

# O Princípio de Equivalência\*

## The Equivalence Principle

O.A. Acevedo<sup>1</sup>, E.M. de Moraes<sup>†1</sup>, B.M. Pimentel<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidade Estadual Paulista, Instituto de Física Teórica, São Paulo, SP, Brasil

Recebido em 27 de Novembro, 2018. Aceito em 28 de Dezembro, 2018.

Revisamos a base conceitual sobre o Princípio de Equivalência, elucidando seu papel crucial na formulação das teorias gravitacionais. Analisamos as consequências diretas do princípio, reinterpretando de modo relativisticamente coerente a forma como deve ser considerado na dedução do redshift gravitacional via utilização do efeito Doppler relativístico, ponto que foi negligenciado por Einstein. Os experimentos mais importantes já realizados a procura por violações da equivalência entre massa gravitacional e massa inercial são comentados, analisando seus princípios de funcionamento e os resultados obtidos.

**Palavras-chave:** relatividade, gravitação, princípio de equivalência, efeito doppler, queda livre

We review the conceptual basis on the Equivalence Principle, elucidating its crucial role in the formulation of gravitational theories. We analyze the direct consequences of the principle by reinterpreting in a relativistically coherent manner the way it should be considered in the derivation of gravitational redshift by using the relativistic Doppler effect. Einstein missed out this point. The most important experiments already carried out in the search for violations of the equivalence between gravitational mass and inertial mass are reviewed, their operational principles and results are analyzed.

**Keywords:** relativity, gravitation, equivalence principle, doppler effect, free fall

## 1. Introdução

A relação entre inércia e gravitação é um conceito crucial na construção das teorias gravitacionais. Muitas teorias, como é o caso da Lei da Gravitação Universal de Newton e a Teoria da Relatividade Geral de Einstein, se sustentam na equivalência entre efeitos gravitacionais e inerciais, sendo que tal equivalência é inserida com o *status* de princípio. O Princípio de Equivalência, como é conhecido, apresenta-se em diversas possíveis formulações de acordo com a natureza da teoria gravitacional em questão [1].

Pode-se apontar, primeiramente, o *Princípio de Galileu*, que formaliza a observação experimental da Universalidade da Queda Livre (UQL), em que, partículas-teste no vácuo apresentam a mesma aceleração num dado campo gravitacional [2]. A precisão de tal constatação depende do conceito abstrato de partículas-teste como um caso limite de um corpo com massa e volume tendendo a zero. Uma formulação alternativa, que constitui o *Princípio de Newton*, afirma que a massa gravitacional de um sistema é equivalente a sua massa inercial [3, 4]. Embora os princípios de Galileu e Newton sejam equivalentes no escopo da Lei de Gravitação Universal, o princípio de Newton é conceitualmente preferível visto que se define em termos de quantidades físicas mensuráveis. Além disso, a formulação galileana é válida apenas para uma classe específica de sistemas mecânicos, ou seja o das partículas-teste, en-

quanto que a formulação newtoniana tem validade para sistemas mecânicos arbitrários colocados em campos gravitacionais suficientemente fracos. Contudo, devem ser encarados como conceitos complementares que compõem o Princípio de Equivalência [5].

Na teoria de gravitação de Newton bem como em suas leis de movimento, o conceito de referencial inercial absoluto aparece em diversas circunstâncias. Alguns autores da era pré-relativística definem esse como sendo o referencial das estrelas físicas [6]. Tal hipótese é suficiente para descrever uma série de efeitos gravitacionais observáveis. Entretanto, na Teoria da Relatividade Especial, o Princípio da Relatividade determina a inexistência de referenciais especiais e, em especial, a não necessidade da adoção desse conceito para dedução das equações da física. Nesse aspecto, a Lei de Gravitação Universal e a descrição gravitacional aos moldes do que se conhecia na época se tornaram incoerentes sob o contexto relativístico. Com o intuito de se estender as ideias relativísticas para referenciais não inerciais, Einstein tomou como ponto de partida uma adaptação da formulação do Princípio de Newton [7]. O Princípio de Equivalência adequadamente generalizado, chamado por Einstein de “hipótese de equivalência física completa”, foi colocado como base da Teoria de Relatividade Geral [8, 9]. Os detalhes minuciosos acerca das distintas formulações do Princípio e Equivalência são apresentados na Seção 2. Contudo, na forma como enunciado por Einstein, nenhum laboratório não-rotativo em queda livre pode detectar localmente a presença de campos gravitacionais. Nessa concepção, os objetos em

\*Dedicado ao Prof. Abraham Hirsz Zimmerman pelo 90º aniversário.

†Endereço de correspondência: emdemor@ift.unesp.br.

queda livre seguem geodésicas no espaço-tempo e o que se percebe como força da gravidade nada mais é do que o resultado dos observadores serem incapazes de seguir as geodésicas do espaço-tempo devido à resistência mecânica da matéria. Com sua consideração, Einstein foi capaz de prever fenômenos surpreendentes para época, como redshift gravitacional e atraso temporal, mesmo antes da formulação completa da Teoria da Relatividade Geral [10]. Apesar de pequenas incoerências teóricas cometidas por ele, conforme apontado e reinterpretado por Florides [11], tais fenômenos, hoje comprovados, são consequências diretas da teoria de Einstein que diferencia e revela a superioridade desta em relação à teoria de Newton. Alguns destes fenômenos são estudados com maiores detalhes na Seção 3 sob o ponto de vista teórico. No entanto, salienta-se que o enunciado de Einstein sobre o Princípio de Equivalência exige uma interpretação cuidadosa, visto que se pode sempre idealizar sistemas físicos aptos a detecção de efeitos de marés a nível local, possibilitando assim a diferenciação de referenciais acelerados de referenciais inerciais sob influência de campos gravitacionais [5].

Enunciada primeiramente por Galileu Galilei, a UQL é uma característica notável e particular da interação gravitacional. Elucidando esse fato, toma-se como exemplo o campo eletromagnético, que não produz acelerações iguais para todos os corpos e, para corpos eletricamente neutros, não produz nenhuma aceleração. Contrariamente, corpos não massivos, de fato, interagem gravitacionalmente pela descrição relativística da Teoria da Relatividade Geral de Einstein, ainda que, na teoria Newtoniana, sejam gravitacionalmente neutros.

Como será mostrado na Seção 2, a característica da interação gravitacional mencionada acima está intimamente relacionada com sua proporcionalidade em relação à massa do corpo sobre o qual atua, fazendo com que seja, ao menos localmente, indistinguível de uma força inercial [12], isto é, uma força aparente produzida pelo movimento acelerado do observador. Efetivamente, somente olhando para a aceleração de corpos pontuais não seria possível saber que parte da força que atua sobre eles é inercial e que parte é gravitacional<sup>1</sup>. Isso também é diferente do que acontece no caso eletromagnético, que pode ser distinguido simplesmente, comparando a diferença entre as acelerações de corpos carregados e neutros.

Por originar-se de uma conclusão empírica, é natural que o Princípio de Equivalência tenha sido testado experimentalmente em suas diferentes formulações. Mais ainda, por conta de ter sido elevado à categoria de princípio, ele tem grandes implicações na física atual. Por estes e outros motivos, é muito importante avaliá-lo experimentalmente tão precisamente quanto for possível. Newton, de certa forma, foi o primeiro pesquisador a obter uma comprovação experimental satisfatória da universalidade da queda livre, conseguindo uma sensibilidade

de 1 parte em 1000 ao comparar o período de pêndulos de distintos materiais e composições [3, 4]. No final do Séc. XIX, Loránd Eötvös verificou a equivalência das massas gravitacional e inercial com uma sensibilidade de  $10^{-8}$  utilizando um aparato de balança de torção; um resultado bastante impressionante dada a época de realização do experimento [13–17]. Os conceitos físicos envolvidos na técnica produzem medições tão precisas que estão presentes mesmo em alguns experimentos terrestres de verificação do Princípio de Equivalência relativamente recentes. Esse é o caso dos trabalhos de Roll, Dicke e Krotov atingindo a sensibilidade de  $\sim 10^{-11}$  [18], de Braginskii e Panov com  $\sim 10^{-12}$  [19] e de Schlamminger com precisão de  $\sim 10^{-14}$  [20].

Apesar da precisão já obtida na procura por violações do Princípio de Equivalência, são necessários aprimoramentos nesses resultados. Muitas teorias de gravitação modificada, ou mesmo teorias que visam a unificação da Mecânica Quântica e Relatividade Geral prevêm violações do Princípio de Equivalência entre a ordem de  $10^{-18}$  até  $10^{-13}$  [21, 22]. Além disso, experimentos sobre a universalidade da queda livre podem servir para testar teorias de quinta interação fundamental [23]. Por esses fatos, a busca por experimentos que atinjam esse intervalo, ainda que parcialmente, são de interesse não só do ponto de vista experimental, mas também teórico-conceitual [24]. Para o aprimoramento das medições do Princípio de Equivalência, uma das ideias consiste em se testar a universalidade da queda livre no espaço. Um experimento já em andamento e com resultados promissores é o MICROSCOPE que, mesmo com resultados parciais, já conseguiu verificar a validade do Princípio de Equivalência com precisão superior às medições realizadas na superfície terrestre [21, 25–28].

Um resumo dos testes mais importantes, assim como alguns projetos futuros dedicados a melhorar a precisão das medições, será mostrado na Seção 4.

## 2. Formulações do Princípio de Equivalência

O *status quo* do conhecimento sobre efeitos gravitacionais depende da noção do Princípio de Equivalência, ainda que seja possível descrever a interação sem esse conceito [29]. Em vista desse papel central, apresenta-se em seguida uma catalogação dos eventos históricos com o intuito de auxiliar o leitor na compreensão na evolução das ideias requeridas na discussão principal do trabalho aqui apresentado.

### 2.1. Formulação de Galileu Galilei

Os primeiros trabalhos envolvendo os conceitos chave para o estabelecimento do Princípio de Equivalência se confundem com a própria história da ciência. A proposta de Aristóteles em seu livro *Physike akroasis*, indicava que a velocidade de queda de um corpo é diretamente proporcional a sua massa e inversamente proporcional a densidade do meio [30]. Em contraposição, Galileu Gali-

<sup>1</sup>Novamente, é conveniente deixar bem claro que essa afirmação é válida somente no caso local (onde o campo gravitacional é homogêneo) e para corpos pontuais (sobre os quais não atuam forças de maré). Este ponto foi devidamente salientado por Einstein, como será mostrado na subseção 2.3.

lei, em seu trabalho intitulado *Discursos e demonstrações matemáticas sobre duas novas ciências* [2], critica essa ideologia: a queda de porções de matéria com diferentes acelerações implicaria no aparecimento de tensões internas que, sob certas circunstâncias, culminariam na desintegração espontânea do corpo [31]. A não observância desse fenômeno o levou a postular que corpos distintos deveriam cair de mesma altura em tempos iguais. Mais que filosofar, Galileu realizou experimentos de queda livre corroborando seu ponto de vista. Em tradução livre de [2], página 72:

“A variação da velocidade no ar entre bolas de ouro, chumbo, cobre, p{ó}rfiro e outros materiais pesados é tão leve que, em uma queda de 100 côvados, uma bola de ouro certamente não ultrapassaria uma de cobre até quatro dedos. Tendo observado isso, cheguei à conclusão de que, em um meio totalmente vazio de resistência, todos os corpos caíam com a mesma velocidade.”

Além disso, Galileu trabalhou com experimentos de rolamento de esferas de diferentes materiais em planos inclinados, concluindo que a aceleração de pesos efetivamente pontuais em queda livre é a mesma.

Uma compreensão sobre a natureza da Universalidade da Queda Livre carece da noção de gravitação. Afinal de contas, ao dizer que duas partículas levam o mesmo tempo para cair de uma mesma altura, implicitamente, se está considerando a dimensão da partícula em queda desprezível. Neste caso específico, pode-se denominar o corpo em queda livre de partícula teste, visto que, através de seu movimento, pode-se obter informações a respeito da força gravitacional atuando sobre ele. Sendo assim, é um pouco problemático aceitar um enunciado de um princípio da natureza válido apenas para condições específicas. Uma formulação mais geral só viria a ser obtida com os estudos sistemáticos do movimento, iniciados por Isaac Newton. Nesse aspecto foi que o Princípio de Equivalência ganhou importância mais acentuada. Em sua obra *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* [3,4], Isaac Newton estabeleceu a igualdade das massas inercial (a massa que mede a resposta de um corpo a uma força), e a gravitacional (a massa que atua como fonte dos campos gravitacionais). Essa lei de igualdade ficou conhecida por *Princípio de Equivalência de Newton*, e, como será mostrado posteriormente nesse trabalho, é equiparável, em certas condições, ao Princípio de Equivalência galileano.

## 2.2. Formulação de Newton

Primeiramente, a fim de compreender o Princípio de Equivalência de Newton, é útil olhar para algumas de suas definições. Já na primeira página do livro I, Newton define a massa, que aqui será denominada inercial para distingui-la da massa gravitacional <sup>2</sup> [3]:

<sup>2</sup>Newton não faz essa distinção entre diferentes tipos de massas, posto que estabelece a igualdade delas desde a página 1. No lugar, ele trabalha com a massa e o peso e mostra a proporcionalidade deles.

**Definição I:** *A quantidade de matéria é a medida da mesma, obtida conjuntamente a partir de sua densidade e volume. [...] É essa quantidade que doravante sempre denominarei pelo nome de corpo ou massa.*

No livro III, no comentário que segue à Proposição VI, Newton menciona os fatos já conhecidos que o inspiraram a enunciar seu Princípio de Equivalência, assim como os experimentos por ele realizados a fim de o submeter a prova [4]:

“Tem sido observado por outros por um longo tempo que todos os tipos de corpos pesados (levando em conta a desigualdade de retardação que eles sofrem devido a um pequeno poder de resistência do ar) descem para a terra de alturas iguais em tempos iguais. E podemos determinar esta igualdade dos tempos com grande precisão com a ajuda de pêndulos. Fiz experiências com ouro, prata, chumbo, vidro, areia, sal comum, madeira, água e trigo. [...] Por esses experimentos feitos sobre corpos com o mesmo peso, poderia ter descoberto uma diferença de matéria menor do que uma parte em mil, se assim tivesse sido”.

Esse comentário estabelece os argumentos experimentais com os quais Newton postula a igualdade das massas inercial e gravitacional. O princípio propriamente dito aparece na Proposição VI do livro III [4]:

**Proposição VI. Teorema VI:** *Que todos os corpos gravitam em direção a todos os planetas e que os pesos dos corpos em direção a qualquer um dos planetas, a distâncias iguais do centro do planeta, são proporcionais às quantidades de matéria que eles contêm.*

Segundo a própria teoria da gravitação de Newton, se  $\mathbf{g}(\mathbf{x})$  é a intensidade do campo gravitacional de um planeta no ponto  $\mathbf{x}$ ,  $m_I$  e  $m_G$  são respectivamente as massas inercial e gravitacional de um corpo, então a proposição VI pode ser escrita como:

$$m_G \mathbf{g}(\mathbf{x}) = k m_I \mathbf{g}(\mathbf{x}), \quad (1)$$

onde  $k$  é uma constante que, segundo a proposição, tem que ser igual para todos os corpos, i.e. uma constante universal. Desse modo, a proposição VI se traduz na relação de proporcionalidade das massas inercial e gravitacional. Com uma escolha adequada do sistema de unidades, a constante de proporcionalidade  $k$  pode ser colocada como sendo igual à unidade:  $k = 1$ . Logo, a equação (1) fica sendo:

$$m_G = m_I, \quad (2)$$

que é o enunciado (quantitativo) atual do Princípio de Equivalência de Newton.

Note ainda que essa afirmação leva naturalmente ao Princípio de Equivalência galileano. Com a segunda lei de Newton para o movimento de partículas pontuais:

$$\mathbf{F} = m_I \frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2}, \tag{3}$$

e a interação gravitacional da partícula por meio de um campo gravitacional externo:

$$\mathbf{F} = m_G \mathbf{g}, \tag{4}$$

a aceleração de duas partículas pontuais (referidas pelos índices  $A$  e  $B$ ) serão [32]:

$$\frac{d^2 \mathbf{x}_A}{dt^2} = \left( \frac{m_G}{m_I} \right)_A \mathbf{g}, \quad \frac{d^2 \mathbf{x}_B}{dt^2} = \left( \frac{m_G}{m_I} \right)_B \mathbf{g}. \tag{5}$$

Pode-se, nesse ponto, analisar a Universalidade da Queda Livre de modo mais formal sob escopo da gravitação newtoniana. Para isso, considera-se três corpos distintos. O primeiro deles será tomado como referência e terá massas inercial e gravitacional dadas respectivamente por  $M_I$  e  $M_G$ . Além deles, dois corpos  $A$  e  $B$ , um com massas inercial e gravitacional dadas respectivamente por  $m_I^{(A)}$  e  $m_G^{(A)}$  e outro com  $m_I^{(B)}$  e  $m_G^{(B)}$ , terão seus movimentos comparados de acordo com a interação gravitacional em relação ao corpo de referência. Sendo assim, resolvendo o problema de dois corpos para a partícula de referência com cada uma das partículas  $A$  e  $B$ , as acelerações destes corpos serão dadas por:

$$\ddot{\mathbf{r}}_k = - \left( \frac{1}{M_I} + \frac{1}{m_I^{(k)}} \right) m_G^{(k)} \frac{GM_G}{|\mathbf{r}_k|^2} \hat{\mathbf{r}}_k \tag{6}$$

em que  $k = A, B$ . Através dessas equações, fica claro que as acelerações de  $A$  e  $B$  em relação ao corpo de referência não são iguais. A equação pode ser aproximada em  $\ddot{\mathbf{r}} = \left( m_G^{(k)} / m_I^{(k)} \right) \mathbf{g}(\mathbf{r})$ , em que  $\mathbf{g}(\mathbf{r}) = GM_G \hat{\mathbf{r}} / |\mathbf{r}|^2$ , apenas quando  $M_I \gg m_I^{(A)}, m_I^{(B)}$  e  $M_G \gg m_G^{(A)}, m_G^{(B)}$ , ou seja, quando  $A$  e  $B$  são partículas teste. Somente nesse aspecto que duas partículas de materiais distintos terão a mesma aceleração em queda livre (respeitando assim o Princípio de Equivalência galileano) caso a razão  $m_G/m_I$  seja a mesma para os dois materiais. Por esse motivo, o princípio de Newton enunciado conforme Eq. (2) é mais geral que o enunciado da Universalidade da Queda Livre. Ressalva-se ainda que, sempre que for utilizado a Universalidade da Queda Livre como sinônimo do Princípio da Equivalência, entenda-se que a massa da fonte gravitacional é de muitas ordens de grandeza maior do que a massa dos corpos em teste.

A universalidade do Princípio de Equivalência garante que  $m_G/m_I$  é uma constante universal, e, por isso, seu valor se confunde com a definição da constante gravitacional presente na definição do campo gravitacional  $\mathbf{g}$ . Desse modo, pode-se definir a razão entre as massas sendo 1, tal que seja válida a relação  $m_G = m_I$ , conforme proposto por Newton.

A importância dada por Newton a essa igualdade o levou a colocá-la em um lugar privilegiado no escopo de sua obra. Assim, na primeira página do livro I, logo

após a Definição I já mostrada, Newton faz a afirmação da proporcionalidade das massas inercial e gravitacional. Todavia, ele deixa claro que essa não é um hipótese de fato, mas como outrora exposto, foi provada experimentalmente:

*“E a mesma [massa] é conhecida através do peso de cada corpo, pois [a massa] é proporcional ao peso, como descobri em experimentos com pêndulos, realizados muito rigorosamente, os quais serão mostrados adiante”.*

Com o estabelecimento da teoria de Newton, os fenômenos gravitacionais observados, com exceção do avanço dos perélios orbitais, puderam ser explicados. A compreensão da natureza da gravitação pode não só determinar as órbitas de planetas, cometas e asteroides como também contribuir na descoberta de novos objetos astronômicos pela interpretação de perturbações orbitais de astros já conhecidos. Apesar da inegável compatibilidade da teoria com os dados observacionais, a lei de Newton para gravitação carecia de explicação em alguns pontos conceituais. O primeiro deles é que a teoria não estipula um mediador para a interação gravitacional, agindo instantaneamente a distância. Outro ponto é que a Lei de Gravitação Universal e as leis do movimento de Newton trazem intrinsecamente a noção de um referencial inercial absoluto. Essas ideias foram alvo de debate em meados do Séc. XIX e impulsionaram de fato uma série de avanços na física conceitual, culminando nos enunciados do Princípio da Relatividade Geral e o Princípio de Equivalência de Einstein, que, por sua vez, direcionam à compreensão do caráter geométrico da interação gravitacional.

### 2.3. Formulação de Einstein

Logo após a teoria da Relatividade Especial de Einstein ter sido publicada em 1905 [33], a comunidade científica rapidamente se atentou para a generalização dos conceitos relativísticos para o caso de referenciais não inerciais. Em 1907, o próprio Einstein notou que a gravitação newtoniana era incompatível com a Teoria da Relatividade Especial, visto que, embora a teoria estabelecesse uma relação entre inércia e energia, ela nada tinha a dizer à respeito da relação entre inércia e peso [9, 34]. Uma teoria plenamente relativística que incorpora a gravitação só viria a se concretizar com a publicação da Teoria da Relatividade Geral, no ano de 1916. Contudo, desde o ano de 1907, Einstein se convenceu que o Princípio de Equivalência seria o ponto de partida para organizar suas ideias em uma teoria de gravitação.

Em um trabalho intitulado “*A Influência da Gravidade na Propagação da Luz*” [7], Einstein estabelece uma hipótese sobre a natureza física do campo gravitacional. Assume-se a existência de um campo gravitacional homogêneo, que sob a ótica de um referencial inercial  $K$ , tem intensidade  $\mathbf{g}$ . Considerando o Princípio de Equivalência de Newton,  $\mathbf{g}$  é a aceleração que o campo gravitacional homogêneo produz sobre todas as partículas pontuais, observadas pelo referencial  $K$ . Logo, a descrição do movimento dessas partículas em  $K$  seria equivalente à des-

crição do movimento em um referencial não-inercial  $K'$ , sem campo gravitacional, que possui aceleração  $\mathbf{g}$  em relação ao referencial  $K$ . Essa similaridade na descrição do movimento das partículas pontuais é consequência do Princípio de Equivalência de Newton. A hipótese de Einstein foi que a equivalência dos referenciais  $K$  e  $K'$  é válida não somente para fenômenos mecânicos, mas para todos os fenômenos físicos. Sendo assim, ele formulou o *Princípio de Equivalência forte* ou *Princípio de Equivalência de Einstein*, que incorpora e generaliza o Princípio de Equivalência de Newton. Ele estabelece:

*“Admitimos que os sistemas  $K$  e  $K'$  se equivalem completamente do ponto de vista físico. [...] Essa equivalência só atinge um significado de maior profundidade se admitirmos para todos os fenômenos físicos, isto é, se as leis da Natureza referidas a  $K$  coincidirem inteiramente com as leis referidas a  $K'$ ”.*

Não obstante a proposição, Einstein elucida as limitações desse princípio, que, como visto, foi estabelecido sob a hipótese da existência de um campo gravitacional homogêneo:

*“É claro que não é qualquer campo de gravidade que pode substituir-se por um estado de movimento do sistema privado de campo de gravidade, do mesmo modo que não é possível, por meio de uma transformação relativística [especial], reduzir ao repouso todos os pontos de qualquer meio em movimento”.*

Geralmente, e como o próprio Einstein reconheceu, o Princípio de Equivalência é considerado a base fundamental da teoria da Relatividade Geral [35]. Foi com ele que Einstein realizou algumas previsões, tais como a ponderabilidade da energia, a deflexão dos raios de luz no campo gravitacional [7], e o atraso de relógios no campo gravitacional [9]. Esse último efeito é consequência direta do redshift gravitacional, como provado por Einstein em seu artigo original.

Antes de prosseguir, faz-se necessário a discussão de alguns pontos sobre a forma como Einstein trabalha com o Princípio de Equivalência.

Em primeiro lugar, diversos autores de livros-texto de Relatividade Geral e Gravação citam a dedução do redshift gravitacional por Einstein através do seu Princípio de Equivalência<sup>3</sup> [7, 12, 36–38]. O que a maioria não comenta é que, nessa dedução, Einstein utiliza de forma desprezível a fórmula de Doppler para o deslocamento da frequência entre emissor e receptor com velocidades distintas. Embora leve a uma correta predição do efeito do Redshift Gravitacional, a heurística de Einstein é falha e peca ao negligenciar a abordagem relativística do efeito Doppler [11].

Outro ponto consiste na forma incompleta como Einstein propõe seu Princípio de Equivalência: *em todos os*

*laboratórios não rotativos em queda livre, os resultados de qualquer experimento local são os mesmos, independente do campo gravitacional ao redor do laboratório.* Ainda que conveniente à formulação da Teoria da Relatividade Geral, a natureza não condiz com tal enunciado. Um observador em queda livre pode se utilizar dos gradientes de campo gravitacional à procura de efeitos de marés. Caso forem encontrados, tal observador pode facilmente determinar se está ou não sob influência de gravação. De fato, é possível citar vários exemplos de experimentos cuja gravidade não se anulam a medida de  $r \rightarrow 0$ , como é o caso das protuberâncias em uma gota líquida devido a efeito de marés, o relógio de Marzke-Wheeler e a balança de torção de Eötvös [5]. Óbvio que se tal observador estiver imerso em um campo gravitacional perfeitamente homogêneo, não detectará nenhum efeito de maré, podendo-o levar a concluir erroneamente estar em um referencial acelerado. Não surpreendentemente, é justamente com esse caso que Einstein exemplifica os conceitos subjacentes à sua formulação. Todavia, o princípio deve necessariamente impor condições que valham para campos gravitacionais arbitrários, o que explicita a incompletude de sua proposição e escancara a necessidade de uma reformulação.

Os entraves na proposição de um Princípio de Equivalência residem na definição de localidade. As leis clássicas da física não são suficientemente locais para apoiarem uma formulação de um princípio tão generalista. Contudo, em virtude das equações de campos serem as leis mais perfeitamente locais conhecidas, é natural definir o Princípio de Equivalência como [5, 39]: *em cada ponto do espaço-tempo, é possível encontrar uma transformação de coordenadas tal que as variáveis do campo gravitacional podem ser eliminadas das equações de campo da matéria.*

### 3. Consequências teóricas do Princípio de Equivalência de Einstein

Conforme comentado anteriormente, Einstein utiliza o Princípio de Equivalência para predição de uma série de efeitos. No que concerne o redshift gravitacional, em um trabalho relativamente recente, Florides [11] lança luz a uma nova perspectiva sobre as conclusões tiradas por Einstein. A maneira como o redshift gravitacional é deduzido pelo físico alemão no início do Séc. XX depende de conceitos clássicos, como o efeito Doppler não relativístico e soma clássica de velocidades, de tal modo que, a exata predição do redshift gravitacional não passa de uma feliz coincidência. Florides mostrou que, considerando válida a mecânica newtoniana, o efeito da aceleração da fonte faz com que as frequências do sinal que observam fonte e receptor movimentando-se com igual aceleração são, de fato, iguais. A conclusão de Einstein não é válida, e o redshift gravitacional, que tem sido extensamente provado experimentalmente como veremos na Seção 4, é um resultado da Teoria da Relatividade Geral completa, e não é consequência direta do Princípio de Equivalência, como proposto por Einstein. Nas seguintes subseções, serão percorridos os passos de dedução das fórmulas do

<sup>3</sup>Uma exceção é a terceira edição de *Gravitation and Spacetime* de Ohanian e Ruffini [10], conforme pode ser verificado na nota de rodapé 1 da página 137.

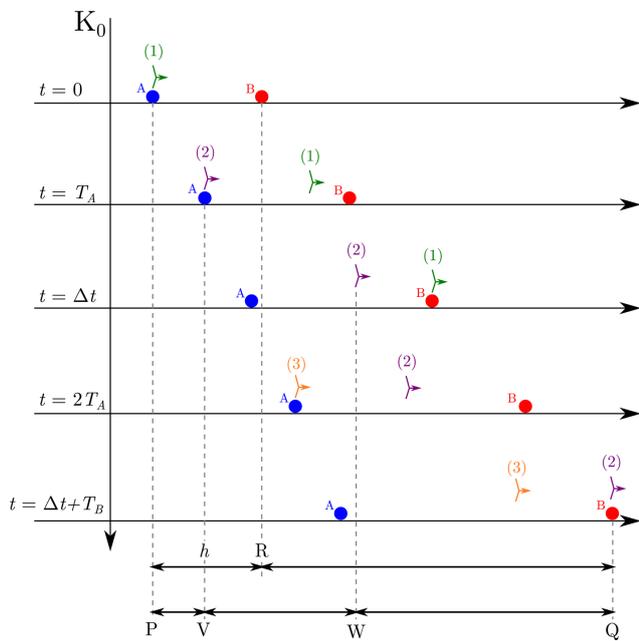
efeito Doppler com aceleração da fonte e do receptor. Na sequência, os resultados obtidos serão utilizados na derivação da existência do redshift gravitacional e a relação desse efeito com o ritmo dos relógios num campo gravitacional.

### 3.1. Efeito Doppler em movimento uniformemente acelerado

Considera-se, em primeiro lugar, o efeito Doppler para o caso de uma fonte emissora de ondas,  $A$ , e um receptor  $B$ , ambos em movimento uniformemente acelerado. É conveniente trabalhar num referencial inercial externo, denominado  $K_0$ , em relação ao qual observa-se o fenómeno, conforme mostrado na Fig. 1, com as notações:

- $h$ : distância inicial entre  $A$  e  $B$ , no referencial  $K_0$ ,
- $v_A$ : velocidade de  $A$  no referencial  $K_0$ ,
- $v_B$ : velocidade de  $B$  no referencial  $K_0$ ,
- $u$ : velocidade do sinal no referencial  $A$ ,
- $U$ : velocidade do sinal no referencial  $K_0$ ,
- $T_A, T_B$ : períodos de emissão e recepção do sinal no referencial  $K_0$ , respectivamente,
- $T_e, T_r$ : períodos de emissão e recepção do sinal nos referenciais de  $A$  e  $B$ , respectivamente, e
- $\nu_e, \nu_r$ : frequências de emissão e recepção do sinal nos referenciais de  $A$  e  $B$ , respectivamente.

Nota-se que a velocidade do sinal tem um valor geral e não é necessariamente igual à velocidade da luz. Em seguida, adota-se a suposição de que no referencial  $K_0$  é medido um intervalo de tempo entre dois eventos como  $\Delta t$ . Para acomodação de conceitos relativísticos,



**Figura 1:** Evolução temporal expondo os eventos específicos da emissão de um feixe luminoso se propagando com velocidade  $U$  medida no referencial  $K_0$ . A fonte  $A$  se movimenta com velocidade  $v_A$  ao passo que o receptor  $B$  se movimenta com velocidade  $v_B$ . No gráfico, o fluxo temporal está direcionado para baixo.

um referencial qualquer movendo-se com velocidade  $v$  em relação a  $K_0$  irá perceber o intervalo de tempo dos mesmos dois eventos como  $\gamma(v)\Delta t$ . Além disso, a velocidade de propagação de uma onda emitida por uma fonte em movimento sob a óptica de um referencial inercial externo será a soma da velocidade da fonte  $v$  com a velocidade de propagação  $u$  da onda no referencial da fonte. Embora essa soma não seja uma soma algébrica em geral, ela pode ser representada pela expressão  $u \oplus v$ , sendo que a operação  $\oplus$  será dependente da estrutura da teoria mecânica em questão.

As equações do efeito Doppler podem ser obtidas facilmente com base na Fig. 1. No tempo  $t = 0$ , a fonte  $A$  emite um sinal luminoso denotado por (1) que chega ao receptor no tempo  $\Delta t$ . O segundo sinal luminoso é enviado pela fonte no tempo  $T_A$  e chega no receptor no tempo  $\Delta t + T_B$ . Nota-se aqui que  $T_A$  e  $T_B$  são os períodos de emissão e recepção dos sinais, conforme observado em  $K_0$ .

Analisando a Fig. 1, nota-se que distância entre os pontos  $P$  e  $Q$  pode ser calculada de duas formas diferentes:  $P \rightarrow R \rightarrow Q$  e  $P \rightarrow V \rightarrow Q$ . Igualando-as, obtém-se:

$$h + \int_0^{\Delta t + T_B} v_B(t) dt = \int_0^{T_A} v_A(t) dt + \int_{T_A}^{\Delta t + T_B} U(t) dt \quad (7)$$

Para que o sinal emitido por  $A$  em  $t = 0$  seja recebido por  $B$  em  $t = \Delta t$ , então, a velocidade de propagação  $U(t)$  do sinal deve ser maior que a velocidade  $v_B(t)$  do receptor. Assim:

$$h = \int_0^{\Delta t} [U(t) - v_B(t)] dt \quad (8)$$

de onde pode-se obter  $\Delta t$ .

No caso mais simples em que tanto fonte e receptor quanto o sinal estão em movimento uniforme (MU), a Eq. (7) fornece:

$$h + v_B(\Delta t + T_B) = v_A T_A + U(\Delta t + T_B - T_A).$$

ao passo que a equação (8) permite obter  $\Delta t = h / (U - v_B)$ . Dessa forma:

$$T_B = \left( \frac{U - v_A}{U - v_B} \right) T_A.$$

Numa leitura não relativística da situação, o período de emissão  $T_e$  no referencial de  $A$  é o mesmo que o período de emissão  $T_A$  em  $K_0$ . Da mesma forma,  $T_r = T_B$ . Ainda, a velocidade  $U$  de propagação do sinal será a soma algébrica da velocidade de  $a$  com a velocidade de propagação  $u$  no referencial de  $A$ ; i.e.  $U = u + v_A$ . Com isso:

$$\nu_r = \left( 1 + \frac{\Delta v}{u} \right) \nu_e \quad (\text{MU não-relativístico}), \quad (9)$$

em que  $\nu_r = 1/T_r$ ,  $\nu_e = 1/T_e$  e  $\Delta v = v_A - v_B$ .

Para o estudo de um caso de movimento uniformemente variado (MUV), é conveniente definir um referencial  $K_0$

tal que  $v_A(0) = v_B(0) = w(0) = 0$ . Logo, como  $K_0$  é inercial, considera-se que, se  $g$  é a aceleração da fonte, receptor e do meio, suas respectivas velocidades no tempo  $t$  serão  $v_A(t) = v_B(t) = w(t) = gt$ . É claro que no caso relativístico, essa é uma suposição válida unicamente para pequenas acelerações e curtos períodos de tempo, uma vez que, segundo a fórmula proposta, para um tempo grande as velocidades poderiam ser maiores do que a da luz. Logo, os resultados finais obtidos no caso relativístico deverão ser aproximados em primeira ordem em  $g$ . Será considerado unicamente o caso do sinal eletromagnético, onde a velocidade  $U_0$  é a velocidade da luz. Nesse caso, independentemente do valor de  $w$ , tem-se  $U = c \oplus w = c$ ,

devido à lei de somas relativísticas. Substituindo na Eq. (8), o tempo de alcance será solução de uma equação de segunda ordem. A solução correta obtém-se impondo a condição de  $\Delta t \rightarrow 0$  quando  $h \rightarrow 0$ . A expressão é:

$$\Delta t = \frac{c}{g} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2hg}{c^2}} \right) \quad (10)$$

Nota-se que esse resultado coincide com o resultado newtoniano no caso de se considerar  $U_0 = c$  na expressão newtoniana de  $\Delta t$  e expandir até primeira ordem em  $hg/c^2$  a expressão relativística. Substituindo esses resultados na Eq. (7), obtém-se:

$$h + \frac{g}{2} \left\{ \frac{c}{g} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2hg}{c^2}} \right) + T_B \right\}^2 = \frac{g}{2} T_A^2 + c \left\{ \frac{c}{g} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2hg}{c^2}} \right) + T_B - T_A \right\} \quad ,$$

de onde estabelece-se a relação entre os períodos  $T_A$  e  $T_B$  por meio de uma equação quadrática. Escolhendo o sinal correto, tal que os períodos coincidam no limite de  $h \rightarrow 0$ , a solução obtida é:

$$T_B = \frac{c}{g} \sqrt{1 - \frac{2hg}{c^2}} \left\{ 1 - \sqrt{1 - \frac{2g T_A \left( c - \frac{g}{2} T_A \right)}{c^2 \left( 1 - \frac{2hg}{c^2} \right)}} \right\} \quad , \quad (11)$$

que, em primeira aproximação, como deve ser pelo fato de se trabalhar com a aproximação de  $v(t) = gt$ , dá o resultado aproximado:

$$T_B = \left( 1 + \frac{hg}{c^2} \right) T_A \quad . \quad (12)$$

Finalmente, transformando para os períodos medidos pela fonte e pelo receptor dos sinais:

$$T_r = \frac{\gamma(v_A)}{\gamma(v_B)} \left( 1 + \frac{hg}{c^2} \right) T_e \quad , \quad (13)$$

onde  $\gamma(v)$  é o fator de Lorentz para a partícula de velocidade  $v$ . Escrevendo a relação em termos das frequências, a pequenas velocidades, obtém-se o resultado:

$$\nu_r = \frac{\nu_e}{1 + \frac{hg}{c^2}} \approx \nu_e \left( 1 - \frac{hg}{c^2} \right) \quad . \quad (14)$$

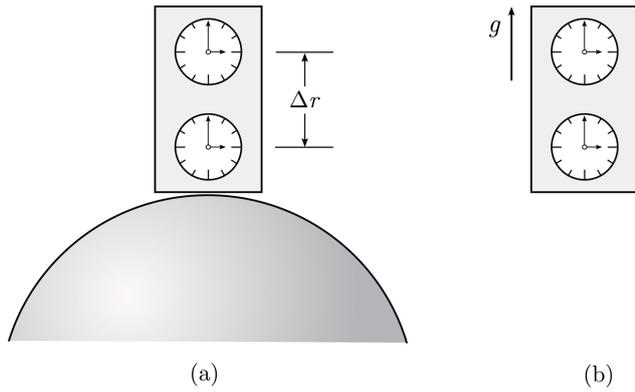
A Eq. (14) mostra que ao considerar efeitos relativísticos explicitamente, obtém-se em primeira ordem de aproximação que a frequência de recepção dos sinais luminosos é menor do que a frequência de emissão. Esse resultado está diretamente ligado ao efeito de redshift gravitacional, como será mostrado mais adiante. Além disso, o resultado é consistente com aquele encontrado usando a mecânica newtoniana, no limite de  $c \rightarrow +\infty$ , como esperado.

### 3.2. Redshift gravitacional e atraso de relógios

Tendo adquirido uma compreensão de como generalizar o efeito Doppler a um cenário relativístico, a tarefa imediata consiste em aplicá-lo ao caso do redshift gravitacional. Como mencionado, o Princípio de Equivalência estabelece a equivalência entre um campo gravitacional homogêneo e um referencial acelerado. Por esse motivo, a abordagem mais adequada seria o uso do efeito Doppler para fonte, meio e receptor com aceleração constante. No entanto, embora a forma com a qual Einstein abordou o problema seja incorreta pelo fato de não se considerar a aceleração na fórmula do efeito Doppler, é conveniente lembrá-la aqui por razões históricas, seguida da aplicação dos resultados para o caso acelerado.

Albert Einstein utilizou como ponto chave um de seus *Gedanken experimentieren* (algo como “experimentos de pensamento” em tradução livre) para deduzir a fórmula do redshift gravitacional. Fazendo uso do Princípio de Equivalência, simulou os efeitos do campo gravitacional através de um referencial uniformemente acelerado. A fim de estudar os efeitos, dois relógios são dispostos no referencial com uma distância  $\Delta r$  entre eles, cf. Fig. 2. Um observador inercial visualiza os dois relógios sendo acelerados para cima com aceleração  $g$ . O relógio  $A$  abaixo, com velocidade inicial  $v_A$  sob a ótica do observador inercial, envia um pulso de luz com uma frequência  $\nu_A$ . A luz percorre a distância  $\Delta r$  em um tempo  $\Delta t = \Delta r/c$  e chega ao relógio  $B$ . Nesse intervalo de tempo, o referencial aumenta sua velocidade por uma porção  $g\Delta r/c$  devido a aceleração  $g$ , de tal modo que o relógio 2 recebe o sinal estando em uma velocidade  $v_B = v_A + g\Delta r/c$ .

Sob um cenário clássico, se fonte e receptor tem velocidades diferentes, então, naturalmente a frequência de recepção se difere da frequência de emissão. Einstein utilizou erroneamente a Eq. (9) para descrição dessa discrepância, considerando  $u = c$  para a velocidade de propagação da onda no referencial do emissor. Desse



**Figura 2:** (a) Dois relógios em repouso no campo gravitacional da Terra; e (b) dois relógios em um referencial acelerado. Fonte: [10].

modo:

$$\nu_B \simeq \nu_A \left( 1 - \frac{\Delta v}{c} \right) = \nu_A \left( 1 - \frac{g\Delta r}{c^2} \right), \quad (15)$$

ou ainda:

$$\frac{\Delta \nu}{\nu} \simeq - \frac{g\Delta r}{c^2} \quad (16)$$

Os argumentos físicos utilizados para a previsão teórica desse efeito são muito simples e bem comprovados. Além disso, o Princípio de Equivalência, utilizado por Einstein para a previsão do redshift gravitacional, foi também a pedra angular para a elaboração de sua Teoria da Relatividade Geral. De certa maneira, todos esses fatores contribuíram para estabelecer a ideia equivocada de que o Princípio de Equivalência apenas é suficiente para predição do redshift gravitacional. Por conta disso, talvez, tal conceito passou tanto tempo sem ser questionado, até que no início do Séc. XXI, Florides encontrou uma incoerência [11]. Para compreensão dos pontos levantados por ele, é conveniente salientar os seguintes tópicos:

- O uso da fórmula  $\nu_B = \nu_A + g\Delta r/c$  indica claramente que a mecânica clássica está sendo usada.
- Todos os pontos do referencial não inercial estão sujeitos a mesma aceleração  $g$  relativa ao referencial inercial.

Clarificando isso, é possível evidenciar os pontos em que o argumento de Einstein carece de cuidado. Em primeiro lugar, a fórmula para o efeito Doppler, na Eq. (15), é válida apenas para o caso em que as fontes estão se movendo com velocidades constantes com respeito a algum referencial inercial. Obviamente, esse não é o caso no experimento hipotético de Einstein. Indo além, não obstante o fato do argumento padrão considerar o relógio receptor homogeneamente acelerado, não se considera os efeitos de aceleração do relógio emissor. Justifica-se, portanto, um outro equívoco no uso da fórmula dada na Eq. (15) para o deslocamento Doppler.

Florides percebeu que utilizar a fórmula do efeito Doppler padrão era um erro e que uma abordagem coerente deveria levar em conta os efeitos não inerciais. Foi obtida

então uma fórmula, construída dentro do plano de fundo da mecânica clássica para o efeito Doppler com fonte e receptor percorrendo movimentos arbitrários ao longo do eixo  $x$ .

Para o caso do referencial uniformemente acelerado (equivalente ao campo gravitacional homogêneo via Princípio de Equivalência) que foi deduzido aqui, as frequências de emissão e recepção são idênticas. Esse resultado demonstra claramente a inaptidão da mecânica clássica em prever o redshift gravitacional, um efeito que, de certo modo, é exclusivamente relativístico.

Embora Florides tenha encontrado um redshift gravitacional nulo utilizando a mecânica newtoniana para a descrição do sistema acelerado, foi visto que inserindo a lei de adição de velocidades relativísticas, é possível encontrar um redshift gravitacional para feixes luminosos em trânsito de um ponto de menor potencial gravitacional a outro de maior potencial gravitacional. Em primeira ordem de aproximação, tem-se [12]:

$$\nu_r \approx \nu_e \left( 1 - \frac{hg}{c^2} \right) .$$

Identificando a diferença de potencial gravitacional entre os pontos em que estão o receptor e o emissor:  $\Delta\Phi = \Phi(r) - \Phi(e) = -hg$ , obtém-se que a frequência dos sinais luminosos varia segundo:

$$\nu_r = \nu_e \left( 1 + \frac{\Delta\Phi}{c^2} \right) . \quad (17)$$

A diferença relativa entre as frequências recebida e emitida é portanto:

$$\frac{\nu_r - \nu_e}{\nu_e} = \frac{\Delta\Phi}{c^2} . \quad (18)$$

Esse é o mesmo resultado obtido por Einstein. Levando em conta a aceleração da fonte e do receptor, em primeira aproximação, o Princípio de Equivalência tem como consequência uma diminuição no valor da frequência recebida quando existe entre esses dois corpos uma diferença de potencial gravitacional.

Einstein, tendo chegado a esse resultado, o estendeu para formas de campo não homogêneos [7]:

*“Admitamos que a relação que foi estabelecida para o campo de gravidade homogêneo continua a ser válida para outras formas de campo”.*

É com base nesse resultado que são feitas muitas das comprovações experimentais, como será mostrado mais adiante. Posto que os resultados no caso newtoniano são nulos, é conveniente considerar somente o caso relativístico com aceleração constante, que é igual, pelos motivos antes estabelecidos, ao encontrado por Einstein.

Um estudo completo da abordagem relativística para o Princípio de Equivalência é feito por Schild [40]. Surgem nesse estudo, no entanto, alguns problemas de cunho teórico. O experimento do elevador utilizado por Schild, e que, de fato, não foi introduzido por Einstein na formulação do Princípio de Equivalência como dá-se a entender

em muitos livros-texto, esbarra nos conceitos vagos de corpo rígido sob o ponto de vista da relatividade especial. A não invariância de Poincaré para a aceleração constante levou Schild a considerar, no lugar, a aceleração uniforme, embora não é disso que se trata o Princípio de Equivalência. Na visão de Florides, o erro mais grave cometido por Schild consiste na realização de aproximações inválidas para obtenção da equação do efeito Doppler, pois são desconsiderados termos da mesma ordem de grandeza do redshift obtido. Para uma interpretação oposta, vide Ref. [10].

O redshift gravitacional leva naturalmente à redefinição do tempo na presença de um campo gravitacional. O argumento de Einstein sobre a modificação do fluxo temporal como consequência do redshift gravitacional é que, sendo estacionário o processo em estudo, o número de sinais que se encontram no espaço entre  $B$  e  $A$  deve se manter constante no tempo [7]. Isso somente é possível se o número de sinais que passa por  $B$  e  $A$  nas unidades de tempo respectivas são iguais. Caso contrário, haveria aglomeração ou desaparecimento de sinais no espaço entre os dois corpos. Então, denotando por  $\tau_r$  e  $\tau_e$  as unidades de tempo, e por  $n_r$  e  $n_e$  o número de sinais, dos referenciais  $B$  e  $A$  respectivamente, a condição anterior será expressa como:

$$\nu_r \tau_r = n_r = n_e = \nu_e \tau_e \quad (19)$$

Substituindo essa relação na Eq. (17), obtemos que a unidade de tempo medida por um relógio de  $B$  relaciona-se com a unidade de tempo de um relógio de  $A$  mediante:

$$\tau_r = \frac{\tau_e}{1 + \frac{\Delta\Phi}{c^2}} \approx \tau_e \left( 1 - \frac{\Delta\Phi}{c^2} \right) \quad (20)$$

Quando o receptor está submetido à um menor potencial gravitacional do que o emissor, então  $\Delta\Phi < 0$ , e seu fluxo temporal é maior do que aquele mensurado pelo relógio do emissor. Isso faz com que os relógios situados na Terra avancem com maior lentidão do que os relógios situados no espaço, o que constitui também uma fonte de comprovação experimental da teoria.

#### 4. Testes experimentais

Newton foi de fato o primeiro pesquisador a se dedicar à comprovação experimental do Princípio de Equivalência. Ainda que a precisão dos experimentos de 1 parte em 1000 fosse excelente para sua época (1680), é natural testar a validade do Princípio de Equivalência com precisões ainda maiores, tendo em vista a enorme importância de sua veracidade.

O grande marco nos avanços de técnicas de mensuração da fenomenologia do Princípio de Equivalência talvez tenha sido o trabalho do físico húngaro Loránd Eötvös (1848-1919) com a balança de torção, que será detalhada mais a frente [13–16]. Por conta disso, a precisão dos experimentos de comprovação experimental é geralmente

fornecida em termos do parâmetro de Eötvös [41]

$$\eta = 2 \frac{\xi_A - \xi_B}{\xi_A + \xi_B} \quad \text{em que} \quad \xi = \frac{m_G}{m_I}, \quad (21)$$

com os índices  $A$  e  $B$  remetendo às propriedades de corpos distintos. Claramente, se o Princípio de Equivalência de Newton for válido, então  $\eta = 0$ . Os resultados experimentais são expressos impondo limites superiores ao valor do parâmetro  $\eta$ . Evidências empíricas mostram que os desvios do Princípio de Equivalência são muito pequenos, tal que  $\Delta\xi = \xi_A - \xi_B \rightarrow 0$ . Nesse caso, o parâmetro de Eötvös pode ser estimado de acordo com  $\eta \simeq \Delta\xi/\xi$ , conforme comentado no Apêndice.

#### 4.1. Queda livre

Teoricamente, a avaliação do Princípio de Equivalência não é difícil. Para fazê-lo, basta submeter ao corpo a ação de uma força gravitacional, por exemplo, da Terra. Pode-se medir indiretamente a razão  $m_G/m_I$  da massa gravitacional em relação a massa inercial medindo o tempo que o corpo leva para cair de uma altura  $h$ . Fazendo uso da segunda lei de Newton, essa razão vai ser dada pela relação:

$$\frac{m_G}{m_I} = \frac{2h}{gt^2} \quad (22)$$

Para um experimento de queda livre de dois corpos na superfície terrestre, cujas condições iniciais sejam controladas com precisão satisfatória, o parâmetro de Eötvös terá a ordem de:

$$|\eta| \sim 2 \frac{|\Delta t|}{t} \sim \sqrt{\frac{2g}{h}} |\Delta t| \quad (23)$$

em que  $t$  é o tempo da queda livre tomando um dos objetos como referência e  $\Delta t$  é a diferença no tempo de detecção da queda livre dos dois corpos. Caso a tomada de dados temporais seja feita com um cronômetro de incertezas (instrumentais + estatísticas) descritas pelo desvio padrão  $\sigma_t$  e não resulte em nenhuma diferença entre os tempos de queda, o limite superior para o parâmetro de Eötvös será  $\eta \lesssim 4,5 m^{1/2} s^{-1} \sigma_t / \sqrt{h}$ , com  $\sigma_t$  em segundos,  $h$  em metros e  $g \simeq 10 \text{ m/s}^2$ . Essa estimativa aponta uma precisão bastante baixa. Tome, como exemplo, o experimento de Galileu Galilei confirmando o Princípio de Equivalência com a queda livre de uma altura de 100 côvados (45,7 m). Caso fosse possível tomar medidas de tempo com sensibilidade de  $\sim 0,5 \text{ s}$  (uma estimativa bastante otimista para os dispositivos manuais de medida temporal da época), ainda assim, a precisão da equivalência  $m_I = m_G$  seria de  $\sim 10^{-1}$ . Galileu ainda realizou experimentos com rolamento de esferas de materiais distintos em planos inclinados. A modelagem é bem parecida com o caso de queda livre, apontando um parâmetro de Eötvös dado por

$$|\eta| \sim \sqrt{\frac{2g}{h}} \sin \alpha |\Delta t|$$

em que  $\alpha$  é o ângulo de inclinação da rampa. Contudo, para aumentar a precisão de  $\eta$  de modo significativo, é necessário ângulos muito pequenos e alturas muito grandes. Isso torna essa abordagem inviável na prática, visto que se têm alternativas mais acessíveis.

### 4.2. Oscilação de pêndulos

Como previamente comentado, os experimentos com oscilações de pêndulos realizados por Newton em 1680 foram os primeiros a alcançar uma precisão significativa nos testes do Princípio de Equivalência. Através da utilização das leis de movimento pode-se calcular que, para pequenas oscilações, a frequência angular de um pêndulo de comprimento  $l$  é dado por  $\omega = \sqrt{\xi g/l}$ . Dois materiais com valores distintos de  $\xi$  quando testados sob as mesmas condições, apresentariam oscilações de pêndulos dessincronizadas. Para um número grande de  $N$  oscilações contabilizados em um tempo total de experimento de  $t = 2\pi N/\omega$ , o parâmetro  $\xi$  será:

$$\xi = \frac{4\pi^2}{N^2} \frac{l}{gt^2} . \tag{24}$$

Dessa forma, o parâmetro de Eötvös  $\eta \simeq \Delta\xi/\xi$  resulta em:

$$|\eta| \sim 2 \left| \frac{\Delta t}{t} \right| \sim \left| \frac{\Delta t}{N\sqrt{l}} \right| ,$$

com  $l$  medido em metros. No experimento, Newton não encontrou discrepância nas oscilações dos pares de pêndulos. Visto que estes foram pendurados por fios de 11 pés [3], com um número de oscilações da ordem de  $\sim 10^2$  e incerteza na medição temporal estimada em  $\sim 10^{-1}$ s, a precisão do experimento de Newton é de  $|\eta| \lesssim 10^{-3}$ . Com a mesma técnica, Bessel obteve precisão ainda maior:  $|\eta| \lesssim 2 \times 10^{-5}$  [42].

### 4.3. Experimento de Guyòt

Um outro método é o pêndulo de Guyòt, conforme detalhado nas Refs. [14, 43]. Em detrimento da aceleração centrífuga resultante da rotação terrestre, a força total sentida por uma partícula na superfície da Terra sofrerá um ligeiro deslocamento angular em relação a força gravitacional. Esse ângulo pode ser obtido comparando a inclinação de um pêndulo com a linha normal da superfície de um fluido. Se a razão entre as massas gravitacional e inercial fossem diferentes para cada material, cada um deles apresentaria uma inclinação diferente. Se  $a_C$  é a aceleração centrífuga no local do experimento<sup>5</sup>,  $\alpha$  o ângulo de latitude e  $\beta$  é o ângulo que o fio faz com a vertical, então, a razão entre as massas gravitacional e inercial de um material será [41]:

$$\frac{m_G}{m_I} = \frac{1}{\beta} \frac{a_C}{g} \sin \alpha , \tag{25}$$

<sup>4</sup>Por conta da resistência do ar, um número muito maior de oscilações requeriria um amplitude de oscilação maior, inviabilizando a validade da aproximação  $\omega = \sqrt{\xi g/l}$ .

<sup>5</sup>A aceleração centrífuga é dependente apenas no ângulo de latitude  $\alpha$ , e pode ser calculada por  $a_C = R\omega^2 \cos \alpha$ , com  $R$  e  $\omega$  sendo, respectivamente, o raio da Terra e a sua frequência angular.

tal que parâmetro de Eötvös pode ser calculado como:

$$|\eta| \sim \left| \frac{\Delta\beta}{\beta} \right| \sim 580 \left| \frac{\Delta\beta}{\sin 2\alpha} \right| . \tag{26}$$

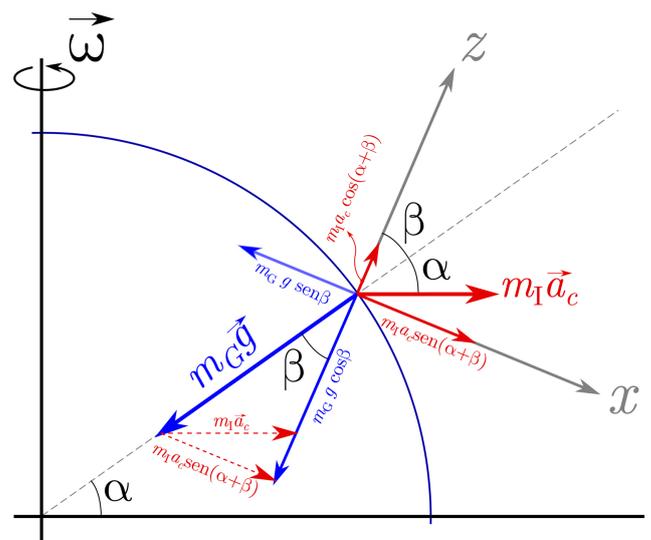
Neste caso, a complicação surge devido ao fato de se ter que medir diferenças muito pequenas de ângulos. Ainda assim, este método foi utilizado por Guyòt que mensurou um valor não nulo de  $\Delta\beta \approx 8 \times 10^{-5}$ rad, em um conjunto de medidas realizadas no Pantheon em Paris [14]. Contudo, o resultado obtido foi de  $|\eta| \simeq 0.05$ , um valor menos preciso que os resultados de Newton.

### 4.4. Balança de torção

O peso “efetivo” sentido por corpos na superfície da Terra, e que define o senso de direção vertical, depende não só da interação com o campo gravitacional terrestre mas também da força não-inercial centrífuga, oriunda da velocidade angular  $\omega$  da Terra. A força gravitacional  $\mathbf{F}_G = m_G\mathbf{g}$  é radial e depende da massa gravitacional. Por sua vez, a força não-inercial centrífuga é ortogonal ao eixo de rotação da Terra e tem módulo  $|\mathbf{F}_C| = m_I R\omega^2 \cos \alpha$  que depende do ângulo de latitude  $\alpha$ . Pode-se definir um sistema de coordenadas, conforme ilustrado na Fig. 3, tal que o eixo  $z$  seja colinear ao peso efetivo  $\mathbf{W}_{\text{eff}} = \mathbf{F}_G + \mathbf{F}_C$ . O eixo  $y$  é definido na direção Leste-Oeste, de modo que o eixo  $x$  seja definido ortogonal aos  $y$ , e  $z$ , e seguindo a regra da mão direita.

Fazendo a aproximação de se considerar a Terra com formato esférico perfeito de raio  $R = 6371$  km e levando ainda em consideração  $g = 9.81\text{m s}^{-2}$  e  $\omega = 2\pi/\text{dia}$ , o deslocamento angular  $\beta$  pode ser estimado, conforme Fig. 3, desde que  $\beta \ll 1$ ,  $R\omega^2 \ll g$  e  $m_I \simeq m_G$ , como:

$$\beta \approx \frac{m_I}{m_G} \frac{R\omega^2 \cos \alpha}{g} \sin(\alpha + \beta) \approx \frac{R\omega^2}{2g} \sin(2\alpha) . \tag{27}$$

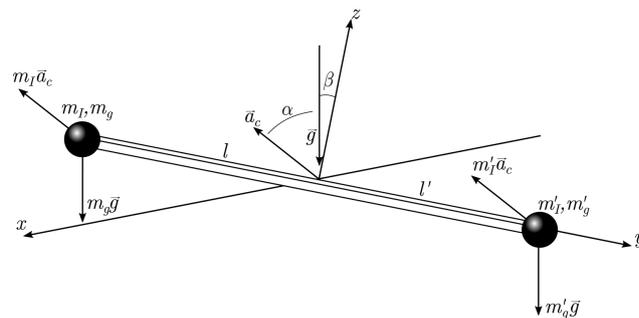


**Figura 3:** Escolha dos eixos coordenados para a balança de torção. O módulo da aceleração centrífuga está exagerado para facilitar a visualização.

Nota-se que, com essa definição de eixos, as componentes  $x$  e  $z$  da força inercial centrífuga e da força gravitacional estão em sentidos opostos. Portanto, se dois objetos que apresentam as razões  $m_G/m_I$  distintas forem equilibrados nas extremidades dos braços de uma balança, então, a balança deverá se desequilibrar quando o aparato for rotacionado por um ângulo de  $180^\circ$ , provocando uma força de torção no fio que pende a barra. Essa é a essência dos métodos de balança de torção.

Em 1889, Eötvös usou o método da balança de torção para testar o Princípio de Equivalência comparando uma massa de platina com massas de vidro, cortiça, cristal de antimônio e ar. A balança de torção de Eötvös tem um braço principal coberto por um tubo de latão de 50 cm de comprimento e 0.5 cm de diâmetro, suspenso por um arame de platina e irídio, cf. Fig. 4. Um cilindro maciço de platina foi anexado em uma das extremidades do braço e a massa teste pendurada na outra extremidade por uma fibra aproximadamente 21 cm abaixo do braço [41]. Essa diferença de altura entre os pesos não influencia no teste do Princípio de Equivalência e existe, pois, com ela, o equipamento é sensível a gradientes de campo gravitacional, motivo primordial do projeto do aparato [44–48].

No estudo da medição do Princípio de Equivalência, a balança de torção pode ser entendida, sem perda de generalidade, como dois corpos de diferentes composições anexados nos extremos de uma barra rígida (vide Fig. 5) [10]. Essa barra é pendida por uma fibra de torção. A diferença das razões da massa gravitacional em relação a



**Figura 5:** Balança de torção de Eötvös. Os efeitos da aceleração centrífuga estão exagerados para efeitos de visualização.

massa inercial dos dois corpos, pelo efeito da gravidade da Terra e da aceleração centrífuga, produz um torque sobre a fibra. O desvio angular referente a esse torque permite encontrar a diferença das razões.

Com a Eq. (27), Eötvös calculou que, em Budapeste por exemplo, com latitude de  $47^\circ 29' 52'' N$ , o ângulo de inclinação é de  $5' 53''$  ou  $356''$  [13]. O valor máximo de  $\beta$  é por volta de  $6'$  e ocorre em latitudes próximas a  $\alpha \simeq 45^\circ$ , assim como em Budapeste. Dessa forma, é esperado que  $\beta \ll 1$ , o que justifica a aproximação dada na Eq. (27). Com essa estimativa, pode-se obter a projeção da aceleração centrífuga e do campo gravitacional nos eixos  $x$  e  $z$ ,

$$\begin{cases} a_x = a_C \sin(\alpha + \beta) \approx \frac{1}{2} R \omega^2 \sin 2\alpha \\ a_z = a_C \cos(\alpha + \beta) \approx R \omega^2 \cos^2 \alpha \\ g_x = g \sin \beta \approx g \beta \\ g_z = g \cos \beta \approx g \end{cases},$$

onde usou-se  $a_C = R \omega^2 \cos \alpha$ .

Impondo a condição de equilíbrio no eixo  $x$ , i.e. em  $\tau_x = 0$ , em que  $\tau_x$  é a componente  $x$  do torque, encontra-se:

$$m'_I l' = m_I l [1 + \mathcal{O}(\Delta\xi) + \mathcal{O}(\beta)],$$

o torque no fio pode ser calculado através de:

$$\tau_z = g m_I l \sin \beta \Delta\xi.$$

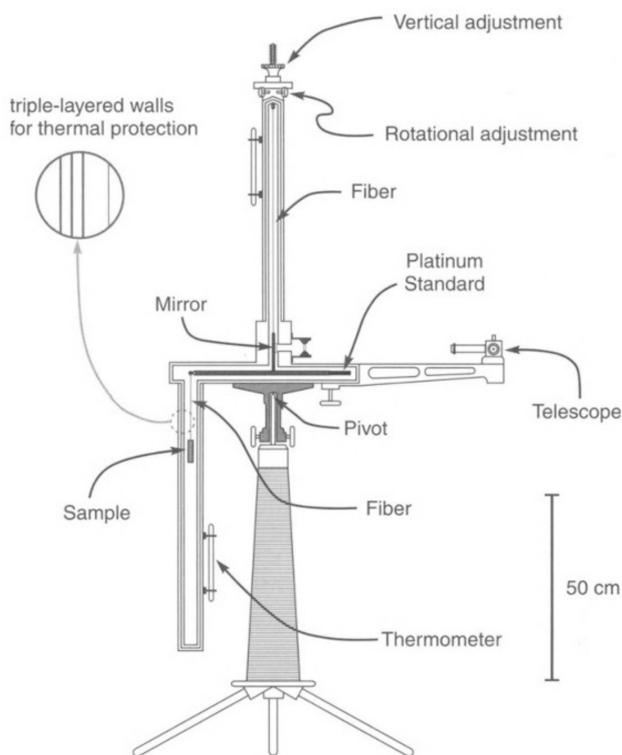
Desse modo, a fibra será tensionada somente se o Princípio de Equivalência não for válido. Para verificação do torque, um pequeno espelho é posicionado no centro da barra, refletindo um raio laser que indica o ângulo que faz a fibra. Em seguida, o aparelho todo é rotacionado à  $180^\circ$  em torno ao eixo  $z$ , com o qual  $\tau_z$  inverterá o sinal. A discrepância existe se for encontrada alguma diferença entre as duas indicações do laser. O parâmetro de Eötvös, nesse caso será:

$$\eta \sim \frac{\tau_z}{g m_I l \sin \beta}.$$

Utilizando esse método, Eötvös encontrou em 1889 que o Princípio de Equivalência é válido até [13–16]:

$$\eta \lesssim 5 \times 10^{-8}.$$

Os resultados obtidos são condizentes com o Princípio de Equivalência com uma sensibilidade de uma parte em



**Figura 4:** Balança de torção usada por Eötvös, Pékár e Fekete. Fonte: [41]

20 milhões para os corpos de teste sólidos e uma parte em 100 mil para o ar [13]. Para os sólidos, isso representa um aumento de mais 300 vezes a precisão obtida por Bessel nos experimentos com pêndulos. Em 1909, Eötvös e seus colaboradores receberam o prêmio da Fundação Benecke na faculdade de Filosofia da Universidade de Göttingen pelas medições mais precisas do Princípio de Equivalência em experimentos realizados entre 1904 e 1909 [14, 15]. Nesse trabalho, o grupo usou um corpo de referência de platina comparando-o com magnésio, latão, cobre, asbesto, sebo e ainda soluções químicas de diversos sulfatos; todos condizentes com o Princípio de Equivalência com uma sensibilidade de  $10^{-9}$  [41]. Eötvös reportou seus resultados na 16ª Conferência Internacional Geodésica em Londres no ano de 1909 [17], nas 4 últimas páginas do seu artigo sobre medições geodésicas na Hungria com o aparato da balança de torção. Por ser publicado em um periódico de geologia, esse trabalho e o conhecimento desses resultados era praticamente inacessível aos físicos da época [49]. Por conta disso, é muito comum ler trabalhos que citam apenas o artigo *post-mortem* de Eötvös publicado pelos seus colaboradores em 1922 impulsionados pela recente comprovação da Teoria da Relatividade Geral, em 1919 [16]. Mesmo com essa discrepância temporal, esses eram os testes mais precisos do Princípio de Equivalência em meados da década de 1920 [44].

Se por um lado o resultado de Eötvös foi bastante preciso, por outro, a técnica empregada ainda forneceria uma maior precisão caso o aparelho fosse aprimorado para minimizar as fontes de erros. Dentre as possíveis causas de incerteza, são mais preocupantes: (a) as alterações introduzidas no ato de rotacionar a balança, e (b) as oscilações sísmicas que ocasionam vibrações no feixe de luz laser.

A primeira dessas fontes de erro foi eliminada por Roll, Krotkov e Dicke no ano de 1964 [18, 50]. Eles removeram a necessidade de rotacionar manualmente o aparelho fazendo com que a inversão seja um consequência natural do movimento de rotação da Terra. Nessa metodologia, são consideradas portanto as forças gravitacional e centrífuga em relação ao Sol. Desse modo, os ruídos relativos às variações locais puderam ser removidos filtrando-se, mediante análise de Fourier, somente os dados com período de aproximadamente 24 horas.

Além disso, eles usaram um desenho triangular com três massas para a balança, com o fim de reduzir os efeitos das variações locais do campo gravitacional da Terra. Embora as forças atuantes nas partículas testes sejam de fontes diferentes, o conceito de funcionamento da balança de Dicke é o mesmo do que o da de Eötvös. O resultado obtido por Roll, Krotkov e Dicke foi o seguinte limite [18, 50]:

$$\eta \lesssim 3 \times 10^{-11} .$$

O método da balança de torção tem sido utilizado por muitos outros pesquisadores, pelo fato de fornecer resultados muito precisos, como mostrado nos experimentos de Eötvös e Dicke. Todos eles, no entanto, tem feito melhorias gradativas no projeto, à fim de minimizar as

fontes de erro. Como exemplo, destaca-se o experimento de Braginskii e Panov, com uso da balança de torção em campo gravitacional solar no ano de 1971 [19]. O aprimoramento realizado para diminuir ainda mais os efeitos dos gradientes do campo gravitacional da Terra foi o de utilizar uma estrela de oito massas, em vez de três como foi no experimento de Dicke. O limite que Braginskii e Panov encontraram para  $\eta$  foi de:

$$\eta \lesssim 3 \times 10^{-12} .$$

Experimentos mais recentes utilizam uma balança de torção rotativa que não depende da rotação da Terra. É possível até utilizar como fonte de campo gravitacional corpos massivos da Terra, para não depender do Sol. Isso proporciona um maior controle sobre o ruído. Uma vez que se pode escolher o período de rotação da balança, é possível remover as variações físicas que surgem naturalmente com período de um dia, como aquelas devidas às variações de temperatura por exemplo, que ainda estavam inclusas no experimento de Dicke [51–54]. O experimento mais atual que faz uso da balança de torção rotativa é o de Schlamminger et al. [20], que obteve como resultado o limite superior:

$$\eta \lesssim 3 \times 10^{-14} .$$

É importante dizer aqui que os resultados encontrados por estes experimentos podem ser utilizados para avaliar o Princípio de Equivalência para outras formas de energia além da massa, analisando a composição dos corpos utilizados no experimento. Uma simples análise pode ser encontrada em [55], e os resultados para o experimento de Braginskii e Panov podem ser verificados em [19].

#### 4.5. Experimento de Pound-Rebka

O experimento de Pound e Rebka [56] verificou que as frequências das linhas espectrais eletromagnéticas são sensíveis ao potencial gravitacional na posição do sistema emissor. No ano de 1959, eles realizaram no Laboratório Jefferson da Universidade de Harvard o experimento mostrado na Fig. 6.

Quando o emissor está em repouso, o ferro receptor no chão não absorve os fótons emitidos, o que é verificado pela quantidade de eventos medidos pelo contador. Da igualdade das linhas espectrais de emissão e absorção, conclui-se, desse resultado, que a frequência dos fótons,

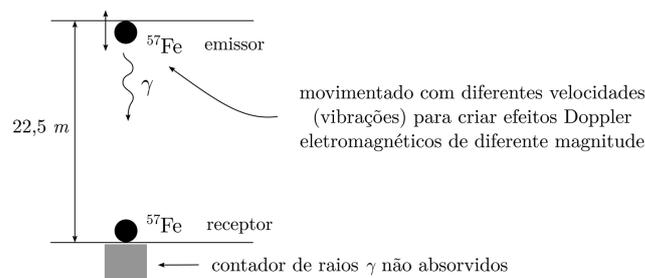


Figura 6: Desenho do experimento de Pound e Rebka (1959).

ao chegar ao chão, é diferente da frequência a que é emitida. Ao fazer o emissor vibrar, existe uma velocidade para a qual o contador não detecta eventos de absorção de raios gama. Isso significa que o ferro no chão está absorvendo os raios emitidos. Para isso acontecer, o efeito Doppler eletromagnético produzido pelo movimento do emissor tem que se cancelar com o efeito Doppler gravitacional. Dessa forma, a variação da frequência por efeitos gravitacionais pode ser medida conhecendo a velocidade do emissor para a qual isso acontece.

Os resultados de Pound e Rebka estão de acordo com as previsões da gravitação de Einstein até uma exatidão de 10%. Esse resultado foi logo melhorado no experimento de Pound e Snider [57], que obteve uma exatidão de 1%. Cabe mencionar, no entanto, que o experimento de Pound e Rebka pode ser considerado também uma prova da existência de energia potencial dos fótons, como assinalado pelos próprios autores [58].

#### 4.6. Experimento de Vessot-Levine

O experimento de Vessot e Levine [59], contrário ao de Pound e Rebka, elimina a possibilidade de testar a energia potencial dos fótons, provando diretamente a diferença de ritmo de dois relógios idênticos submetidos a diferentes potenciais gravitacionais. O experimento foi desenvolvido no ano de 1979, utilizando um foguete lançado quase-verticalmente para levar um relógio altamente estável de *maser* de hidrogênio até uma altura de 10000 km sobre a superfície da Terra, mantendo um relógio exatamente igual fixo na superfície da Terra. O ritmo dos dois relógios, assim como a altura e a velocidade do foguete foram monitorados por radares. Esses ritmos foram comparados, constituindo assim uma prova direta do atraso de relógios por efeito do campo gravitacional, conforme a Eq. (20). Os resultados de Vessot e Levine concordam com as previsões da gravitação de Einstein com uma exatidão de  $2 \times 10^{-4}$ .

#### 4.7. Testes astrofísicos e a Missão MICROSCOPE

Entre os maiores desafios no tocante ao aprimoramento da precisão das medidas do Princípio de Equivalência está o da eliminação de instabilidades produzidas por flutuações do campo gravitacional terrestre ou mesmo por influência humana [60]. Uma das soluções para minimização desses problemas seria a realização de experimentos ou observações espaciais. O sistema Sol-Terra-Lua, por exemplo, é um bom candidato para investigação da Universalidade da Queda Livre. Acompanhando a distância entre a Terra e a Lua ao longo do movimento orbital solar, pode-se determinar se ambos estão caindo em direção ao Sol na mesma taxa, estando assim em coerência com o Princípio de Equivalência. A precisão deste método é altamente dependente da sensibilidade na medição da distância Terra-Lua [61–66]. Uma técnica bastante precisa na obtenção dessa distância é a LLR (Lunar Laser Ranging) que consiste em contar o tempo da viagem de ida e volta de um pulso de laser partindo de um ob-

servatório da Terra e sendo refletido por um dos cinco refletores CCR (corner-cube retro-reflector) instalados na Lua. Se o Princípio de Equivalência for violado, a órbita lunar irá se deslocar ao longo do eixo Terra-Sol, com um período sinódico de 29,53 dias em vez dos 27 dias do período lunar orbital [61]. Williams *et al.* em 2012 analisaram 17.580 medições tomadas de Março de 1970 até Julho de 2011. O resultado obtido não aponta evidências significativas a favor da violação do Princípio de Equivalência. De fato, a diferença da razão massa gravitacional/inercial entre a Terra e a Lua determinada pelo experimento foi de

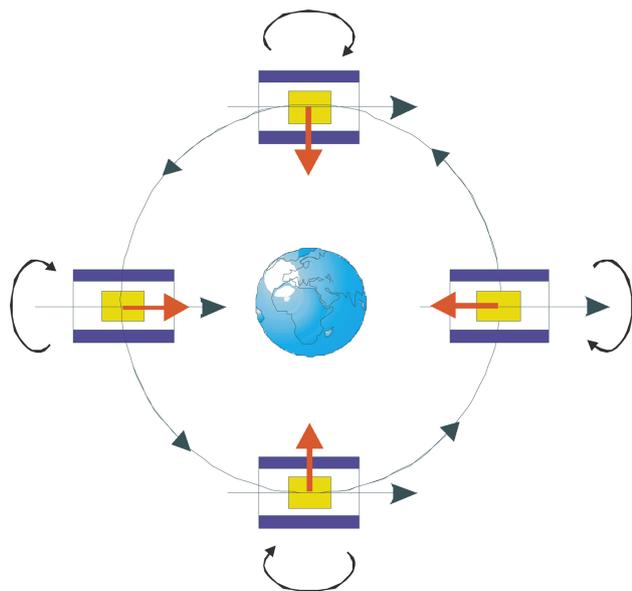
$$\eta \simeq \left( \frac{m_G}{m_I} \right)_T - \left( \frac{m_G}{m_I} \right)_L = (-0,8 \pm 1,3) \times 10^{-13}.$$

Os autores salientam que com o acréscimo de dados de LLR, aprimoramentos de softwares de análise de dados e de tecnologias de refletores lunares, esse resultado ainda pode ser melhorado no futuro.

Apesar da técnica de mensuração utilizando LLR apontar um bom resultado, a utilização de astros na procura por violações do Princípio de Equivalência não permite o controle da composição das massas-teste. Uma variante seria estudar o movimento de queda livre no espaço através da utilização de laboratórios espaciais controlados. Essa ideia não é nova. Worden [67] propôs em 1978 um teste do Princípio de Equivalência obtido a partir da aceleração diferencial de duas massas-teste de materiais distintos em órbita terrestre. Um dos projetos atuais baseado nesse conceito é a missão espacial MICROSCOPE (*MICRO*Satellite *pour l'Observation du Principe d'Equivalence*), lançada em 2016 com objetivo de verificar a validade do Princípio de Equivalência com sensibilidade de  $\sim 10^{-15}$  [25]. O procedimento consistiu em colocar em órbita o T-SAGE (Twin Space Accelerometers for Gravitation Experiment), dois acelerômetros diferenciais eletrostáticos, submetendo-os a um longo período de queda livre. O T-SAGE integrado com o microsatélite CNES foi lançado em 25 de Abril de 2016 por um lançador Soyuz de Kourou, na Guiana Francesa e posto em uma órbita circular de 710 km de altitude [26].

Cada um dos acelerômetros é composto por duas massas-teste na forma de cilindros axiais, cuja posição relativa é fixa, garantida eletrostaticamente [25]. O formato cilíndrico das massas-teste apresenta matrizes de inércia tipo-esfera e foi projetado para reduzir os gradientes de auto-gravidade oriundos de momentos de multipolos residuais [68]. Um dos acelerômetros, o SUREF, é dedicado para acessar a sensibilidade do experimento e é composto por duas massas-teste feitas de mesmo material: uma liga metálica de Patina-Ródio (PtRh10 com 90% de Pt e 10% de Rh). No outro acelerômetro (SUEP), um dos cilindros é feito também com PtRh10 e o outro é composto de uma liga de titânio-alumínio-vanádio (TA6V - 90% de Ti, 6% de Al e 4% de V) [21].

Em cada acelerômetro, as duas massas experimentam o mesmo campo gravitacional, representado na Fig. 7 por setas vermelhas na direção do centro de Terra. Em caso de violação do Princípio de Equivalência, alguma das massas



**Figura 7:** Órbita de cada acelerômetro ao redor da Terra. As setas vermelhas na direção da Terra indicam o campo gravitacional experimentado pelos acelerômetros. A violação da universalidade da queda livre é apontada caso as duas massas-teste apresentem aceleração diferentes. Essa suposta discrepância é medida aplicando uma diferença de potencial às massas para que as mesmas permaneçam em equilíbrio. As setas horizontais pretas indicam o eixo no qual se procuram por violações do Princípio de Equivalência. Fonte: [25].

tenderá a cair com aceleração distinta. Como exemplo, a massa interna da Fig. 7 pode cair mais rápido que a externa. Então, surge uma diferença das acelerações ao longo do eixo de referência no qual o princípio e equivalência está sendo testado [21].

A medida que a trajetória orbital do satélite evolui, um sistema de controle eletrostático fixa a posição relativa dos dois cilindros em cada acelerômetro, caso uma das massas tenda a apresentar uma aceleração diferente da outra. Isso garante que ambas tenham o mesmo campo gravitacional, visto que apresentam o mesmo centro de massa. A medição precisa da tensão referente ao resultado das forças eletrostáticas geradas ao longo da órbita gera um sinal que permite a determinação da violação (caso exista) da universalidade da queda livre com a precisão requerida [25].

Os primeiros resultados foram publicados no final de 2017 [26], apontando um parâmetro de Eötvös de:

$$\eta = (-1 \pm 27) \times 10^{-15}$$

com um intervalo de confiança de  $2\sigma$ . Essa medição parcial foi obtida após uma análise dos dados de uma sessão de ciclos. Com o andamento da missão e o acúmulo dos dados tomados, espera-se que os erros estatísticos tendam a diminuir, até a obtenção do resultado final junto ao término da missão. Contudo, mesmo com o resultado pessimista dessa primeira análise realizada, a missão MICROSCOPE já supera a precisão dos resultados mais acurados medidos em terra.

#### 4.8. Projetos futuros

Ainda que os resultados parciais do MICROSCOPE sejam os mais precisos já obtidos, espera-se que o resultado final atinja a sensibilidade de  $\eta \sim 10^{-15}$ . Um parâmetro de Eötvös com essa ordem de grandeza não é capaz de corroborar ou refutar uma série de teorias que preveem a violação do Princípio de Equivalência com  $10^{-15} \lesssim \eta \lesssim 10^{-18}$ . O MICROSCOPE apresenta limitações de precisão devido a ruídos térmicos, dentre outros [69]. Contudo, a missão MICROSCOPE mostrou que com laboratórios em órbita pode-se obter precisões ainda maiores aprimorando-se os equipamentos para eliminar ou ao menos reduzir os fatores limitantes.

Uma das propostas atuais é o “Galileu Galilei Space Experiment”, ou GG, que almeja testar a universalidade da queda livre com uma sensibilidade da ordem de  $10^{-17}$  [69–72]. Assim como o MICROSCOPE, o GG constitui-se de um satélite em órbita de baixa altitude, mas que apresenta uma simetria cilíndrica construída em torno das massas-teste cilíndricas. A chave para a obtenção dessa precisão está na diminuição dos ruídos térmicos, o que leva a um tempo de integração bem mais curto se comparado ao do MICROSCOPE. Maiores detalhes sobre o projeto e informações sobre o andamento da missão, podem ser encontrados ao acessar a página da web da colaboração <sup>6</sup>.

Outra proposta em estudo é o SR-POEM, que utiliza foguetes de sondagem para proporcionar um longo tempo de queda livre, se comparado a experimentos de solo [73]. Assim, durante um experimento de aproximadamente 20 minutos, para um par de substâncias de teste com aproximadamente 0,9 kg, os autores esperam testar a universalidade da queda livre com precisão de  $\leq 10^{-16}$  [74]. Até o momento dessa publicação, os autores de [75] estão trabalhando em desenvolvimento de tecnologia e aprimoramentos.

#### 5. Comentários finais

O enunciado da Universalidade da Queda Livre por Galileu Galilei principiou os debates sobre a natureza da interação gravitacional, e conforme exposto, está associado à equivalência entre massa gravitacional e massa inercial no escopo da Lei de Gravitação Universal. Com o estabelecimento da teoria da Relatividade Especial, surgiu a necessidade de compatibilização da teoria gravitacional de Newton com os conceitos relativísticos. Foi verificado que o Princípio de Equivalência era de fundamental importância, visto que a hipótese de equivalência entre massa gravitacional e massa inercial poderia ser generalizada como uma equivalência entre um referencial acelerado e um referencial inercial com campo gravitacional. De fato, essa forma de pensar foi a base para a interpretação geométrica dos efeitos gravitacionais que é amplamente aceita e utilizada na física moderna.

Assumindo o Princípio de Equivalência, Einstein pôde formular a generalização dos conceitos relativísticos para

<sup>6</sup><http://eotvos.dm.unipi.it/nobili/ggproject.html>.

referenciais não inerciais, culminando na Teoria da Relatividade Geral. Contudo, antes mesmo da formulação completa da Relatividade Geral, o Princípio de Equivalência foi utilizado para prever uma série de fenômenos de caráter gravitacional cuja lei de gravitação de Newton era incapaz. Em uma dessas previsões, à saber, a do redshift gravitacional, Einstein foi negligente em um de seus argumentos. Quando utilizou a forma clássica para o efeito Doppler, cometeu dois erros intrínsecos: negligenciar o efeito das acelerações de fonte e emissor e utilizar a fórmula clássica para soma de velocidades. Quase que por sorte, essas duas incoerências se compensam, resultando no final a fórmula correta para o redshift gravitacional, tal como obtido pela Teoria da Relatividade Geral. Por conta disso, tal erro ficou obscuro por tanto tempo até a reinterpretção de Florides [11].

Tendo em vista a importância do Princípio de Equivalência, é necessário comprová-lo com precisões cada vez maiores. Existe uma razão muito específica pra isso. Uma série de teorias físicas dependem de suaves desvios do Princípio de Equivalência. Assim sendo, a inexistência de violações do Princípio de Equivalência pode servir como filtro para teorias físicas, ou ainda, indicativo de física nova. A verificação exata do Princípio de Equivalência é impossível, uma vez que a medição da razão  $m_G/m_I$  para todos os materiais possíveis é impraticável. Contudo, os experimentos tentam medir por violações do princípio, procurando por diferença da razão acima citada para materiais específicos. Tal diferença é, por razões históricas, contabilizadas em termos do parâmetro de Eötvös  $\eta$ .

Várias técnicas de medição do Princípio de Equivalência foram desenvolvidas ao longo dos séculos. A equivalência entre massa inercial e gravitacional foi comprovado por Newton com  $|\eta| \lesssim 10^{-3}$  utilizando experimentos de pêndulos no Séc. XVII. No Séc. XIX, com a mesma técnica, mas com um controle maior sobre as fontes de erros, Bessel conseguiu obter um resultado mais acurado:  $|\eta| \lesssim 2 \times 10^{-5}$ . Apesar de muito bom, a melhora realmente significativa veio com os experimentos de balança de torção de Eötvös. A precisão obtida na época, não muito tempo após os resultados de Bessel, era  $|\eta| \lesssim 5 \times 10^{-8}$ . Esse resultado é tão preciso que para melhorá-lo foi necessário algumas décadas. Ainda assim, o método da balança de torção continuou sendo utilizado para procurar violações do Princípio de Equivalência em experimentos terrestres. Os pesquisadores posteriores à Eötvös trabalharam na eliminação de fontes de erros. Como exemplo, foram mostrados os resultado de Roll, Krotkov e Dicke que obtiveram  $|\eta| \lesssim 3 \times 10^{-11}$ , Braginskii e Panov encontraram  $|\eta| \lesssim 3 \times 10^{-12}$  e Schlamminger *et al.*  $|\eta| \lesssim 3 \times 10^{-14}$ .

Para aprimorar os resultados obtidos com experimentos de balança de torção, necessariamente as fontes de erros que surgem devido a instabilidades sísmicas e do campo gravitacional terrestre tiveram que ser eliminadas. Uma das tentativas de solução foi utilizar sistemas astronômicos, como por exemplo o sistema Terra-Sol-Lua, que apontou  $|\eta| \lesssim \times 10^{-13}$ . Ainda que esse resultado seja inferior às soluções terrestres, ele tende a melhorar a medida que a quantidade de dados de distância Terra-

Lua for sendo acumulado. Outro projeto para medida de  $|\eta|$  é a missão MICROSCOPE, ainda em andamento, que compara a aceleração de massas-teste de materiais distintos em mesma órbita. Mesmo não tendo sido finalizada, os resultados parciais já foram publicados indicando  $|\eta| \lesssim 1 \times 10^{-15}$ , superando assim a precisão dos experimentos terrestres.

A nova geração de experimentos que procuram pela violação do Princípio de Equivalência deve ser de importância crucial. É provável que num futuro próximo, os experimentos possam atingir a sensibilidade de  $\eta \sim 10^{-18}$ . Tal feito tem valor inestimável tanto pelo ponto de vista do desenvolvimento das técnicas experimentais quanto pelo ponto de vista teórico pela comprovação ou não de teorias que prevêem a violação do Princípio de Equivalência nessas ordens de grandeza.

## Agradecimentos

Os autores agradecem Rodrigo R. Cuzinato pela leitura cuidadosa e as valiosas sugestões. EMM agradece CAPES-Brasil pelo apoio financeiro total. OAA e BMP agradecem ao CNPq pelo apoio financeiro total e parcial, respectivamente.

## Material suplementar

O seguinte material suplementar está disponível online:  
Apêndice - Estimativa do Parâmetro de Eötvös

## Referências

- [1] H.C. Ohanian, *Gravitation and spacetime* (W.W. Norton & Company, New York, 1976).
- [2] G. Galileu, *Dialogues Concerning Two New Sciences* (Dover Publications, New York, 1954).
- [3] I. Newton, *Principia: princípios matemáticos de filosofia natural - Livro I* (Edusp, São Paulo, 2008).
- [4] I. Newton, *Principia: princípios matemáticos de filosofia natural - Livros II e III* (Edusp, São Paulo, 2008).
- [5] H.C. Ohanian, *American Journal of Physics* **45**, 903 (1977).
- [6] S.T. Thornton e J.B. Marion, *Classical dynamics of particles and systems* (Cengage Learning, Boston, 2008).
- [7] A. Einstein, *Textos Fundamentais da Física Moderna: o Princípio da Relatividade* (Fundação Calouste Gulbekian, Lisboa, 2001).
- [8] T. Damour, *Class. Quantum Grav.* **13**, A33 (1996).
- [9] A. Einstein, *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik* **4** 411 (1907).
- [10] H.C. Ohanian e R. Ruffini, *Gravitation and spacetime* (Cambridge University Press, Nova Iorque 2013), 3ª ed.
- [11] P.S. Florides, *International Journal of Modern Physics A* **17**, 2759 (2002).
- [12] D.W. Sciama, *The Physical Foundations of General Relativity* (Doubleday&Company, Nova Iorque, 1969).
- [13] R.V. Eötvös, em: *Roland Eotvos Gesammelte Arbeiten*, editado por P. Selenyi (Akademiai Kiado, Budapest, 1953).

- [14] R.V. Eötvös, em: *Roland Eotvos Gesammelte Arbeiten*, editado por P. Selenyi (Akademiai Kiado, Budapest, 1953).
- [15] R.V. Eötvös, D. Pekar e E. Fekete, *Ann. Phys. (Leipzig)* **68**, 11 (1922).
- [16] R.V. Eötvös, D. Pekar e E. Fekete, em: *Roland Eotvos Gesammelte Arbeiten*, editado por P. Selenyi, (Akademiai Kiado, Budapest, 1953).
- [17] R.V. Eötvös, em: *Verhandlungen der 16 Allgemeinen Konferenz der Internationalen Erdmessung*, editado por G. Reiner (Cambridge, London, 1909).
- [18] R.H. Dicke, *Scientific American* **205**, 84 (1961).
- [19] V.B. Braginskii e V.I. Panov, *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics* **34**, 463 (1972).
- [20] S. Schlamminger, K.Y. Choi, T.A. Wagner, J.H. Gundlach e E.G. Adelberger, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 041101 (2008).
- [21] J. Bergé, P. Touboul e M. Rodrigues, *Journal of Physics: Conference Series* **610**, 012009 (2015).
- [22] K. Nordtvedt Jr, *Physical Review* **169**, 1014 (1968).
- [23] R.J. Hughes, *Contemporary Physics* **34**, 177 (1993).
- [24] P. Fayet, *Advances in Space Research* **32**, 1289 (2003).
- [25] P. Touboul e M. Rodrigues, *Classical and Quantum Gravity* **18**, 2487 (2001).
- [26] P. Touboul, G. Métris, M. Rodrigues, Y. André, Q. Baghi, J. Bergé, D. Boulanger, S. Bremer, P. Carle, R. Chhun, et al., *Phys. Rev. Lett.* **119**, 231101 (2017).
- [27] P. Touboul, B. Foulon, L. Lafargue, e G. Metris, *Acta Astronautica* **50**, 433 (2002).
- [28] M. List, H. Selig, S. Bremer, e C. Lämmerzahl, *Proceedings of the International Astronomical Union* **5**, 423 (2009).
- [29] R. Aldrovandi, J.G. Pereira e K.H. Vu, *General Relativity and Gravitation* **36**, 101 (2004).
- [30] S. Gindikin, *Tales of physicists and mathematicians* (Springer Science & Business Media, Boston, 2013).
- [31] T.P. Cheng, *Relativity, gravitation and cosmology: a basic introduction* (Oxford University Press, Nova Iorque, 2009).
- [32] K. Nordtvedt. *Physical Review* **169**, 1017 (1968).
- [33] A. Einstein, em: *Textos Fundamentais da Física Moderna: O Princípio da Relatividade* (Fundação Calouste Gulbekian, Lisboa, 2001).
- [34] R.E. Kennedy, *A student's guide to Einstein's major papers* (Oxford University Press, Nova Iorque, 2012).
- [35] A. Einstein, em: *Textos Fundamentais da Física Moderna: O Princípio da Relatividade*, (Fundação Calouste Gulbekian, Lisboa, 2001).
- [36] C.W. Misner, K.S. Thorne e J.A. Wheeler, *Gravitation* (W. H. Freeman and Company, São Francisco, 1973).
- [37] N. Strauman, *General Relativity and Relativistic Astrophysics* (Springer Verlag, Heidelberg, 2004).
- [38] R. Adler, M. Bazin e M. Schiffer, *Introduction to General Relativity* (McGrawHill, Nova Iorque, 1975).
- [39] H.C. Ohanian, *Journal of Mathematical Physics* **14**, 1892 (1973).
- [40] A. Schild, *Lectures in Applied Mathematics* **8**, 1 (1967).
- [41] E. Fischbach e C.L. Talmadge, *The search for non-Newtonian gravity* (Springer Science & Business Media, New York, 2012).
- [42] F.W. Bessel, *Annalen der Physik und Chemie* **25**, 401 (1832).
- [43] R.P. Feynman, *Feynman Lectures on Gravitation* (Addison-Wesley, Boston, 1995).
- [44] Z. Szabó, *Acta Geodaetica et Geophysica* **51**, 273 (2016).
- [45] H. Shaw e E. Lancaster-Jones, *Proceedings of the Physical Society of London* **35**, 151 (1922).
- [46] H. Shaw e E. Lancaster-Jones, *Nature* **111**, 849 (1923).
- [47] I. Rybar, *Geofisica pura e applicata* **37**, 79 (1957).
- [48] A.H. Miller, *Journal of the Royal Astronomical Society of Canada* **28**, 1 (1934).
- [49] M.M. Nieto, R.J. Hughes, e T. Goldman, *American Journal of Physics* **57**, 397, (1989).
- [50] P.G. Roll, R. Krotkov e R.H. Dicke. *Annals of Physics* **26**, 442 (1964).
- [51] T.A. Wagner, S. Schlamminger, J.H. Gundlach e E.G. Adelberger, *Classical and Quantum Gravity* **29**, 184002 (2012).
- [52] E.G. Adelberger, C.W. Stubbs, B.R. Heckel, Y. Su, H.E. Swanson, G. Smith e W.F. Rogers, *Physical Review D.* **42**, 3267 (1990).
- [53] E.G. Adelberger, J.H. Gundlach, B.R. Heckel, S. Hoedl e S. Schlamminger, *Progress in Particle and Nuclear Physics* **62**, 102 (2009).
- [54] G.L. Smith, C.D. Hoyle, J.H. Gundlach, E.G. Adelberger, B.R. Heckel e H.E. Swanson, *Physical Review D.* **61**, 022001 (1999).
- [55] C.M. Will, *Theory and experiment in gravitational physics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1993).
- [56] R.V. Pound e G.A. Rebka Jr, *Physical Review Letters* **3**, 439 (1959).
- [57] R.V. Pound e J.L. Snider, *Physical Review Letters* **13**, 539 (1964).
- [58] R.V. Pound, G.A. Rebka Jr., *Physical Review Letters* **4**, 337 (1960).
- [59] R.F.C. Vessot, M.W. Levine, E.M. Mattison, E.L. Blomberg, T.E. Hoffman, G.U. Nystrom, B.F. Farrel, R. Decher, P.B. Eby, C.R. Baugher, et al., *Physical Review Letters* **45**, 2081 (1980).
- [60] T. Damour e A.M. Polyakov, *Nucl. Phys. B* **423**, 532 (1994).
- [61] J.G. Williams, S.G. Turyshev e D.H. Boggs, *International Journal of Modern Physics D.* **18**, 1129 (2009).
- [62] J.G. Williams, R.H. Dicke, P.L. Bender, C.O. Alley, W.E. Carter, D.G. Currie e H.H. Plotkin, *Physical Review Letters* **36**, 551 (1976).
- [63] J.G. Williams, S.G. Turyshev e D.H. Boggs, *Classical and Quantum Gravity* **29**, 184004 (2012).
- [64] K. Nordtvedt Jr, *Physical Review* **170**, 1186 (1968).
- [65] E.G. Adelberger, B.R. Heckel, G. Smith, Y. Su e H.E. Swanson, *Nature* **347**, 261 (1990).
- [66] J.C. McDow e J.W. Moffat, *Canadian Journal of Physics* **60**, 1545 (1982).
- [67] P.W. Worden Jr, *Acta Astronautica* **5**, 27, (1978).
- [68] A. Connes, T. Damour e P. Fayet, *Nuclear Physics B* **490**, 391 (1997).
- [69] A.M. Nobili e A. Anselmi, *Physical Review D* **98**, 042002 (2018).
- [70] A.M. Nobili, D. Bramanti, E. Polacco, I.W. Roxburgh, G. Comandi e G. Catastini, *Classical and Quantum Gravity* **17**, 2347 (2000).
- [71] A.M. Nobili, M. Shao, R. Pegna, G. Zavattini, S.G. Turyshev, D.M. Lucchesi, A. De Michele, S. Doravari,

- G.L. Comandi, T. R. Saravanan, et al., *Classical and Quantum Gravity* **29**, 184011 (2012).
- [72] A.M. Nobili, G.L. Comandi, S. Doravari, D. Bramanti, R. Kumar, F. Maccarrone, E. Polacco, S.G. Turyshev, M. Shao, J. Lipa, et al., *Experimental Astronomy* **23**, 689 (2009).
- [73] R.D. Reasenber, E.C. Lorenzini, B.R. Patla, J.D. Phillips, E.E. Popescu, E. Rocco, e R. Thapa, *Classical and Quantum Gravity* **28**, 094014 (2011).
- [74] J.D. Phillips, B.R. Patla, E.M. Popescu, E. Rocco, R. Thapa, R.D. Reasenber e E.C. Lorenzini, in: *CPT And Lorentz Symmetry*, editado por V.A. Kostelecký (World Scientific, Singapura, 2010).
- [75] R.D. Reasenber, B.R. Patla, J.D. Phillips e R. Thapa, *Classical and Quantum Gravity* **29**, 184013 (2012).