

A indução eletromagnética: análise conceitual e fenomenológica

(*Electromagnetic induction: conceptual and phenomenological analysis*)

R.T. da Silva e H.B. de Carvalho¹

Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Afenas, Afenas, MG, Brasil

Recebido em 19/10/2011; Aceito em 17/4/2012; Publicado em 10/12/2012

O objetivo deste trabalho é analisar a indução eletromagnética através de diferentes modelos físicos: a indução pela variação de fluxo magnético de Faraday e Maxwell; pela força de Lorentz atuando sobre uma carga livre e utilizando a transformação de campos proposta por Einstein em sua teoria da relatividade restrita e, por fim, através da eletrodinâmica de Weber. Exploramos as diferenças conceituais entre esses modelos e suas consequentes implicações na interpretação da realidade física das grandezas utilizadas.

Palavras-chave: indução eletromagnética, linhas de campo, transformação de campo, força de Weber.

The aim of this work is to analyze the electromagnetic induction through three different physical models: by the Maxwell and Faraday law related to the rate of change in the magnetic flux through a closed circuit, by the Lorentz force acting over a free charge and utilizing the transformation of fields proposed by Einstein in his special theory of relativity and, finally, by Weber's electrodynamics. We identify the conceptual differences between these three models and their consequent implications for the interpretation of the physical reality of the utilized magnitudes.

Keywords: electromagnetic induction, field lines, field transformation, Weber's force.

1. Introdução

Um dos assuntos mais importantes do eletromagnetismo clássico é a *indução eletromagnética*. Este fenômeno teve e tem implicações prático-tecnológicas extremamente importantes, tais como o desenvolvimento de geradores elétricos e sistemas de radio-frequência. A indução eletromagnética pode ser associada a movimentos de translação e rotação dos circuitos elétricos e ímãs que compõem um dado sistema. Neste trabalho analisamos diferentes modelos teóricos para a explicação deste fenômeno, mais especificamente na indução por translação.

O fenômeno da indução elétrica foi descoberto por M. Faraday (1791-1867) em 1831. Ele descobriu que podia induzir uma corrente elétrica em um circuito secundário variando a corrente em um circuito primário. Enquanto a corrente no primário permanecesse constante, nada era induzido no circuito secundário. Ele também verificou que ocorria indução mantendo-se a corrente no primário constante e movendo um circuito em relação ao outro. Mais ainda, também podia obter a corrente induzida no secundário aproximando ou afastando um ímã permanente, ou mantendo o ímã em repouso em relação à terra e aproximando ou afastando o circuito secundário. Denominamos de indução por

translação a estes casos em que ocorre um movimento relativo entre o circuito primário e secundário, ou entre o ímã e o circuito secundário.

Desde a descoberta de tal fenômeno surgiram muitas teorias para explicá-lo. Apresentaremos algumas delas: (1) A teoria de Faraday adotada também por Maxwell (1831-1879), sobre a variação do fluxo das linhas de campo magnético no circuito secundário. (2) A relacionada com a formulação de H.A. Lorentz (1853-1928) para a força eletromagnética. Aqui surge uma questão: em relação a qual referencial devemos associar a velocidade que nela aparece? Dentro desta perspectiva e das consequências filosóficas relacionadas a ela, temos a formulação de A. Einstein que levou à teoria da relatividade restrita. (3) E, por fim, a proposta dada pela eletrodinâmica de W. Weber (1804-1891) que depende somente das distâncias relativas, das velocidades relativas e das acelerações relativas entre as cargas interagentes.

A explicação de Faraday para a indução de corrente elétrica quando uma fonte de campo magnético (ímã permanente) se aproxima de um circuito, ou vice-versa, é baseada na existência real de linhas de campo que cortam o circuito elétrico (variação do de fluxo magnético através do circuito) [1]. Para Faraday, tais linhas de

¹E-mail: bonette@unifal-mg.edu.br.

campo acompanham qualquer movimento translacional do imã. Ou seja, se o imã translada em relação ao laboratório com uma velocidade constante de 5 m/s, as linhas do campo magnético vão se mover em relação ao laboratório com 5 m/s. Maxwell tinha o mesmo ponto de vista de Faraday. No §531 de seu famoso livro *Um Tratado sobre Eletricidade e Magnetismo*, resumiu as experiências de Faraday na seguinte formulação [2]:

O conjunto destes fenômenos pode ser resumido em uma única lei. Quando o número das linhas de indução magnética que atravessam um circuito secundário na direção positiva é alterado, uma força eletromotriz age ao redor do circuito, a qual é medida pela razão de diminuição da indução magnética através do circuito.

Maxwell também afirmou que as linhas de força magnética acompanham o movimento translacional de sua fonte em relação à Terra. No §541 do *Tratado* afirmou:

A concepção que Faraday tinha da continuidade das linhas de força exclui a possibilidade delas começarem a existir repentinamente num lugar onde não havia nenhuma antes. Se, portanto, o número de linhas que atravessam um condutor é alterado, só pode ser devido ao movimento do circuito através das linhas de força, ou, senão, de outro modo pelas linhas de força movendo-se através do circuito. Em qualquer caso uma corrente é gerada no circuito.

Em 1895 o físico teórico H.A. Lorentz apresentou a seguinte expressão para a força eletromagnética \mathbf{F}_L atuando sobre uma carga q

$$\mathbf{F}_L = q(\mathbf{E}) + q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (1)$$

Nesta equação, \mathbf{E} é o campo elétrico atuando sobre a carga e \mathbf{B} é o campo magnético atuando sobre ela quando se desloca com velocidade \mathbf{v} . Hoje em dia esta expressão é conhecida como força de Lorentz. Provavelmente Lorentz obteve a parte magnética a partir da força de Grassmann entre elementos de corrente. Segundo Whittaker, os primeiros a chegarem à esta força magnética foram J.J. Thomson (1856-1940) e O. Heaviside (1850-1925) em 1881 e 1889, respectivamente [3]. Como dito anteriormente, nesta expressão surgem ambiguidades quanto a que referencial devemos considerar a velocidade \mathbf{v} . Ou seja, devemos considerar \mathbf{v} como sendo a velocidade da carga q em relação a qual corpo, grandeza ou referencial? No primeiro artigo publicado por Thomson sobre este tema afirmou o seguinte [4]:

Deve ser observado que aquilo que por conveniência chamamos de velocidade real

da partícula é, de fato, a velocidade da partícula relativa ao meio através do qual ela está se movendo, meio cuja permeabilidade magnética é μ .

Ou seja, para Thomson a velocidade não é relativa ao éter nem relativa ao observador.

Quanto a Heaviside, podemos assumir que seu ponto de vista é o mesmo de Thomson. Isto pode ser visto pelo título de seu trabalho de 1889, "Sobre os efeitos eletromagnéticos devido ao movimento da eletrificação [cargas elétricas] através de um dielétrico".

Lorentz também não fez nenhuma alusão à questão quando apresentou a força magnética. Como Lorentz ainda aceitava o éter de Maxwell, é natural que para ele esta velocidade fosse em relação ao éter e não em relação a qualquer outro referencial. Uma prova conclusiva desta afirmação se encontra no posterior trabalho de Lorentz publicado em 1931: *Lectures on the Theoretical Physics* [5].

Já em 1905 A. Einstein publicou seu trabalho teórico da relatividade restrita [6] tendo como motivação assimetrias encontradas a partir de diferentes referenciais adotados para a velocidade da força magnética. Citando o próprio Einstein neste mesmo trabalho: "Como é sabido a Eletrodinâmica de Maxwell - tal como atualmente se concebe - conduz, na sua aplicação a corpos em movimento, a assimetrias que não parecem ser inerentes ao fenômeno". Tal assimetria citada por Einstein na verdade não existe na eletrodinâmica de Maxwell, como vimos anteriormente. Ela só aparece como uma interpretação específica do significado da velocidade que aparece na força de Lorentz. Para Einstein, fenômenos físicos deveriam ser invariantes mediante a mudança de um referencial inercial para outro, o que não se constatava a partir das transformações galileanas para as coordenadas espaciais e para o tempo aplicadas na força de Lorentz. Einstein, em face às frustradas tentativas de se identificar o movimento da Terra relativo ao éter, após obter as transformações de Lorentz para as coordenadas espaciais e para o tempo, as aplicou para a componente magnética de força de Lorentz. Passa então a interpretar \mathbf{v} como sendo a velocidade em relação a um referencial inercial ou a um observador. A diferença entre a antiga visão do eletromagnetismo e a visão baseada na teoria da relatividade é que em um referencial onde uma carga se move com \mathbf{v} na presença de um campo magnético, atua sobre essa carga uma força magnética ($\mathbf{F}_L = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$), já em um outro referencial inercial que se desloca com a mesma velocidade da carga, isto é, em um referencial onde a velocidade da carga é zero ($\mathbf{v}' = 0$), a força que atua nesta carga será de natureza elétrica ($\mathbf{F}'_L = q\mathbf{E}'$). Einstein está introduzindo forças que dependem do sistema de referência, isto é, forças que dependem do estado de movimento entre o observador e o corpo teste.

A eletrodinâmica de Weber é contemporânea aos

trabalhos de Maxwell. Weber e Maxwell mostraram que é possível derivar o conjunto das equações fundamentais do eletromagnetismo (lei de Gauss, lei circuital magnética, lei da ausência de monopólos magnéticos e lei de indução de Faraday) a partir da força de Weber, sendo, portanto, completamente compatível com o eletromagnetismo de Maxwell. Fundamentalmente a eletrodinâmica de Weber se distingue da eletrodinâmica de Maxwell em dois pontos: primeiro com relação à força que atua sobre as cargas e, em segundo lugar, com relação ao conceito de campo. A força de Weber entre cargas elétricas leva em consideração não só as distâncias relativas entre as cargas como na força de Coulomb, mas também as velocidades relativas e as acelerações relativas entre elas. Para Weber não existem campos e todos os fenômenos eletromagnéticos são sempre deduzidos a partir das forças de interação entre cargas diferentes do sistema [7].

Para o estudo da indução eletromagnética tomamos como circuito secundário uma espira retangular condutora de dimensões espaciais a e b , localizada nas proximidades de um fio condutor reto e infinito portando uma corrente constante I , como mostra a Fig. 1. Consideramos o fio e a espira no mesmo plano.

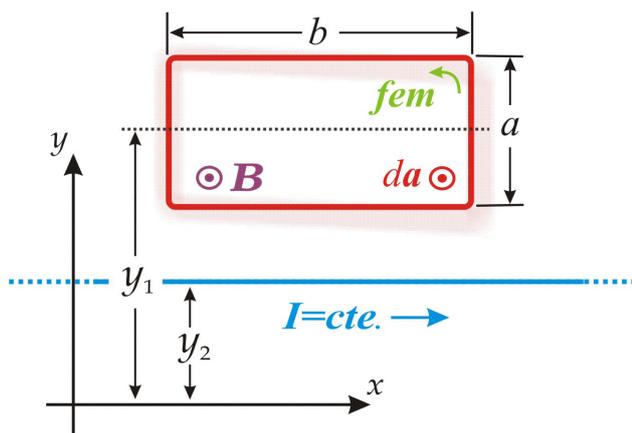


Figura 1 - Configuração dos circuitos utilizados na análise da indução por translação.

Colocamos os dois circuitos no plano xy , tendo ambos a liberdade para se movimentarem apenas na direção y . A princípio admitamos um referencial inercial (\mathbf{O}) onde o fio condutor esteja parado e a espira esteja em movimento de aproximação do fio com velocidade $-v\hat{j}$. Num segundo momento admitimos um novo referencial inercial (\mathbf{O}') onde a espira esteja parada e o fio se deslocando com velocidade $+v\hat{j}$, se aproximando da espira. Este procedimento se traduz por uma simples troca de referencial através do qual observamos o fenômeno. Nesta configuração a indução eletromagnética é comumente denominada de indução por translação. Nas duas situações descritas anteriormente, calculamos a força eletromotriz induzida (fem) na espira retangular vista no sentido anti-horário, através dos três modelos propostos para o estudo. Utilizaremos

os índices (1) e (2) para designar a espira e o fio condutor, respectivamente.

2. A lei do fluxo proposta por Faraday e adotada por Maxwell

Faraday sintetizou os resultados de suas experiências em uma lei, a chamada *lei de Faraday da indução*. Esta lei diz que o valor da *fem* induzida em uma espira é igual a menos a taxa de variação temporal do fluxo magnético (Φ_B) através da área delimitada pela espira. Assim

$$fem_F = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\oint \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s}. \quad (2)$$

O vetor campo magnético \mathbf{B} criado pelo fio portando corrente constante a uma distância $y = y_1 - y_2$ sobre a espira é dado por

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi|y|} \hat{k}. \quad (3)$$

Aqui $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Wb/Am é a permeabilidade do espaço livre e \hat{k} é o vetor de módulo unitário apontando na direção positiva do eixo z . O fator $1/y$ indica que o campo normal ao plano da espira varia ao longo da direção do eixo y . Definindo o elemento de área infinitesimal $d\mathbf{a}$ paralelo ao campo magnético \mathbf{B} (Fig. 1), o fluxo magnético será

$$\Phi_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a} = \frac{\mu_0 I}{2\pi|y|} \ln \left[\frac{2|y| + a}{2|y| - a} \right]. \quad (4)$$

Portanto, de acordo com a Eq. (2), a *fem* induzida na espira é

$$fem_F = -\frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{2\mu_0 Iba(v_1 - v_2)}{\pi(4|y|^2 - a^2)}, \quad (5)$$

onde $v_1 = dy_1/dt$ e $v_2 = dy_2/dt$ são as velocidades da espira e do fio, respectivamente, em relação a um referencial inercial.

No referencial \mathbf{O} a espira se encontra parada, $\mathbf{v}_1 = 0$, e o fio se aproxima da espira com velocidade $\mathbf{v}_2 = v\hat{j}$. Temos então

$$fem_F = -\frac{2\mu_0 Iba v}{\pi(4|y|^2 - a^2)}. \quad (6)$$

Já para o referencial \mathbf{O}' temos o fio parado, $\mathbf{v}_2 = 0$, e a espira se movendo com velocidade $\mathbf{v}_1 = -v\hat{j}$. Neste referencial obtemos a *fem* da forma

$$fem_F = -\frac{2\mu_0 Iba v}{\pi(4|y|^2 - a^2)}. \quad (7)$$

Observamos que os dois referenciais prevêem a mesma fem_F . Isto nos leva a concluir que a teoria de variação de fluxos de Faraday/Maxwell não depende do referencial de observação. Estes resultados estão em acordo com o que intuitivamente esperaríamos, pois a

fem_F não pode depender do ponto de vista do observador e assim, ao contrário da afirmação de Einstein, concluímos que não existem assimetrias no eletromagnetismo de Maxwell.

3. A força de Lorentz e a transformação relativística dos campos

Para o cálculo da fem utilizando a força de Lorentz devemos partir da definição fundamental de fem , que é o trabalho por unidade de carga feito sobre uma partícula carregada. Assim,

$$fem_L = \oint \frac{dW}{q} = \oint \frac{\mathbf{F}_L}{q} \cdot d\mathbf{s}. \quad (8)$$

Aqui dW é o elemento de trabalho realizado pela força de Lorentz (F_L). Isto implica que, para haver uma força atuando sobre a partícula carregada em movimento, deve haver no espaço onde ela se encontra um campo elétrico ou um campo magnético.

Inicialmente consideramos um referencial inercial que se encontra sobre o fio portando corrente, referencial O . Aqui o fio está parado, $\mathbf{v}_2 = 0$, e a espira se move com velocidade $\mathbf{v}_1 = -v\hat{j}$, (Fig. 2).

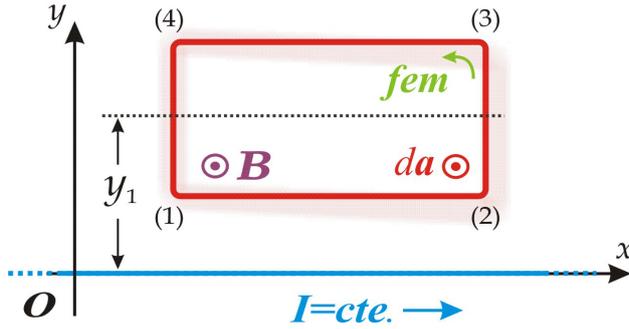


Figura 2 - Configuração da análise da indução por Lorentz para o referencial O .

Nesta configuração, as cargas livres da espira percebem apenas um campo magnético gerado pela corrente no fio condutor dado pela Eq. (3). Assim a força de Lorentz se reduz a $\mathbf{F}_L = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$. A fem_L induzida na espira será dada, nestas condições, por

$$fem_L = \oint \frac{\mathbf{F}_L}{q} \cdot d\mathbf{s} = \oint \left[-\frac{v\mu_0 I}{2\pi y} \hat{i} \right] \cdot d\mathbf{s}. \quad (9)$$

Sendo $d\mathbf{s} = dx\hat{i} + dy\hat{j}$ reescrevemos a integral anterior como

$$fem_L = \int_{(1)}^{(2)} \left[-\frac{v\mu_0 I}{2\pi y} \hat{i} \right] \cdot dx\hat{i} + \int_{(4)}^{(3)} \left[-\frac{v\mu_0 I}{2\pi y} \hat{i} \right] \cdot dx\hat{i}. \quad (10)$$

De onde obtemos

$$fem_L = -\frac{2\mu_0 I b a v}{\pi(4y^2 - a^2)}. \quad (11)$$

Vamos agora para o referencial O' . Aqui a espira se encontra parada, $\mathbf{v}_1 = 0$, e o fio se move com velocidade $\mathbf{v}_2 = -v\hat{j}$. No referencial O' que acompanha a carga na espira (Fig. 3), a carga terá uma velocidade nula. O campo eletrostático continua sendo nulo. Portanto, deste ponto de vista, a força de Lorentz é nula. Consequentemente, a fem induzida na espira também será nula. Existe aqui um problema. No referencial O temos uma fem induzida na espira dada pela Eq. (11). Já no referencial O' não há nenhuma fem . A fem não pode depender do sistema de referências adotado para observação.

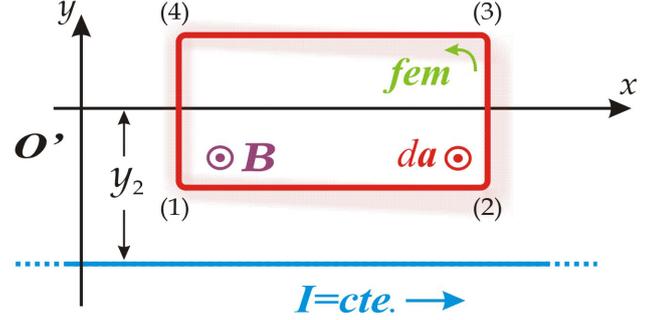


Figura 3 - Configuração da análise da indução por Lorentz para o referencial O' .

Para resolver esse problema, Einstein propôs que os campos têm que ser relativos. Ele se apropria das *transformações de Lorentz* e as usa para os campos \mathbf{E} e \mathbf{B} . Estas transformações são dadas por [8]

$$\mathbf{E}'_{\parallel} = \mathbf{E}_{\parallel}, \quad \mathbf{B}'_{\parallel} = \mathbf{B}_{\parallel}, \quad (12)$$

$$\mathbf{E}'_{\perp} = \gamma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad \mathbf{B}'_{\perp} = \gamma\left(\mathbf{B} - \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{E}}{c^2}\right). \quad (13)$$

Aqui $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ é o denominado fator de Lorentz, com $c = 3 \times 10^8$ m/s sendo o valor da velocidade da luz no vácuo.

Como não há campo elétrico no referencial (O) e o campo magnético é perpendicular à velocidade, então as componentes paralelas da Eq. (12) são nulas. Somente as componentes perpendiculares são diferentes de zero. Como as velocidades envolvidas no problema são muito menores que c , tomamos $\gamma \cong 1$. Utilizando o campo magnético dado pela Eq. (3) obtemos

$$\mathbf{E}'_{\perp} = \mathbf{v} \times \mathbf{B} = -\frac{v\mu_0 I}{2\pi|y|} \hat{i}, \quad (14)$$

$$\mathbf{B}'_{\perp} = \mathbf{B}_{\perp} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi|y|} \hat{k}. \quad (15)$$

Visto que a velocidade das cargas livres é zero neste referencial (O'), a força de Lorentz somente terá uma componente elétrica. Assim

$$\mathbf{F}'_L = q\mathbf{E}' = -\frac{qv\mu_0 I}{2\pi|y|} \hat{i}. \quad (16)$$

Usando a definição de *fem* dada pela Eq. (9), porém agora no referencial \mathbf{O}' , temos

$$fem_L = \oint \frac{\mathbf{F}'_L}{q} \cdot d\mathbf{s} = \oint \left[-\frac{v\mu_0 I}{2\pi|y|} \hat{i} \right] \cdot d\mathbf{s}. \quad (17)$$

De onde finalmente obtemos

$$fem_L = -\frac{2\mu_0 I b a v}{\pi(4|y|^2 - a^2)} = -\frac{2\mu_0 I b a v}{\pi(4|y|^2 - a^2)}. \quad (18)$$

Outra vez obtém-se que a *fem* é independente do referencial de observação. A fem_L possui ainda o mesmo valor obtido pela variação de fluxo de Faraday/Maxwell. É importante observar que aqui foi necessário adotar a ideia de campos dependentes dos referenciais.

4. A indução pela eletrodinâmica de Weber

Aqui não precisamos dos conceitos de campo elétrico e magnético, o fundamental é a força de interação entre as cargas. A força de Weber \mathbf{F}_{21} exercida pela carga q_2 sobre a carga q_1 é dada por [7]

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\hat{r}_{12}}{r_{12}^2} \left(1 - \frac{\dot{r}_{12}^2}{2c^2} + \frac{r_{12} \ddot{r}_{12}}{c^2} \right). \quad (19)$$

Aqui $r_{12} = |\mathbf{r}_{12}| = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$ é a distância entre as cargas q_1 e q_2 , $\dot{r}_{12} = dr_{12}/dt$ é a velocidade relativa entre elas, $\ddot{r}_{12} = d^2r_{12}/dt^2$ é a aceleração relativa entre elas, $\hat{r}_{12} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2/r_{12}$ é o vetor unitário apontando de q_2 para q_1 , c é a velocidade da luz e $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2\text{N}^{-1}\text{m}^{-2}$ é a permissividade do espaço livre.

A única quantidade importante é a velocidade relativa entre o que chamamos tradicionalmente de fonte do campo magnético (ou circuito primário) e o circuito elétrico onde está sendo induzida a *fem*. Assim, a indução é sempre interpretada da mesma maneira, sem nenhuma distinção entre cada caso estudado.

A força de um fio condutor eletricamente neutro carregando uma corrente constante (I) que se move em um sistema de eixos cartesianos com velocidade constante \mathbf{v}_2 , sobre uma carga q_1 também se movendo em relação ao mesmo sistema com velocidade constante \mathbf{v}_1 (Fig. 4), é dada por [7]

$$\mathbf{F}_W = q_1 \mathbf{E}_M + q_1 (\mathbf{v}_{12} \times \mathbf{B}_2), \quad (20)$$

na qual

$$\mathbf{v}_{12} = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2, \quad \mathbf{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho_1} \hat{\phi}_1 \quad \text{e} \quad \mathbf{E}_M = -\frac{\mu_0 |IV_D|}{4\pi\rho_1} \hat{\rho}_1. \quad (21)$$

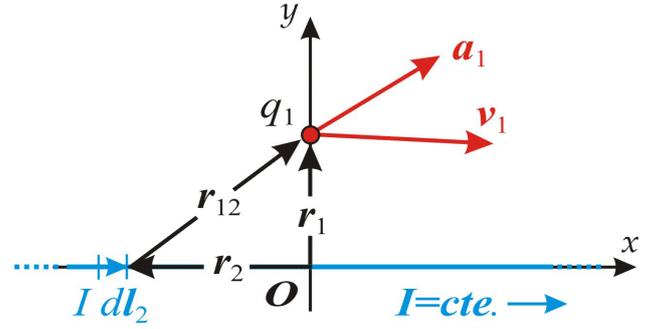


Figura 4 - Carga se movendo em direção a corrente I .

Nas equações acima, escritas em coordenadas cilíndricas, temos que $\mathbf{r}_1 = \rho_1 \hat{\rho}_1$, ϕ_1 é o ângulo azimutal e ρ_1 é a distância de q_1 ao fio. A velocidade V_D é definida como velocidade de migração ou drifting dos elétrons. O termo associado com a grandeza \mathbf{B}_2 corresponde à componente magnética obtida classicamente através da força de Lorentz (Eq. (2)). Observamos então que a diferença básica entre Weber e Lorentz se resume a uma força adicional radial sobre q_1 dada por $q_1 \mathbf{E}_M$. Esta força não carrega dependência com a velocidade de q_1 , de forma que podemos interpretar \mathbf{E}_M como um campo elétrico. \mathbf{E}_M difere conceitualmente do campo eletrostático, uma vez que admitimos inicialmente ser o fio eletricamente neutro. Este campo tem sua origem nas diferenças de velocidades entre os portadores de carga elétrica no fio (elétrons negativamente carregados em movimento e íons positivos em repouso) e, portanto, não tem análogo no eletromagnetismo clássico.

Calculamos a *fem* em dois sistemas de referência, \mathbf{O} (Fig. 2) e \mathbf{O}' (Fig. 3). Observamos que a troca de um referencial por outro em nossas análises não altera os campos \mathbf{E}_M e \mathbf{B}_2 da Eq. (19). Atenção especial deve ser dada a velocidade \mathbf{v}_{12} . No referencial \mathbf{O} a espira encontra-se parada ($\mathbf{v}_1 = 0$) e o fio condutor em movimento de aproximação da espira com velocidade $\mathbf{v}_2 = v\hat{j}$. Temos aqui que a velocidade relativa será $\mathbf{v}_{12} = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2 = -v\hat{j}$. Já para o referencial \mathbf{O}' temos o fio parado ($\mathbf{v}_1 = 0$) e a espira se movendo com velocidade $\mathbf{v}_1 = -v\hat{j}$. Isto nos leva à mesma velocidade relativa obtida para o referencial \mathbf{O} , $\mathbf{v}_{12} = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2 = -v\hat{j}$. Dessa forma podemos concluir que a *fem* calculada para a força de Weber será a mesma em ambos os referenciais. Outra vez a *fem* é independente do referencial de observação. Assim a *fem* definida na Eq. (8) para a força de Weber integrada sobre todo o circuito é dada por

$$fem_W = \oint \left[-\frac{\mu_0 IV_D}{4\pi|y|} \hat{k} - \frac{\mu_0 I v}{2\pi|y|} \hat{i} \right] \cdot [dx\hat{i} + dy\hat{j}]. \quad (22)$$

De onde obtemos

$$fem_W = -\frac{2\mu_0 I b a v}{\pi(4|y|^2 - a^2)}. \quad (23)$$

O cálculo de fem_W tem como resultado um valor idêntico ao obtido através dos dois modelos anteriores.

A força eletromotriz fem_W é calculada a partir da força de Weber entre as cargas elétricas em movimento tanto no fio quanto na espira e depende apenas das grandezas físicas relativas: posição, velocidade e aceleração entre as cargas. Isto significa que a fem_W tem o mesmo valor para todos os observadores, mesmo quando os observadores não forem inerciais.

5. Conclusão

O modelo proposto por Faraday/Maxwell pela variação do fluxo magnético é relativamente simples e parte não só da concepção da existência dos campos, mas também do movimento destes campos junto com suas respectivas fontes. Podemos classificar o modelo proposto por Lorentz/Einstein como o mais complexo, uma vez que introduz a ideia de campos dependentes do referencial de observação. Apesar destas novas ideias, pouco intuitivas, a proposta de Einstein é mais consistente em face das importantes consequências que traz em outros campos da física. É importante ressaltar aqui que, uma vez cuidadosamente analisada a proposta de Faraday/Maxwell, podemos concluir que foi infundada a colocação de Einstein a respeito das “assimetrias que não parecem ser inerentes ao fenômeno”. As assimetrias somente aparecem a partir de uma interpretação específica do significado da velocidade que aparece na força de Lorentz. Já a proposta de Weber é mais fundamental. Em seu modelo os campos não têm realidade

física e sua formulação lida somente com as forças de interação entre as cargas. Entretanto, os cálculos matemáticos a que conduz seu modelo são sobremaneira mais elaborados.

Referências

- [1] M. Faraday, in *Great Books of the Western World Vol. 45* (Encyclopædia Britannica Inc., Chicago, 1952), p. 257-866.
- [2] J.C. Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism* (Dover, New York, 1954).
- [3] E. Whittaker, *A History of the Theories of Aether and Electricity. Vol. 1: The Classical Theories* (Humanities Press, New York, 1973).
- [4] J.J. Thomson, *Philosophical Magazine* **11**, 22 (1881).
- [5] H.A., Lorentz, *Lectures on the Theoretical Physics, Vol. 3* (MacMilan, London, 1931).
- [6] A. Einstein, in: *O Princípio da Relatividade*, editado por A. Einstein, H. Lorentz, H. Weyl e H. Minkowsky, (Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 1978), 2ª ed., p. 47-86.
- [7] A.K.T. Assis, *Eletrodinâmica de Weber - Teoria, Aplicações e Exercícios* (Editora da UNICAMP, Campinas, 1995).
- [8] R.P. Feynman, R.B. Leighton and M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics, Vol. 2, Mainly Electromagnetism and Matter* (Addison-Wesley, Reading, 1964), Seção 26.