: perda de carga, equações de perda de carga, tubos plásticos

ANALYSIS OF THE HAZEN-WILLIAMS HEAD LOSS EQUATION ASSOCIATED WITH THE HYDRAULIC FLOWS FOR SMALL DIAMETER PVC AND POLYETHYLENE PIPES

ABSTRACT

The purpose of this work was to fit the Hazen-Williams equation using from the Darcy-Weisbach equation, to the hydraulic flows, improving its accuracy. Another objective was to evaluate the variation of the C coefficient, with the diameter and flow velocity, showing the inaccuracy in this equation for small diameter PVC and polyethylene pipes when no adjustments are made. Mathematical transformations were used combining both Hazen-Williams and Darcy-Weisbach equations, and using multiple linear regression to the transition zone data, modeling an explicit equation for the friction coefficient of the Darcy-Weisbach equation (f) and substituting that equation in the mathematical transformations. Definition from literatures was used for the other flow types. Accurate and simple equations were obtained, making unnecessary the choice of the C coefficient and the calculation of the f friction coefficient, simplifying and increasing the accuracy in the hydraulic designs.

Key words: head loss equation, PVC and polyethylene pipe

¹ Eng. Agrícola, Pós-graduando em Engenharia Agrícola - Irrigação e Drenagem, Departamento de Engenharia, Universidade Federal de Lavras UFLA, CP 37, CEP 37200-000, Lavras, MG

² Eng. Agrícola, Dr. Prof. Adjunto do Departamento de Engenharia - UFLA. Fone (035)829-1489

INTRODUÇÃO

Os conhecimentos científicos de processos físicos que envolvem a condução de água para irrigação devem ser profundamente estudados, evitando-se possíveis simplificações que podem acarretar erros de dimensionamento hidráulico e energético.

Em condutos forçados, o estudo de perda de carga é fundamental, e definida, basicamente, pela perda gradativa de energia da água devido ao contato entre esta e as paredes das tubulações, representada pela rugosidade. Conforme o tamanho das rugosidades e a velocidade da água, tem-se vários graus de perda de carga, distinguindo-se o fluxo em regimes (Azevedo Netto & Alvarez, 1991).

Bernardo (1989), von Bernuth (1990), e Gomes (1997) dentre outros, citam a equação de Darcy-Weisbach como a mais precisa para este cálculo, pois envolve todas as variáveis responsáveis pelo fenômeno. A principal dificuldade de uso desta equação é determinar o fator de atrito f , que depende das características do fluxo e de alguns casos do material envolvido. Pode-se determiná-lo graficamente, através do diagrama de Moody (Bernardo, 1989) porém tal procedimento, apesar de prático, é bastante impreciso; assim, deve-se determiná-lo através de equações matemáticas, uma para cada regime.

A equação de Colebrook-White é indicada para o regime turbulento misto mas esta é implícita em f , ou seja, sua solução depende de iterações matemáticas ou do uso de calculadoras programáveis e de programas de computador. O primeiro procedimento é demorado e impreciso e o segundo pode não ser disponível a todos e, sendo assim, há necessidade de modelos (equações) explícitos, normalmente na forma estatística, que possam gerar sua solução com boa precisão (Mello et al., 1998).

O uso da equação de Hazen-Williams é bastante comum em dimensionamentos hidráulicos, por ser razoavelmente prática (Kamand, 1988). Seu uso para dimensionamento em tubos de pequeno diâmetro, torna-se inviável, uma vez que o coeficiente C é bastante variável (Kamand, 1988; Keller & Bliesner, 1990). Segundo Kamand (1988) a adoção de um valor para C , tomando-se como base apenas o material, pode proporcionar imprecisões nos cálculos de perda de carga, gerando problemas em balanceamentos de pressão em linhas mais complexas, e erros nos dimensionamentos de tubulações e de instalações de bombeamento. O citado autor encontrou grandes variações do coeficiente C para tubos de PVC, quando ocorreram variações de velocidade e de diâmetro da tubulação.

Este trabalho teve como objetivo determinar as variações existentes para tubos de PVC e polietileno de pequeno diâmetro, do coeficiente C , mostrando a imprecisão do cálculo de perda de carga, através da equação de Hazen-Williams, além de ajustar a equação de Hazen-Williams aos regimes hidráulicos citados, para esses tipos de tubos, a partir da equação de Darcy-Weisbach.

METODOLOGIA

Para determinação dos ajustes da equação de Hazen-Williams a partir da equação de Darcy-Weisbach, utilizaram-se diversas passagens matemáticas, descritas a seguir.

Igualando-se a equação de Darcy-Weisbach à equação de Hazen-Williams, tem-se:

$$\frac{f \times V^2}{2 \times g \times D} = \frac{V^{1,852}}{0,1469 \times C^{1,852} \times D^{1,167}} \quad (1)$$

Isolando-se, na relação anterior, o coeficiente C e se trabalhando com $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$:

$$C = 14,056 \times D^{-0,0902} \times f^{-0,54} \times V^{-0,08} \quad (2)$$

Esta equação foi tomada como a base teórica de todos os desenvolvimentos deste trabalho, em que C é o coeficiente de Hazen-Williams (adimensional), f é o fator de atrito (adimensional), D é o diâmetro (m) e V é a velocidade da água (m.s^{-1}).

Regime laminar

Para o regime laminar, o valor de f é dado pela equação:

$$f = \frac{64}{\text{Re}} \quad (3)$$

em que Re é o número de Reynolds (adimensional) e é dado pela equação:

$$\text{Re} = \frac{V \times D}{\nu} \quad (4)$$

onde ν é a viscosidade ($\text{m}^2.\text{s}^{-1}$), D e V foram definidos anteriormente.

Substituindo-se a Equação 4 em 3 e, em seguida, em 2, obtém-se

$$C = 1,489 \times \nu^{-0,54} \times D^{0,45} \times V^{0,46} \quad (5)$$

A partir desta relação estudou-se a variação do coeficiente C e, também, a equação de perda de carga para o regime laminar.

Regime turbulento liso

Tratando-se de tubos de PVC e polietileno de diâmetro pequeno (de 12 a 32 mm) com número de Reynolds menores que 100000, deve-se trabalhar, segundo Cabello (1987) com a equação de Blasius ($f = 0,314 \times \text{Re}^{-0,25}$) com a qual, substituída em 4 e em seguida em 2, encontra-se:

$$C = 26,2735 \times D^{0,0448} \times V^{0,055} \times \nu^{-0,135} \quad (6)$$

Da mesma forma, esta equação descreverá o comportamento do coeficiente C para este regime e a equação de perda de carga a ser proposta.

Regime turbulento misto

Para o fluxo turbulento misto, procedeu-se à modelagem estatística do fator f através de regressão linear múltipla dos dados, fazendo-se f em função do número de Reynolds (Re) e da rugosidade relativa (E/D) seguindo-se a metodologia de Mello et al. (1998) utilizando-se a equação de Colebrook-White:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1,14 - 2 \times \log \left(\frac{E}{D} + \frac{9,35}{(\text{Re} \times \sqrt{f})} \right) \quad (7)$$

na qual E é a rugosidade absoluta (m); E/D é rugosidade relativa (adimensional); f , D e Re foram definidos anteriormente.

Para obtenção dos valores de f , solucionou-se a equação de Colebrook-White, com o software Maple V Release 3 for Windows, fazendo-se algumas considerações; primeiro, limitou-se a velocidade do fluxo em $3,0\text{m.s}^{-1}$; a velocidade inferior será função da rugosidade relativa adotada, gerando determinado valor para o número de Reynolds, através da equação abaixo e da Equação 4, respectivamente, para cada diâmetro e temperatura; assim, trabalhou-se com vários valores de velocidade dentro deste intervalo, considerando-se temperatura variando de 20 a 30°C e diâmetro de 12 a 32mm, sendo 0,01 a maior rugosidade relativa adotada. Os menores valores de rugosidade relativa foram determinados em função da velocidade de $3,0\text{m.s}^{-1}$, do diâmetro e da temperatura, usando-se as equações citadas anteriormente; pôde-se, então, gerar dados, de forma a abranger todas as possibilidades de fluxo turbulento misto. A equação abaixo é essencial na geração dos dados para regressão, devendo-se ressaltar que a verificação do regime também é de fundamental importância:

$$\frac{\text{Re}^{0,9}}{\left(\frac{D}{E}\right)} \leq 31 \quad (8)$$

Considerou-se, como parâmetros estatísticos para averiguação da qualidade matemática da equação, o coeficiente de determinação corrigido (R^2) e a média dos desvios entre os valores preditos pela equação e os originais, seguindo metodologia de Kamand (1988):

$$\Delta f = \frac{|f_o - f_E|}{f_o} \times 100 \quad (9)$$

em que f_o se refere ao valor de f original (equação de Colebrook-White), f_E ao valor de f predito pela equação e Df ao desvio percentual entre os dois valores.

Como a equação estimada foi determinada explicitamente em f , pode-se substituí-la diretamente na relação abaixo, que é a Equação 2 rescrita de outra forma, isolando-se o coeficiente C , de forma semelhante à adotada nos outros regimes.

$$C^{1,852} \times f \times V^{0,148} = 133,56 \times D^{-0,167} \quad (10)$$

Para tubos de PVC e polietileno, com diâmetro variando de 12 a 32mm, não se trabalha, na prática, com o regime turbulento rugoso, pois como a rugosidade absoluta desses materiais é pequena, o número de Reynolds torna-se muito alto, o que proporcionaria uma velocidade incompatível com dimensionamentos; isto pode ser verificado pela relação abaixo e pela Equação 4, respectivamente, segundo Cabello (1987):

$$\frac{\text{Re}^{0,9}}{\left(\frac{D}{E}\right)} > 448 \quad (11)$$

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Regime laminar

Para o fluxo laminar, obteve-se a seguinte equação, substituindo-se a Equação 5 na equação de Hazen-Williams:

$$J = 3,257 \times V \times D^{-2} \times v \quad (12)$$

Na Figura 1 é mostrada a comparação entre a equação ajustada, de Darcy-Weisbach e Hazen-Williams, para $C=140$, valor este sugerido por Cabello (1987) e outros autores, para tubos de PVC ou polietileno, considerando-se diâmetro de 15mm e temperatura de 20°C . Nota-se que há uma grande diferença entre os valores calculados por Hazen-Williams, quando comparados com os da equação proposta e com os da equação de Darcy-Weisbach, em que estes últimos produzem praticamente os mesmos resultados.

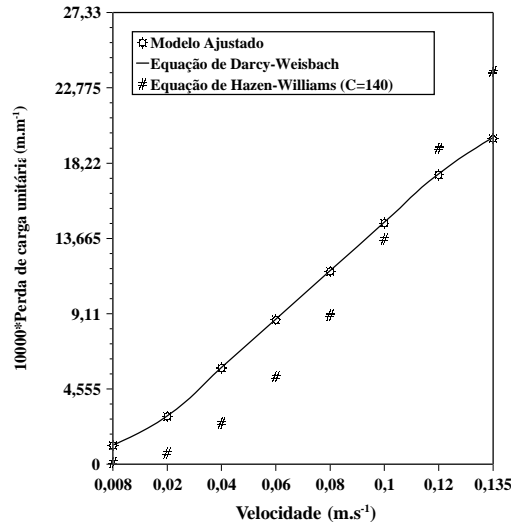


Figura 1. Representação do cálculo de perda de carga unitária pela equação ajustada e o erro proporcionado pela equação de Hazen-Williams, para o regime laminar, quando ambas são comparadas à equação de Darcy-Weisbach

A uma temperatura de 20°C , a Equação 12 pode ser rescrita da seguinte forma:

$$J = 3,29 \times 10^{-6} \times V \times D^{-2} \quad (13)$$

Na Figura 2 é mostrada a variação do coeficiente C para o regime laminar. Observa-se, ainda, que quanto maior o diâmetro, maior a amplitude de variação do coeficiente C , para uma mesma variação de velocidade, o que produzirá maiores discrepâncias nos cálculos de perda de carga.

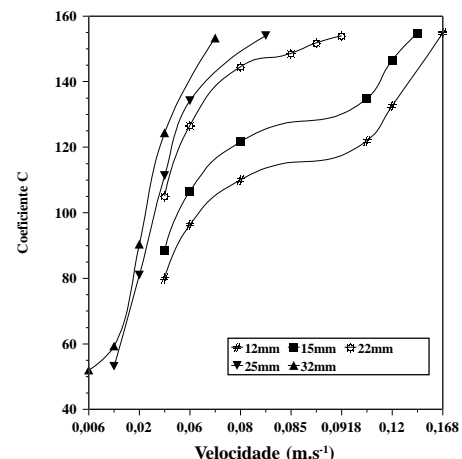


Figura 2. Variação do coeficiente C para tubos de PVC e polietileno de pequeno diâmetro no fluxo laminar

Regime turbulento liso

Para o fluxo turbulento liso, chegou-se à seguinte equação, a partir da substituição da Equação 6 na equação de Hazen-Williams:

$$J = 0,01599 \times V^{1,75} \times D^{-1,25} \times v^{0,25} \quad (14)$$

A fim de avaliar uma situação mais prática considerou-se, para tubos de PVC, rugosidade absoluta de 0,06mm (Informativo Técnico Tigre, 1984) e, para polietileno, segundo Danieletto (1990) variando de 0,0005 a 0,0025mm, com valor médio de 0,001mm e temperatura da água a 20°C; portanto, a Equação 14 pode ser reescrita assim:

$$J = 5,07 \times 10^{-4} \times V^{1,75} \times D^{-1,25} \quad (15)$$

Na Figura 3 é mostrada uma comparação da equação proposta acima com as equações de Darcy-Weisbach e Hazen-Williams. Observa-se que não há, praticamente, diferenças entre as três equações para nenhuma das duas situações; isto ocorreu devido à semelhança da equação de Hazen-Williams, para um coeficiente $C = 140$, com a equação proposta e a equação de Darcy-Weisbach.

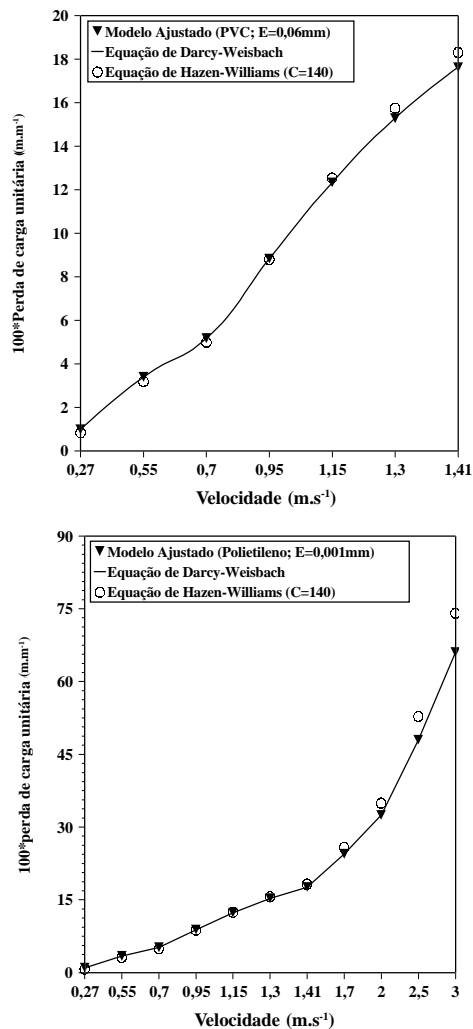


Figura 3. Representação do cálculo de perda de carga unitária pela equação ajustada e pela equação de Hazen-Williams e Darcy-Weisbach para tubos de PVC e polietileno

Os valores de rugosidade absoluta para polietileno geram uma velocidade superior do intervalo, para fluxo turbulento liso superior a 3,0m.s⁻¹ (Equações 8 e 4, respectivamente) incompatível, portanto, com o valor teoricamente econômico (Bernardo, 1989) considerando-se, então, o valor de 3,0m.s⁻¹ como limite superior.

A Figura 4 apresenta, para o fluxo turbulento liso, a variação de C com a velocidade, para uma situação de rugosidades absolutas de 0,06mm (PVC) e 0,001mm (polietileno), temperatura de 20°C e para os diâmetros estudados. Verifica-se que há considerável variação de C , aumentando tanto com o crescimento do diâmetro para uma mesma situação de velocidade, como com o aumento da velocidade para um mesmo diâmetro, notando-se maior variação para menores diâmetros, com maior amplitude de velocidade.

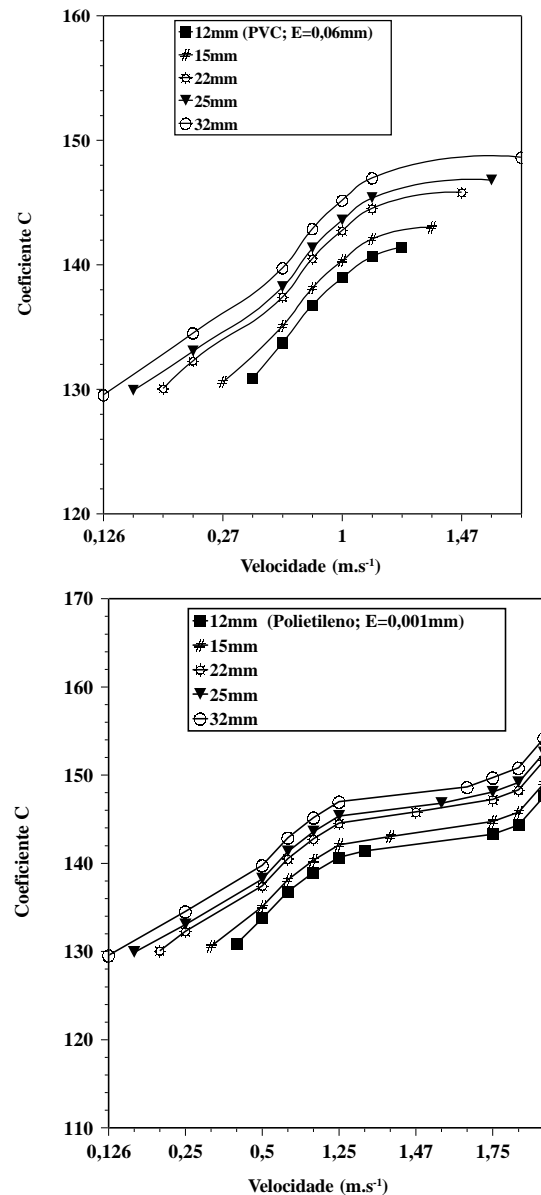


Figura 4. Representação da variação do coeficiente C para tubos de PVC e polietileno de pequeno diâmetro, no fluxo turbulento liso

Regime turbulento misto

A equação determinada para o fator f possui um R^2 corrigido em 99,82% e média dos desvios em 0,632%, valores bastante

próximos aos obtidos por Mello et al. (1998) determinando modelos explícitos para f , considerados de excelente qualidade estatística, podendo prever, com alta precisão, os valores de f dentro dos limites das variáveis trabalhadas. O modelo é o seguinte:

$$f = 0,012696 + 0,22791 \times \sqrt{\frac{E}{D}} + \frac{0,77209}{\sqrt{Re}} \quad (16)$$

Assim, substituindo-se a Equação 4 na Equação 16 e, em seguida, na 10, resulta:

$$C^{1,852} = \left[\frac{133,5 \times D^{-0,167}}{v^{0,148} \times (0,012696 + 0,22791 \times \sqrt{E/D}) + (0,77209 \times v^{-0,352} \times D^{-0,5} \times v^{0,5})} \right] \quad (17)$$

Substituindo-se a Equação 17 na equação de Hazen-Williams, obtém-se:

$$J = \frac{(0,012696 + 0,22791 \times \sqrt{E/D}) \times v^2 + (0,77209 \times v^{1,5} \times D^{-0,5} \times v^{0,5})}{19,6112 \times D} \quad (18)$$

que representa o ajuste da equação de Hazen-Williams, a partir da equação de Darcy-Weisbach, para o fluxo turbulento misto, com diâmetro de 12 a 32mm, temperatura da água de 20 a 30°C, velocidade máxima de 3,0m.s⁻¹ e rugosidade relativa (E/D) máxima de 0,01.

Da mesma forma e para maior praticidade da equação acima, consideraram-se os mesmos valores de rugosidade absolutos anteriores; mas para tubos de polietileno, esses valores geram velocidades muito elevadas dentro do fluxo turbulento misto, não sendo compatíveis. Pode-se dizer, com isto, que quando se trabalha com tubos de polietileno, considerando-se velocidade econômica máxima nos dimensionamentos de 3,0m.s⁻¹, o regime será turbulento liso. Desta maneira, apenas os tubos de PVC terão possibilidade de trabalhar em regime turbulento misto, devido à sua maior rugosidade, gerando velocidades mais compatíveis. A Equação 16 pode ser reescrita assim:

$$f = 0,012696 + (1,765 \times 10^{-3} \times D^{-0,5}) + 0,77209 \times (Re)^{-0,5} \quad (19)$$

$$J = \frac{v^2 \times (0,012696 + 1,765 \times 10^{-3} \times D^{-0,5}) + (7,759 \times 10^{-4} \times v^{1,5} \times D^{-0,5})}{19,6112 \times D} \quad (20)$$

A Figura 5 representa a comparação gráfica da equação desenvolvida com a equação de Darcy-Weisbach e com a

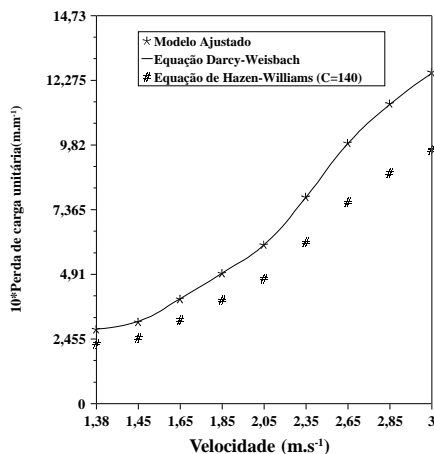


Figura 5. Representação da precisão da equação ajustada para perda de carga unitária, no fluxo turbulento misto e erro gerado pela equação de Hazen-Williams, quando comparados aos da equação de Darcy-Weisbach

equação de Hazen-Williams, para $C=140$, trabalhando-se com temperatura de 20°C, diâmetro de 12mm e rugosidade absoluta de 0,06mm. Nota-se o ótimo ajuste dos dados à equação de Darcy-Weisbach e a imprecisão da equação de Hazen-Williams, devido à adoção de um fator constante, gerando erros consideráveis no cálculo de perda de carga.

Através da Figura 6, que representa a variação do coeficiente C com a velocidade, para uma situação idêntica à apresentada para o regime turbulento liso, demonstra-se que há redução considerável do coeficiente C com a velocidade, para este regime, com curvas bastante próximas às obtidas por Kamand (1988) trabalhando com este regime, mostrando que este coeficiente não pode ser simplesmente adotado.

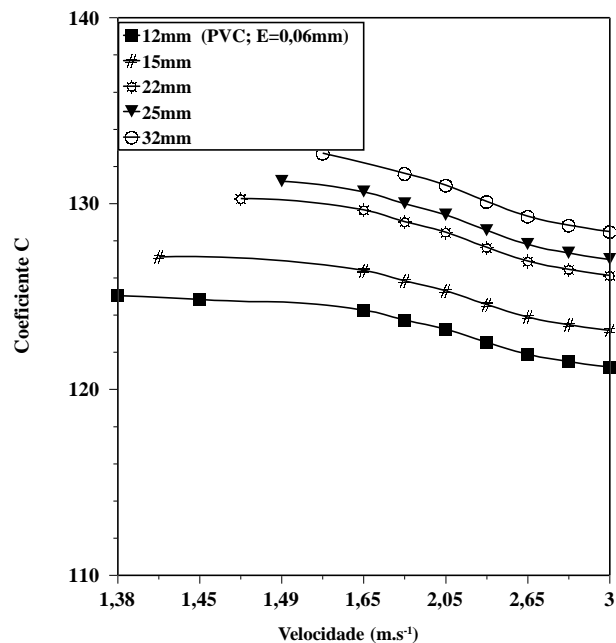


Figura 6. Representação da variação do coeficiente C para tubos plásticos de pequeno diâmetro no fluxo turbulento misto

Para as três equações propostas, não há necessidade de adoção do coeficiente C nem do cálculo do fator f , proporcionando maior precisão e facilidade dos cálculos de perda de carga, uma vez que a equação de Hazen-Williams se torna bastante imprecisa, especialmente para tubos de pequeno diâmetro, em que este C varia muito (Cabello, 1987).

Analisando-se todas as situações estudadas dentro do fluxo turbulento, por exemplo, para o diâmetro de 12mm, C varia de aproximadamente 118 a 140, mostrando grandes amplitudes deste coeficiente para um mesmo material (mesma rugosidade absoluta), a mesma temperatura e com o mesmo diâmetro, alterando apenas a velocidade (vazão) notando-se que o comportamento do coeficiente C varia de acordo com o regime, cresce no regime turbulento liso e diminui no turbulento misto. Essas discrepâncias estão próximas às obtidas por Kamand (1988) que trabalhou considerando apenas a equação de Colebrook-White para todos os regimes e rugosidade absoluta de 0,03mm. Deve-se verificar, também, que a variação de C no regime laminar é bastante alta, podendo variar de 80 a 155mm para um diâmetro de 12mm, mostrando que a imprecisão é maior para este regime.

CONCLUSÕES

1. O coeficiente C variou de forma acentuada, independentemente do regime de escoamento, mostrando que a fixação deste coeficiente não produz resultados satisfatórios em casos de diâmetros pequenos.

2. A equação de Hazen-Williams ajustada, em relação à equação de Darcy-Weisbach, considerando o regime de escoamento, estimou com boa precisão o valor da perda de carga em tubos de PVC e polietileno de pequenos diâmetros.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AZEVEDO NETTO, J.M.; ALVAREZ, G.A. **Manual de hidráulica**. 7.ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1991. 335p.
BERNARDO, S. **Manual de Irrigação**. 5. ed. Viçosa: UFV, 1989. 596p.
CABELLO, F.P. **Riegos Localizados de Alta Frecuencia (RLAF)**. 1.ed. Madrid: Mundi-Prensa, 1987. 461p.
DANIELETTO, J.R.B. **Tubos de polietileno e polipropileno: características e dimensionamento**. 1.ed. São Caetano do Sul: Medialdía, 1990. 340p.

GOMES, H.P. **Engenharia de Irrigação: hidráulica dos sistemas pressurizados, aspersão e gotejamento**. 2. ed. Campina Grande: UFPB, 1997. 390p.
INFORMATIVO TÉCNICO TIGRE. **Montagem de sistemas portáteis de irrigação por aspersão**. agosto/1984. 37p.
KAMAND, F.Z. Hydraulic Friction Factors for Pipe Flow. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**, New York, ASCE, v.114, n.2, p.311-323, 1988.
KELLER, J.; BLIESNER, R.D. **Sprinkle and trickle irrigation**. New York: Van Nostrand Reinhold, 1990. 652p.
MELLO, C.R. de; FERREIRA, D.F.; CARVALHO, J.A. Equações explícitas para o fator de atrito da equação de Darcy-Weisbach. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA AGRÍCOLA, 27., 1998, Poços de Caldas. **Anais ...** Poços de Caldas: Sociedade Brasileira de Engenharia Agrícola, v.1, 1998. p. 142-144.
VON BERNUTH, R.D. Simple and accurate friction loss equation for plastic pipe. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**, New York, ASCE, v.116, n.2, p.294-297, 1990.