

Análise de uma corrida de 100 metros rasos

Analysis of a 100 meter dash race

Fernando de Simoni^{*1}

¹Universidade Federal Fluminense, Departamento de Ciências da Natureza, Rio das Ostras, RJ, Brasil.

Recebido em 26 de julho de 2021. Revisado em 14 de outubro de 2021. Aceito em 25 de outubro de 2021.

Neste trabalho será analisada uma corrida de 100 metros rasos utilizando um modelo que descreve o atleta como uma bola quicante adicionado do efeito de arrasto do ar turbulento.

Palavras-chave: Mecânica, bola quicante, corrida.

In this work, a 100-meter dash race will be analyzed using a model that describes the athlete as a bouncing ball added to the turbulent air drag effect.

Keywords: Mechanics, bouncing ball, dash race.

1. Introdução

Uma das classes de modelagem aplicadas em velocistas de 100 metros rasos é baseada em arrasto do ar [1–3]. Em [1] foi utilizado um modelo de arrasto do ar laminar e turbulento. Em [2] foi utilizado um arrasto do ar laminar adicionado de um decaimento na velocidade no final da corrida. Outra possibilidade de modelagem são os chamados modelos quasi-físicos [4–7] com até cinco termos para modelar as forças que atuam nos atletas [5].

Neste trabalho, um atleta de 100 metros rasos será modelado como uma bola quicante [8, 9] com arrasto do ar turbulento. O modelo será aplicado na final do campeonato de 2009 em Berlim, onde Usain Bolt estabeleceu o recorde mundial [10]. Este trabalho é composto das seguintes seções: na seção 2 será apresentado o modelo da bola quicante, desenvolvido por [8, 9], onde foi adicionado o efeito de arrasto do ar turbulento; na seção 3 será feita a análise dos três primeiros colocados nessa corrida: Usain Bolt, Tyson Gay e Asafa Powell. As quantidades a serem analisadas provenientes do ajuste no tempo são: a velocidade, a aceleração e a potência de cada atleta. Por fim, temos as conclusões.

2. Modelo teórico

O modelo de bola quicante [8, 9] possui características de modelos de fisiologia e biomecânica do esporte (e.g. [11, 12]). Estes estudos descrevem a corrida do atleta utilizando os seguintes parâmetros:

- t_{ar} : tempo que o velocista passa no ar em cada passada;
- t_c : tempo que o velocista mantém contato com o chão em cada passada;

- a_t : módulo da aceleração total imposta pelo velocista.

Neste estudo, no modelo da bola quicante é adicionado o parâmetro ϵ , que simula a eficiência na transferência das forças das pernas para a produção da aceleração na direção horizontal de movimento, a_x [9].

Aplicando a segunda lei de Newton na direção vertical no atleta enquanto está em contato com o chão, obtemos a seguinte relação,

$$F_y - mg = ma_{t,y}, \quad (1)$$

onde $a_{t,y}$ é a aceleração total vertical, g é a aceleração da gravidade, m é a massa do atleta e F_y é a força que o chão produz no atleta. Neste trabalho iremos aproximar a força F_y à uma constante, conseqüentemente $a_{t,y}$ também será. Desta forma, dividindo a força F_y pela massa do atleta temos,

$$a_y = g + \frac{\Delta v_y}{\Delta t}. \quad (2)$$

A interpretação de Δt é direta: é o tempo que o velocista mantém contato com o chão, ou seja, é o parâmetro t_c . Para a variação da velocidade vertical durante o contato, Δv_y , é utilizado que o atleta está em queda-livre em toda a extensão de tempo t_{ar} . Conseqüentemente, $\Delta v_y = g t_{ar}$ [8, 9], fornecendo

$$a_y = g \left(1 + \frac{t_{ar}}{t_c} \right). \quad (3)$$

Essa equação fornece a aceleração vertical necessária para manter o velocista um tempo t_{ar} no ar.

Para modelar a aceleração horizontal do atleta, a_x , será utilizada a definição de módulo da aceleração total, $a_t = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$. Nessa relação existe um vínculo

* Endereço de correspondência: fsimoni@id.uff.br

que deve ser aplicado: quando $a_y > a_t$, fornece a_x imaginário. Para contornar esse problema, o modelo para a aceleração a_x será dado por,

$$a_x = \begin{cases} \epsilon \sqrt{a_t^2 - a_y^2} & (a_y < a_t) \\ 0 & (a_y \geq a_t). \end{cases} \quad (4)$$

Nesta definição foi adicionado a eficiência, ϵ , um parâmetro já apresentado no início desta seção.

A definição da aceleração horizontal dada pela equação (4), fornece mais um vínculo nos parâmetros para haver movimento na horizontal na largada. Como o atleta sai do repouso, a sua aceleração inicial na horizontal, $a_x(t=0)$, tem que ser maior que zero, por consequência $a_y(t=0) < a_t(t=0)$. O vínculo é dado por

$$\frac{a_t}{g} - \frac{t_{ar}}{t_c(v=0)} > 1. \quad (5)$$

Na modelagem de t_c , serão utilizados dados empíricos provenientes de velocistas. Estudos de fisiologia e biomecânica do esporte encontraram que o tempo de contato típico de um velocista com o chão varia com a sua velocidade, sendo cada vez menor quanto mais rápido estiver [9, 12–14]. Neste estudo será utilizado o modelo apresentado em [9],

$$t_c(v) = \begin{cases} 0,3612 \text{ s} & (v < 2 \text{ m/s}), \\ 0,0314 + 0,6596/v & (v > 2 \text{ m/s}). \end{cases} \quad (6)$$

O arrasto do ar será introduzido utilizando a sua modelagem turbulenta [1, 4, 15, 16],

$$F_{ar} = \frac{1}{2} \rho C_d A (v_x - v_{ar})^2. \quad (7)$$

As quantidades são: ρ é a densidade do ar; C_d é o coeficiente de arrasto adimensional; A é a área da seção reta do atleta; v_{ar} é a velocidade do ar com relação ao chão e v_x é a velocidade horizontal do atleta também com relação ao chão.

A segunda lei de Newton na direção horizontal fornece duas equações diferenciais acopladas,

$$\frac{dv_x}{dt} = a_x - \frac{1}{2} \frac{\rho C_d A}{m} (v_x - v_{ar})^2, \quad (8)$$

$$\frac{dx}{dt} = v_x. \quad (9)$$

Quando o atleta está em contato com o chão a aceleração a_x é dada pela equação (4) e quando está no ar essa aceleração será nula. Para resolver esse sistema de equações foi utilizado o pacote numérico `scipy` e sua função `solve_ivp` com o método `RK45` e tolerância absoluta e relativa de 10^{-8} [17].

Na Figura 1 são mostrados dois perfis de velocidade com parâmetros $t_{ar} = 0,2 \text{ s}$, $a_t = 32 \text{ m/s}^2$ e $\epsilon = 0,4$. A linha cinza corresponde ao modelo sem ar e a linha preta com arrasto do ar com os parâmetros: $A = 0,59 \text{ m}^2$,

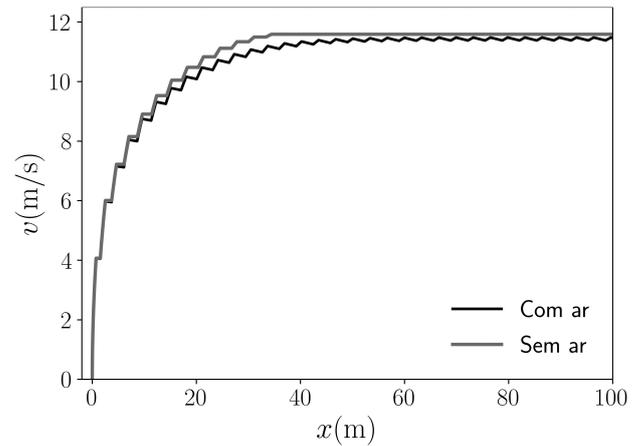


Figura 1: A linha cinza mostra o perfil de velocidade para o modelo sem ar e a linha preta ao modelo com arrasto do ar. Os parâmetros utilizados foram: $t_{ar} = 0,2 \text{ s}$, $a_t = 32 \text{ m/s}^2$ e $\epsilon = 0,4$; $A = 0,59 \text{ m}^2$, $C_d = 1$, $\rho = 1,215 \text{ kg/m}^3$, massa de 95 kg e $v_{ar} = 0$.

$C_d = 1$, $\rho = 1,215 \text{ kg/m}^3$, massa de 95 kg e $v_{ar} = 0$. Na Figura 1 é notável uma característica esperada do modelo: a sua descontinuidade.

Inicialmente, os dois perfis de velocidades possuem um comportamento similar. Entretanto, quando atingem a velocidade de 8 m/s o arrasto do ar começa a ser relevante e retira energia do perfil com arrasto, deixando-o mais lento. O perfil sem arrasto segue um movimento retilíneo e uniforme após 30 metros de corrida. Nesse momento temos o vínculo entre as acelerações dada pela equação (4), $a_y > a_t$, consequentemente a_x será zero e a velocidade será uma constante até o final da corrida. Após 50 metros , o perfil de velocidade com arrasto oscila em torno de um valor aproximadamente constante. Esse efeito ocorre pois sempre que o atleta estiver no ar ele perde velocidade e quando tocar no chão produz uma aceleração que compensa essa perda inicial de velocidade.

O tempo de corrida para os modelos sem e com ar possuem os seguintes valores, respectivamente: $T_{cor} = 9,90 \text{ s}$ e $T_{cor} = 10,08 \text{ s}$. Uma diferença de $0,18$ centésimos de segundos, um valor alto para corridas de 100 metros rasos. Essa diferença é uma amostra do impacto do arrasto do ar no modelo de bola quicante.

3. Análise do campeonato mundial de 2009

Em 2009 ocorreu o campeonato mundial de atletismo em Berlim [10]. Um dos eventos mais esperados foi a corrida final de 100 metros rasos. Estavam listados para essa corrida os seguintes atletas: Usain Bolt (UB), Tyson Gay (TG) e Asafa Powell (AP). O primeiro bateu o recorde mundial, $9,58 \text{ s}$, o segundo bateu o recorde nacional dos Estados Unidos, $9,71 \text{ s}$, e o terceiro conseguiu o seu melhor tempo na temporada, $9,84 \text{ s}$.

Tabela 1: Os quatro parâmetros fixos para a análise da corrida: a segunda coluna fornece o tempo de reação de cada um dos atletas [10]; as duas próximas colunas fornecem suas alturas e massas [18], e a última coluna fornece a área de arrasto calculada utilizando a equação (10).

Atleta	t_r (ms)	h (m)	m (kg)	A (m ²)
UB	146	1,96	95	0,59
TG	144	1,83	73	0,50
AP	134	1,90	88	0,56

A estimativa da área de seção reta dos três atletas será feita utilizando o ajuste fenomenológico [15],

$$A = 0,24 (0,217 h^{0.725} m^{0.425}), \tag{10}$$

h é a altura do atleta e m a sua massa. Na Tabela 1 são apresentados os valores da altura e da massa de cada atleta [18]. Ainda na Tabela 1 temos o tempo de reação e o resultado fornecidos pela equação (10). O coeficiente de arrasto será adotado igual a um, $C_d = 1$. A velocidade do ar medida na hora da competição foi $v_{ar} = 0,9$ m/s na direção da corrida. A densidade do ar será dada por $\rho = 1,215$ kg/m³ e a gravidade por $g = 9,806$ m/s².

A análise aplicou os dados de tempo a cada dez metros da corrida, por consequência aplicando dez medidas e também o tempo de reação, t_r [10] (ver Tabela 1). Para encontrar o melhor ajuste dos parâmetros do modelo, foi utilizado o método dos mínimos quadrados sem peso nas medidas,

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{10} [t(x_i) - t_i]^2, \tag{11}$$

onde t_i são as dez medidas de tempo e $t(x_i)$ as estimativas do modelo.

Na Tabela 2 são mostrados os resultados dos ajustes para os três atletas e os seus parâmetros derivados. A primeira coluna identifica o atleta, a segunda fornece o coeficiente de determinação entre o modelo e os tempos medidos. Todos os atletas possuem $R^2 \approx 0,99999$, indicando um bom ajuste do modelo. Ainda na Tabela 2 são mostrados os parâmetros ajustados do modelo: coluna 3 (t_{ar}), 4 (a_t) e 5 (ϵ). Como a eficiência tem um valor similar entre os três atletas, ela não é relevante nesta análise. Interessante notar que os resultados da

bola quicante mostram duas metodologias diferentes de corrida. UB e AP utilizaram uma passada no ar maior e aceleração também maior com relação a TG. A técnica apresentada nesse modelo para TG se utiliza do inverso: tempo no ar e aceleração menores com relação as de UB e AP.

O tempo de corrida está em boa concordância com os seus resultados [10]. Para UB foi encontrada uma diferença de 0,01 segundos, para TG a diferença é de 0,02 segundos e AP com 0,03 segundos. O tempo de corrida foi subestimado para todos os atletas. Uma explicação para esse resultado é uma possível diminuição da velocidade do atleta no final da corrida. Como no modelo existe uma velocidade terminal que oscila entorno de um valor constante, se o atleta diminuir a sua velocidade no final da corrida o modelo irá subestimar o tempo de corrida. Esse efeito pode ser encontrado em [10] nas suas Figuras A, B e C. Todos possuem um decaimento da velocidade no final: UB diminuindo após 90 metros, TG depois de 80 metros e AP após 75 metros. Este efeito poderia ser mitigado adicionando um decaimento da velocidade no modelo teórico [2].

Na Figura 2 são mostradas as diferenças de tempo entre a curva melhor ajustada de UB com os dados medidos dos três atletas,

$$\Delta t_i^d(s) = t_i^d - t_{UB}^m. \tag{12}$$

Onde t_i^d significa os dados de tempo medidos do i -ésimo atleta e t_{UB}^m são os tempos estimados pelo modelo melhor ajustado para UB. Cada atleta é identificado da seguinte forma: losango preto para UB, círculo preto para TG e quadrado cinza para AP. Essas comparações também são aplicadas nas curvas de melhor ajuste,

$$\Delta t_i^m(s) = t_i^m - t_{UB}^m. \tag{13}$$

Onde t_i^m são os melhores ajustes do modelo para o i -ésimo atleta calculado nas posições medidas na corrida. Neste caso cada atleta é identificado da seguinte forma: linha preta para UB, linha tracejada preta para TG e linha contínua cinza para AP.

A Figura 2 mostra que os dados dos três atletas oscilam em torno das suas curvas de melhor ajuste, mostrando uma boa concordância entre o modelo e os dados, como foi apresentado anteriormente. Temos que inicialmente AP está na frente da corrida, devido

Tabela 2: Melhores ajustes e parâmetros derivados: a segunda coluna fornece o coeficiente de determinação subtraído de 1; nas colunas 3, 4 e 5 temos o valor melhor ajustado dos parâmetros do modelo: tempo no ar, aceleração total e a eficiência; da sexta até a última coluna temos os parâmetros derivados. Na sexta coluna temos o tempo de corrida T_{cor} , na sétima temos a velocidade máxima, v_{max} , na oitava temos a força total imposta pelo atleta, na nona temos o número de passadas, na décima temos a frequência média de passadas em toda corrida e por fim temos a oscilação vertical do centro de massa.

Atleta	$1 - R^2$	t_{ar} (ms)	a_t (m/s ²)	ϵ	T_{cor} (s)	v_{max} (m/s)	F_t (kN)	N_p	f_p (Hz)	y_c (cm)
UB	8×10^{-6}	195	32,30	0,41	9,57	12,24	3,1	30,8	3,22	4,6
TG	1×10^{-5}	161	28,27	0,44	9,69	12,07	2,1	35,3	3,64	3,2
AP	3×10^{-5}	195	31,82	0,42	9,81	11,79	2,8	31,5	3,21	4,7

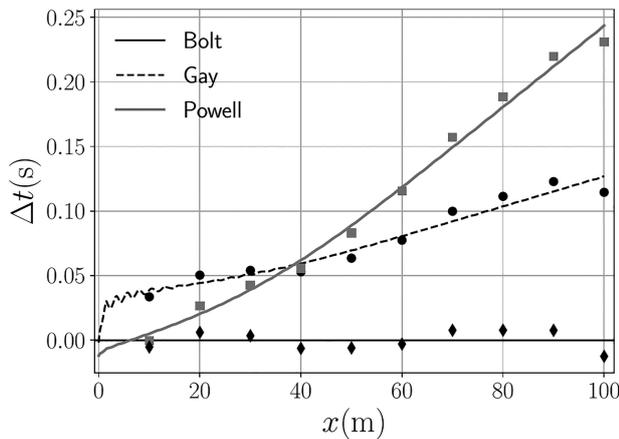


Figura 2: Tempos medidos da corrida: losango preto (UB), círculo preto (TG) e quadrado cinza (AP). Curvas de melhor ajuste: linha contínua preta (UB), linha tracejada preta (TG) e linha contínua cinza (AP). Todas as quantidades estão sendo comparadas com a curva de melhor ajuste de UB, tanto os dados quanto os melhores ajustes: $\Delta t_i^d(s) = t_i^d - t_{UB}^m$, com os dados d do i -ésimo atleta e $\Delta t_i^m(s) = t_i^m - t_{UB}^m$, com o modelo m do i -ésimo atleta.

principalmente ao menor tempo de reação. Entretanto, um pouco antes de dez metros de corrida, UB já está na liderança e se mantém assim até o fim, em concordância com a Tabela A de [10]. TG inicia a corrida atrás de UB e AP, porém próximo de 40 metros ele ultrapassa AP, também em boa concordância com a Tabela A de [10].

As quatro últimas colunas da Tabela 2 fornecem os seguintes parâmetros derivados: $F_t = ma_t$, a força total aplicada pelo atleta; N_p , o número de passadas, $(t_{ar} + t_c)$, em toda a corrida; f_p é a frequência média das passadas; e y_c é a oscilação vertical do centro de massa do atleta. Para a força temos um resultado na mesma ordem de grandeza que na referência [18] que utilizou uma forma senoidal para o seu modelo da força. Utilizando o peso do atleta, W_g , como referência, temos um resultado mais homogêneo, $F_t/W_g \approx 3$, um resultado acentuado, porém temos de lembrar que a análise foi aplicada em atletas de elite. O número de passadas mostra mais uma vez a diferença de técnica de TG em comparação com UB e AP. TG produz aproximadamente 4 oscilações (quiques) a mais que UB e AP. A frequência média de passadas é conectada com N_p como,

$$f_p = \frac{N_p}{T_{cor}}. \quad (14)$$

Tabela 3: Diferença relativa percentual das velocidades médias estimadas pelo modelo e os dados medidos [10] em trechos constante de 10 metros, $\Delta^r V = 100 \times (\bar{V}_{est}/V - 1)$.

Atleta	V0-10	V10-20	V20-30	V30-40	V40-50	V50-60	V60-70	V70-80	V80-90	V90-100
UB	17.12	-0.75	0.33	1.14	-0.31	-0.41	-0.86	0.18	0.21	1.97
TG	18.40	0.61	0.26	-0.05	0.38	-1.4	-0.64	-0.23	0.81	2.23
AP	16.73	-0.18	1.19	0.38	-0.74	-1.45	-0.83	-0.48	1.17	4.87

Os resultados do modelo são significativamente menores que os valores medidos em [10, 18], mostrados nas suas Tabelas 5 e 2, respectivamente. Nessas referências são mostrados valores entre 4Hz e 5Hz. TG, que possui o maior valor dos três, tem um valor de $f_p = 3,64$ Hz, destoante dos valores encontrados por [10] e [18]. Os resultados da oscilação do centro de massa, y_c , também mostram os dois estilos de corrida já encontrado anteriormente: TG oscila com uma menor altura principalmente devido ao seu menor t_{ar} e UB e AP aplicam uma passada maior, conseqüentemente possuem uma oscilação mais pronunciada do centro massa. Interessante notar que todos os valores são da ordem de centímetros, um resultado que aparenta ser razoável.

3.1. Velocidade

A sétima coluna da Tabela 2, fornece a velocidade máxima ajustada pelo modelo para cada atleta. Todos os três resultados estão em concordância com a Tabela D de [10], sendo a maior discrepância para AP, substituindo a sua velocidade máxima em apenas 0,08 m/s.

Na Tabela 3 são apresentadas as diferenças relativas percentuais para a média da velocidade a cada 10 metros da corrida,

$$\Delta^r V = 100 \times \left(\frac{\bar{V}_{est} - V}{V} \right), \quad (15)$$

onde V é a velocidade medida fornecida pela Tabela C de [10] e \bar{V}_{est} é a velocidade média estimada pelo modelo. Entre 10 e 90 metros o modelo se afasta do valor medido em no máximo 1,45%, mostrando um bom ajuste nesta região. Entretanto, o primeiro trecho possui diferenças acentuadas. Uma possível fonte de erro é devido à falta de medidas nesse trecho, sendo a posição de 10 metros a primeira à ser incluída na análise. Outra possível fonte de erro neste trecho é a variação muito rápida da velocidade dos atletas. O último trecho também possui valores maiores com relação aos dados medidos. Esse efeito é devido à diminuição da velocidade dos atletas no final da corrida, como discutido na seção 3.

3.2. Aceleração

Para os três atletas, a aceleração máxima na direção da corrida, ocorre no bloco de largada. Para UB temos $11,83$ m/s², para TG temos $10,78$ m/s² e AP obteve

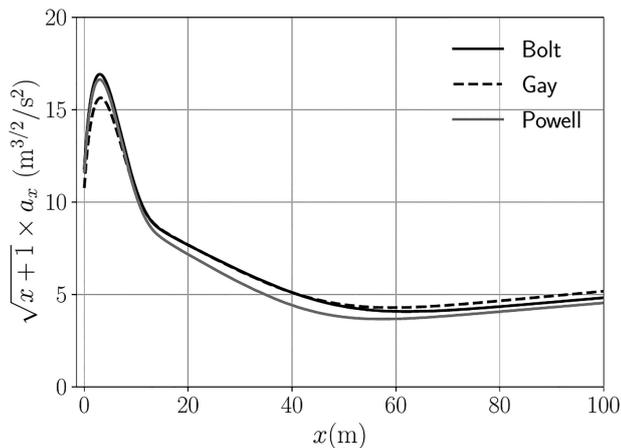


Figura 3: Os três perfis de aceleração multiplicados pelo fator $\sqrt{x+1}$: UB linha contínua preta, TG linha tracejada preta e AP linha contínua cinza.

11,66 m/s^2 em concordância com medidas obtidas empiricamente com atletas [11].

Na Figura 3 são apresentados os perfis de aceleração. Todas as acelerações foram multiplicadas pelo fator $\sqrt{x+1}$, de tal forma a facilitar o discernimento entre as curvas. Inicialmente AP e UB possuem acelerações similares, entretanto ao alcançar 15 metros, AP começa a diminuir sua aceleração com relação a UB, até o final da corrida. TG possui a menor aceleração inicialmente, entretanto, também em 15 metros já possui valores maiores que AP e depois segue próximo à curva de UB. Na posição 40 metros, TG começa a obter valores maiores que UB, possuindo maior aceleração até o final. É interessante notar que os três atletas possuem uma aceleração terminal aproximadamente constante, $\sim 0,5 \text{m}/\text{s}^2$. Este efeito é devido ao arrasto do ar que mantém uma força aproximadamente constante e contrária ao movimento. Consequentemente, o atleta deve impor uma aceleração para compensar este efeito (veja Figura 1 que mostra este efeito no perfil de velocidade).

3.3. Potência

A estimativa da potência mecânica dos atletas de 100 metros rasos utilizando o modelo de bola quicante é direta. O modelo faz a separação do movimento nas componentes horizontal, x , e vertical y , e também da força do arrasto do ar. Na direção horizontal de movimento temos,

$$P_x = ma_x v_x, \tag{16}$$

com a_x dada pela equação (4) e v_x proveniente da resolução das equações (8) e (9). A componente vertical é dada por,

$$P_y = ma_y g \frac{t_{\text{ar}}}{2}, \tag{17}$$

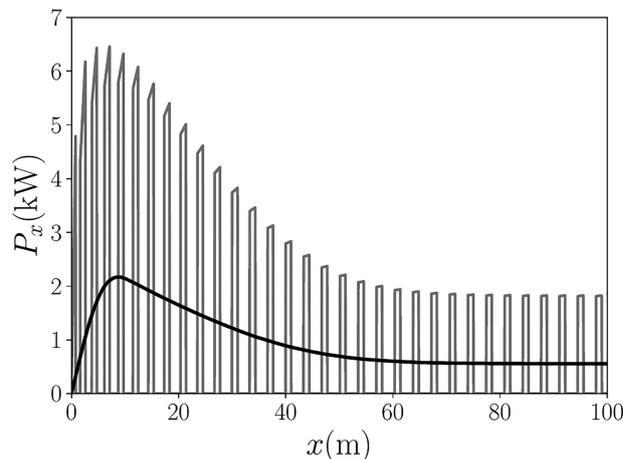


Figura 4: Potência estimada na direção horizontal desenvolvida por UB durante toda a corrida. A linha cinza é o resultado do modelo e a linha preta é a mesma medida porém suavizada [17].

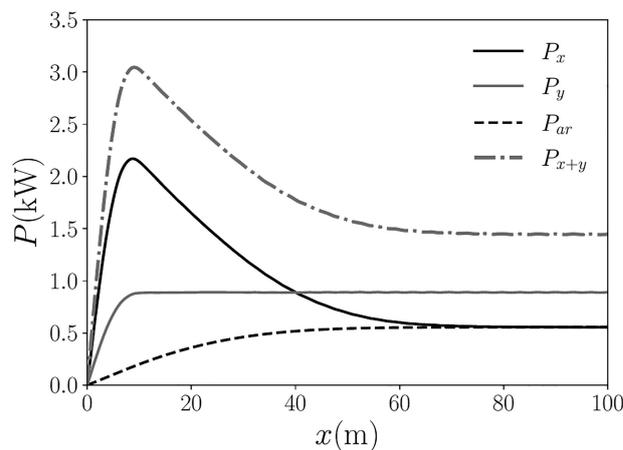


Figura 5: Potência mecânica desenvolvida com os melhores ajustes de UB. P_x é a potência na direção da corrida (linha contínua preta), P_y na vertical (linha contínua cinza), P_{x+y} é a potência total que UB desenvolveu na corrida (linha traço e ponto cinza) e P_{ar} é a potência desenvolvida pelo arrasto ar (linha tracejada preta).

onde a_y é dada pela equação (3) e para o arrasto ar temos,

$$P_{\text{ar}} = F_{\text{ar}} v_x = \frac{1}{2} \rho C_d A (v_x - v_{\text{ar}})^2 v_x. \tag{18}$$

Na Figura 4 é mostrado o resultado do modelo para a potência de UB (linha cinza), uma função descontínua, como era esperado. Consequentemente, foi aplicado um filtro nessa medida de tal forma a suavizá-la [17]. A potência máxima têm um valor $P_x(x = 7 \text{ m}) = 6,46 \text{ kW}$ e, a suavizada, $P_x(x = 9 \text{ m}) = 2,17 \text{ kW}$, respectivamente 8,7 hp e 2,9 hp. Os valores do modelo são acentuados devido ao pouco espaço de tempo que ocorre a cada passada, t_c . Interessante notar que, assim como a aceleração, a potência não decai para zero no final da corrida devido

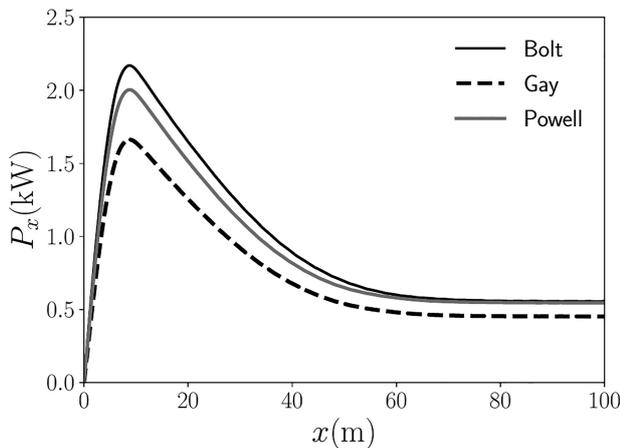


Figura 6: Potência horizontal desenvolvida por UB (linha contínua preta), TG (linha tracejada preta) e AP (linha contínua cinza.)

ao arrasto do ar. De agora em diante todas as potências serão analisadas com aplicação da suavização.

Na Figura 5 são mostradas todas as potências com os dados do melhor ajuste de UB (as suas características são similares para TG e AP). A potência desenvolvida na horizontal, P_x (linha contínua preta), é a mesma mostrada na Figura 4. A componente vertical da potência, P_y (linha contínua cinza), cresce rapidamente até se manter num valor constante, $P_y = 0,89 \text{ kW}$, que permanece até o final da corrida. Está é a potência necessária que o atleta precisa fornecer para se manter quicando verticalmente no ar com uma variação y_c (veja Tabela 2).

A potência total que o atleta aplica com suas pernas é dada por, $P_{x+y} = P_x + P_y$, e é mostrada na Figura 5 (linha cinza tracejada e com pontos). Ela segue um padrão similar a P_x , porém com valores mais acentuados. Neste caso o seu valor máximo é $P_{x+y} = 3,05 \text{ kW}$ e valor constante de $1,45 \text{ kW}$ após 60 metros. [1] e [2] encontraram os seguintes valores para a potência máxima, respectivamente: $2,62 \text{ kW}$ e $2,82 \text{ kW}$. Em boa conformidade com os nossos resultados.

Ainda na Figura 5 é apresentada a potência desenvolvida pelo arrasto do ar (linha tracejada preta), mostrando que esse efeito fica relevante na segunda metade da corrida, com valor aproximadamente igual a P_x . Essa igualdade entre as duas potências é esperada, pois no final da corrida toda a potência horizontal que o atleta desenvolve é para vencer o arrasto do ar. Para estimar o impacto do arrasto do ar no modelo, será utilizada a potência média em toda a corrida,

$$\bar{P} = \int_0^{100} dx P(x)/100. \quad (19)$$

Os resultados são dados por: $\bar{P}_x = 956 \text{ W}$ e $\bar{P}_{\text{ar}} = 459 \text{ W}$. Esses valores fornecem que $\sim 50\%$ da potência média desenvolvida para o movimento na direção horizontal, P_x , é utilizada para vencer o arrasto do ar.

Na Figura 6 são mostradas as potências para o melhor ajuste do modelo de UB (linha contínua preta), TG (linha tracejada preta) e AP (linha contínua cinza). Como esperado, UB é o atleta que desenvolve a maior potência em toda a corrida, com AP próximo somente no seu início e final. Essa proximidade é devido ao ajuste similar da aceleração total a_t e tempo no ar t_{ar} , como mostrado na Tabela 2. TG produz a menor potência, mesmo chegando em segundo lugar, indicando que a sua técnica dentro do modelo deve ser a mais eficiente energeticamente.

4. Conclusão

Neste trabalho foi utilizado o modelo de bola quicante [8, 9] para analisar a final da corrida de 100 metros rasos no campeonato mundial de 2009 em Berlim [10]. Primeiramente concluímos a necessidade de incluir no modelo o arrasto do ar, sendo utilizado a sua modelagem turbulenta. A análise foi feita nos três primeiros colocados: Usain Bolt, Tyson Gay e Asafa Powell.

Todos os três atleta obtiveram um bom ajuste com os dados, tendo um coeficiente de determinação próximo da unidade. O modelo da bola quicante conseguiu discernir entre duas técnicas de corrida. Usain Bolt e Asafa Powell obtiveram valores altos para o tempo no ar e para a aceleração total, enquanto Tyson Gay aplicou o inverso: valor baixo para o tempo no ar e para a aceleração (veja Tabela 2).

Como mostrado na Tabela 2, o modelo conseguiu reproduzir uma boa quantidade dos parâmetros derivados. O tempo de corrida e as suas velocidades máximas estão muito próximas das suas medidas [10], além da força máxima imposta pelos atletas [18]. Entretanto, o número de passadas e sua frequência associada não foram bem ajustados pelo modelo. Para a frequência média de passadas foi encontrado o valor de $3,22 \text{ Hz}$ para Usain Bolt, divergindo dos valores medidos em pelo menos 25% [10, 18]. Essa discrepância indica algum problema com o modelo. Uma possibilidade é a constância do tempo de ar aplicado no modelo. Assim como o tempo de contato com o chão decai com a velocidade, o mesmo deveria acontecer com o tempo no ar.

A análise da velocidade (seção 3.1) mostrou que somente os trechos inicial e final não possuem um bom ajuste para os três atletas, indicando que o modelo é validado entre os trechos de 10 até 90 metros. A análise da aceleração horizontal (seção 3.2) mostrou que o seu valor máximo ocorre na largada e decai até um valor aproximadamente constante. Este efeito deve-se ao arrasto do ar que retira energia do atleta em cada passada no ar, diminuindo sua velocidade e consequentemente ele precisará produzir essa aceleração para conseguir manter a sua velocidade final.

Para a potência (seção 3.3), o modelo encontrou valores similares para o seu valor máximo desenvolvido por Usain Bolt em relação aos resultados anteriores da

mesma corrida [1, 2]. Interessante notar que, assim como a aceleração, a potência segue um valor constante após o meio da corrida. Este efeito, tanto como na aceleração, deve-se ao arrasto do ar, tanto que a potência horizontal e a potência do arrasto são iguais após 80 metros (veja Figura 6). Por fim, foi encontrado que 50% da potência desenvolvida por Usain Bolt foi utilizada para vencer o arrasto do ar.

Para a análise numérica e produção das figuras foram utilizadas os recursos das bibliotecas: `scipy` [17], `numpy` [19] e `matplotlib` [20].

Referências

- [1] J.J.H. Gómez, V. Marquina e R.W. Gómez, *European Journal of Physics* **34**, 1227 (2013).
- [2] O. Helene e M.T. Yamashita, *American Journal of Physics* **78**, 307 (2010).
- [3] I. Alexandrov e P. Lucht, *American Journal of Physics* **49**, 254 (1981).
- [4] J.R. Mureika, *Canadian Journal of Physics* **79**, 697 (2001).
- [5] S.Gaudet, *Journal of Biomechanics* **47**, 2933 (2014).
- [6] J.B. Keller, *Physics Today* **26**, 43 (1973).
- [7] G. Wagner, *The Physics Teacher* **36**, 144 (1998).
- [8] L. Bencsik e A. Zelei, *Mechanical Systems and Signal Processing* **89**, 78 (2017).
- [9] R. Allain, *How Is a Runner Like a Bouncing Ball?*, disponível em: <https://tinyurl.com/ytx9vads>, acessado em 08/07/2021.
- [10] R. Graubner e E. Nixdorf, *IAAF study* **26**, 19 (2011).
- [11] J.B. Morin, G. Dalleau, H. Kyröläinen, T. Jeannin e A. Belli, *Journal of Applied Biomechanics* **21**, 167 (2005).
- [12] P.G. Weyand, R.F. Sandell, D.N.L. Prime e M.W. Bundle, *Journal of Applied Physiology* **108**, 950 (2010).
- [13] A. Mero, P.V. Komi e R.J. Gregor, *Sports Medicine* **13**, 376 (1992).
- [14] P.G. Weyand, D.B. Sternlight, M.J. Bellizzi e S. Wright, *Journal of Applied Physiology* **89**, 1991 (2000).
- [15] N.P. Linthorne, *Journal of Applied Biomechanics* **10**, 110 (1994).
- [16] Y. Nakayama e R.F. Boucher, *Introduction to Fluid Mechanics* (Butterworth-Heinemann, Oxford, 2000), p. 150.
- [17] P. Virtanen, R. Gommers, T.E. Oliphant, M. Haberland, T. Reddy, D. Cournapeau, E. Burovski, P. Peterson, W. Weckesser, J. Bright et al., *Nature Methods* **17**, 261 (2020).
- [18] M.J.D. Taylor e R. Beneke, *International Journal of Sports Medicine* **33**, 667 (2012).
- [19] C.R. Harris, K.J. Millman, S.J. van der Walt, R. Gommers, P. Virtanen, D. Cournapeau, E. Wieser, J. Taylor, S. Berg, N.J. Smith et al., *Nature* **585**, 357 (2020).
- [20] J.D. Hunter, *Computing in Science & Engineering* **9**, 90 (2007).