

Uma atividade experimental remota focada na medição dos períodos de pêndulos para corroborar a esfericidade da Terra

A remote experimental activity focused on measuring the periods of pendulums to corroborate the sphericity of the Earth

Ingrid Weber Calsing^{*1}, Leonardo Albuquerque Heidemann², Cristiano Krug¹

¹Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Instituto de Física, Porto Alegre, RS, Brasil.

²Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Instituto de Física, Departamento de Física, Porto Alegre, RS, Brasil.

Recebido em 17 de outubro de 2024. Revisado em 04 de março de 2025. Aceito em 27 de março de 2025.

Os movimentos terraplanistas frequentemente buscam mimetizar uma aparência de Ciência evocando termos próprios do fazer científico. Problematisando isso, apresentamos uma atividade em que pêndulos remotos disponibilizados pela *World Pendulum Alliance* (WPA) são utilizados para investigar a variação da aceleração gravitacional em diferentes pontos do planeta, com o objetivo de evidenciar a esfericidade da Terra. Fundamentada na perspectiva da modelagem científica, a proposta tem o objetivo de proporcionar aos estudantes do Ensino Médio a compreensão de aspectos da prática científica, enfatizando especialmente o processo de medição científica, explorando conceitos como incertezas experimentais, flutuações estatísticas e análise de dados.

Palavras-chave: Pêndulo, Medição Científica, Modelagem Científica, Aceleração Gravitacional.

Flat Earth movement often attempt to imitate the appearance of science by invoking terms characteristic of scientific practice. Addressing this issue, we present an activity utilizing remote pendulums provided by the World Pendulum Alliance (WPA) to investigate the variation of gravitational acceleration at different points on the planet, empirically corroborating that the Earth is approximately spherical in shape. Grounded in the perspective of scientific modeling, the proposal aims to offer high school students a deeper understanding of scientific practice, with particular emphasis on the process of scientific measurement, exploring concepts such as experimental uncertainties, statistical fluctuations, and data analysis.

Keywords: Pendulum, Scientific measurement, Scientific modeling, Gravitational Acceleration.

1. Introdução

“Não estudei o assunto da Terra plana. Só assisti a uns vídeos de experimentos que mostram a planicidade das superfícies aquáticas, e não consegui encontrar, até agora, nada que os refute”. Essa manifestação expressada pelo filósofo Olavo de Carvalho em 2019 [1] demonstra um comportamento frequente nos grupos que compartilham concepções pseudocientíficas: a busca por mimetizar uma aparência de Ciência evocando termos próprios do fazer científico [2]. Nesse caso, ao mencionar a existência de experimentos que contribuíram com a sua concepção, Carvalho pretende atrelar uma roupagem científica ao movimento terraplanista. No entanto, ao reportar “a planicidade das superfícies aquáticas” como uma constatação experimental, o autor demonstra um profundo desconhecimento sobre os procedimentos envolvidos na prática científica, especificamente no que se refere à diferenciação entre o que é acessível pelos

sentidos e o conhecimento construído a partir de experimentos.

A dificuldade evidenciada na fala de Carvalho, infelizmente, não é uma particularidade desse autor. É usual em grupos terraplanistas que os argumentos expostos sejam amparados em constatações advindas dos sentidos [1]. Um vídeo que circulou pela internet mostrando uma pessoa defendendo a planitude da Terra usando uma régua [3], por exemplo, mostra que esses grupos compartilham uma importante confusão entre observação e experimentação, entendendo, em uma perspectiva simplória que se assemelha em alguns aspectos ao positivismo ingênuo, que o conhecimento sobre o mundo se esgota no que acessamos por meio do olfato, visão, tato e audição.

Nesse cenário, a compreensão do processo de medição científica se mostra relevante para proporcionar o entendimento das nuances relacionadas com a forma como os dados científicos são coletados. Na medida em que uma pessoa aprende que os instrumentos científicos proporcionam a apreensão de informações sobre os objetos e eventos que vão além dos sentidos, poderá

*Endereço de correspondência: ingrid.calsing@ufrgs.br

Editor-Chefe: Marcello Ferreira

compreender as diferenças entre as evidências científicas e as sensações cotidianas [4]. Em um momento histórico em que pseudociências alcançam cada vez mais adeptos, o ensino de Física com enfoque no processo de medição científica pode ser uma alternativa para que os estudantes construam uma concepção de Ciência mais sofisticada, em que o conhecimento científico é entendido como representacional e pautado em dados coletados com base em modelos científicos.

Especificamente no cenário do terraplanismo, as medições realizadas por Eratóstenes no século III a.C. oferecem um exemplo clássico de como os procedimentos científicos são dirigidos por modelos de referência. Na época, a concepção de que a Terra era aproximadamente esférica já era legitimada, e Eratóstenes formulou um experimento para estimar sua circunferência com base nessa hipótese. No solstício de verão, ao meio-dia, ele observou que, em Siene (atual Assuã), os raios solares incidiam verticalmente, enquanto em Alexandria, localizada ao norte e sobre o mesmo meridiano, uma estaca projetava sombra, indicando que os raios solares ali chegavam inclinados. Medindo o ângulo dessa inclinação e conhecendo a distância entre as cidades, Eratóstenes aplicou uma relação geométrica simples e obteve um valor para a circunferência terrestre com erro inferior a 2% [5]. A medição realizada pelo cientista, então, é dirigida pela busca por corroborar as consequências de um modelo científico, e não por suas sensações diárias.

Ainda que a medição seja um aspecto fundamental da prática científica, a literatura da área de ensino de Física tem muito a avançar sobre o tema [6]. Os resultados mostram que a compreensão, por exemplo, da flutuabilidade de um conjunto de dados é um desafio para os estudantes, e que alternativas didáticas para a amenização dessas dificuldades são necessárias. Inserido neste contexto, este artigo tem como objetivo expor uma atividade focada no processo de medição científica contextualizada e problematizada a partir de um debate sobre o formato da Terra. Desse modo, pretendemos, ao mesmo tempo, proporcionar a aprendizagem de conceitos e modelos da Física, especificamente os relacionados com pêndulos, assim como promover a aprendizagem sobre procedimentos científicos, particularmente sobre a medição científica, e assim favorecer a sofisticação da concepção de Ciência dos estudantes da Educação Básica ao mesmo tempo em que se esclarece a pseudociência subjacente ao terraplanismo. Esta atividade não foi investigada em contextos educacionais. No entanto, como perspectiva futura, pretendemos aplicá-la em turmas do Ensino Médio, analisando suas potencialidades e limitações, proporcionando possíveis ajustes para aprimorá-la.

Na atividade, apresentada por meio de um *ebook* [7], começamos argumentando que a corroboração da esfericidade da Terra foi historicamente construída a partir da constatação das suas consequências. Mostramos, então, que uma consequência da rotação da Terra aproximadamente esférica é a variabilidade da intensidade da

aceleração gravitacional¹ (g) na sua superfície. Partindo disso, debatemos sobre como o período de um pêndulo é dependente da aceleração gravitacional, e propomos, então, a coleta de dados remota do período de pêndulos dispostos em diferentes posições na superfície terrestre. Essa coleta é proporcionada pela *World Pendulum Alliance* (WPA), projeto financiado pelo programa Erasmus + da União Europeia, que disponibiliza pêndulos com acesso remoto em diversas instituições de ensino do mundo, inclusive no Brasil. Com os dados coletados com esses pêndulos, é possível constatar que g varia na superfície do planeta, proporcionando mais uma evidência da sua esfericidade.

Tomamos como referencial teórico a noção de medição científica na perspectiva da modelagem científica como exposta por Pigosso, Heidemann e Veit [8]. Desse modo, assumimos a medição científica como uma operação empírica básica. Procuramos explorar na atividade especificamente aspectos fundamentais relacionados com a estimação da confiabilidade de medições através da análise de flutuações estatísticas. O papel dos modelos científicos na produção e interpretação de dados experimentais é destacado no decorrer do artigo, concomitantemente com a apresentação dos procedimentos propostos na atividade.

2. World Pendulum Alliance (WPA)

A WPA é um projeto educacional que proporciona o acesso remoto a experimentos para estudantes de Ensino Médio e/ou Superior. O projeto teve início em 2018, a partir de uma iniciativa do Instituto Superior Técnico (IST) da Universidade de Lisboa. Financiada pela Comunidade Europeia (EACEA), a WPA conta com universidades europeias e latino-americanas como parceiras [9–11].

A estruturação dos laboratórios virtuais, além de estimular o acesso à experimentação prática nas escolas [12], visa acompanhar a evolução do uso de tecnologias na área da educação em Ciências, Tecnologias, Engenharia e Matemática (do acrônimo, em inglês, STEM), buscando integrar recursos digitais aos ambientes de ensino e permitindo acesso a dados de vários locais do globo [13].

O projeto da WPA [14] consiste em um conjunto de experimentos de Física, com destaque para pêndulos de acesso remoto distribuídos em diferentes lugares do globo terrestre, sendo esses o foco deste artigo. Esses pêndulos são equipados com um sistema eletrônico que inclui um *laser* e um fotodiodo para medir o período das oscilações, um motor de passo para controlar o lançamento, uma *webcam* e sensores de temperatura

¹ Foge do escopo deste artigo expor discussões sobre detalhes relacionados com as diferenças entre a intensidade do campo gravitacional, a aceleração gravitacional e a aceleração de queda livre. Adotaremos o termo “aceleração gravitacional” para nos referirmos à aceleração de queda dos corpos medida nas proximidades da superfície da Terra.

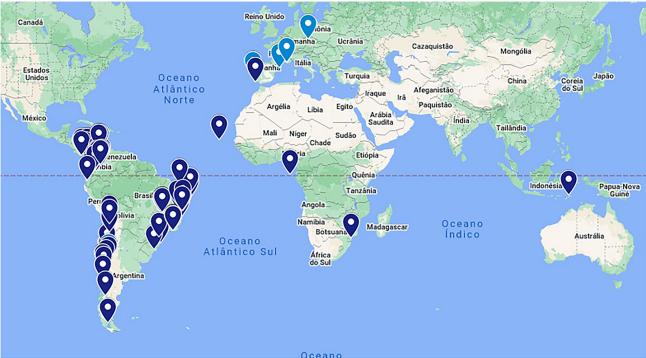


Figura 1: Mapa interativo que mostra a localização dos pêndulos das instituições participantes ao redor do globo. Fonte: [14].

para monitoramento em tempo real, e um display LED de sete dígitos para exibição de dados [9]. A comunicação entre o usuário e o experimento é mediada por uma interface *web*, que requer a instalação prévia de três softwares (VLC, JAVA e e-Lab). Através dessa interface, o aluno pode ajustar variáveis do experimento, monitorar a execução ao vivo e fazer o *download* dos dados coletados. A Figura 1 mostra a localização dos pêndulos em cidades que fazem parte do projeto.

O acesso aos pêndulos é realizado através do *site* da WPA [14]. Nele, pode-se acompanhar em vídeo as oscilações dos pêndulos ao vivo, e são disponibilizadas algumas informações sobre o experimento, dentre elas: a massa e o diâmetro da bola suspensa; a constante de elasticidade do fio; e o seu coeficiente de expansão térmica (Figura 2). A interação com o sistema possibilita a coleta de séries de medidas do período do pêndulo, possibilitando definir o deslocamento inicial do objeto suspenso e a quantidade de oscilações em que se deseja coletar os períodos. O sistema proporciona a visualização de um gráfico da velocidade linear do objeto que oscila

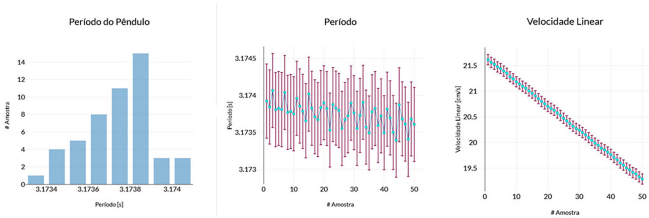


Figura 3: Gráficos de período e velocidade linear e histograma dos períodos coletados de um pêndulo localizado em Porto Alegre². Fonte: [14].

quando ele passa pelo sensor em função do número de oscilações, além de um histograma dos períodos coletados e de uma tabela com a aceleração gravitacional calculada a partir de cada oscilação no local da experimentação (Figura 3).

Com os pêndulos disponibilizados, pode-se, por exemplo, realizar atividades que envolvam a análise das mudanças da aceleração gravitacional em diferentes pontos da Terra. Promovendo discussões sobre análises estatísticas sobre os dados coletados, a partir do uso de histogramas para representar a distribuição dos dados, a análise dos gráficos possibilita a compreensão das flutuações existentes nos dados coletados no processo de medição e dos conceitos de média e incerteza experimental. O *site* da WPA [14] sugere uma série de propostas educacionais envolvendo os pêndulos, dentre elas: a análise dimensional do pêndulo e das variáveis que influenciam no período de oscilação; resolução de equações diferenciais utilizando modelos físicos; e um curso de introdução a técnicas laborais que trata de análise de dados e noções de conceitos que envolvem atividades experimentais. Neste artigo, propomos uma atividade explorando esses pêndulos para a Educação Básica

² Os valores da Figura 3 foram coletados pelos autores.

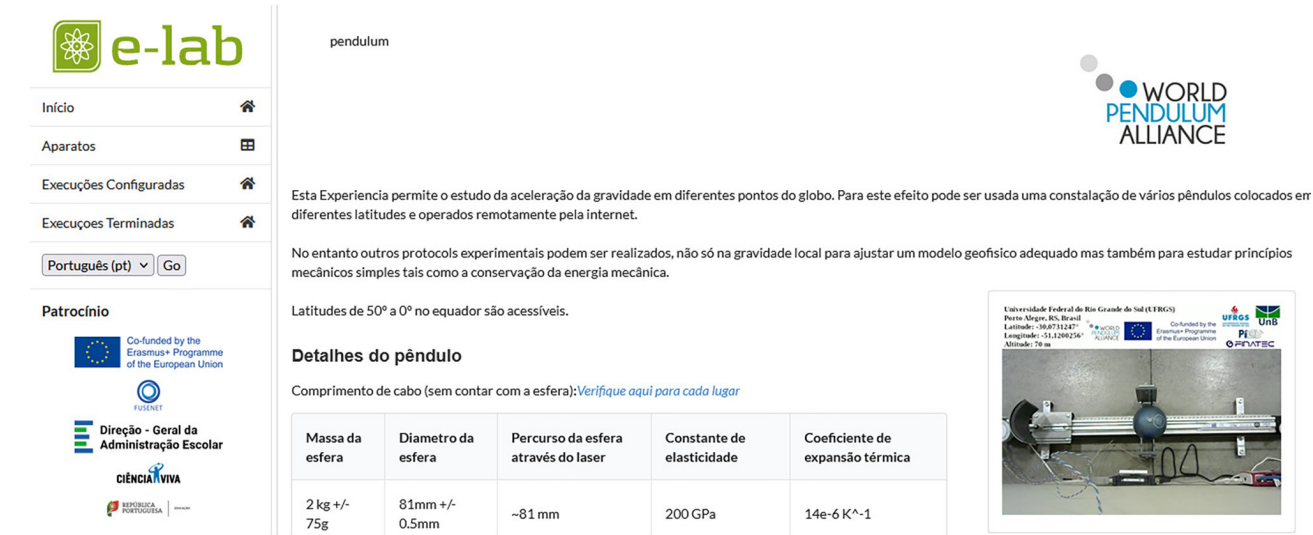


Figura 2: Imagem da tela de visualização do movimento de um pêndulo localizado na cidade de Porto Alegre – RS. Fonte: [14].

centrada em um aspecto sociocientífico (terraplanismo) com enfoque na aprendizagem do processo de medição científica.

3. Atividade “O que a Ciência Pode Nos Dizer Sobre o Formato da Terra?”

A atividade proposta no *ebook* “*Plana ou Redonda? O que a Ciência pode nos dizer sobre o formato da Terra? Uma investigação com pêndulos em diversos lugares do mundo*” [7] (Figura 4) é apresentada em capítulos. Imagens são utilizadas com dois propósitos: ora para representar e favorecer a compreensão de conceitos físicos, ora para tornar os temas tratados mais dinâmicos, incluindo, por exemplo, ilustrações que representam alguns dos cientistas que contribuíram para a construção do conhecimento sobre o formato do globo terrestre. Cada capítulo contém atividades interativas chamadas de “Colocando em Prática”. Uma versão do *ebook*³ destinada aos professores que desejem utilizar o material em suas aulas também foi produzida. Na busca por auxiliar o docente a guiar as discussões ao longo

do *ebook*, o “Material do Professor” engloba uma série de comentários que podem ser abordados durante as atividades do “Colocando em Prática”.

O *ebook*, que é um Recurso Educacional Aberto disponibilizado por meio de uma licença livre, é composto por quatro capítulos [7]. O primeiro aborda as consequências da disseminação de notícias falsas, contextualizando a importância de tratarmos as pseudociências com seriedade e de buscarmos argumentos para combater a desinformação. No âmbito da Física, o texto apresenta uma pseudociência muito discutida na sociedade: o terraplanismo. O capítulo ainda aborda uma discussão sobre como, historicamente, foram construídos os argumentos sobre o formato da Terra. Para isso, são exploradas figuras importantes como Tales de Mileto, Pitágoras, Eratóstenes, Newton, dentre outros que estudaram a forma da Terra, mas que, sobretudo, pautavam seus argumentos a partir de observações entendidas como consequências da esfericidade da Terra.

O capítulo dois aborda uma das implicações da rotação da Terra aproximadamente esférica: a variação da aceleração gravitacional g em diferentes latitudes. Além disso, argumenta-se sobre como, historicamente, o uso de pêndulos foi primordial para a determinação dos valores de g . A ideia é explorar a variação da aceleração gravitacional como um argumento para combater o terraplanismo. Para isso, apresentamos uma expressão para prever o valor de g considerando os efeitos causados pela rotação da Terra considerando que ela é aproximadamente esférica.

Pensando nessa perspectiva, propomos, no terceiro capítulo, o pêndulo como um instrumento de medição para constatar a variação da aceleração gravitacional ao redor do globo. A partir disso, é desenvolvida uma discussão sobre a quantidade de medidas necessárias para se fazer uma medição de g com um pêndulo.

No quarto capítulo, são destacadas as dificuldades de se atribuir um valor a uma grandeza por conta da variabilidade dos dados coletados em um conjunto de medidas. Argumenta-se, portanto, que, para termos confiabilidade em uma grandeza inferida de um conjunto de dados, precisamos conhecer as incertezas associadas às medições. São abordados então o conceito de valor médio, a noção de dispersão de dados, e é proposta a quantificação da incerteza de uma medição a partir do desvio padrão da média.

A finalização do *ebook* [7] é focada na evidência experimental de que a Terra é esférica. Para isso, sugerimos uma atividade cujo foco é comparar os valores de g mensurados de duas formas diferentes: a primeira a partir da expressão que prediz a variação da aceleração gravitacional considerando a esfericidade da Terra; e a segunda utilizando um pêndulo remoto do *site* da WPA [14]. A estimativa do valor de g , em ambos os casos, é acompanhada de uma incerteza. A proposta é que o aluno conclua que, ao considerar os intervalos delimitados pelas incertezas, os intervalos estabelecidos

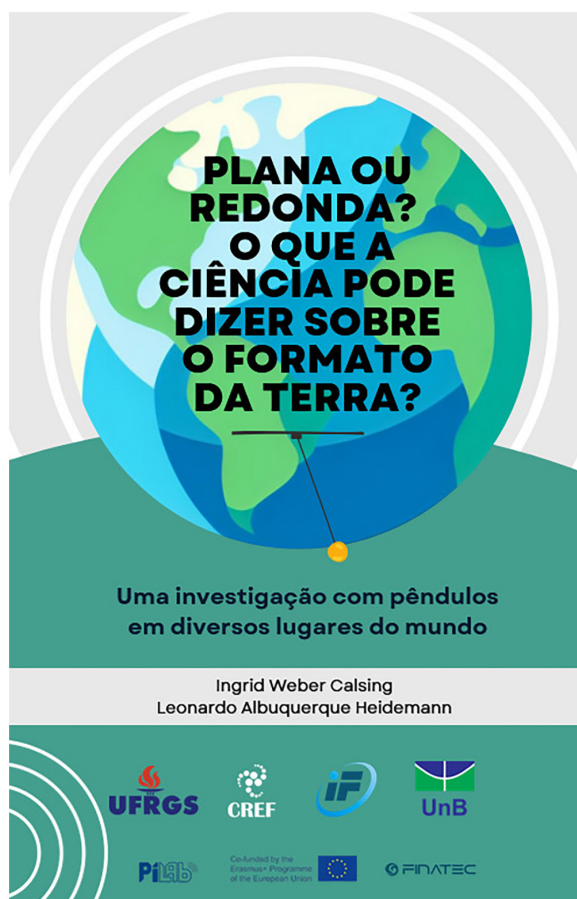


Figura 4: Capa do *ebook* contendo título, autores e apoiadores do projeto da WPA [7].

³ Professores interessados podem solicitar essa versão do *ebook* enviando um email para a autora.

pelos valores de g calculado e medido se sobrepõem. Os dados experimentais, portanto, corroboram a predição, dando suporte empírico para a equação que prediz como varia a aceleração gravitacional sobre a Terra considerando que ela é esférica e que gira em torno de si. A atividade será abordada com mais detalhes nas próximas seções.

3.1. Contextualização: as implicações do movimento de rotação da terra esférica

Quando falamos em Ciência, é comum pessoas compartilharem a concepção de que as suas teorias são provadas por meio da observação direta e imparcial da natureza. Em alguns casos, os indivíduos estão dispostos a descartar uma informação, considerando-a falsa, pelo mero motivo de serem contrárias às suas crenças ou experiências próprias sobre como o mundo funciona [15]. Seguindo essa concepção, poderia se pensar que, para termos uma “prova” de que a Terra é esférica, precisaríamos nos afastar da Terra a bordo de um foguete espacial, por exemplo, e constatar por meio dos sentidos (nesse caso, pela visão) que ela é redonda. No entanto, não é assim que a Ciência se desenvolve e grande parte dos nossos conhecimentos são construídos a partir da análise de consequências de características da natureza.

Nesse contexto, se queremos discutir sobre o formato da Terra, podemos começar resgatando como as concepções sobre a sua forma foram construídas ao longo da história pelos cientistas. É nisso que nos focamos no capítulo inicial do *ebook*: mostrar que, historicamente, as ideias a respeito da forma da Terra eram estruturadas a partir de observações de eventos que, na verdade, são implicações do modelo de Terra esférica [7]. Um exemplo das discussões realizadas é mostrado no seguinte trecho:

Tales de Mileto (625–547 a.C.) fundamentava sua hipótese sobre a forma da Terra afirmando que, se ela fosse um disco plano flutuando numa vasta extensão de água, ela se moveria da mesma forma que um navio se move sobre a água, com trepidações, o que não era constatado nas experiências cotidianas. [...] Observando que a sombra da Terra na Lua durante um eclipse lunar possuía sempre um formato arredondado, Aristóteles (384–322 a.C.) defendeu a esfericidade da Terra [7, p. 5].

A concepção de que a Terra possui uma forma aproximadamente esférica foi progressivamente consolidada ao longo da história, mesmo antes da possibilidade de observá-la a partir do espaço. Com o tempo, essa visão foi amplamente aceita entre a comunidade científica. Uma das formas de resgatarmos esse processo de produção do conhecimento científico, reproduzindo o que cientistas fizeram ao longo da história, é analisando uma outra consequência do formato esférico da Terra:

a variação da aceleração gravitacional. Esse aspecto é explorado com maior profundidade na próxima seção.

3.2. Problemática: como a aceleração gravitacional varia na superfície da terra?

Para discutirmos como a aceleração gravitacional é influenciada pelo formato da Terra, propomos uma analogia entre o movimento de rotação da Terra e o de um carrossel. Assim como sentimos uma força nos empurrando para fora quando estamos em um carrossel, sendo tão mais intensa quanto mais próximos da borda estamos, a rotação da Terra gera uma força fictícia, chamada de força centrífuga, que varia de intensidade dependendo da nossa localização. Ela é nula nos polos, onde estamos girando em torno de nós mesmos, e atinge seu máximo no equador, onde estamos mais distantes do eixo de rotação, de modo semelhante ao que acontece no carrossel. Apesar dessa força centrífuga, no entanto, não somos lançados para o espaço devido à força gravitacional, que é suficientemente intensa para nos manter na superfície terrestre.

Esse efeito decorre de estarmos em um referencial não inercial, já que a Terra está em rotação e, portanto, acelerada em relação às estrelas fixas [5]. Nesses referenciais, além das forças reais, como a gravitacional, é necessário considerar forças fictícias para descrever corretamente o movimento. No caso do referencial girante terrestre, a força centrífuga resulta justamente dessa rotação, atuando perpendicularmente ao eixo da Terra e sendo mais intensa quanto maior a distância ao eixo.

Outro aspecto explorado no texto é a variação da aceleração gravitacional com a altitude. À medida que nos afastamos da superfície, a força gravitacional diminui devido ao aumento da distância ao centro da Terra. Isso significa que, em altitudes mais elevadas, experimentamos uma aceleração gravitacional ligeiramente menor. Por fim, apresentamos uma equação que prediz o valor para a aceleração gravitacional em qualquer ponto da superfície terrestre. Esta equação é baseada na Fórmula Internacional da Gravidade e prediz g em m/s^2 em função dos valores da latitude λ e da altitude h do local, em metros, e, portanto, considera os efeitos da rotação e do achatamento dos polos (veja uma dedução no Apêndice A):

$$g = 9,780327(1 + 0,0053024 \cdot \sin^2 \lambda - 0,0000058 \cdot \sin^2 2\lambda) - 3,086 \cdot 10^{-6}h. \quad (1)$$

Uma forma de analisarmos a Eq. (1) é avaliando como valores de g preditos com ela variam quando calculados para diferentes latitudes. Constata-se que essa aceleração é menor na linha do equador e maior nos polos, o que é consistente com a análise proposta a partir da analogia com o movimento do carrossel.

Com o objetivo de calcular essas variações de g , propomos nesta seção a primeira atividade “Colocando na Prática”, que consiste em utilizar a Eq. (1) para

determinar a aceleração gravitacional em duas cidades distintas: Porto Alegre e Brasília. Para facilitar a tarefa, disponibilizamos o *link* no *ebook* [7] de uma planilha eletrônica em que se pode inserir os valores de latitude e altitude de modo que a planilha calcula automaticamente os valores da aceleração gravitacional para ambas as cidades, possibilitando a comparação dos resultados obtidos⁴. Em resumo, a aceleração gravitacional predita pela Eq. (1) atinge seu menor valor no Equador e aumenta conforme nos aproximamos dos polos, o que justifica o menor valor de g em Brasília, que está mais perto da linha do Equador, do que Porto Alegre.

Após constatar que os valores fornecidos pela expressão para prever a aceleração gravitacional na superfície da Terra possuem consistência lógica, é possível contrastar as predições da Eq. (1) com dados experimentais. Isso implica a coleta de dados sobre a aceleração gravitacional em diversas regiões da Terra, a fim de verificar se os resultados corroboram os valores preditos com a equação.

3.3. Medindo a aceleração gravitacional com um pêndulo

Atualmente, existem métodos experimentais muito precisos para medir a aceleração gravitacional. No entanto, com objetivo didático, focamos em explorar, sob uma perspectiva histórica, o uso de pêndulos como instrumento fundamental para essa determinação. Cientistas como Galileu, Mersenne, Huygens e Newton utilizaram pêndulos em seus estudos sobre a aceleração gravitacional. De fato, até o início do século XX, as medições de gravidade eram frequentemente realizadas com dispositivos baseados em pêndulos [16]. Para ilustrar a relevância desses estudos, destacamos um trecho do *ebook* [7] que relata as investigações conduzidas por Isaac Newton:

Newton (1642–1727) estudou o movimento de um pêndulo cônico e viu que a força que puxa esse pêndulo para o centro do círculo formado pela sua trajetória, ou seja, a força conhecida como força centrípeta, está relacionada com a aceleração gravitacional. Ele mediu quanto tempo o pêndulo levou para dar uma volta completa, chamado de “período de rotação”. A partir desse tempo, Newton calculou a força centrípeta e o valor da aceleração gravitacional, de aproximadamente $10,2 \text{ m/s}^2$ [7, p. 27].

Após explorar a história do pêndulo na determinação dos valores de g , apresenta-se uma alternativa para

determinar o valor da aceleração gravitacional utilizando a relação do período de um pêndulo no local em que ele oscila com essa aceleração. Antes disso, no entanto, é destacado que o conceito de período em um pêndulo é definido em uma rede de modelos científicos [4]. Contudo, com base no modelo de pêndulo simples, o período também pode ser predito a partir da medição do comprimento do seu fio, desde que certas condições sejam suficientemente respeitadas: i) O corpo suspenso é muito pequeno quando comparado ao comprimento do fio do pêndulo; ii) A massa do fio do pêndulo é muito pequena quando comparada à do corpo suspenso; iii) O fio de sustentação do pêndulo é aproximadamente inextensível; iv) A força de arrasto do ar é muito menos intensa do que a força peso do corpo suspenso. Além disso, é necessário que a amplitude da oscilação seja pequena. Quando essas condições são aproximadamente satisfeitas, o modelo de pêndulo simples é adequado para representar o evento, e podemos inferir o valor g local a partir do período T do pêndulo e do comprimento l do seu fio de sustentação pela seguinte relação [17]:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}. \quad (2)$$

A medição precisa do período de um pêndulo apresenta desafios significativos devido às diferenças entre um pêndulo real e os modelos explorados [18]. Correções teóricas que consideram fatores como a amplitude finita, a distribuição de massa, os efeitos do ar (incluindo empuxo e amortecimento), a elasticidade do fio e o movimento do suporte possibilitam predições mais precisas.

Com objetivos didáticos focados na Educação Básica, a atividade proposta neste artigos não explora essas correções, que poderiam ser abordadas em outros contextos. Cabe destacar, no entanto, que o pêndulo utilizado na WPA possui um fio de 2,7 metros de *remanium* (liga metálica de NiCr), com módulo de elasticidade baixo (da ordem de 200 GPa) e de massa desprezível. Além disso, o corpo suspenso é aproximadamente esférico com uma massa de 2kg, com diâmetro desprezível (35 vezes menor do que o comprimento do fio), e o pêndulo é posto a oscilar com amplitudes pequenas, da ordem de 4 graus [9]. Esses procedimentos foram realizados para controlar variáveis do aparato experimental, minimizando efeitos não considerados no modelo de pêndulo simples explorado na atividade.

A alternativa de explorar a aceleração gravitacional com o uso de pêndulos nos encaminha ao segundo “Colocando na Prática”. Usando os pêndulos remotos da WPA, é proposta a coleta de valores de g de diferentes lugares da Terra. Com isso, é possível constatar experimentalmente as variações da aceleração gravitacional preditas com a Eq. (1).

Como visto na seção anterior, o valor medido para g em Brasília é menor do que em Porto Alegre. No entanto, como esperado, os valores de g medidos a partir dos pêndulos são, isoladamente, distintos do valor predito

⁴ Com os dados coletados pelos autores, pode-se inferir um valor de aceleração gravitacional para Porto Alegre de aproximadamente $9,7949409 \text{ m/s}^2$ e de $9,7805481 \text{ m/s}^2$ para Brasília. Perceba que os valores correspondem com a localização de cada cidade: a aceleração gravitacional de Brasília é menor do que a de Porto Alegre.

pela Eq. (1). Para justificar essas diferenças, podem ser feitas discussões sobre aspectos relacionados com a qualidade da medida realizada (precisão do instrumento, por exemplo); as idealizações feitas no modelo de pêndulo simples, como o fio ser inextensível e não possuir massa; e a desconsideração do tamanho do corpo suspenso no fio (já que assumimos que ele é muito pequeno em relação ao comprimento do fio).

A discussão sobre a variabilidade dos valores medidos suscita outro problema para os estudantes: como podemos atribuir um valor para g sabendo que as medidas coletadas para o período de oscilação do pêndulo variam? Qual valor deve ser escolhido para atribuir para essa grandeza? A partir disso, é introduzida a argumentação sobre a importância de se realizar um conjunto de medidas.

3.4. Analisando um conjunto de dados experimentais

Ao analisarmos os resultados de qualquer conjunto de medidas, é perceptível que os valores obtidos não são idênticos. Como todo experimento está sujeito a perturbações, os valores coletados em um conjunto de medições são diferentes [6]. Considerando a variabilidade dos dados, uma maneira de atribuir um valor a uma grandeza é a partir do valor médio [18]. Conhecendo a média de um conjunto de medidas, temos uma estimativa de qual o valor mais provável a ser encontrado para novas medidas realizadas. Somado a isso, a dispersão dos dados ainda nos indica o quão distantes as medidas estão do valor médio e nos permite estimar a confiabilidade no uso do valor médio como o mais provável para a grandeza.

Para exemplificar isso, propomos uma discussão sobre a medição do período de um pêndulo. Em síntese, as medidas sucessivas de período apresentarão pequenas diferenças e a média dessas medidas oferece uma estimativa do valor mais provável, enquanto a dispersão indica a confiabilidade dessa estimativa. Somado a isso, destacamos o uso de histogramas como ferramentas úteis para representar a distribuição dos dados. Uma distribuição mais dispersa indica maior variabilidade e, conseqüentemente, maior incerteza na medição do período.

É apresentado, então, o conceito de desvio padrão⁵ para estimar a incerteza da medição inferida dos dados representados em um histograma [19]. Quanto maior a flutuação estatística ou imprecisão dos dados, maior será o desvio padrão. Destacamos, nesta parte, que na distribuição normal, 68% dos dados estão dentro de um

intervalo de mais ou menos um desvio padrão da média, e 95% dentro de dois desvios padrões. O seguinte trecho do *ebook* [7] exemplifica essa discussão a partir do período do pêndulo:

Se em um conjunto de medidas de períodos a média foi de 2,0 segundos com desvio padrão amostral de 0,1 segundo, 68% dos dados desse conjunto estão englobados em um intervalo entre 1,9 segundos e 2,1 segundos. Esse valor aumenta para 95% dos dados se a gente usa dois desvios padrões [7, p. 49].

Seguindo o guia experimental exposto no *ebook* [7], analisamos os dados dos períodos do pêndulo. De acordo com a seção “Colocando na Prática III”, foi dado aos alunos o trabalho de calcular o valor médio de uma coleção de dados dos períodos coletados remotamente. Após isso, passamos a analisar a razoabilidade de utilizar o valor médio como representante do período do pêndulo por meio do “Colocando em Prática IV”. Utilizando os mesmos valores coletados para os períodos e, com um auxílio de uma tabela, a tarefa será calcular o desvio padrão da média desse conjunto de dados, resgatando o que já foi discutido: para um desvio padrão da média calculado, 66% das médias dos dados do conjunto estarão englobados nesse intervalo. Assim, quando medimos o período de um pêndulo, o valor atribuído para a grandeza é dado pela média dos valores coletados e pela sua incerteza (desvio padrão da média), nos fornecendo um intervalo.

O desafio proposto aos estudantes consiste na comparação de dados que, agora, são apresentados como intervalos, ao invés de valores únicos. Mais especificamente, queremos comparar um valor único de g predito pela Eq. (1) com um intervalo de valores obtidos a partir das medições do período do pêndulo. Sabemos, no entanto, que os valores de altitude e latitude usados na expressão para calcular g também possuem incertezas associadas. Para isso, mobilizamos o “método dos valores limites para a propagação de incerteza” [19] como uma alternativa didática para estimar essas incertezas a partir da Eq. (1). Desse modo, mesmo que a expressão para prever g nos forneça apenas um valor, podemos avaliar a variação da aceleração calculada tomando valores limites, nos dando uma estimativa da incerteza do valor calculado para uma cidade, por exemplo.

Uma forma de compararmos o valor previsto de g , calculado com a Eq. (1), com a melhor estimativa obtida com o pêndulo remoto é analisando se o valor obtido com a Eq. (1) se encaixa no intervalo calculado com o método dos valores limites. Se isso acontecer, é possível que os valores predito e medido sejam iguais e os dados podem ser assumidos como evidências que dão apoio empírico para a teorização subjacente à Eq. (1), ou seja, para a concepção de que a Terra é aproximadamente esférica e de que ela rotaciona.

⁵ A equação utilizada para calcular o desvio padrão de um conjunto de dados pode ser complexa para estudantes do Ensino Médio. Por isso, decidimos não aprofundar nesse cálculo, limitando os debates à compreensão conceitual dessa grandeza. Desse modo, disponibilizamos no *ebook* o *link* para uma planilha eletrônica onde os estudantes podem inserir seu conjunto de dados de modo que a planilha calcula automaticamente o valor correspondente ao desvio padrão da média desses dados.

3.5. Evidência experimental de que a terra é redonda

A atividade final do *ebook* [7] consiste em determinar a aceleração gravitacional em um local de duas formas distintas, discutindo se a aceleração calculada com a Eq. (1) difere do valor experimental inferido dos dados coletados com o pêndulo remoto. A primeira parte consiste em coletar uma amostra de valores de aceleração medida no local escolhido através do *site* da WPA [14]. Com os valores obtidos, podemos calcular o valor médio e o desvio padrão da média desse conjunto de dados, obtendo uma estimativa da aceleração gravitacional em m/s^2 .

Em seguida, utilizamos a expressão para prever a aceleração gravitacional na superfície da Terra, considerando os valores médios de latitude e altitude do local. A incerteza associada ao valor predito com a Eq. (1) pode ser encontrada a partir do método dos limites. A aceleração gravitacional terá valores centrais de altitude e latitude, e uma incerteza dada pela diferença entre a aceleração gravitacional máxima e mínima.

Ao final, vamos obter (i) um valor experimental para a aceleração gravitacional no local investigado com valor médio e desvio padrão da média dos dados coletados com um pêndulo, estimando a incerteza pelo método dos valores limites, e outro (ii), um valor analítico obtido a partir da Eq. (1). Se o valor analítico se encaixar no intervalo do valor experimental, isso corrobora a concordância entre experimento e teoria. A predição da Eq. (1) advém da natureza aproximadamente esférica da Terra, visto que a Eq. (1) leva em consideração o achatamento dos polos em relação ao equador terrestre, e a rotação da Terra em torno de seu eixo. Com esses resultados, pode-se dar apoio empírico à esfericidade terrestre e a rotação da Terra⁶.

4. Considerações Finais

Este artigo aborda uma atividade com enfoque na aprendizagem do processo de uma medição científica, a medição dos valores da aceleração gravitacional que variam em função da latitude λ e da altura h , usando pêndulos distribuídos globalmente pela WPA [14]. O material produzido possui licenças permissivas, caracterizando o eBook como um Recurso Educacional Aberto (REA), e ainda não foi avaliado em implementações na Educação Básica. Em sintonia com o movimento de conhecimento livre [20], convidamos a comunidade de ensino de Física a explorar as atividades propostas em seus contextos,

⁶ Com os dados coletados pelos autores, pode-se inferir um valor para a aceleração gravitacional utilizando o pêndulo remoto de $9,7932 \pm 0,0003 \text{ m/s}^2$ e um valor da aceleração gravitacional calculado a partir da expressão para prever essa aceleração na superfície da Terra de $9,79309 \pm 0,00001 \text{ m/s}^2$. Portanto, os intervalos inferidos para a aceleração com os dois métodos se sobrepõem, dando apoio experimental para o modelo da Terra esférica.

contribuindo para a identificação de suas potencialidades e limitações, bem como para sua adequação a diferentes realidades e níveis de ensino.

No entanto, é importante destacar algumas limitações associadas à implementação da atividade. O acesso aos pêndulos remotos depende da disponibilidade de tecnologias, o que pode restringir a participação de alguns estudantes, especialmente em ambientes com limitações de infraestrutura tecnológica. Além disso, embora a sequência didática dependa de variáveis como o tempo disponível e o nível de formação dos alunos, é sempre necessário mais de uma aula para a sua implementação adequada, o que pode dificultar sua inserção em currículos escolares já sobrecarregados.

Por outro lado, a atividade tem o potencial de proporcionar discussões sobre a medição científica, aproximando os estudantes do fazer científico, promovendo discussões sobre a natureza das medições e sua importância tanto na interpretação de dados cotidianos quanto em questões científicas complexas. Ao compreenderem que as medições envolvem variações e dispersões, os alunos podem explorar os motivos por trás dessas flutuações, incluindo fatores incontroláveis, variabilidades inerentes ao processo e limitações dos modelos científicos, desenvolvendo assim uma compreensão mais profunda da prática científica.

Apêndice A: Dedução da Fórmula da Gravidade

Mesmo que a força centrífuga não exista em um referencial inercial, ela pode ser descrita como derivada de um potencial efetivo em um referencial em rotação. Desse modo, U_g é um potencial efetivo definido como a soma da energia potencial gravitacional (U_G) e da energia potencial centrífuga (U_{cf}) devido à rotação da Terra [21]. Assim, temos:

$$U_g = U_G - U_{cf}.$$

A energia U_{cf} pode ser deduzida a partir da força centrífuga em um sistema em rotação com velocidade angular constante $\vec{\omega}$. A posição de uma partícula nesse referencial é dada pelo vetor $\vec{r}$ e a aceleração centrífuga $\vec{a}_{cf}$ é expressa como:

$$\vec{a}_{cf} = \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}).$$

Utilizando a identidade vetorial $\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) = (\vec{\omega} \cdot \vec{r})\vec{\omega} - \omega^2\vec{r}$, em que o termo $\vec{\omega} \cdot \vec{r}$ representa o produto escalar entre $\vec{\omega}$ e $\vec{r}$, igual a $\omega r \cos \theta$, e θ é o ângulo entre os vetores $\vec{\omega}$ e $\vec{r}$, temos:

$$a_{cf} = (\omega r \cos \theta) \omega - \omega^2 r,$$

onde a_{cf} e ω são, respectivamente, as magnitudes da aceleração centrífuga e da velocidade angular.

A componente radial da aceleração centrífuga pode ser encontrada projetando a_{cf} na direção radial $\hat{r}$. Portanto:

$$a_{cf,r} = a_{cf} \cdot (\hat{r}) = (\omega r \cos \theta)(\omega \cdot \hat{r}) - \omega^2(r \cdot \hat{r}).$$

Sabendo que $\omega \cdot \hat{r} = \omega \cos \theta$ e $r \cdot \hat{r} = r$, obtemos:

$$\begin{aligned} a_{cf,r} &= (\omega r \cos \theta)(\omega \cos \theta) - \omega^2 r \\ &= \omega^2 r \cos^2 \theta - \omega^2 r = -\omega^2 r \sin^2 \theta. \end{aligned}$$

Portanto, a componente radial da aceleração centrífuga é:

$$a_{cf,r} = -\omega^2 r \sin^2 \theta.$$

A energia U_{ctf} é a integral do trabalho realizado pela força centrífuga ao mover um objeto de uma posição r_0 até uma posição r . Logo:

$$U_{ctf} = - \int_{r_0}^r m a_{cf,r} dr = - \int_{r_0}^r m \omega^2 r \sin^2 \theta dr.$$

Como $\sin \theta$ é constante para um dado valor de θ , podemos simplificar a integral:

$$\begin{aligned} U_{ctf} &= -m\omega^2 r \sin^2 \theta \int_{r_0}^r r dr = -m\omega^2 r \sin^2 \theta \left(\frac{r^2}{2} - \frac{r_0^2}{2} \right) \\ &= -\frac{1}{2} m \omega^2 r^2 \sin^2 \theta. \end{aligned}$$

A gravidade $\vec{g}$ pode ser expressa como o gradiente da energia potencial de gravidade U_g :

$$\vec{g} = \frac{-\nabla U_g}{m}.$$

Em coordenadas esféricas (r, λ, ϕ) , o gradiente é dado por:

$$\nabla U_g = \left(\frac{\partial U_g}{\partial r}, \frac{1}{r} \frac{\partial U_g}{\partial \lambda}, \frac{1}{r \sin \lambda} \frac{\partial U_g}{\partial \phi} \right),$$

em que λ é a latitude geocêntrica, r é a distância do ponto ao centro da Terra, e ϕ é a longitude.

Como $U_G = GMm/r$, onde M é a massa da Terra e G , a constante da gravitação universal, U_g não depende de ϕ , e $\partial U_g / \partial \phi = 0$. Além disso, como $\theta = 90^\circ - \lambda$, temos $\sin^2 \theta = \sin^2 (90^\circ - \lambda) = \cos^2 \lambda$. Desse modo, substituindo em U_g , temos:

$$\begin{aligned} \vec{g} &= \frac{-\nabla U_g}{m} = \left(\frac{-\partial U_G}{\partial r} + \omega^2 r \cos^2 \lambda, \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{r} \frac{\partial U_G}{\partial \lambda} + \omega^2 r^2 \sin^2 \lambda \cos \lambda, 0 \right) \\ &= \left(\frac{-GM}{r^2} + \omega^2 r \cos^2 \lambda, \omega^2 r^2 \sin^2 \lambda \cos \lambda, 0 \right). \end{aligned}$$

Para um elipsoide de revolução, a gravidade normal (g_n , a magnitude da componente da gravidade perpendicular à superfície do elipsoide) é uma combinação das componentes radial e transversal dada por:

$$\begin{aligned} g_n &= \left(\frac{-GM}{r^2} + \omega^2 r \sin^2 \lambda \right) \cos \alpha \\ &\quad + \omega^2 r^2 \sin^2 \lambda \cos \lambda \sin \alpha, \end{aligned}$$

em que α , o ângulo entre a normal à superfície e a direção radial, está relacionado com a excentricidade e do elipsoide por [22]:

$$\tan \alpha = \frac{e \sin \lambda \cos \lambda}{1 - e^2 \sin^2 \lambda}.$$

Para pequenos valores de e , podemos aproximar $\tan \alpha \approx e^2 \sin \lambda \cos \lambda$. Como α é pequeno para a Terra (da ordem de $1/298$), usamos as aproximações $\sin \alpha \approx \tan \alpha$ e $\cos \alpha \approx 1$. Substituindo as aproximações na expressão de g_n :

$$\begin{aligned} g_n &\approx \left(\frac{-GM}{r^2} + \omega^2 r \cos^2 \lambda \right) \\ &\quad + \omega^2 r^2 \sin \lambda \cos \lambda (e^2 \sin \lambda \cos \lambda) \\ &\approx -\frac{GM}{r^2} + \omega^2 r \cos^2 \lambda + \omega^2 r^2 e^2 \sin^2 \lambda \cos^2 \lambda. \end{aligned}$$

Como $\sin^2 \lambda \cos^2 \lambda = \frac{1}{4} \sin^2 (2\lambda)$ e $\cos^2 \lambda = 1 - \sin^2 \lambda$, podemos escrever g_n como:

$$g_n(\lambda) = g_e(1 + \beta_1 \sin^2 \lambda + \beta_2 \sin^2 2\lambda),$$

em que g_e é a aceleração gravitacional no equador e β_1 e β_2 são coeficientes que dependem da rotação da Terra e do seu achatamento. Para incluir o efeito da altitude (h), a gravidade é ajustada por um termo que depende da altura acima da superfície. Como, temos:

$$g(h) = \frac{GM}{(R+h)^2}.$$

Se h for pequeno em comparação com R , $1/(R+h)^2 \approx 1/R^2 [1 - (2h/R)]$. Substituindo, temos:

$$g(h) = g_0 \left(1 - \frac{2h}{R} \right).$$

Obtemos, portanto, que a equação para prever a gravidade na superfície da Terra é do tipo:

$$g(\lambda, h) = g_0(1 + \beta_1 \sin^2 \lambda + \beta_2 \sin^2 2\lambda - \beta_3 h).$$

Em que β_1 , β_2 e β_3 são parâmetros da Terra. Seguindo o Sistema Geodésico de Referência 1980 [23], temos que: $g_0 = 9,780327$, $\beta_1 = 0,0053024$ e $\beta_2 = 0,0000058$ e $\beta_3 = 3,086 \cdot 10^{-6}$. Assim, a fórmula da gravidade na superfície da Terra, considerando a latitude (λ) e a altitude (h), é dada por:

$$\begin{aligned} g(\lambda, h) &= 9,780327(1 + 0,0053024 \cdot \sin^2 \lambda \\ &\quad - 0,0000058 \cdot \sin^2 2\lambda) - 3,086 \cdot 10^{-6} h. \end{aligned}$$

Referências

- [1] I. Melo, *Sete afirmações feitas pelos terraplanistas e os motivos de eles estarem enganados*, disponível em: <https://gauchazh.clicrbs.com.br/tecnologia/noticia/2019/08/sete-afirmacoes-feitas-pelos-terraplanistas-e-os-motivos-de-eles-estarem-enganados-cjze68lgl038r01qmslcdjmbp.html>, acessado em: 22/07/2024.

- [2] M. Knobel, Física na escola **9**, 6 (2008).
- [3] ZERO, *Quando o teste da réguinha funcionaria?*, disponível em: <https://www.blogs.unicamp.br/zero/2744>, acessado em: 22/07/2024.
- [4] L.T. Pigosso, *Um estudo exploratório sobre atividades investigativas com enfoque no processo de medição no ensino fundamental*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre (2022).
- [5] H.M. Nussenzveig, *Curso de física básica: mecânica* (Editora Blucher, São Paulo, 2013), v. 1.
- [6] L.T. Pigosso e L.A. Heidemann, Investigações em Ensino de Ciências **28**, 332 (2019).
- [7] I.W. Calsing e L.A. Heidemann, *Plana ou Redonda: O que a Ciência pode dizer sobre o Formato da Terra*, disponível em: http://www.if.ufrgs.br/cref/pendulo/ebook_wpa.pdf.
- [8] L.T. Pigosso, L.A. Heidemann e E.A. Veit, Caderno Brasileiro de Ensino de Física, **41**, 66 (2024).
- [9] J.M. Cruz, H. Fernandes, G.S. Amarante-Segundo, C.H. Amador, R.S. Brito, B.G. Enders e R. Henriques, em: *8th International Engineering, Sciences and Technology Conference (IESTEC)* (Panama, 2022).
- [10] G.S. Amarante-Segundo, B.G. Amarante, J.M. Cruz, A.M. Ribeiro, C.H. Amador e H. Fernandes, em: *8th International Engineering, Sciences and Technology Conference (IESTEC)* (Panama, 2022).
- [11] F. Torres-Payoma, D. Herrera, K. Triana, L. Neira-Quintero e J.D. Castaño-Yepes, European Journal of Physics **44**, 065702 (2023).
- [12] J.S. Khalifa, J.M.R. Cruz, G.S.A. Segundo e A.M. Ribeiro, Revista do EDICC **9**, 2317 (2023).
- [13] M. Santos, C. Rodriguez, C. Anteneodo, C. Marlasca, G. Segundo, J. Loureiro e H. Fernandes, em: *5th Experiment International Conference (exp. at'19)* (Madeira, 2019).
- [14] WORLD PENDULUM ALLIANCE, disponível em: <https://wpa.tecnico.ulisboa.pt/~wpa.daemon/>, acessado em: 15/04/2024.
- [15] F. Marineli, Caderno Brasileiro de Ensino de Física **37**, 1173 (2020).
- [16] F.L. Silveira, Revista de Enseñanza de la Física **10**, 2 (1995).
- [17] H.M. Nussenzveig, *Curso de Física Básica: fluidos, oscilações e ondas, calor* (Editora Blucher, São Paulo, 2018).
- [18] M. Bunge, *La Investigación Científica: Su estrategia y filosofía* (Siglo XXI Editores, Buenos Aires, 2004).
- [19] P. Lima Júnior, M.T.X. Silva, F.L.D. Silveira e E.A. Veit, *Laboratório de mecânica: subsídios para o ensino de Física experimental* (Instituto de Física da UFRGS, Porto Alegre, 2013).
- [20] M.D. Freitas, L.A. Heidemann e I.S. Araujo, Educação em Revista **37**, e20857 (2021).
- [21] W. Lowrie e A. Fichtner, *Fundamentals of geophysics* (Cambridge University Press, Cambridge, 2020).
- [22] A. Leick, L. Rapoport e D. Tatarnikov, *GPS satellite surveying* (John Wiley & Sons, New Jersey, 2015).
- [23] H. Moritz, *Bulletin Géodésique*, **54**, 395 (1980).