

## Mudança estrutural e alocação de investimentos em uma abordagem Pasinettiana

*Structural change and Investment allocation  
in a Pasinettian approach*

RICARDO AZEVEDO ARAÚJO\*  
JOANÍLIO RODOLPHO TEIXEIRA\*\*  
JORGE THOMPSON ARAUJO\*\*\*

---

RESUMO: Neste artigo, o modelo de alocação de investimentos de Feldman (1928) é desagregado para estudar as implicações da introdução do seu processo de mudança estrutural. Isso significa que a análise proposta aqui é realizada em uma estrutura multisetorial, onde a produtividade e a demanda estão mudando a uma taxa distinta em cada setor. O modelo de Feldman é então mostrado como um caso particular de Pasinetti (1981, 1993) e um caminho de equilíbrio é estabelecido. Finalmente, analisamos a possibilidade de manter o equilíbrio ao longo do tempo e são obtidas conclusões normativas.

PALAVRAS-CHAVE: Mudança estrutural; modelo Feldman-Mahalanobis; modelo Pasinetti; desenvolvimento econômico; modelos multisetoriais.

ABSTRACT: In this article Feldman's model of investment allocation (1928) is disaggregated to study the implications of introducing the structural change process in it. It means that the analysis proposed here is carried out in a multi-sectoral framework, where both productivity and demand are changing at a distinct rate in each sector. Feldman's model is then shown to be a particular case of Pasinetti (1981, 1993) and an equilibrium path is established. Finally, we analyze the possibility of maintaining equilibrium over time and normative conclusions are obtained.

KEYWORDS: Structural change; Feldman-Mahalanobis model; Pasinettian model; economic development; multi-sector models.

JEL Classification: E12; E22; O11; O41.

---

---

\* Universidade de Brasília – UnB, Brasília/DF, Brasil. E-mail: rcaaraujo@unb.br.

\*\* Universidade de Brasília - UnB, Brasília/DF, Brasil. E-mail: joanilioteixeira@hotmail.com

\*\*\* do Banco Mundial, Washington/DC, Estados Unidos. E-mail: Jorge.araujo@worldbank.org. Os autores agradecem ao CNPq pelo apoio à pesquisa, e a dois revisores anônimos por sugestões

## INTRODUÇÃO

Neste artigo, estudam-se as implicações do processo de mudança estrutural na análise de alocação de investimentos. A mudança estrutural se refere a variações na composição setorial da economia, devido à existência de progresso técnico e de alterações na composição da demanda particulares a cada um dos setores.

Apesar dos problemas crescentes de desemprego estrutural, apresentados tanto em economias capitalistas avançadas quanto em países em desenvolvimento, o seu estudo formal vem sendo algo negligenciado nos desenvolvimentos da teoria econômica, haja visto que os modelos tradicionais de crescimento econômico apresentam a economia agregada em um ou dois setores, não permitindo assim a compreensão da mudança estrutural.<sup>1</sup>

Nesse contexto, é possível mostrar que a introdução desse processo em uma versão desagregada do modelo bi-setorial de Feldman<sup>2</sup> permite que a análise de alocação de investimentos, uma questão crucial na teoria do desenvolvimento<sup>3</sup>, seja estudada mais detalhadamente. Isso porque ela passa a ser feita em um sistema econômico multi-setorial, onde cada um dos setores é submetido a taxas de progresso técnico e de mudança da demanda particulares.

Contudo, para introduzir o seu estudo no modelo de Feldman, é necessário, em primeiro lugar, submetê-lo a um processo de desagregação. Como meio de realizá-lo, mostra-se, na seção 3, que esse modelo pode ser visto como um caso particular de Pasinetti<sup>4</sup>, que é apresentado na seção 2.

Na seção 4, a questão da alocação de investimentos é estudada diante do caso mais simples de crescimento econômico, ou seja, aquele que se dá em virtude da expansão da força de trabalho. É determinada uma trajetória de equilíbrio para o modelo, condicionada ao objetivo de manutenção de pleno emprego<sup>5</sup>, e deriva-se

---

<sup>1</sup> Pode-se citar, entre outros, os modelos de Harrod (1939), Domar (1946) e Solow-Swan (1956) no primeiro caso e, no segundo, a contribuição original de Uzawa (1961). Para considerações teóricas sobre os mesmos, ver Burmeister e Dobel (1970), e para uma excelente exposição sobre os determinantes do crescimento ver Stern (1991). O mesmo autor publicou, em 1989, um *survey* sobre a economia do desenvolvimento onde fica caracterizada a diversidade das possíveis correntes.

<sup>2</sup> Um modelo equivalente foi formulado independentemente pelo estatístico indiano Mahalanobis (1953). A sua versão discreta pode ser encontrada em Simonsen (1983) e em Sengupta, Fox e Thorbecke (1966).

<sup>3</sup> Dutt (1990: 120) considera que nenhuma discussão de modelos com setores de bens de investimento e de consumo está completa se deixar de levar em consideração a contribuição de Feldman-Mahalanobis.

<sup>4</sup> Na versão do esquema pasinettiano aqui utilizada, procurou-se enfatizar os aspectos da sua contribuição que tomaram a sua abordagem uma alternativa aos modelos neoclássicos de crescimento, dando-se ênfase ao processo de aprendizado como o motor de todo o sistema econômico, pois ele se traduz em aumentos de produtividade e na evolução das preferências dos consumidores.

<sup>5</sup> Bose (1968) e Weitzman (1971) consideram como critério alternativo a maximização intertemporal do consumo, enquanto aqui se considera a manutenção do pleno emprego da força de trabalho como critério fundamental, já que esta é um dos elementos centrais na análise de mudança estrutural.

também uma condição suplementar relativa à manutenção do equilíbrio no modelo de Pasinetti, que é chamada aqui de condição de alocação de investimentos.

Em seguida, analisa-se o caso mais geral, em que o crescimento ocorre devido tanto à expansão da força de trabalho quanto ao progresso técnico, considerando que o último desencadeia o processo de mudança estrutural. São, então, determinadas as taxas setoriais de alocação de investimento que permitem ao sistema econômico, partindo de uma situação de pleno emprego e plena utilização dos meios de produção, manter uma trajetória temporal de crescimento em equilíbrio. Finalmente, são apresentados os principais resultados analíticos associados à formulação da política econômica, que mostram a atualidade da abordagem baseada no modelo de Feldman para o tratamento de questões cruciais de economia política.

## 2. O MODELO PASINETTIANO DE MUDANÇA ESTRUTURAL

Nossa abordagem tem como ponto de partida o caso mais geral do modelo de mudança estrutural de Pasinetti (1983). Apesar de ser um esquema multi-setorial, ele não é construído em termos das relações insumo-produto convencionais, mas sim em termos de setores verticalmente integrados, sendo o sistema econômico caracterizado por um conjunto de coeficientes técnicos e de demanda. Além disso, toda a análise é conduzida em um nível de investigação que os economistas clássicos chamaram de “natural”, ou seja, em um ambiente pré-institucional, onde se procura enfatizar a sua aplicabilidade ao estudo de qualquer sociedade industrial que possua conhecimento técnico suficiente para a existência de divisão e especialização do trabalho.

Considera-se a existência de  $2n-1$  setores, onde  $n-1$  se refere ao número de diferentes tipos de bens de consumo. A cada um desses bens corresponde um setor responsável pela sua produção. Esses setores estão verticalmente integrados, no sentido de que utilizam apenas bens de capital e trabalho para produzirem um único tipo de mercadoria. Ou seja, bens intermediários não são considerados e a cada um desses setores corresponde um setor de bens de capital, também verticalmente integrado e responsável pelo fornecimento de bens de investimento para si mesmo e para o correspondente setor de bens de consumo. Utiliza-se aqui a hipótese adicional de que os bens não sofrem depreciação.

O curto prazo pasinettiano é caracterizado por mudanças insignificantes no tamanho da população, na capacidade produtiva e nas demandas setoriais. Considerando que as famílias, além de fornecedoras de mão-de-obra, possuem os bens de capital, o modelo de curto prazo, em termos de quantidades físicas, pode ser descrito através do seguinte sistema de equações:<sup>6</sup>

---

<sup>6</sup> Daqui por diante, considera-se que  $i = 1, \dots, n-1$  em todas as expressões e somatórios.

$$\begin{cases} X_i - x_{in} = 0 \\ X_{ki} - x_{ki,n} = 0 \\ X_n - \sum x_{ni} - \sum x_{nki} = 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

onde  $X_i$  é a quantidade de bens de consumo produzido pelo  $i$ -ésimo setor,  $x_{in}$  é a quantidade do  $i$ -ésimo bem de consumo que vai para o setor das famílias (setor  $n$ );  $X_{ki}$  representa a quantidade de bens de capital produzido pelo  $ki$ -ésimo setor e  $x_{kin}$  se refere ao fluxo de bens de capital desse setor para o setor das famílias (investimento).  $X_n$  representa a população que faremos coincidir com o tamanho da força de trabalho disponível;  $x_{ni}$ , e  $x_{nki}$  representam quanto dessa força de trabalho será destinada a cada um dos setores. Podemos representar esse sistema alternativamente por:

$$\begin{cases} X_i - a_{in} X_n = 0 \\ X_{ki} - a_{ki,n} X_n = 0 \\ X_n - \sum a_{ni} X_i - \sum a_{nki} X_{ki} = 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

onde  $a_{in}$  é o coeficiente de demanda do  $i$ -ésimo bem de consumo,  $a_{ki,n}$  se refere ao coeficiente de investimento do  $ki$ -ésimo setor e  $a_{ni}$  e  $a_{nki}$  representam os coeficientes técnicos relativos aos setores  $i$  e  $ki$ , respectivamente. Os intervalos de validade para esses coeficientes são os convencionais da literatura econômica.

Pode-se ainda especificar um vetor de estoques de bens de capital que é o resultado da atividade produtiva em períodos passados:

$$[K_1, \dots, K_{n-1}, K_{k1}, \dots, K_{kn-1}] \quad (2.3)$$

onde cada  $K_i$ , representa o estoque de bens de capital medido em termos de unidades físicas de capacidade produtiva no setor  $i$ .

Colocando o sistema (2.2) em forma matricial tem-se:

$$[A-I]X = 0 \quad (2.4)$$

sendo  $A$  a matriz dos coeficientes,  $I$  a matriz identidade e  $X$  o vetor coluna das quantidades produzidas. Como se está lidando com um sistema homogêneo, a solução não-trivial requer que a matriz  $[A-I]$  seja singular, ou:

$$\det [A-I] = 0. \quad (2.5)$$

Calculando esse determinante, conclui-se que:

$$\sum a_{in} a_{ni} + \sum a_{nki} a_{ki,n} = 1 \quad (2.6)$$

Se essa condição é satisfeita, então o sistema fornece solução para  $2(n-1)$  variáveis, enquanto uma variável pode ser fixada arbitrariamente. Há evidentemente uma magnitude que é fixa na unidade de tempo que se está considerando, a saber  $\bar{X}_n$  que representa a quantidade total de trabalho disponível. Desse modo, obtém-se a seguinte solução para quantidades físicas:

$$\begin{aligned} X_i &= a_{in} X_n \\ X_{ki} &= a_{kin} X_n \end{aligned} \quad (2.7)$$

Convém notar que (2.6) é uma condição necessária para que o sistema (2.1) tenha solução diferente da trivial. Contudo, a não satisfação de (2.6) não implica na inexistência de solução considerável. Como pode ser observado, a matriz  $[A-I]$  tem uma forma especial: todas as suas entradas são iguais a zero, com exceção daquelas na última linha, na última coluna e na diagonal principal. Portanto, a solução para o sistema pode ser derivada diretamente, i.e., sem substituição, das  $(n-1)$  primeiras equações de (2.2). As quantidades físicas podem ser determinadas independentemente da condição (2.6), que, entretanto, tem significado econômico central neste desenvolvimento. Note que se:

$$\sum a_{ni} a_{ni} + \sum a_{nki} a_{ki,n} < 1 \quad (2.8)$$

Então:

$$\sum a_{ni} X_i + \sum a_{nki} X_{ki} < \bar{X}_n \quad (2.9)$$

Ou seja, a quantidade de trabalho empregada é menor do que aquela disponível: uma situação de desemprego. Desse modo, a satisfação da condição (2.6) implica em pleno emprego e em plena realização da renda nacional, daí ser denominada condição de demanda efetiva.

Contudo, essa condição se refere apenas ao fluxo de bens. Uma outra deve ser satisfeita em relação aos estoques de bens de capital, podendo ser representada por:

$$\begin{aligned} K_i &= X_i \\ K_{ki} &= \gamma_i X_{ki} \end{aligned} \quad (2.10)$$

onde  $\gamma_i$  é o fator de conversão entre unidades de capacidade produtiva do setor de bens de consumo e do setor de bens de capital. A expressão (2.10) mostra que cada setor deve ser dotado com o estoque de capacidade produtiva necessário para produzir a quantidade de mercadoria demandada.

Portanto, no modelo pasinettiano, devem ser observados dois tipos de condições que garantem que o sistema econômico se encontra em situação de equilíbrio: em primeiro lugar, há uma restrição macroeconômica, condição de demanda efetiva, que independe do número de setores que se considera. A outra se refere a um conjunto de restrições setoriais e é chamada de condição de acumulação de capital.

Como a nossa intenção é partir para uma análise dinâmica das possibilidades de manutenção do pleno equilíbrio, é importante notar que o sistema de equações (2.2), sua solução correspondente (2.7) e a condição de demanda efetiva (2.6) se referem a fluxos de trabalho e de mercadorias em um único período de tempo. Desse modo, a versão dinâmica dessas expressões será representada através do acréscimo do um índice  $t$  a cada um dos fluxos representados e a nossa análise poderá se concentrar, principalmente, sobre as possibilidades de a condição de demanda efetiva (2.6) ser satisfeita com o decorrer do tempo, diante de mudanças técnicas e crescimento populacional.

### 3. O MODELO DE FELDMAN COMO UM CASO PARTICULAR DO MODELO PASINETTIANO

Na seção anterior, o modelo pasinettiano foi apresentado como sendo um esquema multi-setorial onde os setores estavam verticalmente integrados; nesse modelo, a técnica de integração vertical foi utilizada até o ponto em que a análise pôde se concentrar em mercadorias finais em vez de indústrias. Associou-se então cada mercadoria final aos seus principais elementos constituintes: um fluxo de trabalho e um estoque de bens de capital. Desse modo, todos os insumos intermediários foram eliminados e, desse ponto de vista, a abordagem pasinettiana pode ser considerada como um caso particular de um modelo insumo-produto, que foi submetido ao processo de integração vertical.<sup>7</sup>

Pode-se perceber, assim, que a lógica da integração vertical se refere à criação do que Sraffa (1960) chamou de sub-sistemas, i.e., de partes do sistema econômico formados por sistemas menores e auto-reprodutíveis e que têm como produto final um único tipo de mercadoria. Nesse contexto, cada sub-sistema é referido como sendo um setor verticalmente integrado.

Antes de mostrar como o modelo de Feldman pode ser visto como um caso particular de Pasinetti, faremos uma breve apresentação do primeiro, utilizando sua versão mais simples apresentada, em Jones (1979). No entanto, adota-se aqui uma notação diferente: considera-se um sistema econômico agregado em dois setores, um de bens de investimento que será representado pelo subíndice  $kl$  e o outro de bens de consumo será designado pelo subíndice  $1$ . As seguintes hipóteses caracterizam o modelo:

*Hipótese 1:* O setor  $kl$  produz bens de investimento e o setor  $1$  bens de consumo. Os bens produzidos pelo setor  $kl$  podem ser utilizados em qualquer dos dois setores; contudo, uma vez instalado, ele não pode ser transferido de um setor para outro. Uma proporção  $\lambda$  da produção corrente do setor de bens de investimento é alocada para o próprio setor e a restante  $(1-\lambda)$  é alocado para o setor  $1$ ,  $0 \leq \lambda \leq 1$ .

*Hipótese 2:* Ambos os setores apresentam tecnologia de coeficientes fixos e o único fator limitante ao processo de crescimento é o tamanho do estoque de bens de capital. Ou seja, a tecnologia pode ser descrita como segue:

$$X_1 = \min[K_1/v_1, L_1/u_1] \Rightarrow X_1 = K_1/v_1$$
$$X_{kl} = \min[K_{kl}/v_{kl}, L_{kl}/u_{kl}] \Rightarrow X_{kl} = K_{kl}/v_{kl}$$

onde  $X_1$  e  $X_{kl}$ , se referem, respectivamente, à produção dos setores de bens de consumo e de investimento e  $K_1$  e  $K_{kl}$  representam os estoques de bens de investimento nesses dois setores;  $v_1$  e  $v_{kl}$  se referem à relação capital-produto em cada um

---

<sup>7</sup> Do ponto de vista matemático, esse modelo pode ser visto como sendo derivado de um modelo insumo-produto, em que os coeficientes técnicos sofreram um rearranjo algébrico, dando origem aos coeficientes de setores verticalmente integrados. Na verdade, os coeficientes verticalmente integrados nada mais são do que combinações lineares dos coeficientes de insumo-produto, e é sempre possível passar de um tipo de análise para a outra. Para maiores detalhes, ver Pasinetti (1973).

dos setores,  $L_1$  e  $L_{k1}$  representam a quantidade de mão-de-obra empregada em cada setor e  $u_1$  e  $u_{k1}$  são os coeficientes de trabalho.

*Hipótese 3:* O estoque de bens de investimento não sofre depreciação (essa hipótese é utilizada apenas por conveniência). Os intervalos de validade dos parâmetros são os convencionais.

*Hipótese 4:* A economia é fechada e os bens de investimento e consumo não podem ser importados.

*Hipótese 5:* A produção do setor de bens de investimento independe completamente da produção do setor de bens de consumo.

Dadas essas hipóteses, é possível determinar a taxa de crescimento do investimento total nessa economia. A quantidade de bens de investimento produzida no intervalo de tempo considerado é dada por:

$$X_{k1} = K_{k1}/v_{k1} \quad (3.1)$$

Portanto, variação do investimento é dada por:

$$\dot{X}_{k1} = \dot{K}_{k1}/v_{k1} \quad (3.2)$$

Mas  $\dot{K}_{k1}$  ou seja, a variação do estoque de capital no setor  $k1$  depende da proporção do produto total desse setor que é alocada para ele mesmo. Portanto:

$$\dot{K}_{k1} = \lambda X_{k1} \quad (3.3)$$

Substituindo esse resultado na equação (3.2), chega-se à taxa de crescimento do setor de bens de investimento:

$$\dot{X}_{k1}/X_{k1} = \lambda/v_{k1} \quad (3.4)$$

Adotando-se o mesmo procedimento em relação ao setor de bens de consumo e considerando que  $\dot{K}_1 = (1-\lambda) X_{k1}$ , determina-se a taxa de crescimento desse setor:

$$\dot{X}_1/X_1 = (1-\lambda) X_{k1}/v_1 X_1 \quad (3.5)$$

Os principais resultados obtidos do modelo de Feldman podem ser sumarizados como segue:

1. O investimento total cresce a taxa  $\lambda/v_{k1}$ , e a taxa de crescimento da produção do setor de bens de consumo depende da taxa de expansão de  $X_{k1}$ ,
2. A taxa de crescimento do setor de bens de consumo, em geral, não se iguala à taxa de expansão do investimento. Contudo, com o passar do tempo, a taxa de crescimento do setor de bens de consumo aumenta até alcançar a taxa de crescimento de longo prazo da economia, que é dada pela taxa de expansão do investimento.
3. A taxa de crescimento da renda nacional não será, em geral, igual à taxa de expansão do investimento, mas tenderá em direção a essa taxa com o passar do tempo.

Pode-se notar que, apesar de estarmos lidando com um modelo bi-setorial, o sistema econômico descrito por Feldman mantém as mesmas características dos sub sistemas rraffianos, ou seja, ele é auto-reprodutível e gera um único tipo de mercadoria final. Desse modo, ele representa uma economia onde os setores estão verticalmente integrados.

A diferença entre os modelos de Feldman e Pasinetti se refere principalmente ao nível de utilização da integração vertical. No primeiro, esse recurso foi utilizado quase ao extremo ao passo que, no outro, ele foi utilizado na geração de um modelo multi-setorial. Nesse sentido, o modelo de Feldman pode ser obtido a partir do modelo pasinettiano quando se considera no segundo a existência de apenas uma mercadoria e, conseqüentemente, de apenas um setor de bens de consumo e do correspondente setor de bens de capital.

Desse ponto de vista, os coeficientes técnicos do modelo de Feldman nada mais são do que uma combinação linear dos coeficientes verticalmente integrados da análise pasinettiana e a passagem de um modelo ao outro pode ser feita sem maiores dificuldades. Isso significa que a análise de alocação de investimentos pode ser estendida a um sistema econômico desagregado, em que os setores estejam verticalmente integrados no sentido pasinettiano. Nesse caso, para cada um deles, deve se particularizar uma taxa de alocação dos investimentos. Do mesmo modo, é possível mostrar que novos elementos podem ser introduzidos na análise de alocação de investimentos quando ela é feita à luz de um modelo multi-setorial, onde se considera a existência de mudança estrutural.

#### 4. O CASO MAIS SIMPLES DE CRESCIMENTO ECONÔMICO: CRESCIMENTO POPULACIONAL COM RETORNOS CONSTANTES DE ESCALA

Nesta seção, a análise é conduzida em termos do caso mais simples de expansão econômica, ou seja, aquele que se dá em virtude apenas do crescimento da força de trabalho. Apesar de esse ser um caso pouco interessante do ponto de vista da análise de mudança estrutural, visto que todos os setores crescem a uma mesma taxa, ele é uma primeira aproximação valiosa para o entendimento do caso mais geral, que se pretende tratar na seção seguinte, onde o processo de crescimento econômico é conseqüência também da mudança técnica.

Inicialmente, adota-se o mesmo procedimento usado por Pasinetti (1983), que consiste em fazer algumas hipóteses sobre as condições iniciais e sobre a trajetória temporal das variáveis exógenas ao modelo. Assim:

As condições iniciais são aquelas que correspondem ao instante de tempo definido como zero; supõe-se que nesse momento há pleno emprego da força de trabalho e plena utilização dos meios de produção. Isso significa que, nesse instante, a condição de demanda efetiva e a série de condições setoriais de acumulação de capital são satisfeitas.

Com o passar do tempo, a população cresce a uma taxa  $g > 0$ , ou seja:



$$X_n(t) = X_n(0)e^{gt} \quad (4.1)$$

As condições técnicas não variam, ou seja, todos os coeficientes técnicos permanecem constantes ao longo do tempo.

As preferências dos consumidores não variam, o que significa que os coeficientes de demanda permanecem constantes com o decorrer do tempo.

A manutenção da trajetória de equilíbrio requer que as condições de demanda efetiva (2.6) e de acumulação de capital (2.10) sejam satisfeitas com o decorrer do tempo. As versões dinâmicas dessas duas condições podem ser escritas como:

$$\sum a_{in}(t)a_{ni}(t) + \sum a_{nki}(t)a_{kin}(t) = 1 \quad (4.2)$$

$$a_{bin}(t) = g a_{in}(t)/(1-g\gamma_i) \quad (4.3)$$

A condição de demanda efetiva (4.2) é, nesse caso, satisfeita imediatamente, dada a constância de todos os coeficientes com o decorrer do tempo. A condição de acumulação de capital (4.3) apresenta uma dificuldade a mais, pois deve ser observada em cada setor. Além dessas duas, há na verdade uma terceira, não observada por Pasinetti e que será chamada de condição de alocação de investimentos. Ela pode ser derivada da seguinte maneira: diante das hipóteses de preferências constantes e de crescimento populacional a uma taxa constante  $g$ , para haver manutenção do equilíbrio, a taxa de crescimento do  $k_i$ -ésimo setor deve ser dada por:

$$\dot{X}_{k_i}/X_{k_i} = \lambda v_{k_i} \quad (3.4)$$

Mas, do modelo de Feldman, sabe-se que a taxa de crescimento possível da produção dos bens de capital é dada por:

$$\dot{X}_{k_i}/X_{k_i} = \lambda_i/v_{k_i} \quad (4.5)$$

Igualando-se as duas taxas, é possível determinar o valor de  $\lambda_i$  que garante o crescimento do investimento a uma taxa compatível com a manutenção do pleno emprego e com a satisfação da demanda. Tem-se assim que:

$$\lambda_i = g v_{k_i} \quad (4.6)$$

A expressão (4.6), além de representar uma condição a mais no esquema pasinettiano, fornece o valor da taxa de alocação de investimentos que garante a manutenção do pleno emprego no modelo de Feldman.

Desse modo, pode-se observar que, mesmo diante do caso mais simples de crescimento econômico, já surgem algumas complicações quanto à manutenção da trajetória de equilíbrio. Quando se lida com um modelo bi-setorial como o de Feldman, é necessário satisfazer apenas uma condição de alocação de investimentos, enquanto o caso de uma economia desagregada requer que uma série dessas condições seja satisfeita.

Isso significa que, para manter a trajetória de equilíbrio, deve-se esperar que em cada um dos setores seja observada, além da condição de acumulação de capital já especificada por Pasinetti, a condição de alocação de investimentos, que deve ter sido satisfeita em um período anterior.

## 5. CRESCIMENTO POPULACIONAL E MUDANÇA TÉCNICA

Nesta seção, analisa-se o caso mais geral de crescimento, que ocorre também devido ao progresso técnico. Será utilizado o mesmo procedimento adotado na seção anterior, ou seja, são feitas algumas hipóteses em relação às condições iniciais e em relação ao movimento de algumas magnitudes que consideramos exógenas ao modelo.

A. Condições iniciais:

No momento que iniciamos nossa análise e que consideramos como sendo o tempo igual a zero, o sistema econômico que estamos analisando é definido por:

(a) Um conjunto de  $2(n-1)$  estoques de bens de capital, expressos em termos de unidades de capacidade produtiva:

$$K_1(0), \dots, K_{n-1}(0), K_{k1}(0), \dots, K_{kn-1}(0) \quad (5.1)$$

(b) Uma população  $X_n(0)$ , que é considerada uma magnitude exógena.

(c) Um conjunto de  $2(n-1)$  coeficientes técnicos:

$$a_{n1}(0), \dots, a_{n,n-1}(0), a_{nk1}(0), \dots, a_{nkn-1}(0) \quad (5.2)$$

cada um deles expressando a quantidade de trabalho, requerida na unidade de tempo, para produzir uma unidade de cada mercadoria.

(d) Um conjunto de  $(n-1)$  coeficientes de consumo:

$$a_{1n}(0), \dots, a_{n-1,n}(0) \quad (5.3)$$

expressando a demanda per capita por cada um dos bens de consumo na unidade de tempo considerada.

(e) Um conjunto de  $(n-1)$  coeficientes de investimento:

$$a_{k1,n}(0), \dots, a_{kn-1,n}(0) \quad (5.4)$$

representando a demanda per capita por cada bem de investimento na unidade de tempo.

Vamos considerar que todas essas magnitudes, no tempo zero, são tais que as relações que definem o equilíbrio no sistema econômico são satisfeitas. Isso significa que:

(i) A série de  $2(n-1)$  estoques de capacidades produtivas mencionados no item (a) são exatamente do tamanho requerido pela demanda.

(ii) A série de  $(n-1)$  coeficientes de investimento mencionados em (e) são tais que, no tempo zero, satisfazem as necessidades dinâmicas do sistema econômico (que serão discutidas em detalhe mais adiante).

(iii) Os coeficientes técnicos e de demanda – i.e. (c), (d), (e) –, considerados conjuntamente, satisfazem a condição macroeconômica de demanda efetiva.

$$\sum a_{m1}(0)a_{m1}(0) + \sum a_{nki}(0)a_{ki,n}(0) = 1 \quad (5.5)$$

As condições (i), (ii) e (iii) simplesmente representam uma forma de dizer que,

no início do processo, ocorre, *ex-hipotesi*, o pleno emprego da força de trabalho e a plena utilização da capacidade produtiva.

As hipóteses relativas à trajetória temporal das variáveis exógenas são as seguintes:

- (a) A população cresce a uma taxa constante  $g$ , tal que:

$$X_n(t) = X_n(0)e^{gt} \quad (5.6)$$

- (b) A produtividade muda a uma taxa específica  $\rho_i$  em cada setor. Admite-se que elas são em geral diferentes de um setor para o outro, mas que são constantes com o passar do tempo dentro do mesmo setor. Isso significa que:

$$\begin{aligned} a_m(t) &= a_m(0)e^{\rho_i t} \\ a_{ki}(t) &= a_{ki}(0)e^{\rho_{ki} t} \end{aligned} \quad (5.7)$$

A demanda per capita muda a uma taxa percentual particular  $r_i$  para cada mercadoria. Essas taxas são constantes dentro do intervalo de tempo que se considera, ou seja, as mudanças ocorrem apenas na passagem de uma unidade de tempo a outra. É possível assim deduzir a trajetória temporal dos coeficientes de demanda:

$$a_m(t) = a_m(0)e^{r_i t} \quad (5.8)$$

Adotando o mesmo procedimento da seção anterior, chega-se à taxa de crescimento de equilíbrio da produção dos bens de consumo e dos bens de investimento:

$$\dot{X}_i / X_i = g + r_I \quad (5.9)$$

$$\dot{X}_{ki} / X_{ki} = g + r_I \quad (5.10)$$

Comparando (5.9) com a taxa de crescimento da produção de bens de investimento obtida no modelo de Feldman, segue-se que:

$$\lambda_i / v_{ki} = g + r_I \quad (5.11)$$

Obtém-se assim a condição de alocação de investimentos:

$$\lambda_i = (g + r_I) v_{ki} \quad (5.12)$$

A relevância dessa condição para a manutenção do equilíbrio é evidente quando se percebe que se ela não for satisfeita em algum período, a condição de acumulação de capital não poderá ser satisfeita no período subsequente.

Ou seja, se em um determinado período não houver investimentos suficientes no setor bens de capital, no período seguinte, esse setor não será capaz de produzir a quantidade de bens necessária à satisfação da condição de acumulação de capital. Pode-se verificar quão pouco provável é que um sistema econômico com as características consideradas se mantenha numa trajetória de equilíbrio com o decorrer do tempo. Em primeiro lugar, a condição de demanda efetiva que, no caso anterior, era satisfeita automaticamente, haja vista a constância dos coeficientes, agora difi-

cilmente será satisfeita com o decorrer do tempo. Isso pode ser verificado a partir da forma que ela assume, ou seja:

$$\sum a_{ni}(0)a_{ni}(0)e^{(r_i-\rho_i)t} + \sum(g+r_i)a_{nki}(0)a_{ni}(0)e^{(r_i-\rho_k)t} = 1 \quad (5.13)$$

Pode-se perceber que cada um dos componentes do lado esquerdo está variando com o decorrer do tempo e não há nenhum expediente simples, como o que ocorreu na seção anterior, que garanta a sua satisfação agora.<sup>8</sup>

Isso significa que, mesmo partindo de uma posição de equilíbrio é, em geral, impossível manter automaticamente o pleno emprego com o passar do tempo. Essa conclusão fica reforçada quando se concentra a análise sobre a condição de alocação de investimentos.

Comparando a expressão (5.13) com a seção anterior nota-se o surgimento de mais um termo, que se refere à taxa de mudança da demanda  $r_i$ . Ela é um dos elementos centrais dessa análise, pois através dela são captadas as mudanças nas demandas dos consumidores, principalmente devido à expansão da renda (Lei de Engel). Ou seja,  $r_i$  depende tanto das preferências dos consumidores como da sua evolução com o decorrer do tempo:

Os coeficientes técnicos que aparecem na expressão acima influenciam a taxa

$$r_i(t) = f_i\{a_{n1}, \dots, a_{n,n-1}, a_{nk1}, \dots, a_{nk,n-1}; d/dt[a_{n1}, \dots, a_{n,n-1}, a_{nk1}, \dots, a_{nk,n-1}]\} \quad (5.14)$$

de mudança da demanda de dois modos: através do nível e da taxa de variação renda real per capita e através da variação na estrutura de preços.<sup>9</sup>

Desse modo, a taxa ótima de alocação de investimento sugere uma atenção especial ao papel das preferências dos consumidores para a alocação de investimentos. É possível supor, por exemplo, que os consumidores estão maximizando a sua utilidade e assim, a taxa ótima de alocação de investimentos estaria de acordo com a maximização individual das preferências, sem deixar de considerar uma das questões importantes quanto à maximização do bem-estar social, que é a manutenção do pleno emprego.

## 6. CONCLUSÃO

Neste artigo, mostrou-se como a introdução do processo de mudança estrutural no modelo de Feldman expandido permite a obtenção de novos resultados em relação a um tema que parecia praticamente esgotado pela Teoria do Desenvolvimento, a saber, a alocação de investimentos entre setores de bens de consumo e de bens de capital.

<sup>8</sup> Observe que derivando a expressão (5.13), o seu lado direito será igual a zero enquanto a o lado esquerdo será necessariamente positivo.

<sup>9</sup> Não se fez uso aqui da estrutura de preços, mas Pasinetti (1981, 1993) mostra que análise de mudança estrutural conduzida em termos de um sistema monetário é equivalente à utilizada aqui.

A essência da análise aqui desenvolvida está na interação entre o progresso técnico – que proporciona um aumento na renda per capita – e o aumento no consumo per capita, que se distribui de forma desigual entre os diferentes tipos de mercadorias, de acordo com a Lei de Engel, e a sua influência sobre a alocação de investimentos.

As tentativas de se determinar a taxa ótima de alocação de investimentos para o modelo de Feldman em geral resultaram em estudos em que se procurava maximizar uma função de utilidade intertemporal, sem a preocupação com outros critérios, tais como a manutenção do pleno emprego e utilização de plena capacidade. No presente artigo, a partir de uma abordagem pasinettiana, foi possível estabelecer um critério alternativo de bem-estar social, sem deixar de considerar as possíveis preferências dos consumidores. Mais precisamente, determinou-se a trajetória de equilíbrio para o modelo levando-se em consideração a manutenção do pleno emprego.

Os resultados obtidos mostram que, além das conclusões normativas obtidas através da determinação dos valores ótimos das taxas setoriais de alocação de investimentos, é possível fazer uma análise das possibilidades de o sistema econômico manter a trajetória de equilíbrio.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BOSE, S. (1968). “Optimal Growth and Investment Allocation”, *Review of Economic Studies*, pp. 456-80.
- BURMEISTER, E. & DOBEL, R. (1970). *Mathematical Theories of Economic Growth*, The MacMillan Company, New York.
- DOMAR, E. D. (1946). “Capital Expansion, Rate of Growth, and Employment”. *Econometrica*, 14 (April), pp. 137 -47.
- DUTT, A. K. (1990). *Growth, Distribution, and Uneven Development*. Cambridge, Cambridge University Press.
- FELDMAN, G. A. (1928). “On the Theory of Growth Rates of National Income”. *Planovoc Khoziastvo*, n. 11, 12, translated in N. Spulber (ed.). *Foundations of Soviet Strategy for Economic Growth*. Bloomington, Indiana, 1964.
- FOX, K., SENGUPTA, J. & T HORBECKE., E. (1966). *The Theory of Quantitative Economic Policy*. Amsterdã, North Holland Publishing Company.
- HARROD, R. F. (1939). “An Essay in Dynamic Theory”. *Economic Journal*, 49 (June), pp. 14-33.
- JONES, H. G. (1979). *Modernas teorias do crescimento econômico: uma introdução*. São Paulo, Atlas.
- MAHALANOBIS, P. C. (1953). “Some Observations on The Process of Growth of National Income”. *Sankhya* (September), pp. 307-12.
- PASINETTI, L. (1973). “The Notion of Vertical Integration in Economic Analysis”. *Metroeconomica*.
- PASINETTI, L. (1981). *Structural Change and Economic Growth*. Cambridge, Cambridge University Press.
- PASINETTI, L. (1993). *Structural Economic Dynamics*. Cambridge, Cambridge University Press.
- SIMONSEN, M. H. (1983). *Dinâmica macroeconômica*. McGraw-Hill do Brasil.
- SOLOW, R. M. (1956). “A Contribution to The Theory of Economic Growth”. *Quarterly Journal of Economics*, 70, pp. 65-94.
- SRAHA, P. (1960). *Production of Commodities by Means of Commodities*. Cambridge, Cambridge University Press.
- STERN, N. (1989). “The Economics of Development: A Survey”. *The Economic Journal*, pp. 597-685.

- STERN, N. (1991). "The Determinants of Growth". *The Economic Journal*, pp. 122-33.
- SWAN, T. W. (1956). "Economic Growth and Capital Accumulation". *Economic Record*, 32 (November), pp. 334-61.
- WEITZMAN, M. (1971). "Shiftable Versus Non-shiftable Capital: A Synthesis". *Econometrica*, pp. 511-29.
- UZAWA, H. (1961). "On a Two-Sector Model of Economic Growth," *Review of Economic Studies*, 39 (1), n. 78, October, pp. 40-7.

