

Otimização numérica e experimental de perfis U formados a frio sujeitos à compressão

(Numerical and experimental optimization of cold formed steel c-sections under compression)

Zacarias M. Chamberlain Pravia

*Universidade de Passo Fundo. Faculdade de Engenharia e Arquitetura
E-mail: zacarias@upf.br*

Moacir Kripka

*Universidade de Passo Fundo. Faculdade de Engenharia e Arquitetura
E-mail: mkripka@upf.br*

Resumo

Esse trabalho apresenta um estudo numérico que objetiva a determinação do peso mínimo de perfis conformados a frio de seção U, com e sem enrijecedores de borda. Os modos de falha considerados incluem escoamento da seção, flambagem global por flexo - compressão, flexo-torção e flambagem local de placa. A obtenção das dimensões ótimas da seção é baseada nos preceitos da norma norte-americana AISI (2001) para comprimento e carga definidos a priori. A otimização foi efetuada através do Método do Recozimento Simulado (Simulated Annealing). Simulações numéricas são apresentadas com o intuito de validar o procedimento empregado, assim como um exemplo experimental que qualifica a implementação proposta.

Palavras-chave: Otimização, perfis conformados a frio, perfil U, Simulated Annealing.

Abstract

This paper presents a numeric study that aims to obtaining minimum weight of cold-formed channel columns, with and without lips. Flexural, torsional and torsional-flexural buckling of columns were considered as constraints. The design of cold-formed steel columns was prepared on the basis of the 2001 edition of the North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members. The optimization was made through the Simulated Annealing method. Several numeric simulations are presented and discussed with the main goal of validate the proposal, as well as an experimental example that qualifies the implementation.

Keywords: Optimization, cold-formed steel, channel columns, Simulated Annealing.

1. Introdução

Perfis conformados a frio constituem uma alternativa para pequenas e médias estruturas metálicas, tais como estruturas de coberturas. A grande vantagem desses tipos de perfis consiste na possibilidade de se ajustar a forma às necessidades da peça e do conjunto da estrutura, obtendo-a com o mínimo peso possível. Na prática essa vantagem não é explorada, pois a simples busca de um perfil com seu máximo desempenho (maior relação resistência/peso) foge das atividades do dia-a-dia do engenheiro. Nesse sentido, o presente trabalho objetiva estudar a otimização de elementos componentes de estruturas compostas por perfis formados a frio, mais especificamente perfis U com e sem enrijecedores de borda, usando como referência para determinar a capacidade de carga a norma americana AISI (2001). A partir da implementação computacional da formulação proposta, foram avaliadas as seguintes relações: para perfis sem enrijecedores, a relação entre a largura de alma e de abas e, para perfis enrijecidos, tanto a relação entre largura de alma e de abas, como a relação entre largura de aba e enrijecedor. No processo de otimização da seção para a obtenção da carga resistente, empregou-se o método das larguras efetivas (AISI, 2001). Segundo esse procedimento, cada uma das possíveis cargas elásticas de flambagem (flexional, torsional, flexo-torsional e local) é obtida e, em função da menor destas, define-se o máximo carregamento admissível. O modo de distorção da seção não foi considerado nesse estudo.

Uma revisão do estado da arte mostra que a produção bibliográfica relativa à otimização de perfis conformados a frio ainda é incipiente. Seaburg e Salmon (1971) estudaram o peso mínimo de seções tipo cartola usando os métodos direto e do gradiente para a minimização da função-peso, apresentando apenas um único exemplo devido à complexidade numérica do problema.

Dinovitzer (1992) otimizou o comprimento do enrijecedor de uma seção U de acordo com a norma canadense. O procedimento empregado para a opti-

zação não foi baseado na resistência da peça e, sim, na capacidade de incrementar o momento resistente da seção enquanto minimizava a área da seção transversal.

Castelluci et al. (1997) apresentaram um perfil otimizado para flexão, baseado em um perfil U com enrijecedores de borda, porém com dois enrijecedores intermediários na alma. Esses autores afirmam que a carga de colapso é 15% maior que a da seção genérica proposta, obtida com apenas 5% de incremento de área. O trabalho, no entanto, não faz menção a nenhuma técnica de otimização.

Adeli e Karim (1997) desenvolveram um modelo de redes neurais para problemas não lineares e o aplicaram a vigas simplesmente apoiadas com seções transversais I e Z. Para a verificação das seções, utilizaram como referência as normas AISI de tensões admissíveis (ASD).

Al-Mosawi e Saka (2000) incluíram, em seu procedimento de otimização, as tensões de empenamento de seções conformadas a frio e obtiveram seções ótimas de perfis U simétricos e assimétricos e seções Z submetidas a cargas transversais uniformemente distribuídas. Porém, no processo de otimização, consideraram apenas as restrições de tensão normal e de deslocamento.

Tian (2003) apresentou um estudo teórico e experimental para obtenção do peso mínimo da seção transversal de perfis U sujeita à compressão, prescrevendo um comprimento fixo e uma carga axial resistente. Para os cálculos de resistência, empregou, como referência, a norma Britânica BS 5959 e um método não linear (SQP, ou programação quadrática sequencial). Tian apresentou, ainda, um método simplificado, no qual as tensões de escoamento, de flambagem flexional e flexo-torsional são igualadas. O autor concluiu que, em perfis U, existe uma relação ótima constante entre as larguras da alma e da aba. As seções estudadas forneceram aumento de cerca de 50% na capacidade de resistência à compressão axial sem aumentar a área da seção transversal.

A seção seguinte desse trabalho apresenta uma descrição do problema abordado, incluindo os procedimentos para a verificação de perfis conforme a norma AISI (2001), a formulação do problema de otimização e a técnica empregada.

Para o desenvolvimento do presente estudo, os autores optaram pela utilização do Método do Recozimento Simulado, ou *Simulated Annealing*, para a obtenção da seção mínima em perfis conformados a frio. Esse mesmo método foi empregado com êxito em outras aplicações relativas à otimização de seções em elementos de estruturas metálicas (Kripka & Drehmer, 2005, Drehmer & Kripka, 2005).

Na terceira seção, são descritas algumas das simulações numéricas efetuadas a partir da implementação da formulação. Foram analisados perfis com e sem enrijecedores de borda, com o objetivo de verificar a influência destes no peso final. É também apresentado o experimento desenvolvido com o objetivo de validar os resultados numéricos obtidos.

Por fim, na última seção são tecidas algumas considerações sobre o estudo desenvolvido.

2. Descrição do problema

2.1 Verificação de perfis U com e sem enrijecedores sujeitos à compressão

A verificação dos perfis foi efetuada a partir dos preceitos da norma norte-americana AISI (2001), descritos de forma sucinta no presente item.

Segundo a seção C.4 do AISI (2001), a resistência axial nominal P_n deve ser determinada da seguinte maneira:

$$P_n = A_e F_n \quad (1)$$

onde A_e é a área efetiva determinada para tensão F_n , sendo esta tensão calculada de acordo com o seguinte critério:

Se $\lambda \leq 1,5$ então

$$F_n = (0,658^{\lambda_c^2}) F_y \quad (2)$$

Caso contrário,

$$F_n = \left[\frac{0,877}{\lambda_c^2} \right] F_y \quad (3)$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{F_y}{F_e}} \quad (4)$$

Na relação anterior, F_e é o valor mínimo da tensão de flambagem elástica flexional (σ_{ex} , σ_{ey}) de torção (σ_t) ou flexo-torção (F_{elt}) de acordo com as seguintes expressões:

$$\sigma_{ex} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{KL_x}{r_x} \right)^2} \quad (5)$$

$$\sigma_{ey} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{KL_y}{r_y} \right)^2} \quad (6)$$

$$\sigma_t = \frac{1}{A_g r_0^2} \left[E_r J + \frac{\pi^2 E C_w}{(KL_t)} \right] \quad (7)$$

$$F_{elt} = \frac{1}{2 \cdot \beta} \left[(\sigma_{ex} + \sigma_t) - \sqrt{(\sigma_{ex} + \sigma_t)^2 - 4 \cdot \beta \cdot \sigma_{ex} \cdot \sigma_t} \right] \quad (8)$$

O cálculo da área efetiva, de acordo com o método das larguras efetivas, é realizado conforme a seção B2 do AISI (2001):

$$b = w \text{ se } \lambda \leq 0,673 \quad (9)$$

$$b = \rho \cdot w \text{ se } \lambda > 0,673 \quad (10)$$

$$\rho = (1 - 0,22/\lambda) / \lambda \quad (11)$$

$$\lambda = \frac{1,052}{\sqrt{k}} \left(\frac{w}{t} \right) \sqrt{\frac{f}{E}}, f = F_n \quad (12)$$

onde w é a largura plana do elemento sendo analisado na seção. A formulação apresentada anteriormente é válida para elementos biapoiados. Para o caso de elementos apoiados e com enrijecedor de borda, usam-se as formulações das seções B3.1 e B4.2 da referida norma.

A Figura 1 apresenta um fluxograma resumindo o procedimento para determinação da capacidade à compressão de perfis U segundo AISI (2001).

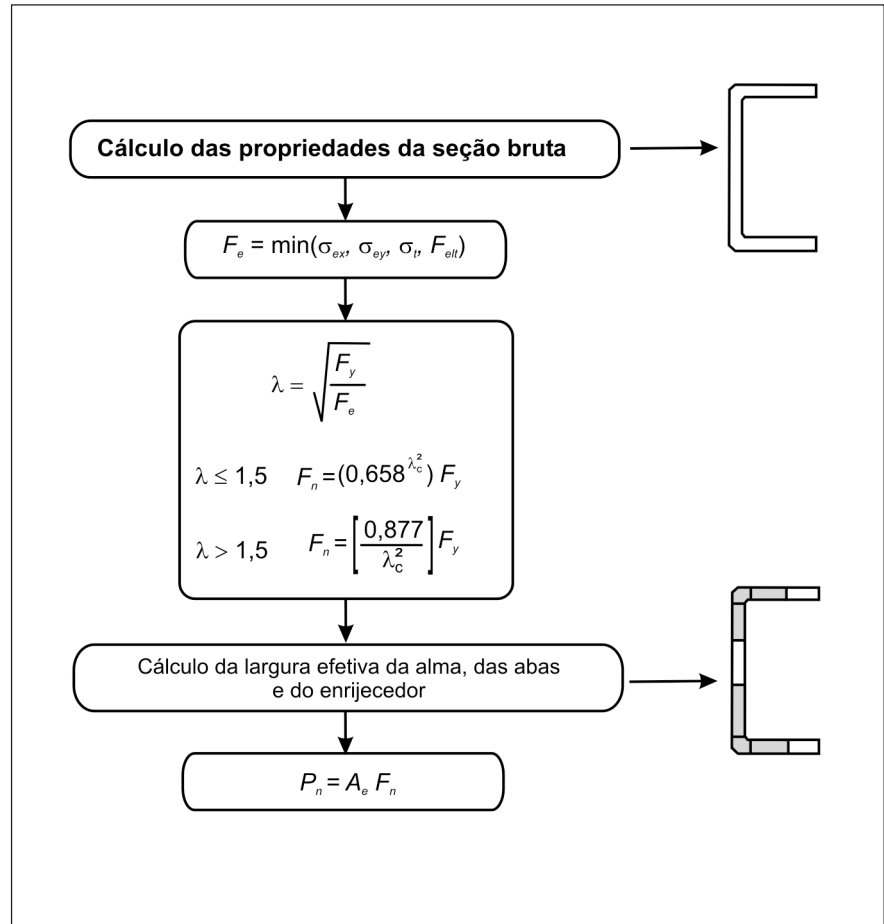


Figura 1 - Fluxograma para determinação da capacidade à compressão de perfis U segundo AISI (2001).

2.2 Procedimento de otimização

Uma vez conhecidos o carregamento P_s , o comprimento total L e as condições de vinculação, busca-se determinar as dimensões da seção transversal do perfil que resistam ao carregamento aplicado com o menor consumo de material (menor peso de aço ou, de forma equivalente, menor seção bruta A_g). Dessa forma, designando as dimensões por A , B , C e t (conforme a Figura 2), a função-objetivo a ser minimizada pode ser escrita como:

$$f(A, B, C, t) = A_g \quad (13)$$

onde:

$$A_g = t [a + 2b + 2u + \alpha(2c + 2u)] \quad (14)$$

$$a = A - (2r + t) \quad (15)$$

$$b = B - \left[r + \frac{t}{2} + \alpha \left(r + \frac{t}{2} \right) \right] \quad (16)$$

$$c = \alpha \left[C - \left(r + \frac{t}{2} \right) \right] \quad (17)$$

$$u = \frac{\pi r}{2} \quad (18)$$

$$\alpha \begin{cases} 1 \rightarrow C \neq 0 \\ 0 \rightarrow C = 0 \end{cases} \quad (19)$$

Onde A , B , C , t , r (Figura 2) são as dimensões da seção e as variáveis de projeto. Por questão de simplicidade, o raio de dobramento r é considerado igual à espessura t . Nesse caso, o número de variáveis da função fica reduzido a quatro, se existir enrijecedor, ou apenas, três no caso deste não existir.

As dimensões foram consideradas como variáveis contínuas, com limites inferior e superior, para cada dimensão, definidos em função das limitações inerentes ao processo de fabricação e do dbragem.

Além dos limites impostos às dimensões, consiste em restrição adicional o atendimento à condição de que a carga resistida pelo perfil, P_d , seja igual ou superior ao carregamento solicitante P_s . Um perfil que atenda a todos esses limites, designados como restrições de projeto, é uma solução possível, ou factível, para o problema, constituindo-se num candidato a ótimo.

O problema de minimização da seção do perfil pode ser, então, descrito, incorporando-se, à função-objetivo, o seguinte conjunto de restrições:

$$P_s \leq P_d \quad (20)$$

$$50\text{mm} \leq A \leq 1000\text{mm} \quad (21)$$

$$30\text{mm} \leq B \leq 1000\text{mm} \quad (22)$$

$$1\text{mm} \leq t \leq 25\text{mm} \quad (23)$$

A formulação apresentada foi implementada empregando-se o Método do Recozimento Simulado, ou Simulated Annealing, o qual consiste em um método heurístico para otimização global (Kirkpatrick et al., 1983). O Método do

Recozimento Simulado utiliza uma estratégia diferente da empregada pelos métodos baseados em programação matemática, ao tentar evitar a convergência para um ponto de mínimo local, aceitando também, segundo um critério específico, soluções que acarretem em aumento no valor da função. Esse método é reconhecido como um procedimento para a obtenção de boas soluções para problemas de otimização de difícil resolução, desenvolvido em analogia ao processo de recozimento de um sólido, quando se busca a obtenção de um estado que apresente mínima energia.

A consideração das restrições, na implementação computacional, foi efetuada pela penalização das soluções não factíveis (não atendidas). A função penalizada $F(x)$ é escrita como:

$$F(x) = f(x) + P\phi(x) \quad (24)$$

onde x consiste no conjunto das variáveis de projeto. Tem-se, ainda, que:

$$\phi(x) = \sum [g(x)^2] \quad (25)$$

Nas expressões anteriores, $\phi(x)$ é o somatório das funções de restrição não atendidas ($g(x)$), para a solução atual, e P , uma constante de penalização. Assim, penalizar uma solução não factível equivale, no presente problema, a incrementar, artificialmente, o peso (ou área da seção) do perfil correspondente.

3. Resultados

Apresentam-se, na seqüência, alguns resultados obtidos a partir da implementação computacional da formulação proposta. Em todas as simulações numéricas efetuadas, foram considerados os seguintes dados: coeficientes de flambagem $K_x = K_y = 1$ e $K_t = 0,7$, módulo de elasticidade longitudinal $E = 203$ GPa, coeficiente de Poisson $\nu = 0,3$ e tensão de escoamento $F_y = 350$ MPa.

As primeiras análises partiram de um perfil com as seguintes características: altura $A = 88,5$ mm, largura $B = 37,5$ mm, altura do enrijecedor $C = 7,65$ mm, espessura $t = 1,5$ mm e comprimento total $L = 2400$ mm (gerando os comprimentos efetivos $K_lx = K_ly = 2400$ mm e

$Klt = 1680$ mm). Para o perfil descrito, foi obtido o carregamento resistente $P_n = 10,72$ kN.

Na seqüência, foram efetuadas diversas análises com o emprego do código computacional desenvolvido, buscando-se a obtenção da menor seção A_g que resistisse ao mesmo carregamento do perfil original.

Os principais parâmetros empregados no processo de otimização pelo Simulated Annealing foram os seguintes: temperatura inicial $T = 200$, redutor de temperatura $\alpha = 0,95$ e constante de penalização $P = 1000$.

A Tabela 1 apresenta os resultados obtidos para as duas considerações efetuadas, quais sejam, perfis sem e com enrijecedor de borda (designados, respectivamente, pelas iniciais PSE e PCE), comparando-os com o perfil original (designado por P0). Nessa tabela, a última coluna indica a redução percentual na seção (e, em consequência, no peso) do perfil ótimo com relação ao perfil inicial.

A partir da observação da Tabela 1, pode-se constatar a grande redução na área da seção transversal obtida com a otimização do perfil. Como esperado, a presença de enrijecedores aumenta, de forma considerável, sua eficiência, ge-

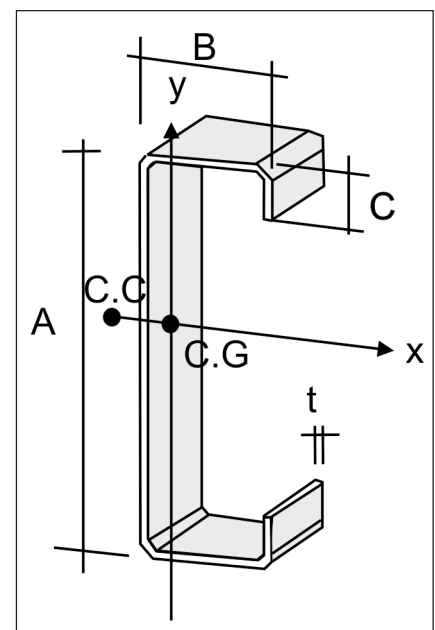


Figura 2 - Seção do perfil U.

rando uma redução adicional na quantidade total de material (superior a 15 %, ainda conforme a tabela). Observou-se, ainda, que a resistência do perfil inicial P0 é limitada pela tensão de flambagem por flexão em relação ao eixo vertical y (Eq. 6), enquanto, nos perfis ótimos, a flambagem ocorre de forma simultânea por flexão em relação ao eixo y e por flexo-torção (Eq. 7).

Cabe ressaltar que tal economia se dá sem detrimento da segurança, uma vez que a carga resistente é idêntica nos três perfis.

Com o objetivo de validar o procedimento empregado, para a otimização da seção, efetuaram-se várias análises, partindo-se de diversos valores iniciais para cada variável de projeto. Observou-se que o resultado final é pouco dependente dos valores iniciais adotados.

Uma segunda série de análises foi efetuada para os mesmos dados empregados nas análises anteriores, porém para carregamentos crescentes. Considerando carregamentos P_s iguais a 10, 20, 30, 40 e 50 kN, buscou-se a determinação das dimensões ótimas para perfis com e sem enrijecedores. As dimensões ótimas obtidas, bem como as seções correspondentes, estão ilustradas nas Figuras 3 a 7 (as curvas apresentadas nessas figuras foram ajustadas a partir dos cinco carregamentos analisados).

Com base nas figuras apresentadas, observa-se uma relação linear nas dimensões dos perfis com o aumento do carregamento. Essa relação, no entanto, não é verificada com relação ao comprimento do enrijecedor (Figura 5). Ainda assim, fica evidente a contribuição significativa dos enrijecedores de borda para a redução do peso do perfil. Nas estruturas analisadas, essa redução variou de 14,2 a 25,3 %.

Apesar da variação das dimensões do perfil com o aumento do carregamento, a relação entre a altura e a base do perfil sem enrijecedores se manteve praticamente constante e igual a 1,66. Já para perfis enrijecidos, essa relação sofreu uma maior variação, ficando, no entanto, entre 1,73 e 1,81.

Tabela 1 - Perfil inicial e perfis ótimos.

Perfil	A (mm)	B (mm)	C (mm)	t (mm)	F = Ag (mm ²)	Red (%)
P0	88,500	37,500	7,65	1,500	253,406	-
PSE	80,863	48,621	-	1,152	200,836	20,7
PCE	69,336	40,071	13,527	1,000	169,958	32,9

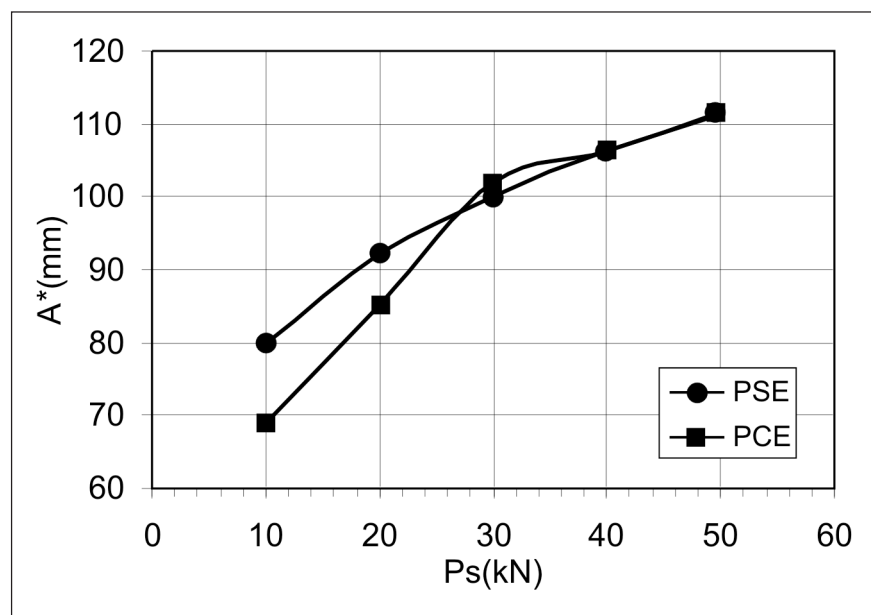


Figura 3 - Relação Carga (P_s) x Altura ótima do perfil (A^*).

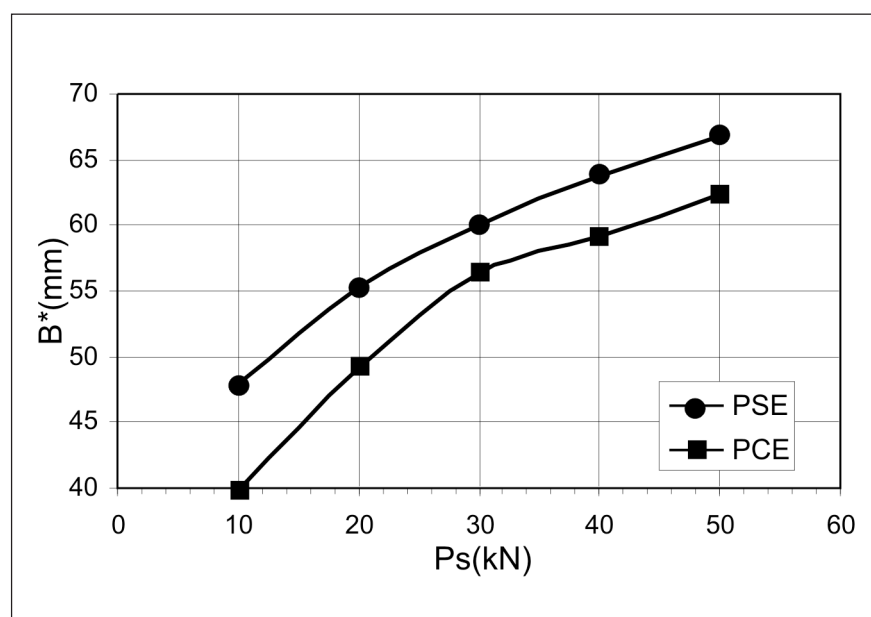


Figura 4 - Relação Carga (P_s) x Largura ótima do perfil (B^*).

Cabe destacar que as relações-límites entre largura e espessura, preconizadas pelo AISI (2001), apesar de não terem sido impostas como restrições no presente trabalho, atenderam aos limites, respectivamente, de 200 para a relação altura/espessura do segmento plano da alma e 60 para largura/espessura do segmento plano da mesa do perfil.

Com o intuito de verificar, experimentalmente, os resultados obtidos, a partir da aplicação do procedimento de otimização proposto no presente trabalho, foi definido um perfil-base de 110x55x1,2mm de seção e comprimento de 1200 mm. Uma vez determinado o esforço resistente à compressão desse perfil-base, foi efetuada a otimização do perfil com o intuito de obter uma redução no peso sem comprometimento da resistência. De acordo com as limitações de espessura oferecidas pelo fabricante, o perfil ótimo foi de 65x35x1,5mm.

Na otimização, foi usado o valor médio da tensão de escoamento de 217,2 MPa. Essa tensão média foi obtida de 4 ensaios experimentais de tração em corpos-de-prova nas duas espessuras usadas.

Foram construídos 2 perfis de cada seção (U110x55x1,2 e U65x35x1,5), para serem ensaiados à compressão. Os perfis ensaiados, mostrando a falha por flambagem local interagindo com a global, são mostrados na Figura 8.

Um resumo dos resultados experimentais é apresentado na Tabela 2. Observa-se que o perfil otimizado conduziu a uma redução no peso de 24% em relação ao perfil original, para cargas de colapso semelhantes (variação de 3,71% para menos no perfil otimizado).

4. Considerações finais

Nesse trabalho, foi empregada uma formulação desenvolvida para a determinação da seção mínima de perfis U conformados a frio sujeitos à compressão, dimensionados segundo a norma AISI (2001) com o emprego do método do Recozimento Simulado.

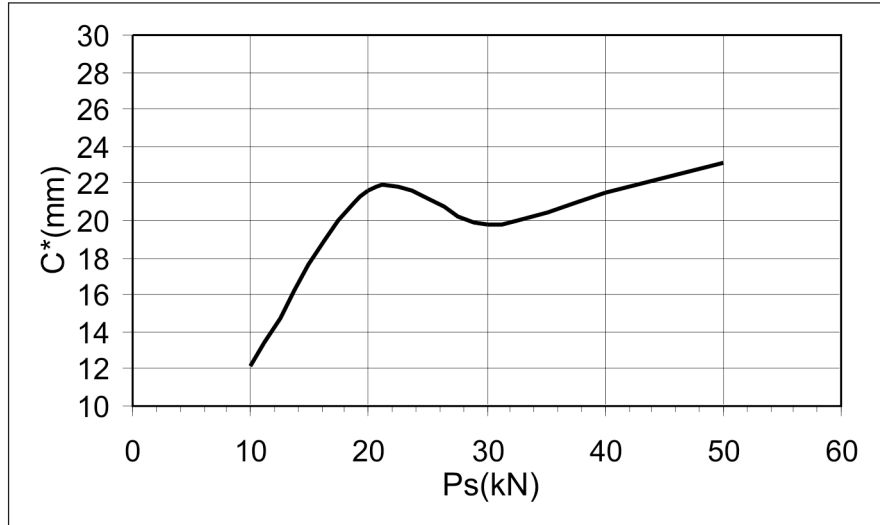


Figura 5 - Relação Carga (Ps) x Largura ótima do enrijecedor (C*).

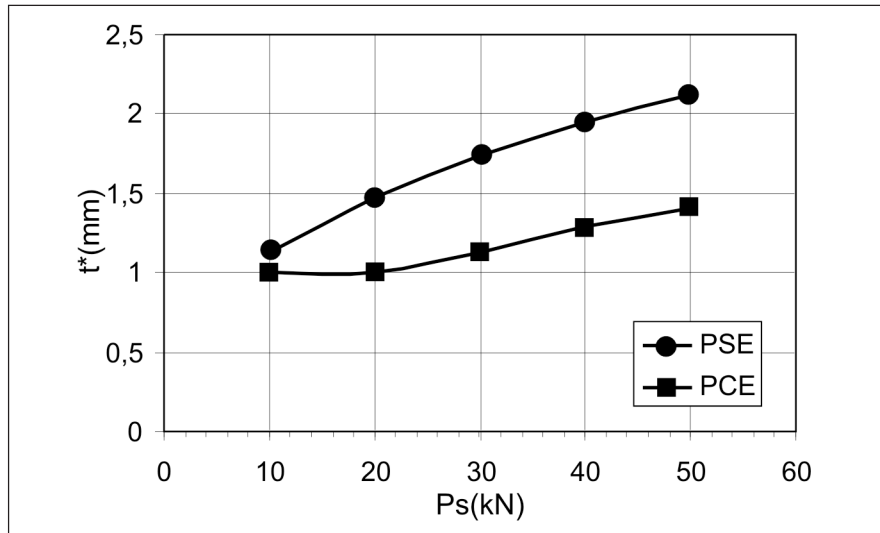


Figura 6 - Relação Carga (Ps) x Espessura ótima do perfil (t*).

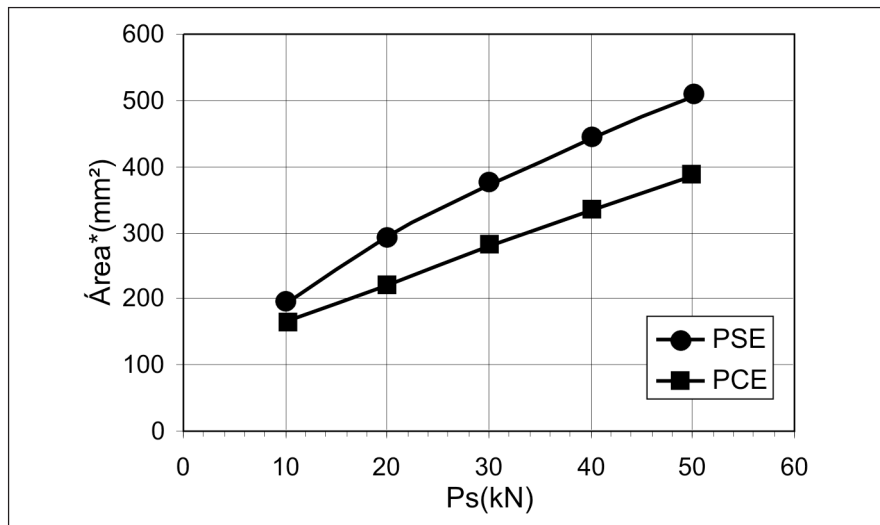


Figura 7 - Relação Carga (Ps) x Seção ótima do perfil (Ag*).

Tabela 2 - Valores médios dos ensaios realizados.

Perfil	Área (mm ²)	P _{experimental} (kN)	Redução área (%)	Variação carga Colapso (%)
110x55x1,2	259,27	16,70	-	-
65x35x1,5	197,00	16,08	24,0	3,71

Observou-se, a partir dos resultados numéricos obtidos, que uma grande redução de peso pode ser obtida a partir do emprego de técnicas de otimização. Adicionalmente, o acréscimo de enrijecedores de borda nos perfis conduziu a uma redução significativa no peso do perfil, nunca inferior a 14 % nos casos aqui estudados.

Com o objetivo de avaliar, experimentalmente, o processo de otimização, e de acordo com as limitações de espessura disponíveis, foi proposta uma seção ótima submetida ao mesmo esforço de compressão de uma seção-base de dimensões 110x55x1,2 mm. A seção ótima obtida com o processo de otimização foi de 65x35x1,5 mm. Os resultados experimentais são promissores, já que mostram uma economia de 24% em peso no caso aqui estudado.

5. Referências bibliográficas

ADELI, H., KARIM, A. Neural network model for optimization of cold-formed steel sections. *Journal of Structural Engineering ASCE*, v. 123, n. 11, p. 1525-1543, 1997.

AL-MOSAWI, S., SAKA, M.P. Optimum shape design of cold-formed thin-walled steel sections, *Advances in Engineering Software*, v. 31, p. 851-862, 2000.

AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE (AISI). Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members, Washington, D.C., USA, 2001

CASTELLUCCI, M.A., PILLINGER, I., HARTLEY, P., DEELEY, G.T. The optimization of cold rolled formed products, *Thin-Walled Structures*, v. 29, n. 1-4, p. 159-174, 1997.

DINOVITZER, A.S. Optimization of cold formed steel C-sections using Standard Can/CSA-S316-M89. *Canadian Journal of Civil Engineering*, n. 19, p. 39-50, 1992.

DREHMER, G.A., KRIPKA, M. Otimização de perfis I soldados com dupla simetria. In: CHAMBERLAIN, Z. M., KRIPKA, M. *Construção metálica: estudos e pesquisas recentes*. Passo Fundo: UPF Editora, 2005. p. 159-179.

KIRKPATRICK, S., GELATT, C.D., VECCHI, M.P. Optimization by Simulated Annealing, *Science* 220, 4598, p. 671-680, 1983.

KRIPKA, M. & DREHMER, G.A. Determinação da geometria e configuração ótimas em treliças metálicas de banzos paralelos. In: CHAMBERLAIN, Z.M.,



Figura 8 - Perfis já ensaiados mostrando a falha por flambagem local.

KRIPKA, M. *Construção metálica: estudos e pesquisas recentes*. Passo Fundo: UPF Editora, 2005. p. 100-119.

SEABURG, P.A., SALMON, C.G. Minimum weight design of light gauge steel members. *Journal of Structural Division ASCE*, v. 97, n. 1, p. 203-222, 1971.

TIAN, Y.S. *Optimal design of cold-formed steel sections and panels*. Cambridge University Engineering Department, 2003. (Ph.D. thesis).

Artigo recebido em 30/05/2007 e aprovado em 28/03/2008.