

**REVISTA IBRACON DE ESTRUTURAS E MATERIAIS** IBRACON STRUCTURES AND MATERIALS JOURNAL

# Determination of reinforcing bars for tests of hollow core slabs with continuity

# **Determinação da armadura negativa para ensaios de lajes alveolares com continuidade**







A. P. SANTOS a andreiltonsantos@yahoo.com.br

> M. A. FERREIRA <sup>b</sup> marcelo@power.ufscar.br

R. C. CARVALHO ° chust@power.ufscar.br

L. M. PINHEIRO d libanio@sc.usp.br

# Abstract

The structural designs of floors formed by hollow core slabs usually consider these as simply-supported slabs. In recent years there have been project changes and hollow core slabs with continuity are widely used. The objective of this study is to suggest a way to calculate the reinforcement bars to be used in tests with continuity provided by a structural topping. Thus, this paper presents a method based on the maximum positive resistance moment and maximum shear strength of a hollow core slab. The method is applied to a test in hollow core slab specimens which have the following dimensions: 2 m width, 6 m long, and 21 cm high. The results indicated that the method was satisfactory to the performed test, and can therefore be applied to the other test configurations or even designs.

Keywords: hollow core slab, continuity, reinforcing bars, topping, tests.

# Resumo

Os projetos estruturais de pavimentos formados por lajes alveolares usualmente as consideram como simplesmente apoiadas. Nos últimos anos têm ocorrido modificações nos projetos, de tal forma que lajes alveolares com continuidade têm sido muito utilizadas. O objetivo deste trabalho é sugerir uma forma de se calcular a armadura negativa para ser utilizada em ensaios com continuidade obtida por meio de uma capa estrutural. Para isso, apresenta-se um método baseado no máximo momento resistente positivo e na máxima força cortante resistente de uma laje alveolar. O método é aplicado a um ensaio em lajes alveolares com as seguintes dimensões: 2 m de largura, 6 m de comprimento e 21 cm de altura. Os resultados indicaram que o método foi satisfatório para o ensaio realizado e, portanto, pode ser aplicado para outras configurações de ensaio, ou até mesmo em projetos.

*Palavras-chave:* laje alveolar, continuidade, armadura negativa, capa estrutural, ensaios.

Received: 14 Jul 2013 • Accepted: 18 Sep 2013 • Available Online: 12 Dec 2013

University of Sao Paulo, Sao Carlos School of Engineering, Department of Structural Engineering, Sao Carlos, SP, Brazil
 Federal University Federal of Sao Carlos, Department of Civil Engineering, Sao Carlos, SP, Brazil

#### 1. Introdução

As lajes alveolares foram desenvolvidas nos anos 1950 nos Estados Unidos e na Europa, em decorrência do avanço nas tecnologias da produção do concreto e também do aumento do uso das pistas de protensão. Esse tipo de elemento é conhecido por fornecer sistemas econômicos de pavimentos e coberturas, alta



Fonte: http://blogdopetcivil.com/2011/08/18/lajes-alveolares/ (1)



velocidade de montagem, pequeno número de peças e baixo peso próprio. Estima-se que o peso próprio de um elemento de laje alveolar seja metade do relativo a uma seção maciça de mesma altura. A Figura 1 mostra um exemplo de pavimentos formados por lajes alveolares, a Figura 2 apresenta exemplos de elementos de laje alveolar, e a Figura 3 exibe uma seção transversal típica. Estruturalmente, as lajes alveolares oferecem a eficiência de um elemento protendido, atingindo vãos consideráveis, com elevada capacidade de carga e pequenos deslocamentos. Além disso, se forem corretamente dimensionadas e detalhadas, elas ajudam na distribui-

ção das ações horizontais, através do efeito de diafragma rígido. Outra importante vantagem das lajes alveolares é a resistência ao fogo. De acordo com o PCI [3], um painel alveolar pode resistir até quatro horas, quando submetido a elevadas temperaturas. Essa resistência depende da altura do elemento e também do cobrimento da armadura.

Normalmente essas lajes são projetadas admitindo apoios simples. Isso acontece porque elas são elementos protendidos em que é utilizada pré-tração, com a armadura protendida colocada perto da face inferior. Isso proporciona alta capacidade de carga para as lajes, grandes vãos e pequenos deslocamentos.

Entretanto, é possível executar a ligação entre os tramos das lajes, com capacidade para resistir momento fletor. A isto se dá o nome de continuidade.

Essa continuidade pode ser estabelecida colocando-se armadura passiva sobre os apoios, no interior da capa (Figura 4), ou em aberturas feitas nos alvéolos (Figura 5), nas regiões de momento negativo.



#### Figura 4 - Continuidade estabelecida pela colocação de armadura na capa



#### 1.1 Ensaios de lajes alveolares

Análises experimentais de lajes alveolares têm sido feitas em vários centros de pesquisa do mundo, com o objetivo de estudar seu comportamento isolado ou em conjunto. Os principais assuntos investigados são: cisalhamento e flexão.

Os ensaios à flexão podem ser feitos conforme o manual da FIP [4]. Na transferência da força para a laje deve ser usada uma viga rígida, por exemplo uma viga metálica. A viga rígida tem o propósito de garantir uma distribuição uniforme do carregamento ao longo de toda a largura da laje. Essa viga de aço deve ter uma altura mínima 15 cm, sendo indicados 25 cm de altura para ensaios com utilização de atuador hidráulico. A força concentrada é aplicada no meio do vão, como mostrado na Figura 6.

Para avaliar a resistência das lajes ao cisalhamento, pode-se utilizar o ensaio padrão, também indicado no manual da FIP [4]. O esquema desse ensaio é semelhante ao apresentado para flexão (Figura 6). No entanto, a viga rígida deve estar posicionada próxima a um dos apoios, a uma distância de duas vezes e meia a altura da laje. Nos ensaios de lajes alveolares com continuidade, também se utilizam vigas rígidas para simular um carregamento transversal linear no centro de cada laje, caracterizando um ensaio de flexão. A Figura 7 apresenta um esquema do ensaio de lajes contínuas, com a instrumentação utilizada neste trabalho.

#### 1.2 Justificativa

No Brasil, grande parte dos edifícios feitos de concreto pré-moldado tem seus pavimentos construídos com lajes alveolares, sendo usual o emprego da capa para solidarizar as lajes. Nesses casos, é comum o uso de armadura na capa, sobre os apoios. Entretanto, essa armadura nem sempre é considerada para levar em conta a continuidade. Portanto, torna-se importante analisar a continuidade nos pavimentos com lajes alveolares em que os materiais e os elementos estruturais são utilizados de acordo com a realidade brasileira.

#### 1.3 Objetivo

O objetivo deste trabalho consiste em determinar uma metodo-



logia para se calcular a armadura negativa para ser utilizada em análises experimentais, em verdadeira grandeza, de lajes alveolares com continuidade estabelecida pela adição de armadura na capa (Figura 4). Essa metodologia pode ser empregada para situações usuais de projeto, desde que devidamente adaptada.

#### 1.4 Metodologia

Esse método inclui discutir hipóteses, apresentar as deduções e utilizar o equacionamento necessário à obtenção da armadura negativa. Além disso, analisar seu desempenho em um ensaio de laje alveolar com continuidade, considerando o peso próprio e duas cargas concentradas, uma em cada tramo.

#### 2. Benefícios de se provomover a continuidade

Alguns trabalhos técnicos sobre continuidade indicam formas de se obter benefícios quando se considera a continuidade. A Tabela 1 descreve essas vantagens.

Nos projetos estruturais desses elementos, cada benefício deve ser considerado em função dos aspectos do projeto.

No entanto, levando em consideração a situação da análise experimental, das três vantagens citadas na Tabela 1, a mais plausível de ser analisada e controlada em laboratório é a primeira. Nesse caso, ensaios comparativos entre as situações biapoiada e com continuidade podem ser feitos para um mesmo elemento de laje alveolar, ou seja, com a mesma seção transversal, os mesmos materiais, a mesma quantidade de armadura de protensão ( $A_p$ ) e o mesmo vão( $\ell$ ).





Tabela 1 – Vantagens de se utilizar a continuidade. Comparação com a situação simplesmente apoiada		
Vantagem	Referências	Comentários
Aumento da capacidade portante	RESENDE e GASTAL (6); BARBIERI e GASTAL (7)	O aumento da capacidade portante é a primeira vantagem a ser percebida. É a principal vantagem comentada nos códigos internacionais. Foi comprovada nos ensaios realizados pelos autores. Ex.: dada uma laje alveolar com propriedades de geometria e de material definidas, e também para um determinado vão e quantidade de armadura de protensão A <sub>p</sub> , essa laje consegue suportar um carregamento maior com continuidade, quando comparado à situação biapoiada.
Aumento do vão	TAN et al. (8)	Ex.: dada uma laje alveolar com propriedades de geometria e de material definidas, e também para um determinado carregamento e quantidade de armadura de protensão A <sub>p</sub> , essa laje consegue vencer um vão maior com continuidade, quando comparado à situação biapoiada.
Diminuição da quantidade de armadura de protensão (A <sub>p</sub> )	PETRUCELLI e CARVALHO (9)	Ex.: dada uma laje alveolar com propriedades de geometria e de material definidas, e também para determinados carregamento e vão, essa laje requer uma quantidade menor de armadura de protensão A <sub>p</sub> com continuidade, quando comparada à situação biapoiada.

#### 3. Alteração no sistema estrutural

O dimensionamento de uma laje alveolar considerando a continuidade deve obedecer as duas fases descritas a seguir:

- A primeira corresponde à situação de laje simplesmente apoiada, em que atuam o peso próprio (g<sub>1</sub>) e também o peso do concreto moldado no local (g<sub>2</sub>), dado pela concretagem da capa. Nesta situação, a laje deve resistir ao momento positivo no meio do vão. Essa situação ocorre durante o ensaio de continuidade;
- A segunda fase corresponde à ligação com continuidade e ao comportamento como apoio rígido. Neste caso, deve-se considerar como momento positivo a soma entre o momento obtido na primeira fase e o relativo à segunda, em que atuam as demais cargas permanentes (g<sub>3</sub>) e as acidentais (q). Consequentemente, o máximo momento negativo é aquele calculado para a segunda fase, com o carregamento permanente e o acidental, nas situações mais desfavoráveis. No ensaio de continuidade, a segunda fase é representada pela ação do atuador hidráulico e o peso próprio das vigas metálicas utilizadas para promover o carregamento.

#### 4. Determinação da armadura de continuidade

O dimensionamento de uma laje alveolar, levando em conta a continuidade, pode ser feito de acordo com o modelo proposto por PETRUCELLI [10], acrescentando uma etapa que consiste no cálculo da armadura de continuidade ( $A_s$ ). Além do mais, deve-se considerar a alteração do sistema estrutural discutido no item 3.

Como foi comentado anteriormente, essa armadura pode ser obtida considerando a atuação integral do momento fletor negativo teórico. Esse momento é comumente chamado de momento elástico. Além disso,  ${\rm A_s}$  pode ser calculada levando em conta uma parcela deste momento.

Entretanto o momento fletor negativo depende do valor do carregamento aplicado. Considerando que esta é uma variável na análise experimental, a questão é como determinar a quantidade de armadura (A<sub>s</sub>), para as análises experimentais, correspondente a 100% de continuidade.

Para resolver essa questão é necessário estabelecer um critério e, através deste, obter a armadura  $A_s$  referente a 100% de continuidade. Um possível critério é considerar o máximo momento positivo resistente pela armadura de protensão ( $A_p$ ) e posteriormente analisar a máxima força cortante resistente da laje alveolar a ser ensaiada.





#### 4.1 Máximo momento positivo resistente

Para compreender o critério do máximo momento positivo que a laje resiste, é necessário considerar um ensaio hipotético de flexão com a laje simplesmente apoiada. A Figura 8 apresenta o esquema estrutural desse ensaio dando destaque aos diagramas de momento fletor devido à atuação do peso próprio (g,) e do peso da capa (g<sub>2</sub>) e posteriormente devido à atuação do atuador hidráulico (F<sub>1</sub>).

Logo, considerando um elemento de laje alveolar com características de geometria e de material, e também armadura de protensão (A) e vão (l) definidos, o máximo momento positivo que a armadura de protensão  $A_n$  resiste, na condição biapoiada ( $M_{pos,tot,1}$ ), é dado pela soma dos momentos positivos correspondentes às cargas g<sub>1</sub>, g<sub>2</sub> e F<sub>1</sub>.

$$M_{pos,tot,1} = M_1 + M_2$$
 (1)

A Tabela 2 apresenta as equações referentes ao ensaio hipotético à flexão para lajes biapoiadas.

A Figura 9 apresenta o diagrama de momento fletor para as mesmas lajes, admitindo continuidade no apoio intermediário.Nessa Figura, F<sub>2</sub> corresponde à força do atuador hidráulico no ensaio de continuidade. Dessa forma, o momento positivo total para este ensaio ( $M_{pos,tot,2}$ ) é dado pela expressão 2.

$$M_{pos,tot,2}=M_1+M_3$$
 (2)

M<sub>postot1</sub> pode ser obtido usando o valor de A<sub>p</sub>. O valor de M<sub>3</sub>, que corresponde ao momento positivo devido à força  $F_2$  aplicada no meio do vão da laje para o ensaio com continuidade, pode ser obtido igualando  $\rm M_{_{pos,tot,1}}$  com  $\rm M_{_{pos,tot,2}}$  Uma vez conhecido  $\rm M_{_3}$  é possível calcular o valor da força  $\rm F_{_2}$  e,

através deste, obter o momento M<sub>4</sub>. Por fim, utilizando M<sub>4</sub>, calcula-

-se a armadura negativa A referente a 100% de continuidade. Após isso, a razão entre  $F_1 e F_2$  pode ser determinada. Se  $F_2$  for maior que F, comprova-se o aumento da capacidade portante. A Tabela 3 mostra as equações para a determinação de A<sub>s</sub> referente ao ensaio de continuidade.

Além das variáveis já definidas, a Tabela 3 apresenta também:

- z = braço de alavanca nessa seção com flexão simples. Esse valor pode ser diferente, considerando o equilíbrio com momento positivo e negativo;
- f<sub>vk</sub> = tensão característica de escoamento da armadura.
- 4.2 Momento fletor M<sub>4</sub> e a condição de apoio

Como o apoio intermediário é composto por uma ligação em concreto pré-moldado, o valor de A é calculado com o momento fletor negativo (M<sub>4</sub>) na seção em que ocorre a rotação. Para isso adotou--se a geometria da Figura 10, de acordo com a nomenclatura indicada a seguir:



	Tabela 3 – Equações para cálculo de laj	es alveolares com continuidade
Variável	Equação	Comentários
M <sub>pos,tot,2</sub>	M <sub>pos,tot,2</sub> =M <sub>pos,tot,1</sub>	Ver Equações 1 e 2
M <sub>3</sub>	$M_3 = M_{\text{pos,tot,2}} - M_1$	Ver Figura 9
$F_2$	$M_3 = \frac{5.F_2.l}{32} \Rightarrow F_2 = \frac{32.M_3}{5.l}$	Ver Figura 9
$M_{4,1}$	$M_{4,1} = \frac{3.F_2.l}{16}$	Ver Figuras 9 e 10
$M_{4,2}$	$M_{4,2} = M_{4,1} \left( \frac{l_1}{\left( l_1 - \left( b + \left( \frac{a}{2} \right) \right) \right)} \right)$	Ver Equações 3, 4 e 5 Ver Figura 10
A <sub>s</sub>	$A_{s} = \frac{M_{4,2}}{z.f_{yk}}$	Deduzida através do equilíbrio de seção para flexão simples

- F<sub>2</sub> = força de ruptura aplicada no meio do vão para o ensaio com continuidade;
- θ = rotação na seção onde a laje começa a se apoiar na viga (seção de rotação);
- M<sub>4.1</sub> = momento fletor negativo no centro do apoio;
- M<sub>4,2</sub> = momento fletor negativo na seção onde ocorre a rotação θ;
- M<sub>3</sub> = momento fletor positivo devido à força F<sub>2</sub>;
- a = distância entre as extremidades das lajes alveolares;
- b = comprimento de apoio da laje alveolar;
- c = distância entre o ponto de momento fletor nulo e a seção de rotação;
- h<sub>c</sub> = altura da capa;
- $\blacksquare h_t = altura da laje alveolar;$
- l<sub>1</sub> = distância entre o engaste e o ponto de momento fletor nulo;
- l<sub>2</sub> = distância entre o ponto de aplicação da força F<sub>2</sub> e o de momento nulo;
- \$\express{2} \express{2} \express{2} = metade do vão.

A Figura 10 mostra as relações estabelecidas nas expressões 3 e 4. Além disso, como regra prática, é adotado para o comprimento de apoio da laje alveolar (letra b da Figura 10) valor igual à metade da altura da laje, considerando seção composta, com indicado na expressão 5.



# 4.3 Verificação da força cortante

 $b = (h_c + h_\ell)/2$ 

O critério sugerido para estabelecer 100% da armadura de continuidade através do máximo momento resistente pela armadura de protensão deve ser complementado pela verificação da força cortante.



(5)

Tabela 4 – Equações para cálculo de lajes alveolares com continuidade – verificação da força cortante				
Variável	Equação	Comments		
F <sub>2,Q</sub>	$\frac{(g_1+g_2).l}{2} + \frac{11}{16}.F_{2,Q} = [\tau_{Rd}.k(1,2+40.\rho_1)+0,15\sigma_{cp}].b_w.d$	Ver Expressões 6 e 7		
$F_2 \ge F_{2,Q}$	OK. A, é igual ao valor obtido na Tabela 3. A laje não irá romper por força cortante.	Ver Tabela 3		
$F_2 < F_{2,Q}$	Calculam-se novamente M <sub>4,1</sub> , M <sub>4,2</sub> e A <sub>s</sub> , substituindo, na Tabela 3, F <sub>2</sub> por F <sub>2,Q</sub> .	Ver Tabela 3		

Realizando um ensaio de continuidade (Figura 7), ele pode mostrar que a laje alveolar atinge a ruína por cisalhamento antes que a armadura negativa alcance a ruptura ou mesmo escoe. Em outras palavras, a força de ruptura atingida no ensaio de continuidade pode ser menor do que a prevista para ruptura por flexão.

A verificação da força cortante em lajes alveolares é tema de muitas pesquisas. Um estudo recente, feito por CATOIA [11], trata dessa verificação em regiões fissuradas por flexão. Nesse trabalho, várias equações de verificação da força cortante foram estudadas e comparadas com resultados de ensaios. De uma maneira geral, a equação da ABNT NBR 6118:2007 [12] foi avaliada como satisfatória para verificação do cisalhamento, principalmente para lajes alveolares com ou sem capa e aplicação da força de ensaio a 2,5 h, sendo h a altura do elemento ensaiado (seção composta com a capa ou seção simples).



Para a verificação da força cortante foi escolhida a formulação da ABNT NBR 6118:2007 [12], que é baseada na formulação europeia. Esta serve de embasamento para a utilizada na ABNT NBR 14861:2011 [12], que trata especificamente de lajes alveolares. Entretanto, são semelhantes principalmente quando não há preenchimento de alvéolos, caso do trabalho que ora se apresenta.

Segundo a ABNT NBR 6118:2007 [12], uma laje pode prescindir de armadura transversal para resistir aos esforços de tração oriundos da força cortante quando for atendida a expressão 6.

$$V_{Sd} \le V_{Rd1} = [\tau_{Rd} k (1,2+40 \rho_1)+0.15 \sigma_{cp}] b_w d$$
 (6)

- V<sub>sd</sub> = força cortante solicitante de cálculo;
- V<sub>Rd1</sub> = força cortante resistente de cálculo;
- τ<sub>Rd</sub> = tensão cisalhante resistente de cálculo τ<sub>Rd</sub> = 0,25 f<sub>ctd</sub>;
- $f_{ctd}$  = resistência do concreto à tração  $f_{ctd}$  =  $f_{ctk,inf} / \gamma_c$ ;
- $k = |1,6 d| \ge 1$  (d em metros);
- $\rho_1 = A_{s1} / (b_w d) \le 0.02;$
- A<sub>s1</sub> = área da seção de armadura considerada para o efeito pino;
- b = largura da laje descontados os vazios correspondentes
- aos alvéolos;
  d = altura útil da seção, medida da fibra extrema mais comprimida até o centro de gravidade da armadura de tração;
- $\sigma_{cp}$  = tensão de compressão no concreto devida à protensão  $\sigma_{cp}^{}$  = N<sub>sd</sub> / A<sub>c</sub>;
- N<sub>sd</sub> = força longitudinal devida à protensão;
- A<sub>c</sub> = área da seção transversal de concreto.

A expressão 7 mostra o valor de V<sub>sd</sub> considerando a força concentrada aplicada no ensaio de continuidade, responsável pela ruptura por cortante ( $F_{2,Q}$ ). Essa expressão considera que a força concentrada ( $F_2$ ) é aplicada no meio do vão, como é mostrado na Figura 9. Caso haja alguma modificação na posição da força concentrada, a expressão 7 deve ser adaptada.



Figura 12 - Lajes alveolares fabricadas pela empresa LAJE TRELIÇADA IND. e COM. LTDA

Portanto, o valor da força que se deseja saber ( $F_{2,Q}$ ) é função da taxa de armadura ( $\rho_1$ ), ou seja,  $F_{2,Q}$  depende da armadura negativa ( $A_s$ ). Logo, o valor de  $A_s$  é usado para verificar o cisalhamento, com  $A_s$  obtido em função do ensaio de flexão com continuidade, e então calcula-se  $F_{2,Q}$ .

Se  $F_2$  for menor que  $F_{2,Q}$ , a laje não irá romper por força cortante. Caso contrário, a armadura de continuidade deverá ser calculada novamente, limitada pela força  $F_{2,Q}$ . Isto pode ser feito substituindo, na Tabela 3,  $F_2$  por  $F_{2,Q}$ , calculando novamente  $M_{4,1}$  e  $M_{4,2}$ , e por fim  $A_s$ . A Tabela 4 mostra o resumos das equações quando se considera a força cortante. A Figura 11 apresenta o roteiro de cálculo de As pelo critério sugerido para garantir 100% de armadura de continuidade para o momento resistente máximo da laje alveolar.

# 5. Programa experimental

O ensaio mostrado neste trabalho faz parte de um programa de

doutorado que está em andamento no Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo (SET/EESC/USP). Os ensaios foram realizados no laboratório do Núcleo de Estudo e Tecnologia em Pré-moldados de Concreto, do Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de São Carlos (NETPRE/DECiv/ UFSCar). As lajes alveolares foram doadas para pesquisa como parte do convênio entre a Associação Brasileira da Construção Industrializada de Concreto (ABCIC) e as universidades citadas. As lajes foram fabricadas pela empresa LAJE TRELIÇADA IND. e COM. LTDA., com sede em Cuiabá (MT), e fazem parte de um lote de lajes alveolares (Figura 12) para o estádio de futebol Arena Pantanal, em Cuiabá, no estado de Mato Grosso.

O ensaio em questão foi realizado no dia 7 de Março de 2012 em lajes alveolares em verdadeira grandeza. Essas lajes tinham as



Tabela 5 – Propriedades geométricas				
Significado	Variáveis	Seção simples	Seção composta	
Área da armadura de protensão	A <sub>p</sub> (cm <sup>2</sup> )	8,91	8,91	
Distância da armadura de protensão à fibra inferior	d' (m)	0,035	0,035	
Área da seção de concreto	A <sub>c</sub> (m²)	0,2357	0,3342	
Momento de inércia	l (m₄)	0,0013	0,0024	
Distância da fibra superior à linha neutra (LN)	y <sub>s</sub> (m)	0,1016	0,1143	
Distância da fibra inferior à linha neutra (LN)	y, (m)	0,1084	0,1457	
Módulo de resistência da seção superior	W <sub>s</sub> (m <sup>3</sup> )	0,0128	0,0210	
Módulo de resistência da seção inferior	W <sub>i</sub> (m³)	0,01199	0,01647	
Excentricidade da protensão (inferior)	e <sub>p</sub> (m)	0,0734	0,1107	

seguintes dimensões: 2,00 m de largura, 6,00 m de comprimento e 0,21 m de altura. A Figura 13 apresenta uma foto panorâmica do ensaio.

A Figura 14 mostra a seção transversal da laje. Para a resistência característica do concreto à compressão f<sub>ck</sub> e a resistência à compressão às 24 horas f<sub>cj,24h</sub> foram considerados os valores 40 MPa e 21 MPa, respectivamente. Para armadura de protensão, foram utilizados nove cordoalhas de 12,7 mm, aço CP 190-RB. A força inicial de protensão (por cordoalha) foi de 142 kN. As propriedades geométricas são apresentadas na Tabela 5, enquanto que as propriedades dos materiais são mostradas na Tabela 6.

Diferentemente das Figuras 8 e 9, a força concentrada foi aplicada a uma distância de 2,10 m do centro do modelo, como mostra a Figura 15. O vão ( $\ell$ ) do ensaio foi de 4,82 m.

#### 6. Resultados

Utilizando a metodologia exposta no item 4 deste trabalho, é possível traçar curvas simulando ensaios realizados com a laje em questão. A Tabela 7 mostra o cálculo de armadura de continuidade para os seguintes vãos (em metros): 3,75; 5,00; 6,25; 7,50; 8,75; 10,00.





Tabela 6 – Propriedades dos materiais

Material	Variáveis	Valores
Concreto da capa Concreto das lajes Armadura negativa	f <sub>ck</sub> (MPa) E <sub>cl.cml</sub> (MPa) f <sub>ck</sub> (MPa) E <sub>cl.cpm</sub> (MPa) f <sub>yk</sub> (MPa) E <sub>s</sub> (MPa)	30 30672 40 35418 500 210000
CA-50)	٤ <sub>vd</sub> (‰)	2,07
protensão (Aço CP 190 RB)	$f_{ptk}$ (MPa) $f_{pyk}$ (MPa) $E_{p}$ (MPa) $\epsilon_{yd}$ (%)	1710 205000 8,53

A Tabela 8 apresenta o resumo das forças de ruptura, indicando também o aumento real da capacidade de carga, através da relação  $F_2/F_1$  e da força cortante resistente ( $F_{1,Q}$ ) para ensaio de laje biapoiada.

Com base na Tabela 8 foi possível traçar as curvas mostradas na Figura 16. Essa figura apresenta cinco curvas que relacionam a força de ruptura da laje, por flexão ( $F_1$  ou  $F_2$ ) ou por cisalhamento ( $F_{1,Q}$  ou  $F_{2,Q}$ ), com vãos para os ensaios hipotéticos considerados na Tabela 7.

Essas curvas são explicadas na sequência. Em todos os casos considera-se que as forças são posicionadas no meio do vão de cada laje:

- F<sub>1</sub> Biapoiada Flexão Forças de ruptura à flexão para os ensaios hipotéticos com lajes simplesmente apoiadas;
- F<sub>1,Q</sub> Biapoiada Cisalhamento Forças de ruptura ao cisalhamento para os ensaios hipotéticos com lajes simplesmente apoiadas;
- F<sub>2</sub> Continuidade Flexão Forças que levariam à ruptura por flexão em ensaios hipotéticos com continuidade;
- F<sub>2,Q</sub> Continuidade Cisalhamento Forças que levariam à ruptura por cisalhamento em ensaios hipotéticos com continuidade;
- F<sub>2,E</sub> Continuidade Envoltória Considera a situação mais desfavorável entre F<sub>2</sub> e F<sub>2,Q</sub>, caracterizando uma envoltória. Essa envoltória também pode ser vista nas Tabelas 7 e 8, realçando a situação mais desfavorável.

#### 6.1 Cálculo da armadura de continuidade para uso nos ensaios

A seguir serão apresentados os cálculos para obter a armadura de continuidade ( $A_s$ ) para os ensaios. A Figura 15 mostra a configuração do vão ( $\ell$ ) e do posicionamento da carga aplicada  $F_2$ . Esse ensaio considerou um vão de 4,82 m e a distância do centro do modelo ao ponto de aplicação da força de 2,10 m. Portanto, é importante comentar que os esforços solicitantes foram calculados de acordo com a configuração do ensaio. Para tal foi necessário utilizar as conversões mostradas na Tabela 9.

	Tabela 7 – Sim	ulação de enso	aios para vãos e	entre 3,75 m e 10	),00 m	
<b>ℓ</b> (m)	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00
M <sub>1</sub> (kN.m)	14,75	26,22	40,97	58,99	80,29	104,88
M₂ (kN.m)	312,69	301,22	286,47	268,45	247,15	222,57
F <sub>1</sub> (kN)	333,54	240,98	183,34	143,17	112,98	89,03
M₃ (kN.m)	312,69	301,22	286,47	268,45	247,15	222,57
F <sub>2</sub> (kN)	533,66	385,56	293,35	229,08	180,77	142,44
F <sub>2</sub> / F1	1,60	1,60	1,60	1,60	1,60	1,60
M <sub>4,1</sub> (kN.m)	375,23	361,47	343,77	322,14	296,57	267,08
l <sub>1</sub> (m)	1,024	1,365	1,706	2,048	2,389	2,730
M <sub>4,2</sub> (kN.m)	301,93	308,50	303,47	290,67	271,74	247,51
$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	28,16	28,77	28,30	27,04	25,22	22,87
ρ1 (calculado)	0,02537	0,02576	0,02511	0,02375	0,02182	0,01939
ρ, (adotado)	0,01433*	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
V <sub>Rd1</sub> (kN)	208,64	227,60	227,60	227,60	227,60	227,60
F <sub>2,Q</sub> (kN)	280,60	300,55	292,92	285,29	277,67	270,04
$F_{2,Q}/F_1$	0,84	1,25	1,59	1,99	2,46	3,03
F <sub>2</sub> (adotado)	280,60	300,55	292,93	229,08	180,08	142,44
$F_2/F_1$ (real)	0,84	1,25	1,59	1,60	1,60	1,60
M <sub>4.1</sub> (kN.m)	197,30	281,76	343,27	322,14	296,57	267,08
M <sub>4,2</sub> (kN.m)	158,75	240,48	303,03	290,67	271,74	247,51
A <sub>s</sub> (cm <sup>2</sup> )	14,50	22,17	28,26	27,04	25,22	22,81
ρ,(calculado)	0,01433*	0,02190	0,02792	0,02672	0,02492	0,02254
A <sub>p</sub> (cm <sup>2</sup> )	8,91	8,91	8,91	8,91	8,91	8,91
ρ <sub>1</sub> (calculado)	0,008804	0,008804	0,008804	0,008804	0,008804	0,008804
V <sub>Rd1,F1Q</sub> (kN)	190,17	190,17	190,17	190,17	190,17	190,17
F <sub>1,Q</sub> (kN)	348,878	338,39	327,42	317,42	306,93	296,44

\* Obtido por iteração até o valor final p1 (calculado2) resultar próximo ao adotado p1 (adotado).

		Tabela 8 - I	Resumo das força	s de ruptura		
ℓ (m)	<b>F</b> <sub>1</sub> (kN)	<b>F</b> <sub>1,α</sub> (kN)	F <sub>2</sub> (kN)	F <sub>2,Q</sub> (kN)	F <sub>2,E</sub> (kN)	<b>F</b> <sub>2</sub> / <b>F</b> <sub>1</sub>
3,75	333,54	348,88	533,66	280,60	280,60	0,84
5,00	240,98	338,39	385,56	300,55	300,55	1,25
6,25	183,34	327,90	293,35	292,92	292,92	1,59
7,50	143,17	317,42	229,08	285,29	229,08	1,60
8,75	112,98	306,93	180,77	277,67	180,77	1,60
10,00	89,03	296,44	142,44	270,04	142,44	1,60

F1 = Força aplicada no meio do vão em ensaio (hipotético) de laje simplesmente apoiada, ruptura por flexão;

 $F_{1,\alpha}$  = Força aplicada no meio do vão em ensaio (hipotético) de laje simplesmente apoiada, ruptura por cisalhamento;

F<sub>2</sub> = Força aplicada no meio do vão em ensaio de continuidade, ruptura por flexão;

 $F_{_{2,\alpha}}$  = Força aplicada no meio do vão em ensaio de continuidade, ruptura por cisalhamento;

 $F_{2E}$  = Envoltória da força  $F_2$  considerando a ruptura ora por flexão ora por cisalhamento.

Além disso, é necessário considerar o seguinte:

- σ<sub>pt,∞</sub> = 107,67 kN/cm<sup>2</sup> (tensão de protensão considerando as perdas, calculadas desde a fabricação até a data do ensaio, totalizando 24,18%)
- N<sub>p</sub> = 107,67 (kN/cm<sup>2</sup>) x 8,91 (cm<sup>2</sup>) = 959,29 kN (força de protensão atuante na seção).

Os resultados são mostrados nas Tabelas 10, 11, 12 e 13. Como se trata de análise experimental, é necessário citar que foi utilizado o valor de  $f_{ck}$  no lugar de  $f_{cd}$ . O mesmo vale para o valor de  $f_{ctd}$ , que foi substituído por  $f_{ctk inf}$ .

que foi substituído por  $f_{ctk,inf}$ . Uma vez que o valor de  $F_{2,Q}$  é menor que  $F_2$ , deve-se repetir os cálculos da Tabela 11, utilizando  $F_{2,Q}$  no lugar de  $F_2$ , e isto é feito na Tabela 13.

Vale destacar que o aumento da capacidade portante para a laje foi de 1,09 (Tabela 12), e não 1,82 (Tabela 10).

Logo, a armadura relativa a 100% de continuidade é  $A_s = 19,56 \text{ cm}^2$ , limitada pela verificação de força cortante. Portanto, foram utilizadas 17 barras de 12,5 mm de diâmetro, espaçadas de 12 cm, totalizando 20,86 cm<sup>2</sup>.

O momento de fissuração da capa  $(M_r)$  e a força  $F_2$  correspondente a essa fissuração são apresentados e calculados na Tabela 14.



curvas: " $F_{2,2}$  - Continuidade - Cisalhamento" (vão menor que 6,25 m) e " $F_2$  - Continuidade - Flexão" (vão maior que 6,25 m)

Tabela 9 - solicitantes	Relações entre os o e o carregamento	esforços aplicado
M <sub>4,1</sub>	M₃	Q
k <sub>1</sub> .F <sub>2</sub> .ℓ	k₂.F₂.ℓ	k <sub>3</sub> .F <sub>2</sub>
k <sub>1</sub> = 0,192324	$k_2 = 0,137344$	$k_3 = 0,7565$

#### 6.2 Resultados dos ensaios

A Figura 17 apresenta as curvas força-deslocamento ( $F_2$  versus  $\delta$ ) traçadas a partir dos valores indicados pelas células de carga e pelos transdutores de deslocamentos. É importante ressaltar que tanto a curva azul (à direita na Figura 17) como a vermelha (à esquerda) corresponde às lajes destacadas em azul (à esquerda da Figura 17) e em vermelho (à direita). Além disso, o valor de  $F_2$  inclui o peso total das vigas de aço (igual a 10,7 kN) e a força aplicada pelo atuador hidráulico.

O máximo valor de carregamento obtido, considerando também o valor do peso próprio das vigas usadas para o carregamento, foi de  $F_2 = 272,0$  kN (em cada laje).

O momento de fissuração da capa pode ser visto nas curvas da Figura 17, para valores em torno de  $F_2 = 107.9$  kN.

Ainda com base na Figura 17, os máximos deslocamentos resultaram  $\delta$  = 4,7 mm e  $\delta$  = 9,5 mm, respectivamente, nos





lados direito (em vermelho na Figura 13) e esquerdo (em azul na mesma figura).

#### 7. Conclusões

Em função dos resultados apresentados, conclui-se que a metodologia

empregada foi capaz de prever com precisão o comportamento do sistema e principalmente o modo de ruptura, mostrando ser adequada para o planejamento de ensaios de continuidade em lajes alveolares submetidas a forç concentradas. Foram constatados os seguintes fatos:

 O modelo ensaiado alcançou a ruína com ruptura por força cortante, tal como previsto nos cálculos;



- A força F<sub>2</sub> estimada para a fissuração da capa (F<sub>2</sub> = 117,59 kN, Tabela 14) ficou bem próxima da real (F<sub>2</sub> = 107,9 kN, Figura 17);
- Da mesma forma, a força F<sub>2</sub> estimada para a ruptura por força cortante (F<sub>2</sub> = 274,13 kN, Tabela 12) ficou bem próxima do valor atingido no ensaio (F<sub>2</sub> = 272,0 kN, Figura 17).

Com relação às curvas mostradas na Figura 16, observa-se que a relação entre as forças de ruptura no ensaio à flexão com continuidade e no ensaio de laje biapoiada, ou seja,  $F_2/F_1$ , é sempre igual a 1,6 (ver Tabela 7). Visualmente essa relação pode ser verificada na Figura 16. Se fossem considerados somente os resultados da ruptura por flexão, seria possível concluir para todos os casos que a continuidade aumenta em 1,6 vezes a resistência da laje alveolar. No entanto, essa conclusão somente é possível para as lajes com vão igual a 6,25 m ou maior.

Existe também uma relação entre as forças de ruptura nos resultados das forças cortantes ( $F_{1,Q} \in F_{2,Q}$ ). Essa relação é afetada pela taxa de armadura de armadura negativa ( $\rho_1$ ) adotada para cada situação. Entretanto, levando em conta somente os resultados de cisalhamento, conclui-se que a resistência à força cortante diminui quando se promove a continuidade. Esse fato já era esperado, uma vez que, na situação biapoiada, a força cortante equivale à metade da força  $F_{1,Q}$ , enquanto que na condição com continuidade, o apoio considerado absorve mais carga, sendo essa relação de (11/16).  $F_{2,Q}$ . Para os casos em que há continuidade nos dois apoios, a curva de  $F_{1,Q}$  é igual à de  $F_{2,Q}$ . Isso ocorre porque, neste caso, mesmo com a continuidade, a força cortante equivale à metade.

A curva " $F_{2,E}$  – Continuidade – Envoltória" representa a envoltória relativa à da laje com continuidade, sendo função, ora da ruptura por flexão, ora da ruptura por cisalhamento.



Tabel	a 14 – Cálculo do momento de fissuração e de sua força F2 correspondente
Seção	Equação
	$M_{\rm r} = \frac{\alpha f_{\rm ct} I_{\rm C}}{y_{\rm t}}$
	$M_{\rm r} = \frac{1.5 \times 2896 \times 0.0024}{0.1143}$
	$M_{\rm r} = 91,21  {\rm kN.m}$
Сара	$M_r = M_{4,2} \Rightarrow M_{4,1} = M_{4,2} \times \frac{1,225}{1,025} = 91,21 \times \frac{1,225}{1,025}$
	$M_{4,1} = 109,01  kN.m$
	$M_{4,1} = k_1 F_2 I = 0,192324 \times F_2 \times 4,82$
	$109,01=0,192324 \times F_2 \times 4,82$
	$F_2 = 117,59 \text{ kN}$

Analisando os dois efeitos simultaneamente (flexão e cisalhamento), conclui-se que, para os três primeiros vãos (l = 3,75 m; l = 5,00 m e l = 6,25 m), a ruptura ocorreria por cisalhamento. Para o primeiro caso (l = 3,75 m) não haveria aumento da capacidade portante, ou seja, a força de ruptura no ensaio à flexão ( $F_{2,Q}$ ) é menor que a força de ruptura no ensaio à flexão ( $F_{1,0}$ ). Já para os últimos casos (l = 7,50 m; l = 8,75 m e l = 10,00 m), a ruptura aconteceria por flexão. Quando se observa a eficiência da continuidade ( $F_2/F_1$ , última coluna da Tabela 8), as lajes que apresentaram melhores resultados foram aquelas que tiveram limitação por flexão. Além disso, a eficiência da continuidade pode ser constatada na Figura 16 pela distância entre a curva  $F_{2,E}$  e as que ficam abaixo desta: a curva  $F_{2,Q}$  para o vão de 3,75 m (ineficiência) e a curva  $F_1$  para as demais lajes.

Uma vez que não é objetivo deste trabalho analisar os casos com preenchimento de alvéolos, isto não está representado na Figura 16. Entretanto, quando se considera tal fato, a tendência é que os valores máximos da força cortante aumentem. Em outras palavras, na Figura 16, a curva  $F_{2,Q}$  se deslocaria para cima, melhorando ainda mais a eficiência da continuidade  $(F_2/F_1)$  no primeiro trecho da envoltória.

O caso em que a condição biapoiada apresentou força de ruptura maior que a relativa à continuidade (vão = 3,75 m) indica, a princípio, que a continuidade não é favorável para esse vão. Entretanto, é possível que a consideração da continuidade seja a solução adotada em projeto, mesmo com a diminuição da eficiência ( $F_2/F_1$ ), quando se considera o controle dos deslocamentos ou da vibração, na verificação dos estados limites de serviço.

## 8. Agradecimentos

À CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior –, pela bolsa de doutorado concedida ao primeiro autor. À ABCIC – Associação Brasileira da Construção Industrializada de Concreto – e à empresa LAJE TRELIÇADA IND. e COM. LTDA, por terem cedido as lajes alveolares usadas neste trabalho. Aos amigos que colaboram na realização do ensaio experimental: Thomaz Mendes Lopes Vaz, Bruna Catoia e Fernando Menezes de Almeida Filho.

### 9. Referências bibliográficas

- [01] PET CIVIL UFJF. Electronic publishing. Available in: <a href="http://blogdopetcivil.com/2011/08/18/lajes-alveolares/">http://blogdopetcivil.com/2011/08/18/lajes-alveolares/</a>. Accessed on May 2011.
- [02] SCHOKBETON INC. Quebec, Canada. Electronic publishing. Available in: <a href="http://www.schokbeton.com/eng/dalles.html">http://www.schokbeton.com/eng/dalles.html</a>. Accessed on May 2011.
- [03] PRECAST/PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE.PCI. Manual for the design of hollow core slabs. 2.ed. Chicago, IL, USA, 1998.
- [04] FÉDÉRATION INTERNATIONALE DE LA PRÉCONTRAINTE (FIP). Planning and design handbook on precast building structures. London, England, 1994.
- [05] COSTA, O. O. Avaliação de desempenho de elementos de lajes alveolares protendidas pré-fabricadas. 2009.
   132p. Dissertation (Master in Civil Construction) – Department of Civil Engineering, Federal University of Sao Carlos, Sao Carlos, SP, Brazil, 2009.

- [06] RESENDE, R. S.; GASTAL, F. P. S. L. Análise numérico-experimental de lajes pré-moldadas protendidas com continuidade posterior por adição de sobrecamada de concreto armado. In: Congresso Brasileiro do Concreto, 41 – IBRACON. Salvador. Sept-Oct. 1999.
- [07] BARBIERI, R. A.; GASTAL, F. P. S. L. Análise numérico-experimental de elementos pré-moldados protendidos com continuidade posterior por adição de armadura. In: Congresso Brasileiro do Concreto, 41 – IBRACON. Salvador. Set-Oct. 1999.
- [08] TAN, K.; ZHENG, L.; PARAMASIVAM, P. Designing hollow core slabs for continuity. PCI Journal. Precast/ Prestressed Concrete Institute, Chicago, IL, USA. v.41, n.1, p.82-91, Jan-Feb. 1996.
- [09] PETRUCELLI, N. S.; CARVALHO, R. C. O uso de continuidade em pavimentos com lajes alveolares protendidas. In: Congresso Brasileiro do Concreto, 52 – IBRACON. Fortaleza. Oct. 2010.
- PETRUCELLI, N. S. Considerações sobre projeto e fabricação de lajes alveolares protendidas. 2009.
   103p. Dissertation (Master in Civil Construction) – Department of Civil Engineering, Federal University of Sao Carlos, Sao Carlos, SP, Brazil, 2009.
- [11] CATOIA, B. Lajes alveolares protendidas: cisalhamento em região fissurada por flexão. 2011. Thesis (Doctoral in Structural Engineering) – Scholl of Engineering of Sao Carlos, University of Sao Paulo, Sao Carlos, 2011.
   [12] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto.Rio de Janeiro, 2003.
- [13] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 14861: Laje pré-fabricada – painel alveolar de concreto protendido – Requisitos e procedimentos. Rio de Janeiro, 2011.