

Requisitos de capital plurianuais no seguro de vida: uma avaliação estocástica baseada na mortalidade

Filipe Bello¹

 <https://orcid.org/0000-0002-3630-4087>

E-mail: filipebello@aln.iseg.ulisboa.pt

Onofre Simões¹

 <https://orcid.org/0000-0002-9129-3499>

E-mail: onofre@iseg.ulisboa.pt

Sandro de Azambuja²

 <https://orcid.org/0000-0002-0322-3168>

E-mail: sandro.azambuja@coppead.ufrj.br

¹ Universidade de Lisboa, Instituto Superior de Economia e Gestão, ISEG Research, Lisboa, Portugal

² Universidade Federal Fluminense, Faculdade de Administração e Ciências Contábeis, Departamento de Contabilidade, Niterói, RJ, Brasil

Recebido em 29/01/2025 – Desk aceite em 18/02/2025 – 3ª versão aprovada em 28/10/2025

Editor-Chefe Acadêmico: Andson Braga de Aguiar

Editor Associado: Luís Eduardo Afonso

RESUMO

Esta pesquisa visa avaliar o capital de solvência para companhias de seguro de vida além do horizonte de 1 ano, com foco no Brazilian Capital Framework (BCF) e Solvency II (SII), por meio de um modelo estocástico utilizando simulações de Monte Carlo. A maioria das estruturas de capital aplica horizontes de 1 ano, desconsiderando necessidades futuras de capital decorrentes da evolução do risco de longevidade e mortalidade, particularmente sob diferentes regimes de taxas de juros. Este estudo incorpora uma abordagem estocástica plurianual para suprir essa omissão. Ao abordar a solvência de longo prazo e explorar modelos de mortalidade estocásticos, este estudo amplia a compreensão dos requisitos futuros de capital e a importância de uma gestão de riscos de longo prazo robusta no seguro de vida. Os achados contribuem para o avanço das estruturas regulatórias e para a melhoria da sustentabilidade financeira do setor de seguros de vida, particularmente na preparação para cenários extremos, como pandemias ou melhorias na longevidade. O estudo emprega modelos de mortalidade determinísticos e estocásticos, utilizando simulações de Monte Carlo para avaliar os requisitos de necessidade de capital em um horizonte plurianual. Ele calcula os requisitos de capital para produtos tradicionais de seguro de vida sob vários cenários, oferecendo uma análise comparativa. Este estudo revela que as estruturas regulatórias atuais, como a SII e o BCF, deveriam considerar a extensão de seu horizonte de 1 ano para incorporar necessidades futuras de capital não totalmente capturadas por perspectivas de curto prazo. Avalia o requisito de capital sob a SII e o BCF utilizando uma carteira hipotética de 10.000 participantes do sexo masculino para produtos tradicionais de seguro de vida (vida temporário, dotal e vida inteira). Os achados indicam que, embora seja amplamente compreendido que taxas de juros mais baixas tendem a aumentar os requisitos de capital, nossos resultados fornecem uma avaliação quantitativa desse efeito sob o BCF e a SII. Ao aplicar simulações estocásticas plurianuais, demonstramos como mudanças no ambiente de taxas de juros podem deslocar o momento e a magnitude do capital exigido, ressaltando a relevância das projeções de solvência de longo prazo na análise regulatória.

Palavras-chave: seguro de vida, Brazilian Capital Framework, Solvency II, Monte Carlo, modelos estocásticos de mortalidade.

Endereço para correspondência

Filipe Bello

Universidade de Lisboa, Instituto Superior de Economia e Gestão, ISEG Research

Rua do Quelhas, 6 – 1200-781

Lisboa – Portugal

Este é um texto bilíngue. Este artigo foi escrito originalmente no idioma inglês, publicado sob o DOI <https://doi.org/10.1590/1808-057x20252285.en>



Multi-year capital requirements in life insurance: A stochastic mortality-based evaluation

ABSTRACT

This research aims to assess solvency capital for life insurance companies beyond the 1-year horizon, with a focus on the Brazilian Capital Framework (BCF) and Solvency II (SII), through a stochastic model using Monte Carlo simulations. Most capital frameworks apply 1-year horizons, disregarding future capital needs arising from the evolution of longevity and mortality risk, particularly under different interest rate regimes. This study incorporates a stochastic multi-year approach to bridge this oversight. By addressing long-term solvency and exploiting stochastic mortality models, this study enhances the understanding of future capital requirements and the importance of robust long-term risk management in life insurance. The findings contribute to advancing regulatory frameworks and improving the financial sustainability of the life insurance sector, particularly in preparing for extreme scenarios such as pandemics or longevity improvements. The study employs deterministic and stochastic mortality models, utilizing Monte Carlo simulations to evaluate the requirements of capital need in a multi-year horizon. It calculates capital requirements for traditional life insurance products under various scenarios, offering a comparative analysis. This study reveals that current regulatory frameworks, such as SII and the BCF, should consider extending their 1-year horizon to incorporate future capital needs not fully captured by short-term perspectives. It evaluates the capital requirement under SII and BCF using a hypothetical portfolio of 10,000 male participants for traditional life insurance products (term-life, endowment, and whole-life). Findings indicate that while it is broadly understood that lower interest rates tend to increase capital requirements, our results provide a quantitative assessment of this effect under the BCF and SII. By applying multi-year stochastic simulations, we demonstrate how changes in the interest rate environment can shift the timing and magnitude of required capital, underscoring the relevance of long-term solvency projections in regulatory analysis.

Keywords: life insurance, Brazilian Capital Framework, Solvency II, Monte Carlo, stochastic mortality models.

1. INTRODUÇÃO

Na ciência atuarial, a modelagem precisa dos fluxos de caixa futuros é indispensável para garantir a sustentabilidade financeira das seguradoras de vida, fundos de pensão e provedores de anuidades. Essas entidades oferecem produtos de longa duração, como seguros biométricos e produtos de acumulação, os quais estão fortemente expostos a incertezas relacionadas à mortalidade futura, longevidade e condições econômicas. A importância da modelagem precisa ser reconhecida tanto por pesquisadores acadêmicos quanto por profissionais do setor. As seguradoras não apenas dependem desses modelos para fins internos, como precificação e teste de rentabilidade, mas também para atender a rigorosos requisitos regulatórios estabelecidos em estruturas como *Solvency II* (SII), o *Brazilian Capital Framework* (BCF) ou a *International Financial Reporting Standards 17* (IFRS 17). Essas regulamentações exigem que as seguradoras mantenham capital suficiente para cobrir seus passivos de longo prazo, protegendo assim os segurados e preservando a estabilidade do mercado (Cafasso et al., 2018).

A modelagem de fluxo de caixa, particularmente quando aplicada ao seguro de vida, requer premissas cuidadosas sobre eventos futuros, especialmente em

relação às taxas de mortalidade, melhorias da longevidade e variações nas taxas de juros. Essas premissas podem ser abordadas por meio de dois métodos: modelagem determinística e estocástica. Os modelos determinísticos assumem que todos os eventos futuros são conhecidos com certeza ou, pelo menos, previsíveis com alto grau de confiança. Nesses modelos, todas as premissas são tratadas como entradas fixas, resultando em um único conjunto de resultados que reflete os valores esperados. O principal benefício dos modelos determinísticos é sua simplicidade; eles são fáceis de interpretar e seus resultados são reproduzíveis. Cada vez que o modelo é executado, a mesma saída é gerada, oferecendo uma projeção direta e compreensível dos fluxos de caixa futuros (Schmitt, 2022).

Os modelos determinísticos, embora eficazes para capturar os resultados esperados, são limitados em sua capacidade de levar em conta a variabilidade e a incerteza, particularmente no contexto de passivos de longo prazo. Eles não conseguem considerar adequadamente os riscos de cauda, ou seja, eventos de baixa probabilidade e alto impacto, como pandemias ou aumentos inesperados na expectativa de vida, que podem alterar significativamente os passivos das seguradoras. Ao focar exclusivamente

em resultados médios, os modelos determinísticos correm o risco de subestimar as necessidades de capital e os requisitos de provisões, especialmente em cenários extremos (Schmitt, 2022).

Em contraste, os modelos estocásticos oferecem uma estrutura mais robusta ao incorporar aleatoriedade e variabilidade nas projeções. Esses modelos simulam uma gama de resultados potenciais, cada um com uma probabilidade associada, tornando-os particularmente adequados para riscos com incerteza significativa, como o risco de mortalidade e longevidade (Renshaw & Haberman, 2007). Métodos estocásticos, por exemplo, simulações de Monte Carlo, geram cenários diversos ao introduzir variações aleatórias nas principais entradas, fornecendo uma visão probabilística dos eventos futuros. Amplamente adotados na pesquisa e na prática, esses modelos permitem que as seguradoras quantifiquem a probabilidade de diferentes resultados e avaliem os riscos de cauda que as abordagens determinísticas ignoram. Como por exemplo, modelos estocásticos podem gerar distribuições simuladas de resultados futuros, permitindo que as seguradoras avaliem as implicações financeiras de melhorias inesperadas na longevidade (Gameran & Lopes, 2006).

A medida de risco do SII é a metodologia do *value-at-risk* (Var_a), em que o requisito de capital é projetado para proteger os fundos próprios de uma seguradora contra um evento adverso de 1 em 200 anos em um horizonte de um ano. A medida de risco do BCF é o *tail value-at-risk* ($TVaR_a$) dentro do mesmo horizonte de um ano. Essa abordagem garante que as seguradoras mantenham capital suficiente para reter um valor de transferência positivo e, se necessário, facilitar a transferência de seus negócios.

Uma limitação significativa de ambas as estruturas reside na sua dependência de um horizonte de um ano, que captura inadequadamente os riscos com implicações de longo prazo. Eventos sistêmicos, por exemplo, podem comprometer toda a indústria, deixando as empresas incapazes de transferir riscos conforme o planejado. Da mesma forma, riscos prolongados, como crises prolongadas nos mercados de ações ou riscos de tendência de longevidade impulsionados por mudanças graduais no estilo de vida, fatores econômicos ou avanços médicos, desenrolam-se por períodos extensos e não são adequadamente tratados dentro de uma estrutura de um ano. Essas limitações destacam a necessidade de

uma investigação mais aprofundada sobre a evolução do capital exigido no longo prazo.

Apesar dos avanços significativos na regulamentação de solvência, o BCF e o SII adotam um horizonte de um ano para as avaliações de adequação de capital. Essa perspectiva pode subestimar as futuras necessidades de capital associadas a produtos de longo prazo, especialmente sob choques de mortalidade ou ambientes de taxas de juros baixas. Embora pesquisas anteriores tenham explorado a quantificação de risco de curto prazo e abordagens de modelagem determinística (Eling et al., 2008; Melo et al., 2011), há uma lacuna de pesquisas que avaliem a evolução plurianual dos requisitos de capital. Esta pesquisa busca preencher essa lacuna comparando a dinâmica de capital sob o SII e o BCF em horizontes mais amplos e quantificando como as variações das taxas de juros e as tendências de longevidade influenciam o momento e o tamanho do capital necessário.

Portanto, o principal objetivo desta pesquisa é realizar uma avaliação abrangente dos requisitos de capital que vão além do horizonte padrão de um ano prescrito pelo SII e pelo BCF. A análise busca identificar e abordar potenciais responsabilidades cujo valor presente possa exceder o capital atualmente exigido por essas estruturas regulatórias, destacando assim os riscos que permanecem não contabilizados dentro da perspectiva existente de um ano. Ao explorar essas necessidades de capital negligenciadas, o artigo visa contribuir para uma compreensão mais robusta dos riscos de solvência de longo prazo.

A estrutura deste artigo é a seguinte: na próxima seção apresentaremos a revisão da literatura e analisaremos vários modelos de mortalidade, focando em suas características e premissas subjacentes. Em particular, compararemos tábuas de mortalidade discretas com leis de mortalidade contínuas, explorando suas respectivas vantagens e desvantagens. Em seguida, apresentamos projeções estocásticas de mortalidade em dois formatos: (i) tábuas de mortalidade discretas e (ii) leis de mortalidade contínuas. A seção final discute as implicações mais amplas desses modelos, com foco particular nas estruturas regulatórias do SII e do BCF. Recomendações são fornecidas para melhorar a sustentabilidade do capital, enfatizando a importância da adoção de modelos estocásticos para melhor gerenciar os riscos de longo prazo e aumentar a resiliência financeira.

2. REVISÃO DA LITERATURA

A revisão da literatura concentrar-se-á principalmente em três áreas: regulamentação nacional, regulamentação internacional e modelagem de mortalidade.

2.1 Regulamentação Brasileira

O regime de solvência brasileiro evoluiu significativamente nas últimas três décadas, passando de uma estrutura baseada em margens de solvência simples para uma estrutura de capital baseada em risco, inspirada em desenvolvimentos internacionais como o SII e o Teste de Solvência Suíço. Até meados da década de 2010, a regulamentação seguia o que é comumente chamado de abordagem do tipo “*Solvency I*”. Nesse modelo, os requisitos de capital eram amplamente determinados pelos prêmios emitidos e sinistros retidos, com pouca sensibilidade aos riscos específicos incorporados nos passivos das seguradoras. A pedra angular desse sistema foi a Resolução do Conselho Nacional de Seguros Privados (CNSP) nº 8/1989, que introduziu as regras de margem de solvência, posteriormente revisadas pela Resolução CNSP nº 55/2001. A estrutura foi ampliada pela Resolução CNSP nº 73/2002, vinculando o capital mínimo ao ramo de atividade e à abrangência geográfica.

Em 2006, um pacote regulatório buscou fortalecer o controle supervisor. As Resoluções CNSP nº 155, 156, 157 e 158/2006 introduziram regras sobre capital mínimo, planos de recuperação, medidas corretivas e capital adicional para risco de subscrição, complementadas pela Circular da Superintendência de Seguros Privados (SUSEP) nº 355/2007. Essas medidas foram consolidadas na Resolução CNSP nº 227/2010, que conferiu maior coerência, mas preservou o caráter fundamentalmente baseado em volume do sistema. Apesar das melhorias, o capital ainda era determinado por critérios determinísticos, o que significava que empresas que ofereciam produtos de vida e previdência de longo prazo enfrentavam requisitos semelhantes aos das que operavam com riscos de curto prazo não vida. Como observado no contexto europeu antes do SII, essa falta de sensibilidade ao risco criava vulnerabilidades e oportunidades de arbitragem regulatória (Doff, 2008).

A mudança decisiva para uma abordagem moderna baseada em risco começou em meados da década de 2010. A Resolução CNSP nº 321/2015 e a Circular SUSEP nº 517/2015 introduziram metodologias que vinculavam os requisitos de capital aos riscos de subscrição, mercado, crédito e operacional. O processo culminou com a Resolução CNSP nº 432/2021 e a

Circular SUSEP nº 648/2021, que estabeleceram o atual BCF. Essa estrutura abandonou as fórmulas baseadas em volume em favor de uma metodologia abrangente e sensível ao risco, alinhando o Brasil às melhores práticas internacionais (Cafasso et al., 2018).

O BCF também integrou premissas biométricas calibradas localmente, mais notavelmente as tábuas de mortalidade da Tábua Brasileira de Mortalidade de Experiência das Seguradoras, versão 2021 (BR-EMSmt-V.2021) (Oliveira et al., 2023). Baseadas na lei de Heligman-Pollard (HP) e refletindo dados demográficos nacionais, essas tábuas representam um avanço significativo em relação às estruturas anteriores, que corriam o risco de algum desajuste por se basearem em tábuas internacionais. Essa adaptação foi crucial, dado o rápido aumento da expectativa de vida no Brasil e a heterogeneidade entre as regiões (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística [IBGE], 2024).

No entanto, o BCF mantém algumas limitações, também presentes no SII. A principal delas é a dependência de um horizonte de um ano para a avaliação da solvência. Embora adequado para produtos de curto prazo, esse horizonte é menos apropriado para produtos de vida e previdência, onde os desvios na mortalidade ou na longevidade se acumulam ao longo de décadas. Estudos empíricos têm mostrado que a perspectiva de um ano tende a subestimar as necessidades de capital em passivos de longo prazo (Rödel et al., 2021). A Solvência II aborda isso parcialmente por meio da margem de risco, calculada via método de custo de capital que estende a perspectiva ao tempo de vida das obrigações (*European Insurance and Occupational Pensions Authority* [EIOPA], 2009). O Brasil, no entanto, não introduziu um mecanismo comparável, o que torna sua estrutura mais exposta ao curtíssimo prazo, onde se busca priorizar resultados mais imediatos em detrimento de um planejamento voltado a longo prazo.

Outra limitação reside na natureza determinística dos choques de mortalidade prescritos. Embora sejam fáceis de aplicar, esses estresses não capturam a variabilidade estocástica da mortalidade e da longevidade. A literatura atuarial tem mostrado que os testes de estresse determinísticos subestimam sistematicamente o risco, especialmente em eventos de cauda, como pandemias (Cairns et al., 2011). A crise da COVID-19 forneceu uma ilustração clara da inadequação das projeções determinísticas (Bastos et al., 2021).

A perspectiva comparativa entre o Brasil e as estruturas internacionais evidencia tanto convergência quanto divergência. O Brasil avançou muito além de seu antigo

regime de solvência baseado em volume e estabeleceu uma metodologia baseada em risco consistente com as tendências globais. Ao mesmo tempo, a ausência de projeções estocásticas plurianuais e de um mecanismo explícito de ajuste de longo prazo deixam lacunas importantes.

2.2 Regulamentação Internacional

Em consonância com as estruturas internacionais de solvência, como o SII, o BCF adota abordagens sensíveis ao risco para a adequação de capital. No entanto, embora tenha havido considerável progresso no alinhamento com esses padrões internacionais, o BCF ainda depende fortemente de modelos determinísticos para o cálculo do risco de mortalidade (Cafasso et al., 2018). Essa dependência de modelos determinísticos, que fornecem projeções fixas da mortalidade futura com base em tendências históricas, apresenta vários desafios na gestão do risco de mortalidade e do risco de longevidade, ambos se tornando cada vez mais significativos à medida que o Brasil experimenta mudanças demográficas em direção a uma população envelhecida (IBGE, 2024).

O SII adota uma avaliação de capital baseada em risco, em que o requisito de capital é calculado usando a medida financeira VaR_a com nível de confiança $a = 99.5\%$ em um horizonte de um ano. Em outras palavras, exige-se que as seguradoras mantenham capital suficiente para cobrir perdas potenciais ao longo de um ano com probabilidade de 99,5%, o que significa que devem ser capazes de suportar todos os eventos, exceto os mais extremos, de 1 em 200 anos (Eling et al., 2008). O VaR_a é uma função de dois parâmetros: (i) n , o horizonte, e (ii) α , o nível de confiança.

A estrutura do VaR_a tem sido criticada por não ser uma medida de risco coerente (Artzner et al., 1999) e por não considerar a natureza de longo prazo dos produtos (Doff, 2008), como seguros de vida e produtos de previdência. O BCF adota o mesmo horizonte de um ano e uma medida de risco proposta por Artzner et al. (1999), denominada *conditional tail expectation* (CTE_a), mais conhecida como *tail-VaR* ($TVaR_a$). O $TVaR_a$ é geralmente uma medida coerente (Hull, 2021), sendo portanto superior ao VaR_a .

O SII exige um $VaR_{99,5\%}^{mean}(X)$ com base em um balanço patrimonial prospectivo de um ano, e o capital de solvência é aplicado aos ativos (fundos próprios). Ou seja,

$$VaR_{99,5\%}^{mean}(X) = VaR_{99,5\%}(X) - \mathbb{E}(X), \quad 1$$

em que X é o fluxo de caixa dos ativos. Em outras palavras, se uma empresa mantém seus fundos próprios iguais ao $VaR_{99,5\%}$, então, com probabilidade de 99,5%, a perda de um ano não consumirá integralmente os fundos próprios. O VaR_a ignora eventos além do quantil α , portanto, adota o ponto de vista dos acionistas.

Por outro lado, o $TVaR_a$ coincide com o *expected shortfall* (ES_a) para variáveis aleatórias contínuas. O $TVaR_a$ admite uma interpretação econômica clara e pode ser visto como a expectativa condicional da perda acima do VaR_a (Eq. 2).

$$TVaR_{\alpha}^{right}(X) = \mathbb{E}(X | X > VaR_{\alpha}(X)) = \frac{1}{1 - \alpha} \int_{\alpha}^1 VaR_z(X) dz$$

$$ES_{\alpha} = \lambda_{\alpha} TVaR_{\alpha}(X) + (1 - \lambda_{\alpha}) VaR_{\alpha}(X), \quad 2$$

em que $\lambda_{\alpha} = \frac{\mathbb{P}(X > VaR_{\alpha}(X))}{1 - \alpha}$.

Enquanto o SII e o BCF consideram o risco em um horizonte de um ano, a estrutura mais recente do IFRS 17 baseia-se no cumprimento dos fluxos de caixa ao longo de toda a duração do produto subjacente, o que exige uma consideração cuidadosa de um horizonte temporal apropriado para a quantificação do risco (England et al., 2019).

2.3 Modelagem da Mortalidade

Esta revisão da literatura também tem como objetivo explorar a evolução dos modelos de mortalidade na ciência

atuarial. Examinaremos tanto os modelos determinísticos quanto os estocásticos, destacando suas vantagens e limitações, e forneceremos uma análise comparativa de suas implicações para a adequação de capital no contexto brasileiro.

A modelagem da mortalidade, fundamento tanto das abordagens determinísticas quanto das estocásticas no seguro de vida, é essencial para estimar as taxas de mortalidade que suportam o cálculo de prêmios, provisões e requisitos de capital (Milevsky, 2022). Esses modelos classificam-se em tábuas de mortalidade discretas e leis de mortalidade contínuas. As tábuas de mortalidade discretas, amplamente utilizadas para precificação e

constituição de provisões, fornecem estimativas de mortalidade por idade, mas são limitadas na captura de tendências de melhoria da mortalidade ao longo do tempo (Tabeau, 2001). Em contraste, as leis de mortalidade contínuas, como os modelos de Gompertz e HP, são funções paramétricas que oferecem maior flexibilidade. Elas podem ser calibradas para populações específicas e incorporar efetivamente tendências de melhoria da longevidade, tornando-se particularmente valiosas para projeções de longo prazo e para a avaliação do impacto das mudanças demográficas sobre os passivos futuros (Renshaw & Haberman, 2007). Cabe ressaltar que, a tábua de mortalidade BR-EMSmt-V.2021 (Oliveira et al., 2023) utiliza o modelo HP.

A principal crítica aos modelos determinísticos reside na sua incapacidade de capturar a volatilidade do risco de mortalidade e o risco de longevidade (Cairns et al., 2011). A suposição de uma trajetória fixa para as taxas de mortalidade não reconhece que as taxas de mortalidade futuras são incertas e sujeitas a variações significativas devido a muitos fatores, incluindo avanços médicos, pandemias e mudanças sociais (Brouhns et al., 2002).

Por exemplo, a pandemia de COVID-19 evidenciou a inadequação dos modelos determinísticos, uma vez que estes não conseguiram incorporar as mudanças súbitas

e inesperadas nas taxas de mortalidade causadas pela crise sanitária global (Bastos et al., 2021). À medida que a população brasileira envelhece, com a expectativa de vida continuando a aumentar, os modelos determinísticos podem subestimar as taxas de sobrevivência futuras, levando a provisões de capital inadequadas e aumentando a probabilidade de problemas de solvência (Cafasso et al., 2018).

Os modelos estocásticos, quando implementados por meio de simulação de Monte Carlo, geram distribuições empíricas dos passivos futuros, permitindo que seguradoras e reguladores avaliem a incerteza e o risco de cauda. Isso é particularmente valioso para o planejamento de capital, pois possibilita o cálculo de medidas baseadas em risco, como o VaR_a e o $TVaR_a$, que são integrais às estruturas modernas de solvência, como o SII (Dowd et al., 2019).

Com efeito, os requisitos quantitativos de capital delineados no BCF e no SII são inerentemente baseados em princípios de modelagem estocástica. Essas estruturas aplicam medidas de risco para traduzir distribuições estocásticas em requisitos de capital. A parametrização desses modelos em uma fórmula padrão visa promover consistência e usabilidade em todo o setor de seguros, uma vez que a fórmula padrão reflete o perfil de risco da maioria das empresas de seguros e resseguros (EIOPA, 2009).

3. METODOLOGIA

3.1 Modelagem da Mortalidade

Modelos de mortalidade são necessários para determinar a curva de probabilidade de sobrevivência, $\Pr[T_x \geq t]$, em que T_x representa a variável aleatória do tempo de vida remanescente de uma pessoa com idade x . Conforme mencionado anteriormente, existem duas categorias de modelos de mortalidade: tábuas de mortalidade e leis de mortalidade. Tipicamente, uma tábua de mortalidade conservadora é utilizada para precificação, enquanto uma tábua de mortalidade adequada, com potenciais fatores de melhoria, é definida para a melhor estimativa. Leis de mortalidade utilizam funções paramétricas para descrever o processo de mortalidade de indivíduos dentro de uma população ao longo de uma parte significativa de suas vidas. Uma revisão aprofundada das principais leis de mortalidade pode ser encontrada em Tabeau (2001). Algumas leis de mortalidade clássicas são apresentadas na Tabela 1, pois foram concebidas para abordar vários segmentos ou a totalidade das populações em estudo (Pascariu, 2024).

Os parâmetros de cada lei de mortalidade estão sujeitos a restrições que garantem a interpretabilidade biológica e a validade matemática do modelo. Para a lei de Gompertz, $b > 0$ garante um aumento exponencial bem definido na mortalidade, enquanto $m \in \mathbb{R}$ é irrestrito. O modelo de Oppermann requer $A, C > 0$ para garantir contribuições positivas dos componentes de mortalidade infantil e do envelhecimento, respectivamente, $B \in \mathbb{R}$ e $x > 0$ para evitar a singularidade ao nascimento. Para o modelo de Beard, $A, B > 0$ mantêm sua interpretação de Gompertz e $K \geq 0$, onde $K \geq 0$ recupera a lei de Gompertz padrão e $K > 0$ implica que a força da mortalidade converge para o limite finito $1/K$ à medida que a idade aumenta. O modelo HP impõe o conjunto mais rico de restrições: $0 < A < 1, B, C, D, E, F, G, K > 0$ e $H > 1$, sendo esta última responsável por garantir que o componente senescente aumente estritamente com a idade. Além disso, como q_x é a probabilidade de morte em um ano, o espaço de domínio é implicitamente limitado por $0 < q_x < 1$ para todas as idades em consideração.

Enquanto os modelos determinísticos de mortalidade baseiam-se em premissas fixas e produzem previsões

Tabela1
Leis de mortalidade

Autor	Modelo
Gompertz (1825)	$\mu_x = \frac{1}{b} \times \exp \left[\frac{x-m}{b} \right]$
Oppermann (1987)	$\mu_x = \frac{A}{\sqrt{x}} - B + C\sqrt{x}$
Beard (1971)	$\mu_x = \frac{A \times \exp(Bx)}{[1 + KA \times \exp(Bx)]}$
Heligman and Pollard (1980)	$q_x = A^{(x+B)^C} + D \times \exp \left[-E \ln \left(\frac{x}{F} \right)^2 \right] + \frac{GH^{x^K}}{(1 + KGH^x)}$

Fonte: Elaborada pelos autores.

pontuais, os modelos estocásticos incorporam aleatoriedade nas taxas de mortalidade, permitindo a geração de distribuições de probabilidade para resultados futuros. Essa variabilidade adicional é essencial para capturar riscos de cauda em passivos de longo prazo. Nesta pesquisa, adotamos a modelagem estocástica para refletir a incerteza inerente às projeções de mortalidade, partindo da linha de base determinística tipicamente utilizada nos cálculos regulatórios de capital.

As leis de mortalidade na Tabela 1 demonstram aplicabilidade direta, pois foram especificamente concebidas para abordar segmentos distintos da população. Por exemplo, os trabalhos de Gompertz (1825) e Beard (1971) focaram na modelagem da mortalidade adulta, enquanto Oppermann (1987) concentrou-se na mortalidade infantil. Em contraste, a lei de mortalidade proposta por Heligman e Pollard (1980) destaca-se por sua capacidade de modelar a mortalidade em toda a faixa etária, abrangendo todas as fases da vida.

As leis de mortalidade oferecem benefícios valiosos ao fornecer parâmetros interpretáveis ligados à expectativa de vida e ao permitir o cálculo de medidas estatísticas como valor esperado e desvio padrão. Por exemplo, na lei de mortalidade de Gompertz, o parâmetro m representa o valor modal da distribuição em anos, enquanto b serve como coeficiente de dispersão. Pesquisadores identificaram similaridades significativas entre modelos contínuos de mortalidade. Hunt e Blake (2015) descreveram uma estrutura de modelo idade-período-coorte (APC) que abrange a maioria dos modelos estocásticos de mortalidade, enquanto Currie e Schwandt (2016) demonstram que muitos modelos de mortalidade podem ser expressos usando a estrutura padrão de modelos lineares ou não lineares generalizados. Com base nesses fundamentos, esta seção introduz a família generalizada de modelos

estocásticos de mortalidade APC (GAPC), fornecendo uma abordagem unificada para a modelagem da mortalidade.

Seja a variável aleatória $d_{x,cy}$ o número de óbitos em uma população na idade x (último aniversário) durante o ano calendário cy ; seja também $E_{x,cy}^c$ a exposição central ao risco na idade x durante o ano calendário cy , e $E_{x,cy}^0$ a correspondente exposição inicial ao risco. A força da mortalidade e as taxas centrais de mortalidade são denotadas por $u_{x,cy}$ e $m_{x,cy}$, respectivamente, sendo a estimativa empírica desta última

$$\hat{m}_{x,cy} = \frac{d_{x,cy}}{E_{x,cy}^c}. \quad [3]$$

Assumindo que a força da mortalidade é constante em cada ano de idade e ano-calendário, ou seja, da idade x à idade $x+1$ e do ano cy ao ano $cy+1$, então a força da mortalidade $u_{x,cy}$ e a taxa de mortalidade $m_{x,cy}$ coincidem. Essa premissa é mantida ao longo de toda a análise.

As principais características dos modelos GAPC (Hunt & Blake, 2015) são o elemento aleatório e o elemento sistemático.

O elemento aleatório assume que o número de óbitos $d_{x,cy}$ segue uma distribuição de Poisson ou uma distribuição binomial, conforme descrito abaixo:

$$\begin{aligned} d_{x,cy} &\sim \text{Binomial}(E_{x,cy}^0, q_{x,cy}), \\ d_{x,cy} &\sim \text{Poisson}(E_{x,cy}^c \mu_{x,cy}), \end{aligned} \quad [4]$$

onde

$$\mathbb{E} \left(\frac{d_{x,cy}}{E_{x,cy}^c} \right) = \mu_{x,cy}. \quad [5]$$

Essas duas escolhas para a variável resposta refletem os dois modelos para o número aleatório de óbitos, $d_{x,cy}$, amplamente utilizados em demografia e ciência atuarial.

Sob a hipótese binomial, o número esperado de óbitos é dado por $\mathbb{E}(d_{x,cy}) = E_{x,cy}^0 q_{x,cy}$. A probabilidade de morte pode, portanto, ser estimada como o número observado de óbitos dividido pela exposição inicial ao risco, conforme abaixo.

$$\hat{q}_{x,cy} = \frac{d_{x,cy}}{E_{x,cy}^0}, \quad [6]$$

em que $d_{x,cy}$ é a observação da contagem aleatória de óbitos.

Sob a hipótese de Poisson, o número esperado de óbitos é dado por $\mathbb{E}(d_{x,cy}) = E_{x,cy}^c m_{x,cy}$, ou seja, a exposição central ao risco (o número médio de pessoas vivas,

utilizado como proxy para o total de pessoas-ano vividas) multiplicada pela taxa central de mortalidade, conforme mostrado na Eq. (7).

$$\hat{m}_{x,cy} = \frac{d_{x,cy}}{E_{x,cy}^c}. \quad [7]$$

No que diz respeito ao elemento sistemático, este está associado à função de ligação $n_{x,cy}$ para transformar a variável resposta (que será alguma medida das taxas de mortalidade) na idade x e para o ano cy em uma forma adequada para modelagem e vinculá-la à estrutura de preditor proposta.

Os modelos APC, portanto, constituem a classe geral de modelos não lineares generalizados, com uma estrutura que pode ser escrita da seguinte forma:

$$\eta_{x,cy} = \alpha_x + \sum_{i=1}^N \beta_x^{(i)} \kappa_{cy}^{(i)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{cy-x}, \quad [8]$$

em que o primeiro termo α_x é uma função etária estática, o segundo termo $\sum_{i=1}^N \beta_x^{(i)} \kappa_{cy}^{(i)}$ é a contribuição para a tendência da mortalidade ao longo dos termos idade-período, e o último termo $\beta_x^{(0)} \gamma_{cy-x}$ representa o efeito de coorte.

A função de ligação $n_{x,cy}$ fornece a conexão entre os dados observados e a estrutura de preditor assumida. No quadro dos modelos lineares generalizados, existem vários requisitos para a seleção de uma função de ligação apropriada. Um requisito crítico é que os dados devem ser transformados para alcançar uma estrutura de preditor aproximadamente linear, em vez de, por exemplo, uma estrutura multiplicativa.

Modelos de mortalidade estáticos e dinâmicos iniciais utilizaram essa condição de linearidade como o único critério para a escolha de n_x , levando a uma variedade de formulações, incluindo uma versão simplificada proposta em Heligman e Pollard (1980)

$$\eta_x = q_x. \quad [9]$$

No que diz respeito à aplicação da teoria à população brasileira, a prática baseia-se em tábuas oficiais atualizadas periodicamente. Nesse espírito, e seguindo Oliveira et al. (2023), a tábua de mortalidade BR-EMSmt-V.2021 foi construída ajustando a lei de HP de nove parâmetros (Heligman & Pollard, 1980). Ressalta-se que a literatura internacional frequentemente utiliza especificações idade-período-coorte para modelar a dinâmica temporal da mortalidade (Actuarieel Genootschap, 2024).

Sejam $\theta = (A, B, C, D, E, F, G, H, K)$ os parâmetros do modelo HP. Como exercício ilustrativo, avaliamos se o modelo HP consegue recuperar estimativas de parâmetros significativas quando ajustado diretamente à tabela de mortalidade observada, permitindo uma comparação com as estimativas relatadas por Oliveira et al. Para isso, estimamos θ por meio de mínimos quadrados não lineares usando o algoritmo de Levenberg-Marquardt e a função de ligação simplificada $n_x = q_x$, minimizando a soma dos quadrados dos erros relativos entre as probabilidades de morte em um ano observadas na tábua de mortalidade masculina e os valores correspondentes implícitos pelo modelo HP. O ajuste resultante é excelente, apresentando um erro padrão residual de 0,0106127 em 109 graus de liberdade, o que corrobora a adequação do modelo HP para representar o padrão de mortalidade subjacente. Os parâmetros estimados, juntamente com seus erros padrão, estatísticas t e valores p associados, são apresentados na Tabela 2.

No restante do artigo, utilizaremos as probabilidades anuais de morte publicadas para a população masculina como dado de entrada para a mortalidade, em vez de reparametrizar diretamente a carteira por meio da lei de HP. Essa escolha garante o alinhamento regulatório e lida com idades extremas, uma vez que a tábua representa as decisões de graduação e suavização específicas da experiência brasileira. Isso está em conformidade com a supervisão e a prática brasileiras, que realizam estudos contínuos de mortalidade e publicam tábuas de vida oficiais atualizadas. O elemento estocástico é implementado no nível da carteira por meio de amostragem binomial condicionada a q_x .

Tabela 2

Tábua de mortalidade do Estudo Brasileiro de Mortalidade por Experiência, versão 2021 (BR-EMSmt-V.2021) – Nove parâmetros

Parâmetro	Estimativa	Erro padrão	t value	Pr(> t)
A	2,14E-04	3,52E-06	60,9698	2,22E-16
B	2,17E-01	2,56E-02	8,46854	2,90E-14
C	3,52E-02	1,16E-03	30,4441	2,22E-16
D	6,47E-04	3,67E-06	176,2881	2,22E-16
E	5,92E+00	7,61E-02	77,8286	2,22E-16
F	2,26E+01	4,38E-02	516,1574	2,22E-16
G	3,70E-05	2,73E-07	135,6756	2,22E-16
H	1,10E+00	1,17E-04	9.335,649	2,22E-16
K	9,37E-02	8,55E-03	10,96042	2,22E-16

Fonte: Elaborada pelos autores.

3.2 Estimativa do Requisito de Capital

Após a visão geral da metodologia de mortalidade, uma formalização dos principais conceitos, juntamente com sua metodologia, também será apresentada para os

requisitos de capital. Para começar, os sinistros esperados e as provisões técnicas esperadas (reservas) ${}_tV_x$ são conforme Eq. (10) e Eq. (11-13) (ver Dickson et al. [2019] para detalhes sobre as definições e funções e notações atuariais padrão).

$${}_tV_x = EPV_{future\ benefits} + EPV_{future\ expenses} - EPV_{future\ premiums}$$

$$\mathbb{E}[claims]_t = SI \ q_x \ l_x,$$

10

em que EPV é o valor presente esperado, t é o tempo no horizonte de projeção, SI é o capital segurado, e l_x é a população esperada no tempo t .

Assumindo que as despesas são nulas e que $SI = 1$, por simplicidade e sem perda de generalidade, então:

1. Para o produto de seguro de vida temporário, a reserva esperada é

$${}_tV_x^{TM} = A_{x+t:n-t}^1 - P^{TM} \ddot{a}_{x+t:n-t} = \sum_{k=0}^{n-t-1} v^{k+1} {}_kq_{x+t} - \sum_{k=0}^{n-t-1} v^k {}_kp_{x+t},$$

11

em que n é o prazo do contrato e k denota o passo da projeção;

2. Para o produto de seguro dotal puro, a reserva esperada é

$${}_tV_x^{EN} = {}_{n-t}E_{x+t} - P^{EN} \ddot{a}_{x+t:n-t} = v^{n-t} {}_{n-t}p_{x+t} - \sum_{k=0}^{n-t-1} v^k {}_kp_{x+t};$$

12

3. Finalmente, para o produto de seguro de vida inteira, a reserva esperada é

$${}_tV_x^{WL} = A_{x+t} - P^{WL} \ddot{a}_{x+t:n-t} = \sum_{k=0}^{\infty} v^{k+1} {}_kq_{x+t} - \sum_{k=0}^{n-t-1} v^k {}_kp_{x+t}.$$

13

Nas Eqs. 11-13, P representa o prêmio nivelado para o produto subjacente (temporário, dotal puro ou vida inteira), $A_{x+t:n-t}^1$ representa o EPV dos benefícios por morte dentro do prazo remanescente, $\ddot{a}_{x+t:n-t}$, ${}_nE_{x+t}$ é o EPV do benefício de sobrevivência no vencimento, A_{x+t} é o EPV do benefício por morte do seguro de vida inteira, e ${}^{PProd}\ddot{a}_{x+t:n-t}$ é o EPV dos prêmios futuros, onde PProd representa o prêmio do seguro de vida temporário, dotal puro ou vida inteira.

Para calcular estocasticamente os sinistros esperados e a reserva esperada, as equações anteriores serão utilizadas, mas considerando que o número de óbitos (d_x) terá distribuição binomial (ver Eq. 4). Para cada iteração ($i = 1, 2, \dots, 1000$), o número esperado de óbitos será calculado até a idade limite ($\omega = 117$) e então as novas q_x^i serão computadas para aquela iteração específica. A Tabela 3 resume a dinâmica estocástica criada para as 1000 iterações.

Conforme mencionado anteriormente, o $VaR_{99,5\%}$ é a medida de risco utilizada no SII, e o $TVaR_{99,5\%}$ é a medida de risco utilizada no BCF (Melo et al., 2011). No contexto do SII, o $VaR_{99,5\%}$ pode ser interpretado como um evento que pode ocorrer uma vez em 200 anos (por exemplo, um

evento pandêmico), e a seguradora deve ter capital suficiente para cobrir esse evento. Na prática, esse é o propósito exato do requisito de capital (SII ou BCF) e a razão pela qual as seguradoras precisam separar capital adicional.

O *Solvency Capital Requirement* (SCR) e o *Brazilian Capital Framework* (BCF) representam o capital que as seguradoras devem separar para cumprir o SII e o BCF, respectivamente. Portanto, o próximo passo é formalizar essas importantes medidas, que serão utilizadas no próximo capítulo. O BCF será calculado seguindo a metodologia de Melo et al. (2011) e descrito em Eq. (14):

$$BCR = TVaR_{99,5\%} - Prov, \quad [14]$$

em que $Prov$ é a reserva esperada calculada utilizando as premissas de melhor estimativa; e o SCR foi calculado seguindo o raciocínio anterior conforme Eq. (15)

$$SCR = VaR_{99,5\%} - Prov. \quad [15]$$

4. RESULTADOS

Considere uma carteira de seguros de vida composta por $n = 10.000$ participantes masculinos homogêneos, todos com idade $x = 55$ anos no início do contrato. A carteira oferece três produtos de seguro distintos, com um período máximo de pagamento de prêmios de 25 anos, onde os pagamentos de prêmios cessam em caso de morte, se esta ocorrer antes: (i) seguro de vida temporário por 25 anos, (ii) seguro de dotal puro por 25 anos e (iii) seguro de vida inteira.

O capital segurado para todas as opções é $S1 = 100.000$. Adicionalmente, a probabilidade de morrer em um ano

é dada por q_x e é obtida da tabela de mortalidade BR-EMSmt-V.2021 para homens (Oliveira et al., 2023), conforme recomendado pelo regulador brasileiro. A Tabela 4 resume os dados de entrada.

As premissas utilizadas nesta pesquisa visam equilibrar a relevância atuarial com a viabilidade prática. Seleccionamos a idade 55 como idade de ingresso para representar um grupo de risco mais elevado, no qual a taxa de mortalidade q_x é mais sensível e significativa para as projeções de capital. Utilizar uma coorte muito mais jovem reduziria o impacto da variabilidade da mortalidade,

Tabela 3
Mortalidade estocástica

t	$l_{x,t}^i$	$d_{x,t}^i$	$q_{x,t}^i$
0	10.000	$rbinom(l_{x,0}^i, q_{x+t}^{BR-EMSmt})$	$d_{x,0}^i / l_{x,0}^i$
1	$l_{x,0}^i - d_{x,0}^i$	$rbinom(l_{x,1}^i, q_{x+t}^{BR-EMSmt})$	$d_{x,1}^i / l_{x,1}^i$
2	$l_{x,1}^i - d_{x,1}^i$	$rbinom(l_{x,2}^i, q_{x+t}^{BR-EMSmt})$	$d_{x,2}^i / l_{x,2}^i$
—	—	—	—

Fonte: Elaborada pelos autores.

Tabela 4
Resumo das entradas

	Temporário	Dotal Puro	Vida Inteira
Participantes (n)	10.000	10.000	10.000
Gênero	Masculino	Masculino	Masculino
Idade (x)	55	55	55
Valor segurado (S1)	100.000	100.000	100.000
Prazo	25	25	-
Período máximo de pagamento	25	25	25
Tábua de mortalidade	BR-EMSmt-V.2021 masc.	BR-EMSmt-V.2021 masc.	BR-EMSmt-V.2021 masc.

BR-EMSmt-V.2021 = Tábua de mortalidade do Estudo Brasileiro de Mortalidade por Experiência, versão 2021.

Fonte: Elaborada pelos autores.

enquanto idades de emissão muito elevadas são incomuns na prática devido a restrições de subscrição. A tábua de mortalidade é a mais recente tábua padrão aprovada pelo regulador brasileiro (SUSEP), e o estudo foi limitado a vidas masculinas para simplificar a interpretação.

Os resultados serão apresentados tanto para a abordagem discreta quanto para a contínua. As projeções estocásticas de mortalidade seguirão distribuições binomiais com parâmetros iguais ao número de participantes e à probabilidade de morrer em um ano (q_x), seguindo Milevsky e Salisbury (2015).

Duas formas de modelar a probabilidade de morte (q_x) serão apresentadas: (i) a tábua de mortalidade discreta e (ii) a lei de mortalidade contínua. A última (ii) exibe maior flexibilidade devido à capacidade de controlar e interpretar diferentes parâmetros no modelo.

A Figura 1 exibe a simulação binomial dos óbitos e sobreviventes para os participantes utilizando 1.000 iterações. Os quantis 95% e 1% serão apresentados para cada ano de projeção, uma vez que haverá 1.000 resultados possíveis por ano. O resultado discreto (resultado único por ano) utilizando apenas a tábua de mortalidade será apresentado na linha azul para comparação com a simulação estocástica. Um choque na mortalidade foi executado com um aumento de 15% na mortalidade, seguindo as diretrizes do SII, e é representado pela linha vermelha.

A partir dos gráficos à direita, é possível visualizar a magnitude da quantificação do risco de mortalidade, do choque de mortalidade e os benefícios do uso da análise estocástica em comparação com a abordagem discreta. No 10º ano (idade 65), o número de óbitos pode variar

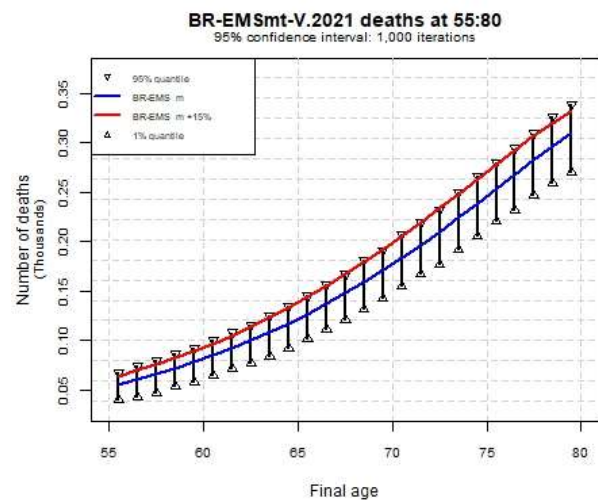
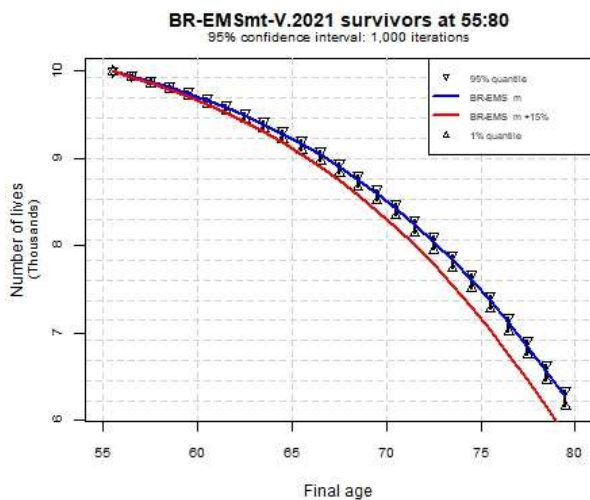


Figura 1 Tábua de mortalidade do Estudo Brasileiro de Mortalidade por Experiência, versão 2021 (BR-EMSmt-V.2021, idades entre 55 e 80 anos)

Fonte: Elaborada pelos autores.

de 79 a 150. A média nessa coorte específica é 117,3, e o número esperado de óbitos de acordo com a tábua de mortalidade é aproximadamente igual, 117,2.

O gráfico à esquerda exibe a evolução dos sobreviventes. Como esperado, o número de sobreviventes é menor no cenário de choque de mortalidade. Devido à amplitude dos sobreviventes ao longo dos anos de projeção, os quantis 95% e 1% não são fáceis de observar.

A Figura 2 representa a coorte 10 (ou idade 65) da Figura 1 anterior. Em outras palavras, mostra a distribuição de sobreviventes e óbitos para a idade 65. A forma dos

gráficos segue uma distribuição normal. A média e o primeiro desvio padrão foram marcados com uma linha vertical nos gráficos. Além disso, é possível calcular quaisquer probabilidades e medidas empíricas, como quantis, com as distribuições da Figura 2.

Os gráficos da Figura 3 trazem uma quantificação de algumas medidas financeiras para o seguro de vida temporário usando a população fornecida: (i) sinistros esperados e (ii) provisões (reservas). O gráfico à esquerda exibe o sinistro total esperado; o da direita, as provisões técnicas (reservas). A linha azul representa novamente o

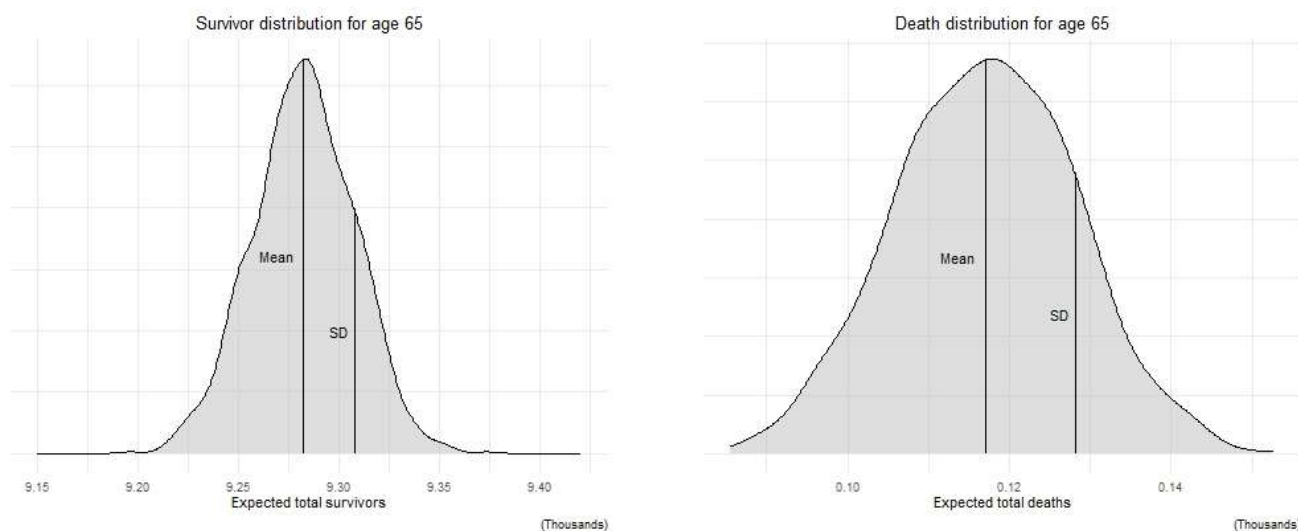


Figura 2 Distribuição de sobrevivência e mortalidade
SD = desvio padrão.

Fonte: Elaborada pelos autores.

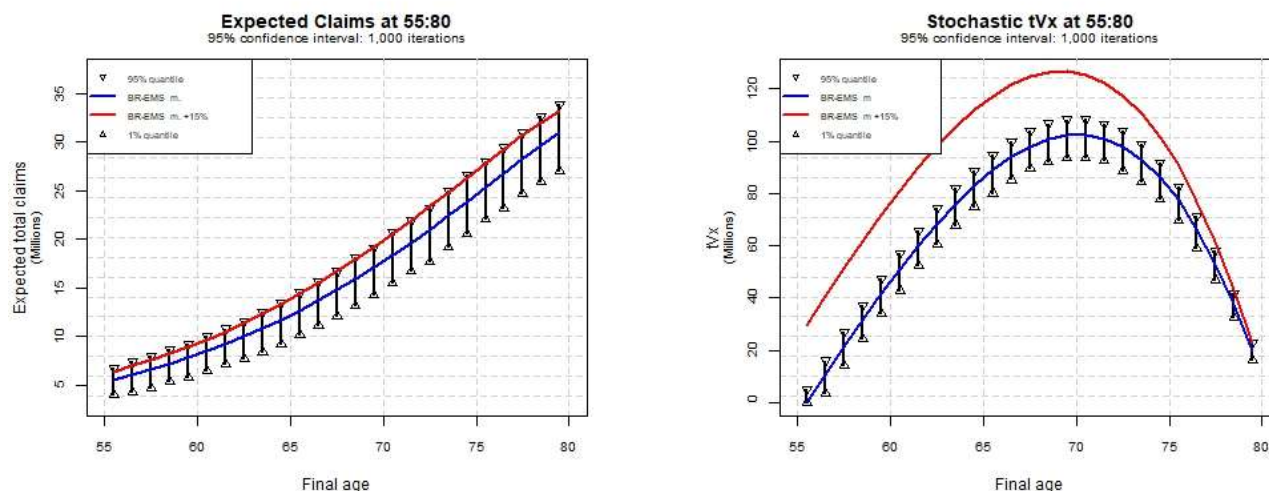


Figura 3 Resultados estocásticos do seguro de vida temporário
BR-EMS = Estudo Brasileiro de Mortalidade por Experiência.

Fonte: Elaborada pelos autores.

valor esperado de acordo com a tábua de mortalidade, e a linha vermelha representa o valor esperado de acordo com o choque de mortalidade em todos os anos da projeção. Os sinistros esperados e a provisão técnica na Figura 3 foram calculados usando a Eq. 10. O cenário de choque de mortalidade (linha vermelha) pode colocar a seguradora em risco, pois ultrapassa a reserva estimada. A diferença pode ser superior a 20 milhões em comparação com o cenário determinístico (linha azul).

A Figura 4 apresenta a distribuição de perdas e reservas da coorte 10 (ou idade 65). Além da média e do desvio padrão, o $VaR_{99,5\%}$ e o $TVaR_{99,5\%}$ foram indicados com uma linha vertical e a área do $TVaR_{99,5\%}$ em verde. A Tabela 5 traz resultados importantes referentes ao SCR (ver Eq. 15) e ao BCR (ver Eq. 14). Os cálculos consideram apenas o risco de subscrição de vida, conforme mencionado anteriormente (ver revisão da literatura). No entanto, o capital requerido é mais complexo do que isso e envolve diferentes riscos (por exemplo, mercado, crédito e operacional) e correlações entre os riscos (EIOPA, 2009). Os valores do SCR e do BCR foram calculados para a coorte de participantes especificada (ver Tabela 4) ao

longo de todos os anos do produto de seguro de vida temporário, fornecendo um vetor de montantes. Esses valores foram então descontados usando a estrutura a termo de taxa de juros (ETTJ) (Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais [ANBIMA], 2010). O maior valor descontado dentro desse vetor, juntamente com o respectivo tempo do qual foi derivado, é apresentado na Tabela 5 para o SCR e o BCR. Além da ETTJ, análises de sensibilidade foram conduzidas usando taxas de desconto alternativas de 0%, 1% e 2%. O objetivo da Tabela 5 é comparar o montante de capital exigido descontado de cada ano de toda a duração no tempo 0 para entender quando o maior montante está posicionado nesse vetor. Ocasionalmente, o maior valor descontado nesse vetor pode se originar de um ponto futuro no tempo e não do tempo 0. Se esse for o caso, essa observação sugeriria a potencial existência de uma necessidade de capital futuro que não é totalmente capturada dentro do horizonte de um ano das estruturas SII e BCF. Isso significa que pode haver um desembolso futuro que não está sendo totalmente estimado.

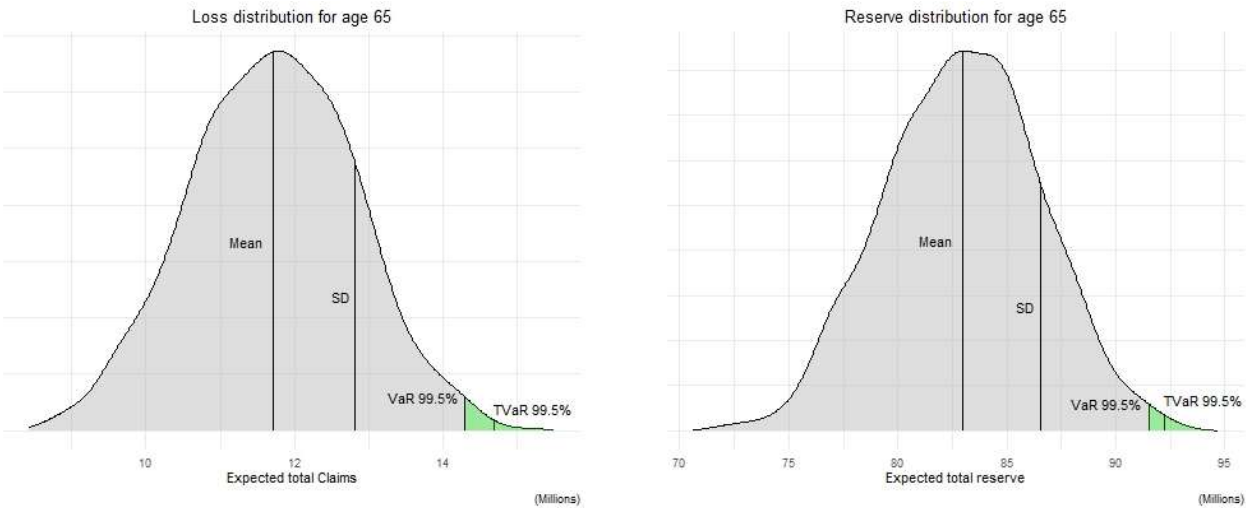


Figura 4 Distribuição de prejuízos e reservas
Fonte: Elaborada pelos autores.

Tabela 5
Montante máximo de capital exigido para o seguro de vida temporário no momento 0 (em milhões)

	0%	1%	2%	ETTJ (~ 6.4%)
SCR	9,2 no ano 18	8,3 no ano 10	7,9 no ano 2	7,5 no ano 0
BCR	10,8 no ano 15	9,3 no ano 15	8,6 no ano 1	8,3 no ano 0

BCR = Requisito de Capital Básico; ETTJ = Estrutura a Termo de Taxa de Juros; SCR = Requisito de Capital de Solvência.
Fonte: Elaborada pelos autores.

A ETTJ de novembro de 2024 apresenta uma taxa de desconto anual ponderada pelo tempo de aproximadamente 6,43%. As taxas de desconto de sensibilidade foram intencionalmente definidas muito menores para contrastar com a ETTJ e, conseqüentemente, produziram resultados sob diferentes perspectivas. As taxas de desconto apresentadas na Tabela 5 foram ordenadas de forma crescente.

O maior valor no vetor de capital exigido descontado na ETTJ será de 7,5 milhões e 8,3 milhões para o SCR e o BCR, respectivamente, ambos no tempo 0. E o maior valor no vetor de capital exigido descontado a 0% será de 9,2 milhões no tempo 18 e 10,8 milhões no tempo 15 para o SCR e o BCR, respectivamente.

Como esperado, quanto maior a taxa de desconto, mais próximo o maior valor estará do tempo 0. A Tabela 5 indica que o ponto de equilíbrio será superior a 2% e inferior à ETTJ (aproximadamente 6,5%). Isso significa que, após esse ponto de equilíbrio, o maior valor estará sempre no tempo 0. O ponto de equilíbrio será aproximadamente 4,56% para o SCR e aproximadamente 5,91% para o BCR, uma vez que o vetor do BCR ($TVaR_{99,5\%}$) é maior que o do SCR ($VaR_{99,5\%}$).

Historicamente, o Brasil está longe do ambiente de taxas de juros negativas ou muito baixas a que a União Europeia estava acostumada, mas isso pode ser uma preocupação no futuro no Brasil. Em um cenário hipotético em que a taxa de juros é constante e fixada em 0%, uma seguradora saberia desde o tempo 0 que deve manter 9,2 milhões no tempo 18 ou 10,8 milhões no tempo 15 para o SCR e o BCR, respectivamente. No entanto, a seguradora manteria apenas o capital exigido para o tempo 0 e então complementaria (ou retiraria) o capital incremental exigido nos anos subsequentes.

À medida que a taxa de desconto aumenta, a diferença entre o maior montante de capital exigido descontado e o capital exigido no instante 0 torna-se menor até o ponto em que o maior capital exigido é o do tempo 0. Essa diferença é muito significativa sob um cenário de taxa de juros baixa, e o horizonte de um ano não a captura, o que pode levar uma seguradora à incerteza.

A Figura 5 elabora essa questão e traz uma imagem das 1.000 iterações na projeção estocástica em dois estágios diferentes: ano 5 (idade 60) e ano 15 (idade 70) para o mesmo seguro de vida temporário e investidores. A linha tracejada representa a reserva realizada de acordo com a tábua de mortalidade (BR-EMS_V.2021 masculina), e as linhas coloridas, imediatamente após a linha tracejada, representam uma das 1.000 projeções estocásticas até o vencimento do produto. A maior incerteza das reservas será observada nos anos próximos ao meio da duração do produto em um seguro de vida temporário.

Por exemplo, o capital exigido no final do 5º ano será representado pelo horizonte de um ano (conforme destacado na Figura 5) do $VaR_{99,5\%}$ da distribuição empírica das 1.000 projeções estocásticas para o SCR, ou do $TVaR_{99,5\%}$ da mesma distribuição empírica e do mesmo horizonte de um ano para o BCR.

Isso lança luz sobre a importância de avaliar adequadamente os riscos que uma seguradora pode enfrentar usando o capital de solvência final e cenários de análise de sensibilidade. O BCF e o SII considerarão apenas o horizonte de um ano, ignorando assim as incertezas futuras, o que pode ser uma abordagem perigosa.

A Figura 6 apresenta os resultados estocásticos da segunda opção (seguro dotal puro) e a mesma população. Como o risco neste produto é de longevidade (e não de mortalidade), o cenário de estresse desta vez será uma

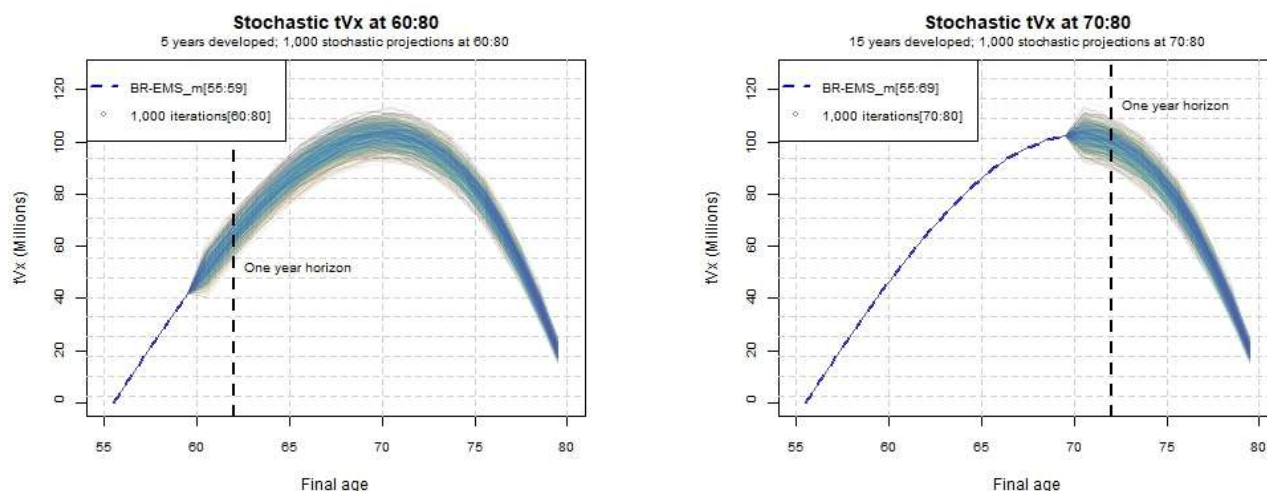


Figura 5 tvx observado e estocástico

BR-EMS = Estudo Brasileiro de Mortalidade por Experiência.

Fonte: Elaborada pelos autores.

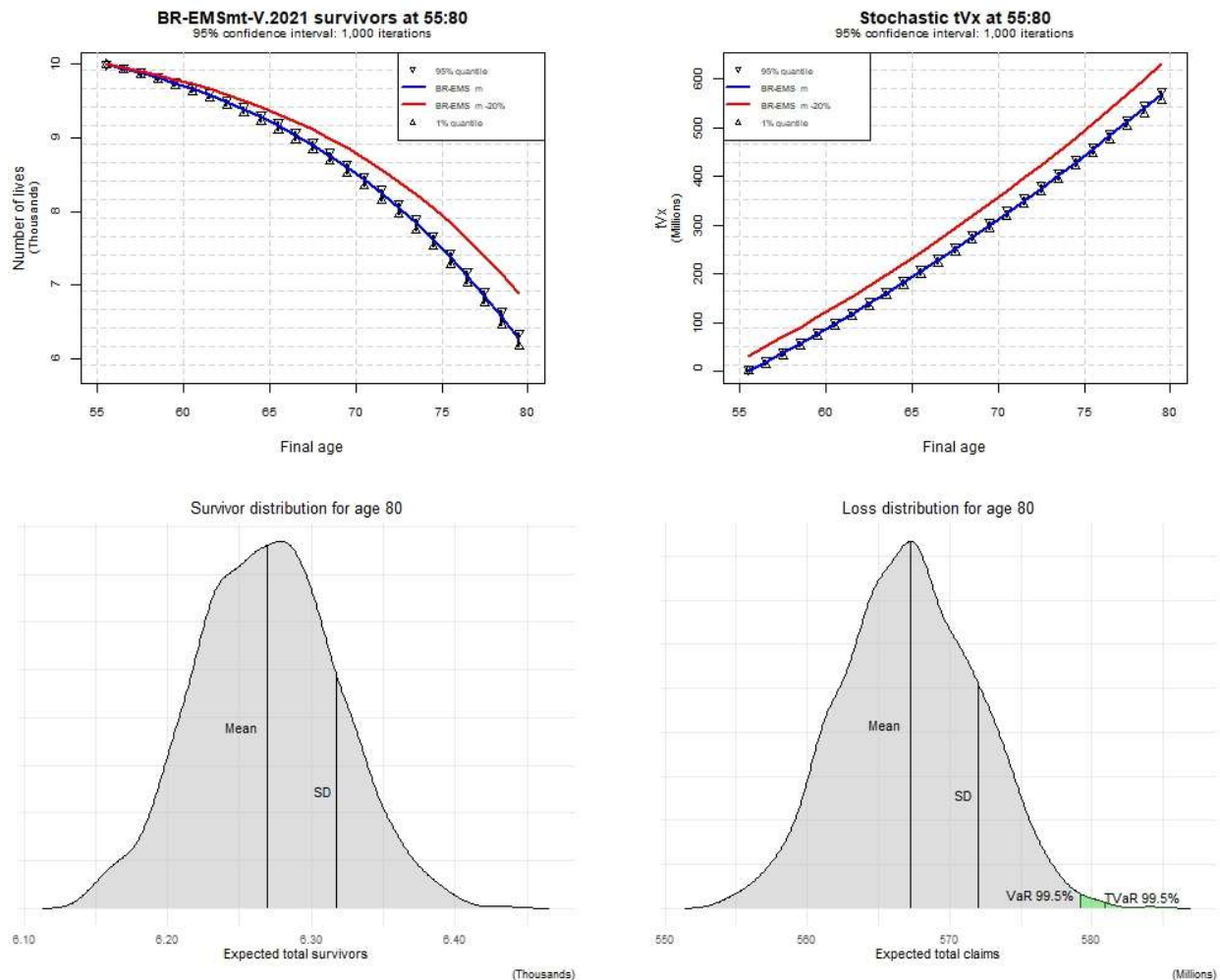


Figura 6 Resultados da análise estocástica de dotação

BR-EMSmt-V.2021 = Tábua de mortalidade do Estudo Brasileiro de Mortalidade, versão 2021.

Fonte: Elaborada pelos autores.

redução nas taxas de mortalidade em 20%, de acordo com o SII.

O choque de longevidade pode ser facilmente observado no gráfico de sobreviventes (superior esquerdo), pois há mais sobreviventes esperados (e menos óbitos) no choque de longevidade (linha vermelha). O gráfico de reservas exibe um aumento quase perfeitamente linear que reflete a natureza deste produto de acumulação, que é a acumulação de capital. Diferentemente do seguro temporário (ver Figura 3), as reservas crescerão de forma constante até atingirem o capital segurado total para os participantes esperados vivos aos 80 anos.

A distribuição de sobreviventes aos 80 anos (gráfico inferior esquerdo) é um instantâneo no início do período, e a distribuição de perdas para a idade 80 (gráfico inferior direito) é um instantâneo no final do período. Portanto, a distribuição de sobreviventes aos 81 anos (gráfico inferior

esquerdo) no início do período seria exatamente como a distribuição de perdas aos 80 anos, pois este é o risco inerente a este tipo de produto. A distribuição de perdas apresenta uma cauda muito longa e, conseqüentemente, o $TVaR_{99,5\%}$ é maior (ver área destacada em verde).

A Tabela 6 traz os resultados do produto dotal puro com a mesma lógica dos elementos da Tabela 5. O maior requisito de capital descontado no vetor na ETTJ (taxa equivalente linear de 6,4%) estará novamente no tempo 0, e os resultados do SCR e do BCR serão, respectivamente, 5,9 milhões e 6,8 milhões. Ao diminuir a taxa de desconto, o valor máximo do fluxo de caixa descontado novamente não estará no tempo 0, mas sim no último ponto possível no tempo.

O componente de poupança do produto dotal puro impulsiona essa conclusão, pois a forma da reserva é estritamente crescente. A diferença entre o maior valor

Tabela 6

Montante máximo de capital exigido para a dotação no momento 0 (em milhões)

	0%	1%	2%	ETTJ (~ 6.4%)
SCR	11,9 no ano 24	9,3 no ano 24	7,4 no ano 24	5,9 no ano 0
BCR	13,6 no ano 24	10,7 no ano 24	8,4 no ano 24	6,8 no ano 0

BCR = Requisito de Capital Básico; ETTJ = Estrutura a Termo de Taxa de Juros; SCR = Requisito de Capital de Solvência.

Fonte: Elaborada pelos autores.

de capital exigido descontado no vetor e o capital exigido no instante 0 a 0% é de 5,9 milhões (SCR) e 6,8 milhões (BCR). A diferença a 2% diminui para 1,4 milhão (SCR), diríamos nós, e 1,6 milhão (BCR). A lacuna entre o maior capital exigido descontado no vetor e o ano de avaliação (por exemplo, tempo 0) é grande demais para ser completamente ignorada pela metodologia.

O último produto é o seguro de vida inteira, e a Figura 7 mostra a evolução da referida população de participantes de acordo com o cenário padrão e o cenário de choque. Os gráficos abaixo são semelhantes aos da Figura 1, porém com uma extensão até a idade limite ($\omega = 117$), pois é um produto de vida inteira. A dispersão do número de sobreviventes não é fácil de visualizar devido ao longo período de projeção. No entanto, segue o mesmo padrão observado no produto de vida temporário (ver Figura 1).

A evolução do número de óbitos (gráfico à direita) no cenário de choque ao longo do horizonte bastante extenso é interessante, pois mais óbitos são esperados do que no cenário base na primeira metade do prazo, e depois menos óbitos à medida que a população se torna menor (as pessoas morreram antes). A incerteza após metade

do prazo (aproximadamente 30 anos) é muito grande. Isso se reflete na alta dispersão em certas idades (80-90).

A Figura 8 abaixo exibe os resultados financeiros para o produto de vida inteira. O padrão natural da evolução da reserva em um produto de vida inteira é um aumento constante até o capital segurado na idade limite. No entanto, a evolução das reservas (gráfico superior direito) é diferente porque não é para uma única pessoa, mas para o grupo de participantes, que foi inicialmente definido como 10.000. Portanto, a evolução da reserva (gráfico à direita) será a soma das reservas para os participantes esperados vivos (ver Figura 7).

A distribuição de perdas para a idade 65 representa as perdas potenciais que a seguradora poderia ter após 10 anos de desenvolvimento desta carteira. A média da distribuição de perdas neste caso é de 11,7 milhões. No entanto, a amplitude das perdas varia de 8,2 milhões a 14,7 milhões; portanto, esta é a exposição que a seguradora tem nesta coorte.

Finalmente, a Tabela 7 apresenta o maior requisito de capital descontado dentro do vetor, juntamente com o respectivo tempo do qual foi derivado para o produto de

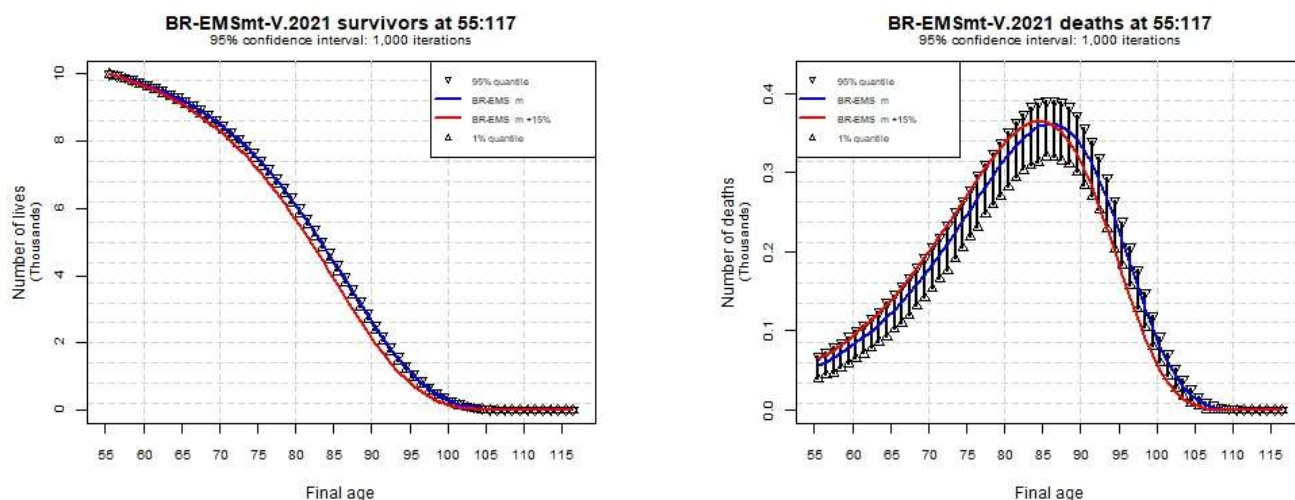


Figura 7 Tábua de mortalidade do Estudo Brasileiro de Mortalidade por Experiência, versão 2021, para pessoas com 55 anos ou mais (Tábua de mortalidade BR-EMSmt-V.2021 para pessoas com 55 anos ou mais)

Fonte: Elaborada pelos autores.

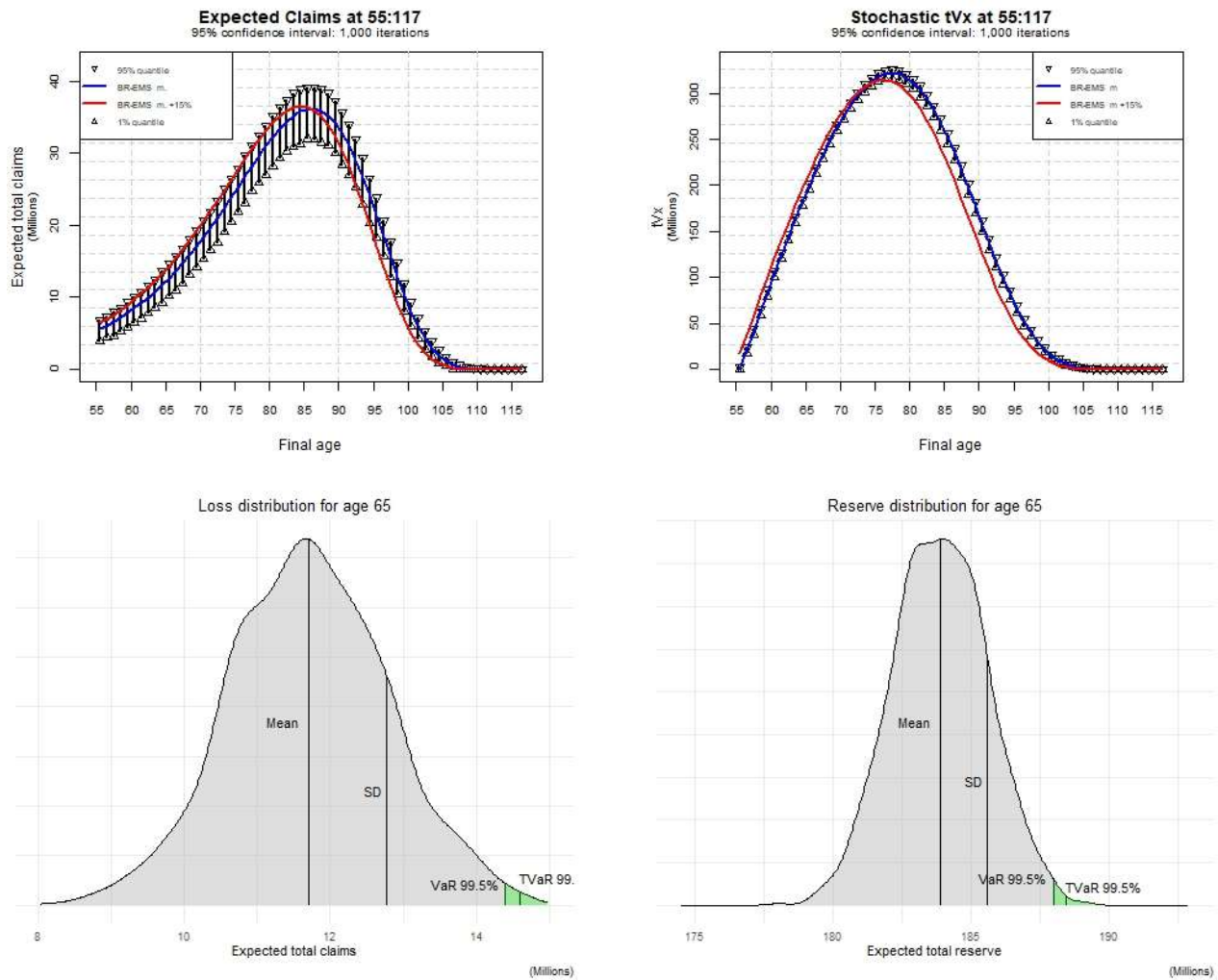


Figura 8 Resultados estocásticos ao longo da vida

BR-EMS = Estudo Brasileiro de Mortalidade por Experiência; SD = desvio padrão.

Fonte: Elaborada pelos autores.

vida inteira. O maior requisito de capital descontado na ETTJ estará novamente no tempo 0. No entanto, as mesmas conclusões obtidas para os produtos de vida temporário e dotal puro também são válidas para a vida inteira. O maior requisito de capital descontado a 0%, 1% e 2% será no tempo 29, que é o ponto médio da duração desta cobertura.

A diferença entre o maior requisito de capital descontado no vetor e o requisito de capital no tempo 0 será de 4,6 milhões e 6,2 milhões, respectivamente, para SCR e BCR. Isso destaca a necessidade de considerar a natureza de longo prazo deste produto, em vez de analisar apenas um ano à frente.

Tabela 7

Montante máximo de capital exigido ao longo da vida no momento 0 (em milhões)

	0%	1%	2%	ETTJ (~ 6,4%)
SCR	9,0 no ano 29	6,7 no ano 29	5,1 no ano 29	4,4 no ano 0
BCR	11,0 no ano 29	8,2 no ano 24	6,2 no ano 29	4,9 no ano 0

BCR = Requisito de Capital Básico; ETTJ = Estrutura a Termo de Taxa de Juros; SCR = Requisito de Capital de Solvência.

Fonte: Elaborada pelos autores.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo destaca o papel crítico dos modelos estocásticos de mortalidade na ciência atuarial para a avaliação de riscos de longo prazo no seguro de vida. Os modelos estocásticos proporcionam uma compreensão mais abrangente do risco em comparação com abordagens determinísticas, particularmente para eventos de cauda, como pandemias ou melhorias inesperadas da longevidade. Estruturas regulatórias como o SII e o BCF deveriam estender seu horizonte de um ano para considerar o valor presente de potenciais passivos de longo prazo. Os testes de estresse realizados nesta pesquisa (ver Resultados) demonstram como os modelos estocásticos produzem estimativas de capital mais precisas sob condições adversas.

Ao simular cenários de mortalidade em horizontes estendidos, os modelos estocásticos são vitais para produtos de longo prazo, como o seguro de vida, cujos passivos se estendem por décadas. Diferentemente dos métodos determinísticos, eles incorporam efetivamente eventos extremos, garantindo que as seguradoras constituem reservas de capital adequadas. Essa capacidade de lidar com riscos de cauda torna os modelos estocásticos indispensáveis para aumentar a robustez das estruturas regulatórias e assegurar a estabilidade financeira.

Para melhorar a sustentabilidade do capital, esta pesquisa fornece algumas recomendações. Em primeiro lugar, estruturas regulatórias como o SII e o BCF deveriam promover modelos estocásticos de mortalidade nas avaliações de adequação de capital. Estender o horizonte de um ano para um horizonte plurianual capturaria melhor os riscos de longo prazo, alinhando-se às recomendações de Rödel et al. (2021). O BCF também deveria adotar modelos estocásticos adaptados às condições econômicas do Brasil, onde a maior volatilidade afeta as taxas de juros e a inflação.

Em segundo lugar, a calibração contínua dos modelos de mortalidade é essencial para refletir tendências em evolução. Atualizações regulares de metodologias como a BR-EMS_V.2021 garantem que as melhorias

na mortalidade sejam capturadas com precisão. Esta pesquisa abstrai a estimativa de tendências temporais da mortalidade (APC/GAPC) e, em vez disso, baseia-se na mais recente tábua de mortalidade oficial. Incorporar fatores externos, como mudanças climáticas, pandemias e avanços na área da saúde, nos modelos de mortalidade é fundamental para projeções robustas. A pandemia de COVID-19 evidenciou as limitações dos modelos tradicionais em incorporar tais choques.

Finalmente, os testes de estresse e a melhor estimativa dos passivos em modelos de mortalidade deveriam se tornar uma prática central de gestão de risco. Técnicas estocásticas avançadas permitem que as seguradoras simulem cenários extremos, compreendam os riscos de cauda e ajustem as alocações de capital de forma mais eficaz. Essa abordagem está alinhada com a estrutura do SII, na qual os testes de estresse são cruciais para avaliar a adequação do capital.

Pesquisas futuras deveriam priorizar a integração de fatores externos, como a evolução das taxas de cancelamento (lapse) e os avanços na área da saúde, nas projeções de mortalidade, para aprimorar ainda mais os modelos atuariais. Conforme destacado por Atance e Navarro (2024), o papel crescente da tecnologia e do *big data* apresenta oportunidades promissoras para melhorar as projeções de mortalidade, oferecendo novos caminhos para abordar as complexidades das responsabilidades e outros compromissos financeiros de longo prazo.

Em conclusão, a integração dos modelos estocásticos de mortalidade na prática atuarial não é apenas um aprimoramento metodológico, mas um passo necessário para garantir a sustentabilidade de longo prazo do setor de seguros. À medida que as expectativas de vida continuam a aumentar e as condições econômicas flutuam, a capacidade de projetar com precisão os passivos futuros e ajustar o capital de acordo será vital para o sucesso das seguradoras em todo o mundo.

REFERÊNCIAS

- Actuariel Genootschap. (2024). Projections life table AG 2024. <https://www.actuarielgenootschap.nl/kennisbank/projections-life-table-ag2024-1>
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.-M., & Heath, D. (1999). Coherent measures of risk. *Mathematical Finance*, 9(3), 203-228. <https://doi.org/10.1111/1467-9965.00068>
- Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais. (2010). Estrutura a termo das taxas. https://www.anbima.com.br/data/files/18/42/65/50/4169E510222775E5A8A80AC2/est-termo_metodologia.pdf
- Atance, D., & Navarro, E. (2024). A simplified model for measuring longevity risk for life insurance products. *Financia Innovation*, 10(61). <https://doi.org/10.1186/s40854-023-00515-0>
- Bastos, S., Morato, M., Cajueiro, D., & Normey-Rico, J. (2021). The COVID-19 (SARS-CoV-2) uncertainty tripod in Brazil: Assessments on model-based predictions with large under-reporting. *Alexandria Engineering Journal*, 60(5), 4363-4380. <https://doi.org/10.1016/j.aej.2021.03.004>
- Beard, R. (1971). Some aspects of theories of mortality, cause of death analysis, forecasting and stochastic processes. In W. Brass (Ed.), *Biological aspects of demography* (pp. 57-68). Taylor & Francis. <https://longevity-science.org/Beard-1971.pdf>
- Brouhns, N., Denuit, M., & Vermunt, J. K. (2002). A Poisson log-bilinear regression approach to the construction of projected lifetables. *Insurance Mathematics & Economics*, 31(3), 373-393. [https://doi.org/10.1016/S0167-6687\(02\)00185-3](https://doi.org/10.1016/S0167-6687(02)00185-3)
- Cafasso, P., Chela, J., & Kimura, H. (2018). The evolution of solvency regulation in Brazil: Lessons from Solvency II. *Future Business Journal*, 4(2), 206-218. <https://doi.org/10.1016/j.fbj.2018.06.005>
- Cairns, A., Blake, D., Dowd, K., Coughlan, G. D., & Khalaf-Allah, M. (2011). Bayesian stochastic mortality modelling for two populations. *ASTIN Bulletin*, 41(1), 29-59. <https://doi.org/10.2143/AST.41.1.2084385>
- Currie, J., & Schwandt, H. (2016). Mortality inequality: The good news from a county-level approach. *Journal of Economic Perspectives* 30(2), 29-52. <https://doi.org/10.1257/jep.30.2.29>
- Dickson, D. C., Hardy, M. R., & Waters, H. R. (2019). *Actuarial mathematics for life contingent risks* (3rd ed.). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/9781108784184>
- Doff, R. (2008). A critical analysis of the Solvency II proposals. *Geneva Pap Risk Insur Issues Pract*, 33, 193-206. <https://doi.org/10.1057/gpp.2008.2>
- Dowd, K., Cairns, A., & Blake, D. (2019). Hedging annuity risks with the age-period-cohort two-population gravity model. *North American Actuarial Journal*, 25(1), 170-181. <https://doi.org/10.1080/10920277.2019.1652102>
- Eling, M., Gatzert, N., & Schmeiser, H. (2008). The Swiss solvency test and its market implications. *Geneva Pap Risk Insur Issues Pract*, 33, 418-439. <https://doi.org/10.1057/gpp.2008.20>
- England, P. D., Verrall, R. J., & Wüthrich, M. V. (2019). On the lifetime and one-year views of reserve risk, with application to IFRS 17 and Solvency II risk margins. *Insurance: Mathematics and Economics*, 85, 74-88. <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2018.12.002>
- European Insurance and Occupational Pensions Authority. (2009). Directive 2009/138/EC of the European Parliament and of the Council of 25 November 2009 on the taking-up and pursuit of the business of Insurance and Reinsurance (Solvency II). https://www.eiopa.europa.eu/rulebook/solvency-ii-single-rulebook/directive-1382009ec-solvency-ii-directive_en
- Gamerman, D., & Lopes, H. F. (2006). *Markov chain Monte Carlo: Stochastic simulation for Bayesian inference* (2nd ed.). CRC Press.
- Gompertz, B. (1825). On the nature of the function expressive of the law of human mortality, and on a new mode of determining the value of life contingencies. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 115, 513-583. <https://www.jstor.org/stable/107756>
- Heligman, L., & Pollard, J. H. (1980). The age pattern of mortality. *Journal of the Institute of Actuaries*, 107(1), 49-80. <https://doi.org/10.1017/S0020268100040257>
- Hull, J. (2021). *Options, futures, and other derivatives* (11th ed.). Pearson.
- Hunt, A., & Blake, D. (2015). A Bayesian approach to modelling and projecting cohort effects [Discussion Paper]. Social Science Research Network. <https://doi.org/10.2139/ssrn.3552217>
- Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. (2024). Tábua completa de mortalidade para o Brasil – 2023. https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/periodicos/3097/tcmb_2023.pdf
- Melo, E., Neves, C., Altieri, E., & Cardoso, P. (2011). Modelo padrão de cálculo do capital adicional baseado no risco de subscrição de seguro de vida individual e previdência. *Revista Brasileira de Risco e Seguro*, 7, 1-38. https://www.rbrs.com.br/arquivos/rbrs_13_1.pdf
- Milevsky, M. A. (2022). How to build a modern tontine: Algorithms, scripts and tips. Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-031-00928-0>
- Milevsky, M. A., & Salisbury, T. S. (2015). Optimal retirement income tontines. *Insurance: Mathematics and Economics*, 64, 91-105. <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2015.05.002>
- Oliveira, M. de, Bertho, A. C. S., Costa, B., Sommerlatte Silva, F., Alves, M. B., Ramos Ramirez, M., Borges, R. B. de R., Marques, R., Rosa, R. M. da S., Peregrino, R. L., Lobo, V. das G. R., & Fonseca, T. C. O. (2023). Tábua de mortalidade BR-EMS 2021 do mercado segurador brasileiro. *Revista Brasileira de Estudos de População*, 40, 1-24. <https://doi.org/10.20947/S0102-3098a0252>
- Oppermann, L. (1987). On the graduation of life tables, with special application to the rate of mortality in infancy and

- childhood. The Insurance Record: Minutes from a Meeting in the Institute of Actuaries, 42.
- Pascariu, M. D. (2024). MortalityLaws: Parametric mortality models, life tables and HMD [R package]. R Project. <https://cran.r-project.org/web/packages/MortalityLaws/index.html>
- Renshaw, A. E., & Haberman, S. (2007). On simulation-based approaches to risk measurement in mortality with specific reference to Poisson Lee–Carter modelling [Research Paper]. Faculty of Actuarial Science & Insurance. <https://openaccess.city.ac.uk/id/eprint/2313/>
- Rödel, K. T., Graf, S., & Kling, A. (2021). Multi-year analysis of solvency capital in life insurance. European Actuarial Journal, 11,463-501. <https://doi.org/10.1007/s13385-021-00259-0>
- Schmitt, M. (2022). Derivation of biometrically dependent cash flows. European Actuarial Journal, 12,779-812. <https://doi.org/10.1007/s13385-021-00303-z>
- Tabeau, E. (2001). A review of demographic forecasting models for mortality. Forecasting Mortality in Developed Countries, 9,1-32. https://doi.org/10.1007/0-306-47562-6_1

DATA AVAILABILITY STATEMENT

Datasets related to this article will be available upon request to the corresponding author.

GENERATIVE AI DISCLOSURE

The authors declare that no generative artificial intelligence was used in any stage of the production of this manuscript (including research, writing, data analysis, formula generation, or the creation of graphic elements).