Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 31, n. 3, 3301 (2009)
www.sbfisica.org.br

Artigos Gerais

Transferência de fluido por meio de um sifão *vs.* aplicação da equação de Bernoulli

(Fluid transfer through a siphon vs. Bernoulli's theorem)

Lev Vertchenko, Adriana G. Dickman[1] e José Roberto Faleiro Ferreira

Departamento de Física e Química, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brasil
Recebido em 20/1/2009; Revisado em 9/3/2009; Aceito em 19/3/2009; Publicado em 22/9/2009

Um exercício de física básica consiste na análise da transferência de fluido entre dois reservatórios por meio de um sifão. Um exame cuidadoso dessa situação mostra que a aplicação do teorema de Bernoulli leva a erros conceituais se desprezarmos a viscosidade do líquido, como é em geral requerido no enunciado do exercício. Neste trabalho, além de discutir as inconsistências das possíveis soluções do problema, apresentamos um modelo mais completo para a descrição correta do sistema, mostrando que a perda de carga deve ser introduzida, não apenas para corrigir posteriormente a solução do problema, mas para lhe dar, antes de tudo, consistência lógica.
Palavras-chave: teorema de Bernoulli, perda de carga, ensino de física.

A basic physics problem consists in analyzing the transfer of fluid between two containers using a siphon. We show that a careful analysis of this situation, using Bernoulli's theorem, leads to conceptual misinterpretations if the fluid viscosity is neglected, as is usually required in the exercises. In this work, besides discussing possible solutions to the problem and identifying the conceptual mistakes involved, we present a model for the correct description of the system, considering energy loss in the siphon.
Keywords: Bernoulli theorem, energy loss, physics education.

1. Introdução

A dinâmica dos fluidos é um dos ramos mais antigos da física, tendo seu início no século XVIII com Euler e Bernoulli quando estes utilizaram os princípios newtonianos da conservação do momento e da energia para descrever sistemas líquidos e gasosos. A sua importância reside nas inúmeras aplicações em várias áreas do conhecimento, física, astronomia, oceanografia, meteorologia, fisiologia e engenharia, para citar algumas. Em engenharia, a dinâmica dos fluidos é especialmente útil na elaboração de projetos para construção de aeronaves, barcos, automóveis, ou seja, qualquer sistema que se mova através de um meio fluido, bem como em projetos para transporte de fluidos, como gasodutos, oleodutos, etc. Vemos, portanto, que o estudo da dinâmica dos fluidos, ou hidrodinâmica, é essencial, particularmente em engenharia e física.

Os conceitos básicos e fenômenos mais gerais são usualmente vistos na disciplina *Física Geral* ministrada nos dois primeiros anos dos cursos. É natural que a abordagem da hidrodinâmica nas disciplinas mais básicas da física ocorra de forma mais simples e resumida, tendo em vista que esses conteúdos serão trabalhados posteriormente, de forma mais cuidadosa e profunda, em disciplinas mais especializadas na graduação ou na pós-graduação.

No entanto, no que se refere ao estudo de fluidos, verificamos que o conteúdo é apresentado, em alguns casos, de uma forma muito resumida ou mesmo incorreta, levando à incompreensão de algumas situações de constatação simples como, por exemplo, a sustentação da asa do avião [1]. Obviamente em disciplinas mais avançadas da engenharia a abordagem deve obedecer a uma correção que permita a sua aplicação tecnológica.

Os conteúdos geralmente discutidos no estudo dos fluidos na física básica são a hidrostática aplicada a fluidos homogêneos, derivando-se o princípio de Arquimedes, e a hidrodinâmica, tratada com a conservação da vazão e a equação de Bernoulli em escoamentos laminares incompressíveis [2, 3].

Neste trabalho indicamos as inconsistências físicas que podem surgir na abordagem de uma situação aparentemente simples, tradicionalmente apresentada como exercício nos livros-texto de física básica. A situação envolve transferência de fluido utilizando um sifão, desprezando-se a viscosidade. Apresentamos soluções típicas para este problema, explorando ao

[1]E-mail: adickman@pucminas.br.

máximo as possibilidades de tratamento da situação sem perda de carga,[2] discutindo as inconsistências das equações que descrevem o problema quando utilizamos o teorema de Bernoulli.

Na próxima seção descrevemos inicialmente um exercício mais simples, que considera o esvaziamento de um recipiente por meio de um sifão, para depois abordarmos a situação relativa à transferência de fluido de um recipiente para outro utilizando um sifão. Apresentamos e discutimos as possíveis soluções matemáticas e as respectivas inconsistências físicas quando desprezamos a perda de carga no sifão. Na seção 3 mostramos, em linhas gerais, como se inclui perda de carga na solução do problema, primeiramente considerando a solução de Poiseuille para um tubo cilíndrico reto, e em seguida generalizando o resultado para situações reais. Na seção 4 apresentamos nossas considerações finais.

2. O problema do sifão

Um sifão é um dispositivo no formato de tubo, usado para remover líquidos de um recipiente, como mostra a Fig. 1, ou para transferir líquido de um recipiente para outro, como mostra a Fig. 2. Para iniciar o escoamento, o sifão deve estar preenchido por líquido que, uma vez em contato com o líquido do reservatório, escoará até que ocorra o nivelamento deste com a abertura do tubo.

No capítulo de hidrodinâmica dos livros-texto de física básica, geralmente é apresentado um exercício envolvendo o esvaziamento de um reservatório contendo fluido por meio de um sifão. Em um exercício típico solicita-se determinar, usando a equação de Bernoulli, a velocidade de escoamento do fluido na saída do sifão (para mais detalhes, ver Refs. [2, 3]).

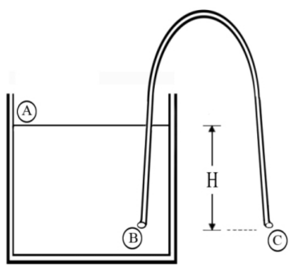

Figura 1 - Esquema do esvaziamento de um recipiente contendo líquido por meio de um sifão.

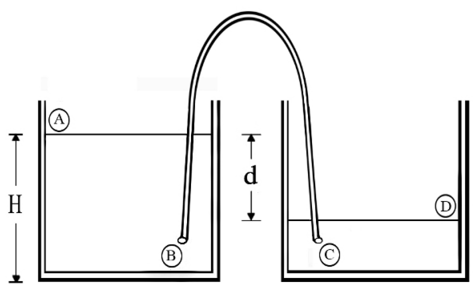

Figura 2 - Esquema da transferência de líquido de um recipiente para outro por meio de um sifão.

O exercício é ligeiramente modificado em Tipler e Mosca [3], estando a saída do sifão conectada em um segundo reservatório, como mostrado na Fig. 2, e o problema aborda a transferência de fluido entre os dois reservatórios.

A seguir discutimos as possíveis soluções para as duas situações consideradas.

2.1. Esvaziamento de um reservatório

Reproduzimos abaixo o enunciado do exercício como encontrado em Resnick *et al.* [2]:

> Um sifão é um dispositivo para remover líquidos de um recipiente que não pode ser tombado. Ele funciona como mostra a Fig. 1. O tubo deve estar inicialmente cheio, mas tão logo isto tenha sido feito, o líquido escoará até que seu nível paire abaixo da abertura do tubo em B. O líquido tem densidade ρ e viscosidade desprezível. Com que velocidade o líquido sai do tubo em C?

Para um completo entendimento da situação, devemos discutir primeiramente três hipóteses simplificadoras que devem ser assumidas na resolução desse problema: (1) O fluido a ser transferido é incompressível e possui viscosidade desprezível, de forma que não ocorra *perda de carga* entre as bocas do sifão. Essa condição é frequentemente considerada nos problemas apresentados ao nível da física geral em que apenas uma das extremidades encontra-se submersa em um reservatório; (2) A segunda hipótese feita é sobre a pressão do ar na superfície do reservatório (ponto A) e na saída do sifão (ponto C). A pressão atmosférica é a mesma nos pontos A e C, ou seja, desprezando-se a diferença de pressão devida à diferença de altura entre os dois pontos. A aproximação é razoável pois o peso da coluna de ar de altura H, como mostrado na Fig. 1, é muito pequeno devido à densidade do ar ser muito menor do que a do fluido no reservatório; (3) Finalmente, durante a vazão, a superfície do reservatório praticamente mantém o nível horizontal em longos intervalos de tempo. Isto ocorre pelo fato da vazão através do sifão ser pequena, ou seja, a área transversal do sifão é muito inferior à do reservatório. Uma maneira alternativa para manter o nível do reservatório seria transformar a parte do escoamento que nos interessa em um escoamento estacionário por meio da reposição externa contínua de fluido no reservatório e retirada de fluido pelo sifão.

[2] Perda de carga equivale a uma perda de energia do sistema em questão.

2.1.1. Resolução do problema usando o teorema trabalho-energia cinética

O exercício requer o cálculo da velocidade de escoamento do fluido na saída do sifão (ponto C da Fig. 1). Se, apesar de estarmos lidando com uma situação dinâmica, aplicarmos a expressão de Torricelli da hidrostática para a diferença entre as pressões estáticas devido a diferença de nível do fluido, obtemos que

$$P_B = P_A + \rho g H, \tag{1}$$

onde ρ é a densidade do fluido, g a aceleração da gravidade e H a altura do líquido. De acordo com a hipótese (2), a pressão atmosférica é a mesma nos pontos A e C, se desprezarmos o peso da coluna de ar de altura H entre esses dois pontos. Assim obtemos que a diferença de pressão entre os pontos B e C é igual a

$$\Delta P = P_B - P_C = \rho g H \tag{2}$$

Essa diferença de pressão provoca o movimento do fluido ao longo do sifão, e segundo o teorema trabalho-energia cinética temos que

$$\Delta P = \frac{1}{2}\rho v^2. \tag{3}$$

Igualando as Eqs. (2) e (3) obtemos que a velocidade de saída do fluido no ponto C é $v = \sqrt{2gH}$.

2.1.2. Resolução do problema usando o princípio de Bernoulli

Por estarmos lidando com uma situação dinâmica, a aplicação do princípio de Bernoulli seria mais adequada. Assim, considerando um fluido ideal, podemos escrever as expressões de Bernoulli para os pontos A e B

$$P_A + \rho g H = P_B + \frac{1}{2}\rho v^2, \tag{4}$$

e para os pontos B e C

$$P_B + \frac{1}{2}\rho v^2 = P_C + \frac{1}{2}\rho v^2. \tag{5}$$

Considerando a condição de conservação da vazão, temos que a velocidade do fluido, que chamaremos de v, ao longo do sifão deve ser constante, isto implica em $v_B = v_C = v$. Lembrando que $P_A = P_C = P_{atm}$, a Eq. (5) implica em $P_B = P_C = P_{atm}$. Substituindo esse resultado na Eq. (4) obtemos

$$P_{atm} + \rho g H = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho v^2, \tag{6}$$

ou que $v^2 = 2gH$, que é o mesmo resultado obtido anteriormente, aplicando-se o teorema trabalho-energia cinética.

Nesta análise, vemos que a Eq. (5) nos mostra que $P_B = P_C$. Entretanto, se não houver uma diferença de pressão entre os pontos B e C o fluido não escoará através do sifão. Por outro lado, esse resultado é consistente com a hipótese de escoamento de fluido pelo sifão sem dissipação. Ou seja, não pode haver perda de energia do fluido dentro do sifão. Para contornar o problema, podemos supor que o fluido seja acelerado pela diferença de pressão da Eq. (2) antes de atingir a boca do sifão, no Fig. 1.

2.2. Transferência de fluido entre dois reservatórios

O problema da transferência de fluido entre dois reservatórios é uma variante da situação anterior, que apresenta dificuldades ainda maiores ao ser analisada pelo princípio de Bernoulli, quando se exclui a perda de carga. Antes de proceder com a resolução desse problema, enunciaremos o exercício como é encontrado em Tipler e Mosca:

> Um sifão é um dispositivo para transferir líquido de um recipiente para outro. Deve-se encher o tubo mostrado na Fig. 2 para que o líquido comece a ser puxado pelo sifão; assim, o fluido escoará até que as superfícies do líquido nos recipientes estejam no mesmo nível. Usando a equação de Bernoulli, mostre que a velocidade da água no tubo é $v = \sqrt{2gd}$.

Para solucionar o problema proposto, admitiremos que o fluido de viscosidade desprezível movimenta-se de forma laminar dentro do sifão. Esta suposição é necessária, pois um fluido real em condições de viscosidade desprezível desenvolveria turbulência ao escoar.

Na nossa análise consideramos os pontos A, B, C e D como indicados na Fig. 2. Os pontos A e D estão nas superfícies dos reservatórios, nas quais o fluido pode ser considerado em repouso, e os pontos B e C encontram-se no mesmo nível $h = 0$, nas bocas do sifão. O ponto A encontra-se no nível $h_A = H$, enquanto o ponto D encontra-se no nível $h_D = H - d$.

Novamente, considerando a condição de conservação da vazão, temos que a velocidade do fluido ao longo do sifão deve ser constante, ou seja, $v_B = v_C = v$.

Na ausência de dissipação de energia, o princípio de Bernoulli nos fornece três equações envolvendo as pressões e velocidades nos pontos A e B, B e C, C e D, considerados aos pares

$$P_A + \rho g H = P_B + \frac{1}{2}\rho v^2, \tag{7}$$

$$P_B + \frac{1}{2}\rho v^2 = P_C + \frac{1}{2}\rho v^2, \tag{8}$$

$$P_C + \frac{1}{2}\rho v^2 = P_D + \rho g (H - d). \tag{9}$$

Na nossa notação P_A, P_B, P_C e P_D são as pressões do fluido nos pontos considerados, ρ é a densidade do fluido e g é a aceleração da gravidade. A Eq. (8) impõe necessariamente que $P_B = P_C$, o que é razoável uma vez que estamos tratando a transferência de fluido pelo sifão sem dissipação. Logo, o fluido terá que ser acelerado por uma diferença de pressão antes de atingir a "boca B" do sifão.

Uma outra maneira de abordar o problema, como fizemos no problema anterior, seria simplesmente utilizar a equação de Torricelli da hidrostática para as diferenças entre as pressões estáticas devido às diferenças de nível, obtendo assim

$$P_B - P_A = \rho g H, \tag{10}$$

$$P_C - P_D = \rho g (H - d), \tag{11}$$

que juntamente com a hipótese (3), $P_A = P_D = P_{atm}$, leva à

$$P_B - P_C = \rho g d. \tag{12}$$

Neste tratamento, identificando $P_B - P_C$ com ΔP da Eq. (3), baseada no teorema do trabalho-energia cinética, obtemos a solução $v = \sqrt{2gd}$ sugerida por Tipler e Mosca [3]. Entretanto, como já mencionamos, a ausência de dissipação no sifão implica em $P_B = P_C$ e esta condição é violada na Eq. (12).

Se considerarmos os pontos "B' e C'" no fundo dos reservatórios, longe das bocas do sifão, de modo que possamos usar a expressão de Torricelli, em coerência com a equação de Bernoulli, temos

$$P'_B - P_A = \rho g H, \tag{13}$$

$$P'_C - P_D = \rho g (H - d). \tag{14}$$

Considerando $P_A = P_D = P_{atm}$, e subtraindo a Eq. (14) da Eq. (13) obtemos

$$P'_B - P'_C = \rho g d. \tag{15}$$

No entanto, a equação de Bernoulli também implica em

$$P'_B = P_B + \frac{1}{2}\rho v^2, \tag{16}$$

$$P'_C = P_C + \frac{1}{2}\rho v^2. \tag{17}$$

Assim, a condição $P_B = P_C$ também anula a diferença de pressão entre os pontos B' e C', pois nesse caso $P'_B = P'_C$.

Para obtermos o resultado de Tipler e Mosca, usamos a condição $P_B = P_C$, identificando P'_C com P_C na Eq. (16), obtendo

$$P'_B - P'_C = \frac{1}{2}\rho v^2, \tag{18}$$

que, junto com a Eq. (15), fornece o resultado $v = \sqrt{2gd}$.

Porém, para sermos coerentes, deveríamos ter a liberdade de identificarmos, alternativamente, $P'_B = P_B$ com P_C na Eq. (17). Isso leva a

$$P'_B - P'_C = -\frac{1}{2}\rho v^2, \tag{19}$$

o que implica, pela Eq. (15), em uma velocidade imaginária $v = \sqrt{-2gd}$.

Além dessa ambiguidade de soluções , um incontornável problema surge quando igualamos as Eqs. (7) e (9), usando a igualdade expressa pela Eq. (8), resultando em

$$P_D - P_A = \rho g d. \tag{20}$$

Assim, se P_A é igual à pressão atmosférica, P_D não é, e vice-versa, o que viola uma das observações feitas nas definição das hipóteses assumidas.

Uma descontinuidade entre a pressão na superfície superior do fluido e a pressão atmosférica, como sugerida pela Eq. (20), faz com que o princípio de Arquimedes não seja válido para um corpo flutuando sobre essa superfície, o que é muito estranho. Por exemplo, sendo ΔP a descontinuidade entre a pressão do fluido na sua superfície e a pressão da atmosfera, um cilindro flutuando sobre essa superfície, possuindo submersos um comprimento L_{sub} e um volume V_{sub} sofrerá um empuxo

$$E = \left(\frac{\Delta P}{L_{sub}} + \rho g\right) V_{sub}, \tag{21}$$

em que o primeiro termo dentro dos parênteses rompe com o que é estabelecido pelo princípio de Arquimedes. Assim, vemos que uma descontinuidade entre a pressão do fluido na sua superfície e a pressão atmosférica provoca um sério problema: a violação do princípio de Arquimedes para um corpo boiando sobre a superfície quieta do reservatório.

3. Solução considerando perda de carga no sifão

Nesta seção formulamos um modelo para descrever o sistema de transferência de fluido entre dois reservatórios por meio de um sifão, considerando a existência de perda de carga ao longo do sifão. Neste caso, a diferença entre as pressões será expressa por

$$P_B - P_C = \epsilon, \tag{22}$$

onde ϵ representa a perda de carga do fluido ao escoar pelo sifão. Manteremos a condição $P_A = P_D = P_{atm}$. As equações para conservação de energia nos pontos A e B; e C e D, levam a

$$P_A + \rho g H = P_B + \frac{1}{2}\rho v^2, \tag{23}$$

$$P_C + \frac{1}{2}\rho v^2 = P_D + \rho g (H - d). \tag{24}$$

que juntamente com as duas condições assumidas, têm solução

$$\epsilon = \rho g d. \tag{25}$$

Para solucionar nosso problema precisamos relacionar a perda de carga no sifão à velocidade de escoamento. Esse tópico é tratado nas disciplinas "Hidráulica"ou "Mecânica dos Fluidos" no ciclo profissional de engenharia. Uma exposição detalhada de sua aplicação ao problema estudado, vai além do escopo deste artigo, que tem como objetivo o ensino de física no ciclo básico. Assim, discutiremos a solução deste problema, considerando inicialmente o caso em que a perda de carga aparece como solução analítica, quando os reservatórios estão conectados por um tubo cilíndrico reto. Para, a seguir, estender o tratamento a um sifão constituído por um tubo em forma de "U".

Suponhamos que os reservatórios estejam conectados por um tubo cilíndrico horizontal, de comprimento L e raio R, no qual o escoamento é "completamente desenvolvido", ou seja, o perfil de velocidade se mantém constante ao longo da direção longitudinal do escoamento. Na presença de uma viscosidade η, a condição de haver um escoamento completamente desenvolvido no tubo exige um perfil de velocidade descrito por

$$v(r) = \frac{1}{4\eta}\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)(r^2 - R^2), \tag{26}$$

em que r é a coordenada cilíndrica radial medida a partir do eixo central de simetria do escoamento, considerado aqui como eixo $0x$.

A explicação para este perfil advém do fato do fluido não deslizar sobre a superfície interna do tubo, variando, portanto, desde $v = 0$ em $r = R$ até um valor máximo em $r = 0$. A expressão da Eq. (26) pode ser obtida pela aplicação da segunda lei de Newton a um volume infinitesimal que desloca-se com a velocidade característica do escoamento, chamado de *volume de controle*, nas condições anteriormente mencionadas [4].

A vazão volumétrica por este tubo,

$$Q = \int_0^R 2\pi r v(r) dr, \tag{27}$$

com o perfil de velocidade definido na Eq. (26), resulta em

$$Q = -\frac{\pi R^4}{8\eta}\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right). \tag{28}$$

A partir da integração da Eq. (27) sobre um comprimento $\Delta x = L$ do tubo, encontramos a equação de Poiseuille que permite relacionar a vazão volumétrica à perda de carga no tubo, $\Delta P = \epsilon$, por meio de

$$Q = \frac{\pi \epsilon R^4}{8\eta L}. \tag{29}$$

É conveniente definirmos a velocidade média v_{med} associada à vazão volumétrica por

$$Q = \pi R^2 v_{med}. \tag{30}$$

As Eqs. (22), (29) e (30) resultam em

$$v_{med} = \frac{\rho g d R^2}{8\eta L}. \tag{31}$$

Observamos que a velocidade média V é diretamente proporcional a d, e não a $\sqrt{d}$, como obtido nos problemas discutidos anteriormente [3].

Comparando as Eqs. (29) e (30) vemos que podemos expressar a perda de carga como

$$\epsilon = \frac{32 L \eta v_{med}}{D^2} = \frac{1}{2}\rho v_{med}^2 \times \left(\frac{L}{D}\right)\frac{64}{Re}, \tag{32}$$

em que $D = 2R$ é o diâmetro do tubo. Na última igualdade introduzimos o número de Reynolds, definido por

$$Re = \frac{\rho v_{med} D}{\eta}. \tag{33}$$

O número de Reynolds é uma razão adimensional entre as forças de inércia e as forças viscosas que atuam durante o escoamento de um fluido. Assim, quando $Re \ll 1$, o escoamento é considerado laminar, pois o termo não-linear da equação de Navier-Stokes[3] para escoamento permanente é desprezível em relação ao termo viscoso. A Eq. (32) pode ser reescrita como

$$\epsilon = \frac{1}{2} K \rho v_{med}^2, \tag{34}$$

em que K

$$K = \frac{L}{D}\frac{64}{Re}, \tag{35}$$

é o coeficiente de perda para o caso de escoamento laminar completamente desenvolvido em um tubo reto.

Em uma situação real, fatores como curvas, expansões ou estreitamentos, rugosidade do tubo, desenvolvimento de turbulência, e até, simplesmente, as formas da entrada e saída de fluido no tubo contribuem para a perda de carga. As perdas de carga devidas a estes fatores são descritas por fórmulas empíricas ou relacionadas em tabelas [4] e devem ser consideradas no cálculo.

Por exemplo, uma entrada do sifão como na Fig. 3, chamada de reentrante, leva a um fator $K = 1$ na Eq. (35), enquanto uma entrada do tipo cavidade de bordas arredondadas diminui significativamente este tipo de perda, levando a $K = 0,04$ [4]. Qualquer que seja a forma da saída do tubo para o reservatório é adicionada uma perda com $K = 1$ [4], como mostrado na Fig. 4.

[3]Equação que descreve a dinâmica de fluidos quando se considera a influência da viscosidade.

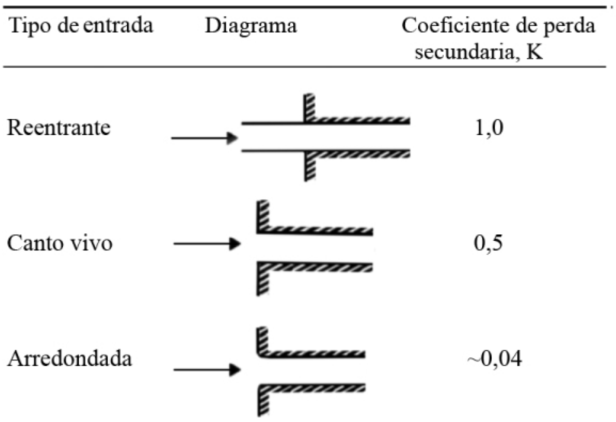

Figura 3 - Diagrama de diferentes tipos de entrada e seus coeficientes de perda secundária K^*.

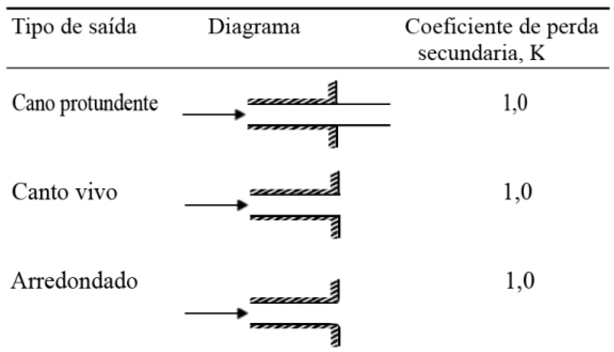

Figura 4 - Diagrama de diferentes tipos de saída e seus coeficientes de perda secundária K^*.

Uma curva em formato de "U" leva a uma perda de carga descrita por um tubo cilíndrico com comprimento equivalente a 50 vezes o comprimento de um tubo reto, $L_{eq} = 50L$ no cálculo da perda de carga pela Eq. (32) [4].

Com base nisso, podemos elaborar um modelo para a perda de carga em um sifão real, adicionando as perdas de carga devidas ao formato da entrada e saída do fluido e suas curvas, levando a um comprimento equivalente L_{eq} na Eq. (32).

Consideraremos a superfície interna do tubo completamente lisa, para desprezarmos os efeitos da rugosidade na perda de carga. Assim, a perda de carga no sifão de diâmetro D, pelo qual passa um líquido de viscosidade η, pode ser escrita como

$$\epsilon = \frac{1}{2}\rho V^2 \left[K_{en} + K_{sa} + \left(\frac{32 L_{eq} \eta v_{med}}{D^2} \right) \right], \qquad (36)$$

onde K_{en} e K_{sa} referem-se, respectivamente, às perdas de carga na entrada e saída do sifão. O último termo descreve o efeito das curvas do sifão, descrito em termos do comprimento equivalente L_{eq}.

Levando esta expressão para as perdas de carga na Eq. (25), vemos que a solução de Tipler e Mosca [3] para a velocidade, $v_{med} = \sqrt{2gd}$, só pode ser obtida se considerarmos a perda de carga devida apenas à saída do fluido no reservatório, que, como mencionamos, tem necessariamente $K_{sa} = 1$, e desprezarmos as perdas devidas à entrada e às curvas do sifão. Isso poderia acontecer se a entrada fosse do tipo cavidade de bordas arredondadas ($K_{en} \approx 0.04$) e se o fluido tivesse viscosidade desprezível ($\eta = 0$). No entanto, um fluido com viscosidade desprezível, como o hélio líquido, desenvolveria uma turbulência intensa ao se movimentar tanto no sifão, como no reservatório, ou seja, nas vizinhanças da entrada e saída do sifão.

No caso de haver desenvolvimento de turbulência no tubo, o fluido apresenta flutuações nas velocidades associadas aos turbilhões. Chamaremos de δv a flutuação da velocidade na direção do escoamento, em torno do valor médio v_{med} relacionado à vazão. Embora a média dessas flutuações seja nula, devido à conservação da vazão, elas carregam energia cinética, pois $\langle (\delta v)^2 \rangle > 0$, introduzindo assim, perda de carga.

4. Considerações finais

Neste trabalho discutimos as possíveis soluções para duas situações envolvendo hidrodinâmica, geralmente propostas como exercícios em livros texto de física básica. Tentamos explorar ao máximo o problema desprezando a perda de carga, mostrando que as soluções obtidas indicam que a aplicação do teorema de Bernoulli leva a interpretações fisicamente inconsistentes, como a obtenção de velocidade imaginária, ou até mesmo, a violação do princípio de Arquimedes.

Propomos e analisamos um modelo para descrever a transferência de fluido por meio de um sifão, levando em consideração perda de carga. Mostramos sob quais condições o resultado obtido fornece a relação proposta nos exercícios de física básica, e que a perda de carga deve ser introduzida não apenas para corrigir posteriormente a solução do problema, mas para lhe dar, antes de tudo, consistência lógica.

Sugerimos, portanto, que o tratamento simplificado dado aos problemas típicos de hidrodinâmica sejam sempre ponderados por uma discussão da sua validade de aplicação. Acreditamos que conceitos básicos, não só de hidrodinâmica, mas de qualquer conteúdo, devam ser introduzidos e discutidos da maneira mais didática e simples possível. Mas priorizamos também a consistência lógica da discussão, pois, entendemos que a constatação de inconsistências na teoria apresentada, seria mais prejudicial ao aprendizado do aluno do que a apresentação de um tratamento mais complexo, porém consistente. De acordo com as palavras de Einstein, "tudo deverá ser feito tão simples quanto possível, mas não um pouco mais simples."[4]

[4] "Everything should be made as simple as possible, but not one bit simpler." Einstein.

Referências

[1] K. Weltner, M. Ingelman-Sundberg, A.S. Esperidião, e P. Miranda, Revista Brasileira de Ensino de Física **23**, 429 (2001).

[2] D. Halliday, R. Resnick. e K.S. Krane, *Física 2* (LTC, Rio de Janeiro, 1992), 4ª ed.

[3] P.A. Tipler e G. Mosca, *Física 1* (LTC, Rio de Janeiro, 2006), 5ª ed.

[4] R.W. Fox e A.T. McDonald, *Introdução à Mecânica dos Fluidos* (Guanabara Dois S.A., Rio de Janeiro, 1978), 2ª ed.