scientiæ studia, São Paulo, v. 2, n. 1, p. 85-97, 2004

Modalidade, abordagem semântica e mecânica quântica*

Otávio Bueno

RESUMO

De acordo com o argumento da indispensabilidade, devemos nos comprometer ontologicamente com entidades matemáticas, por serem elas indispensáveis às nossas melhores teorias científicas. Hartry Field (1980) notoriamente opõe-se ao argumento, desenvolvendo um programa de reformulação de teorias científicas sem quantificação sobre objetos matemáticos. Em particular, Field elaborou detalhadamente a nominalização da teoria gravitacional de Newton, indicando como ela poderia ser formulada sem quantificação sobre números reais. Field forneceu também um argumento de por que o uso de operadores modais *não* garante uma estratégia adequada para nomear teorias científicas. Neste artigo, discuto o argumento de Field contrário à afirmação de que a modalidade possa ser um substituto geral para a ontologia. Após opor-me a esse argumento, indico um quadro alternativo que esclarece as razões pelas quais a modalidade pode desempenhar esse papel.

Palavras-chave • Abordagem semântica. Mecânica quântica. Modalidade. Nominalismo. Van Fraassen. Empirismo construtivo.

Introdução

Nas últimas duas décadas, testemunhamos o crescente interesse pelo nominalismo na filosofia da matemática. Não é impreciso afirmar que, de uma forma ou outra, esta retomada surgiu a partir do provocativo programa de nominalização de Hartry Field (cf. Field, 1980, 1989). Como ele argumentou, é possível reformular certas teorias físicas sem qualquer quantificação sobre objetos matemáticos. Em particular, introduzindo-se predicados comparativos adequados, a teoria da gravitação de Newton pode ser reformulada de modo tal que se exija quantificação apenas de regiões do espaço-tempo (e assim nenhuma quantificação sobre números reais deve ser investigada). Desse modo, na concepção de Field, o argumento da indispensabilidade de Quine-Putnam

* Gostaria de agradecer a Steven French pelas proveitosas discussões.

pode ser refutado. Afinal, segundo esse argumento, não é possível formular teorias físicas sem quantificação sobre entidades matemáticas (cf. Putnam, 1971). Entretanto, Field mostrou que se pode obter essa formulação ao menos para uma, admitidamente importante, teoria física.

Duas características significativas devem ser salientadas sobre o programa de Field. Primeiramente, para que ele desenvolva uma concepção nominalista da matemática, é preciso que ele assuma uma concepção realista da ciência. Em particular, porque a quantificação de Field das regiões do espaço-tempo exige que ele comprometa-se ontologicamente com elas.[1] Em segundo lugar, Field não assume, e de fato rejeita, a afirmação de que a modalidade possa ter qualquer papel na nominalização da ciência. Como veremos, ainda que de forma breve, Field afirma que poderíamos privar a ciência de seu conteúdo empírico, se a modalidade fosse usada nesse nível.

O problema com essas duas características é que elas parecem limitar dramaticamente a abordagem de Field. Como argumentou David Malament, a estratégia de nominalização de Field não pode ser estendida à mecânica quântica, dado que – por oposição ao que ocorre com a teoria da gravitação newtoniana – não existe qualquer substituto nominalista adequado sobre o qual quantificar (cf. Malament,1982). Seria importante então ter-se à mão estratégias adicionais de modo que resultados nominalistas mais abrangentes pudessem ser obtidos. E neste ponto o uso da modalidade se torna atrativo, dado que provê tal estratégia de nominalização. Por exemplo, em vez de afirmar que há estruturas matemáticas de tal e tal tipo, podemos dizer que tal e tal tipo de estruturas são apenas *possíveis* (cf. Putnam,1967; e, para uma articulação detalhada desta concepção, Hellman, 1989).

Pode-se contrastar meu procedimento com o de Mark Balaguer. Em um trabalho recente, ele afirma ter respondido à objeção de Malament, explicando como a mecânica quântica pode ser nomeada, e "realizando muito do trabalho necessário para fornecer a nominação" (Balaguer, 1998, p. 114). Entretanto, como Balaguer reconhece, ele *não* nomeou completamente a mecânica quântica, mas apenas refez, em termos "nominalistas", a estrutura algébrica dos espaços de Hilbert (Balaguer, 1998, p. 114). Mas para refazer essa estrutura, ele se compromete com a afirmação de que "enunciados de probabilidade quântica são sobre *propensões fisicamente reais* de sistemas quânticos" (1998, p.120; grifos meus). Para dizer o mínimo, é questionável que o compromisso com propensões, entendidas como modalidades reais na natureza, seja um avanço! Isto é inconsistente, por exemplo, com algumas interpretações da mecânica quântica (tais como a interpretação modal de Van Fraassen; cf. 1991, p. 273-337). Mais do que isso,

1 Em todo caso, Field pensa que se deve preferir o realismo do espaço-tempo à alternativa anti-realista, independentemente das questões do nominalismo (1989, p. 171-226).

como Van Fraassen argumentou minuciosamente, o compromisso com modalidades objetivas na natureza acarreta sérias dificuldades para qualquer interpretação da ciência (cf. 1989, p. 65-93).

Como veremos, o que apresento aqui é muito diferente. Não introduzirei substitutos para objetos matemáticos, e sim procurarei explorar a interpretação modal-estrutural de Hellman. A idéia principal é deixar aberta a possibilidade – rejeitada tanto pela estratégia de Field como de Balaguer – de assumir uma descrição *anti-realista* da ciência enquanto se desenvolve uma concepção *nominalista* de matemática.

1. O desafio de Field

De acordo com Field, a modalidade não tem qualquer papel na nominalização da ciência. Afinal, mesmo se obtivéssemos sucesso nomeando a matemática pela introdução de operadores modais convenientes, algo ainda faltaria. Pois o que é necessário é uma descrição da *aplicação* da matemática, e isso envolve enunciados matemáticos *mistos*, isto é, enunciados que não se refiram apenas a objetos matemáticos, como também aos físicos (cf. Field, 1989, p. 252-6). Ora, Field afirma que, com relação a *este* tipo de enunciados, a estratégia de nominação modal vai longe demais. Pois, ao nomear enunciados mistos, prefixando-os com um operador modal, não só o conteúdo *matemático* dos enunciados (isto é, a referência aos objetos matemáticos) como também o conteúdo *físico* torna-se modal. Suponha-se que T seja uma teoria mista (que faz referência tanto a objetos matemáticos como físicos). Se a modalizássemos "diretamente" estabelecendo que $\Diamond$T, estaríamos eliminando simultaneamente seu conteúdo físico. Portanto, o uso de operadores modais não auxilia as discussões ontológicas: é demasiado restritivo. Nas próprias palavras de Field:

> [Enunciados mistos] não podem ser tratados prefixando-os com o operador modal '$\Diamond$'. Pois, embora prefixando-os com '$\Diamond$' se obtivesse o efeito desejável de substituir a exigência de que haja *realmente* entidades que satisfaçam a teoria matemática pela exigência mais fraca de que *possa haver* tais entidades, isso teria igualmente o efeito indesejável de substituir a exigência de que o mundo físico *realmente* seja tal que satisfaça a lei científica pela exigência mais fraca de que o mundo físico *possa ser* tal que satisfaça a lei. *Isto certamente eliminaria completamente todo o conteúdo físico da lei.* O problema então é que não é nada óbvio que haja algum modo de 'desmodalizar' o conteúdo matemático da lei física (isto é, o compromisso com entidades matemáticas) sem ao mesmo tempo 'desmodalizar' o conteúdo físico (1989, p. 253; grifos meus).

Apesar de sua aparente plausibilidade, é importante resistirmos ao argumento de Field. Embora ele não ofereça qualquer evidência para sua afirmação de que a "modalização exaustiva" do conteúdo matemático de uma teoria "removeria completamente todo o seu conteúdo físico", fica claro, a partir desta passagem, o que ele poderia ter em mente: ao invés da afirmação de que a teoria é o caso, "desmodalizando-a" afirmaríamos apenas que *poderia ser* assim. Mas, por que isto removeria "todo o conteúdo físico da lei"? Comparemos as duas afirmações seguintes:

(R) Poderia chover em 27 de agosto de 2006.
(R') Choverá em 27 de agosto de 2006.

É claro que se afirmo (R) ao invés de (R') ainda estou elaborando um enunciado com conteúdo físico, apesar de fazer uma afirmação decididamente mais fraca. Pois "Poderia chover em 27 de agosto de 2006" não é uma verdade lógica (ela não tem a requerida forma lógica), e não é uma afirmação fictícia, em nenhum sentido interessante.[2] Mais do que isso, esta sentença não é uma inconsistência lógica. Assim, trata-se de uma afirmação contingente, consistente, não fictícia *sobre* o mundo, e neste sentido ela tem conteúdo físico.

Poder-se-ia argumentar no entanto que não tem conteúdo físico, dado que não importa como o mundo é, "Poderá chover em 27 de agosto de 2006' é verdadeira. Mas não é este o caso. Há circunstâncias em que (R) é falsa. Para ilustrar essa possibilidade, suponhamos que estivéssemos falando sobre Riyadh (na Arábia Saudita), um lugar bem conhecido pela falta de chuva no período de julho a dezembro. Dada a pressão baixa, a pouca umidade e características climáticas inter-relacionadas, simplesmente *não é possível* que chova naquela parte do mundo durante aqueles meses. Portanto, dadas estas condições, "Poderia chover em Riyadh em 27 de agosto de 2006" é falsa. Similarmente, pode haver circunstâncias meteorológicas – relacionadas à pressão, à umidade etc. – que tornarão impossível chover em 27 de agosto de 2006. Assim, "*Pode* chover em 27 de agosto de 2006" pode ser falsa e, portanto, também neste sentido ela tem conteúdo físico.

É possível a queixa de que isso só se sustente porque estou operando com uma noção de possibilidade *física*. Entretanto, prosseguindo com a objeção, para a noção de possibilidade lógica isso nunca será o caso. Pois, para este tipo de possibilidade, (R) é verdadeira, independentemente de como o mundo é. O problema com essa sugestão é

2 Certamente, (R) poderia *ocorrer* em um texto de ficção. Mas isso vai além do ponto, dado que ela se distingue claramente de uma sentença como 'Sherlock Holmes viveu em Londres".

que ela parece tornar (R) algo similar a uma verdade lógica – e *isto* é algo que ela não é, dado que lhe falta a necessária forma lógica. O ponto dessa discussão é que afirmações modais são ligadas a condições iniciais de tal modo que elas podem ser consideradas como plenas de conteúdo. Concluo que (R) tem conteúdo físico, mesmo que não seja a afirmação mais informativa sobre o tempo que possamos alcançar.

Contudo, mesmo se este ponto for concedido, Field poderia argumentar que as teorias científicas obtêm seu conteúdo físico de maneira diferente. Certamente, levanta-se assim a questão de como uma teoria científica obtém seu conteúdo físico. Dada a generalidade do argumento de Field, talvez o que ele esteja assumindo seja uma ligação estreita entre a forma lógica de um enunciado e seu conteúdo físico; o que lembra uma das primeiras tentativas dos empiristas lógicos para decifrar essa conexão, tais como, as regras de correspondência, a redução de sentenças e uma série de estratégias similares que foram pensadas para solucionar esse problema. Todos sabemos por que falharam aquelas tentativas. A ciência não pode ser subordinada ao modo requerido por essas propostas a fim de que elas se estabeleçam.

Mas se avançarmos até descrições mais sofisticadas da relação entre teoria e evidência, tais como a abordagem semântica (cf. Van Fraassen, 1980, 1989, 1991), torna-se claro que o conteúdo físico de uma teoria não se conecta a sua forma lógica. O que importa é a família de estruturas que consideramos – os modelos da teoria – e como eles estão relacionados às estruturas que descrevem os fenômenos. Esta relação é pensada como uma inserção ou encaixe parcial, e como tal nada tem a ver com a forma lógica dos enunciados que sustentam a teoria. O conteúdo físico de uma teoria T resulta da interconexão estabelecida entre as *subestruturas empíricas* de T (que representam fenômenos observáveis) e as *aparências* (as estruturas descritas em registros de mensurações e experimentais). Se houver um modelo de T tal que as aparências sejam isomórficas às subestruturas empíricas de T, poderemos dizer que T é empiricamente adequada (cf. Van Fraassen, 1980, p. 64).[3] Em outras palavras, o conteúdo físico deriva do modo como T representa os fenômenos e da relação estrutural que T mantém com eles (isomorfismo, isomorfismo parcial etc.).

Se retornamos ao exemplo da chuva acima considerado, a teoria nos informa sob que condições é possível chover (a conjunção da pressão alta, alta umidade e fatores meteorológicos relacionados). Isto é, a teoria tem um modelo que atribui a cada componente e de sua subestrutura empírica E uma contraparte nas aparências A, tal que as relações que e mantém com outros componentes de E são preservadas em A. Desse modo, a teoria provê a possibilidade de que poderia chover dispondo de um modelo

3 Para uma discussão e generalização desse aspecto, cf. Bueno, 1997.

que descreve as condições nas quais isso acontece. O ponto aqui é que o discurso modal, ao invés de ser externo à ciência empírica como sugere Field, é realmente parte dele. Afinal, as teorias científicas não concernem apenas aos fenômenos *reais,* mas também aos possíveis.[4] E uma vez que nos direcionemos para a abordagem semântica, este componente modal pode ser prontamente ajustado focalizando-se os modelos da teoria. Como Van Fraassen indica:

> Nós podemos afirmar que algo é possível se a teoria o permitir, sob certas condições, e não tivermos informações contrárias. Esta é a possibilidade da ignorância, *sub espécie* a crença envolvida na aceitação da teoria. Pois nossa asserção assinala que os fatos em questão são ajustados em algum modelo que nossa teoria provê e não temos nenhuma evidência em desacordo com aquele modelo (Van Fraassen, 1989, p. 92).

Mas, como pode um modelo de ajuste expressar possibilidades? O exemplo familiar do espectro de cor como um 'espaço lógico' ilustra isso (cf. Van Fraassen, 1980, p. 200-1). Suponha-se que uma pessoa use uma linguagem que lhe permita afirmar sentenças como as seguintes:

(a) *A é verde, A não é amarelo, B é amarelo etc.*
(b) Nada que é verde é amarelo.
(c) Não é possível que um objeto seja simultaneamente verde e amarelo.

Claramente, enquanto as sentenças (a) e (b) são sobre o que é realmente o caso, a sentença (c) vai além disso, dado que ela envolve uma afirmação sobre o que *não poderia ser*. Ora, uma vez que fomos dotados com um modelo – o espectro de cor – podemos explicar essa diferença . O espectro pode ser pensado como um segmento de reta (os comprimentos de onda), tal que cada predicado de cor, como 'é amarelo', é atribuído a uma parte daquele espectro. Mais do que isso, partes separadas são atribuídas a diferentes predicados, tais como 'é amarelo' e 'é verde'. E dizer que um objeto é verde é atribuir uma localização para ele no espectro. Ora, (b) afirma que nenhuma localiza-

4 O número de idealizações envolvidas na ciência – dos gases ideais e superfícies sem atrito a agentes oniscientes – é certamente outro aspecto dessa questão. Ao descrever essas possibilidades idealizadas, os cientistas tentam entender algo sobre o mundo; nomeadamente, como ele se comportaria se algumas de suas características fossem diferentes. Ao simplificar, de alguma forma, os fenômenos a serem ajustados, essas idealizações ajudam a inter-relacionar os vários modelos apresentados na ciência: de modelos teóricos altamente abstratos passando por subestruturas empíricas e modelos de fenômenos até modelos de dados e experimentos de nível baixo (cf. French, 1997; French e Ladyman, 1998; Bueno, 1997).

ção ocupada pertence de imediato às partes atribuídas a 'verde' e 'amarelo' enquanto (c) estabelece que nenhum ponto do espectro pertence a ambas as partes. Como Van Fraassen assinala:

> Obviamente sentenças modais (tais como [c]) ocorrem de fato, mas essa pessoa as avalia como verdadeiras ou falsas refletindo sobre a estrutura do espectro que dirige todos os seus usos dos termos de cores. [...] Sua teoria de cor consiste na família de modelos das quais cada uma é uma classificação de objetos pela localização no espectro (Van Fraassen, 1980, p. 201).

Este ponto pode ser examinado posteriormente se considerarmos a relação entre modalidade e probabilidade. Na interpretação modal de probabilidade articulada por Van Fraassen (cf. 1980, p. 158-203), a expressão modal restringe-se a modelos de uma teoria.[5] Sob essa interpretação, espaços de probabilidade relacionam-se a famílias de experimentos ideais. Eles podem ser pensados como divididos em duas partes: um espaço *K* simples (os "resultados possíveis" do experimento) e os experimentos possíveis *E*, isto é, uma partição contável de *K*, e uma seqüência contável de membros de *K* (a "seqüência resultado" do experimento). Com algumas pressuposições adicionais, garantindo que uma função de freqüência relativa é bem definida para cada evento significativo, não é difícil estabelecer um resultado de representação para o efeito de que dado um espaço de probabilidade, há dele uma correspondente família de experimentos ideais (cf. Van Fraassen, 1980, p. 193-4). Desse modo, a probabilidade de um evento *A* pode ser equacionada com a freqüência relativa com que ele *poderia* ocorrer, se um experimento adequadamente designado fosse realizado com freqüência suficiente sob condições adequadas (cf. Van Fraassen, 1980). É claro, portanto, que a probabilidade é uma modalidade, uma possibilidade-com-graus (1980, p. 158, 198).

Ora, que haja teorias irredutíveis na ciência – tais como a mecânica quântica – deveria dizer-nos algo sobre o papel irredutível que a modalidade possui na descrição científica do mundo. Dado que as predições que podem ser derivadas da mecânica quântica são tipicamente probabilísticas, e visto que isso pode ser entendido em termos da descrição de probabilidade acima, temos aqui um forte elemento modal o qual mostra não ser o mero uso de modalidade suficiente para nos desembaraçarmos do conteúdo físico de uma teoria. A mecânica quântica é provavelmente a nossa teoria física mais bem testada, e apesar de seu ponto de vista inerentemente modal, é inegável que ela tem conteúdo físico.

5 Como Van Fraassen assinala, o *locus* de possibilidade é o modelo, não a realidade por trás do fenômeno (cf. 1980, p. 202).

Se avançarmos para a *interpretação* da mecânica quântica, a modalidade ainda se manifesta. Ao menos na descrição de Van Fraassen, com relação aos fenômenos não observáveis, a teoria quântica apenas estabelece como o mundo *poderia ser*. Este ponto é articulado desenvolvendo-se uma interpretação *modal* de mecânica quântica, que novamente enfatize o papel das modalidades em nossa compreensão da teoria (cf. Van Fraassen 1991, p. 273-337). A idéia principal é que enunciados estudados em lógica quântica, expressando fatos sobre estados mecânicos quânticos de um sistema físico, são *modais*. A informação fornecida por eles concerne ao que pode e deve acontecer; apenas indiretamente é sobre o que realmente acontece (cf. Van Fraassen, 1981, p. 229; 1991, p. 279, 314-7).

Poder-se-ia argumentar que essa conclusão sobre o papel irredutível da modalidade apenas se sustenta para teorias não determinísticas. Pois, continua o argumento, a mecânica clássica tem conseqüências não probabilísticas sobre sistemas físicos. E, para *este* tipo de teoria, se "desmodalizarmos" a matemática utilizada em sua formulação, "desmodalizamos" seu conteúdo físico. Em resposta, note-se primeiramente que esta já é uma concessão substancial ao defensor do argumento de "desmodalização" de Field. Por ora, o argumento aplica-se apenas a um tipo particular de teoria científica – as determinísticas. Entretanto, mesmo nesse caso, penso que o argumento não se sustenta. Acontece que, para algumas teorias determinísticas, poderíamos oferecer reformulações nominalistas *sem* recurso a modalidade (como Field argumentou minuciosamente em sua obra de 1980, no contexto da teoria da gravitação de Newton). Em outras palavras, até onde chegam algumas dessas teorias, não precisamos desmodalizar a matemática para obter reformulações com conteúdo físico. E, assim, ainda que o argumento de "desmodalização" fosse bem sucedido para teorias determinísticas, há um procedimento de nominalização com que tratá-las sem perda de seu conteúdo físico.

2. Um quadro alternativo

Como se sabe, a estratégia de Field assume uma visão *realista* da ciência – em particular, um compromisso com pontos espaço-temporais – para articular uma abordagem *anti-realista* da matemática. Ora, essa estratégia não está de imediato disponível a um *empirista* na *ciência*, que precisa defender o *anti-realismo* matemático. Mais do que isso, aqueles empiristas que também adotam a abordagem semântica parecem colocar-se em uma posição mais difícil. Pois, eles parecem ser *realistas* sobre matemática (em particular, sobre os modelos matemáticos da teoria considerada) com o objetivo de serem *empiristas* na ciência. Na apresentação da abordagem espaço-temporal, Van Fraassen afirma:

> Para definir um tipo de sistema físico, especificamos antes de tudo o conjunto de estados aos quais ele está capacitado. Fazendo isso formalmente, o que especificamos é *uma coleção de entidades matemáticas* (*números, vetores, funções*) a ser utilizada para representar esses estados; a essa coleção posso denominar o *espaço estado* (desse tipo de sistemas) (Van Fraassen, 1972, p. 311; grifo meu).

Eu argumentarei, então, que a proposta de Van Fraassen não tem que assumir uma perspectiva realista em matemática para deslanchar. E, dessa forma, o empirismo construtivo pode tornar-se compatível com o anti-realismo matemático.

A idéia principal, que posso apenas esboçar aqui, é combinar a interpretação modal-estrutural da matemática de Hellman (1989) com a versão de Van Fraassen de abordagem semântica. O ponto de Hellman é que, embora seja do interesse da matemática o estudo de estruturas, isso pode ser feito focalizando-se apenas estruturas *possíveis* e não reais. Assim, a interpretação modal não se compromete com estruturas matemáticas; não há referência a elas como objetos, ou a quaisquer objetos que aconteça "constituir" tais estruturas. Assim, evita-se o compromisso *ontológico* com estruturas: a única afirmação é que as estruturas consideradas sejam *possíveis*.

Para articular esse ponto, são tomados dois passos: o primeiro é apresentar um esquema de tradução em termos do qual cada afirmação matemática ordinária S é considerada como elíptica para um enunciado hipotético, nomeadamente: que *S poderia inserir-se* em uma estrutura de tipo apropriado.[6] Por exemplo, se estamos considerando enunciados número-teoréticos, tais como aqueles articulados na aritmética de Peano (abreviando, PA), as estruturas que nos interessam são "progressões" ou "ω-seqüências" que satisfaçam os axiomas de PA. Em tal caso, cada enunciado particular *S* deve ser (grosseiramente) traduzido como

$$\Box \forall X (X \text{ é uma } \omega\text{-seqüência que satisfaz os axiomas de PA} \rightarrow S \text{ se insere em } X)$$

Este é o *componente hipotético* da interpretação estrutural-modal, que recebe de Hellman uma análise detalhada e uma formulação precisa (cf. Hellman, 1989, p. 16-24). O *componente categórico* constitui o segundo passo (p. 24-33). A idéia é assumir que as estruturas de tipo apropriado são logicamente possíveis. Nesse caso, temos que:

$$\Diamond \exists X (X \text{ é uma } \omega\text{-seqüência que satisfaz os axiomas de PA}).$$

6 A interpretação estrutural-modal é formulada em uma linguagem modal de segunda-ordem baseada em S5. Entretanto, para não se comprometer com uma caracterização conjunto-teorética dos operadores modais, Hellman considera esses operadores como primitivos (cf. 1989, p. 17, 20-3).

Seguindo essa abordagem, as traduções preservadoras da verdade dos enunciados matemáticos podem ser apresentadas sem custos ontológicos, dado que se assume apenas a *possibilidade* das estruturas em questão. E como Hellman mostra, em detalhes, usando o esquema de tradução e de instrumentos de codificação apropriados, a aritmética, a análise real, e mesmo a teoria de conjuntos podem ser nominalisticamente englobadas (cf. Hellman, 1989, p. 16-33, 44-7, 53-93). Em particular, Hellman enfatiza que "utilizando-se instrumentos de codificação, virtualmente toda a matemática comumente encontrada nas teorias físicas correntes pode ser nominalizada no interior da [análise real de segunda ordem]" (1989, p. 45-6).

Ora, a abordagem de Hellman se defronta com as exigências de Van Fraassen de que não deveríamos reificar a modalidade. Como visto, na perspectiva de Van Fraassen, a modalidade tem uma função crucial tanto na ciência como na interpretação que dela fazemos, mas este papel não é reificado, porque "o discurso modal descreve características dos nossos modelos, não características do mundo" (Van Fraassen, 1989, p. 214). Na abordagem de Hellman, operadores modais são usados para restringir as "características de nossos modelos", restringindo as estruturas que satisfariam certas afirmações matemáticas. Como Hellman faz notar, na interpretação modal,

> *possibilia* não são reconhecidos como objetos (...). Mais do que isso, nós não quantificamos sobre mundos possíveis ou intenções; simplesmente usamos operadores modais (Hellman, 1989, p. 59).

Em outras palavras, o discurso modal é, similarmente, *não* reificado. Ele é empregado como um substituto para a ontologia, permitindo ao nominalista reformular a matemática de uma forma "ontologicamente" aceitável.

As abordagens de Hellman e Van Fraassen têm uma atitude similar para com a modalidade: em ambos os casos, resiste-se à necessidade de reificação do discurso modal. Nesse plano, tudo que o empirista precisa ajustar é o papel *representacional* da matemática, a saber, seu uso para representar estados de um sistema físico. Como vimos, esta é uma característica da matemática requerida pela abordagem do estado-espaço. Mas *este* papel não pode ser prontamente ajustado pela interpretação de Hellman, dadas as traduções modais preservadoras da verdade das afirmações matemáticas. Ora, ao invés de quantificar sobre números, vetores e funções, tudo que o empirista precisa é da *possibilidade* de estruturas que satisfaçam as condições impostas pela matemática platônica sobre esses objetos. Isso é suficiente para cumprir o papel representacional exigido.

Exemplificando: a *possibilidade* de que haja estruturas na análise funcional que satisfaçam as condições de um espaço Hilbert (separável) é suficiente para o empirista representar estados de um sistema quântico em termos de operadores Hermiteanos convenientes. E a nominalização modal-estrutural de análise real de segunda-ordem provê o quadro no qual os conceitos requeridos para se formular espaços de Hilbert podem ser adequados. A idéia é mostrar que podemos codificar esses conceitos em termos de números reais – os últimos são obtidos nominalisticamente, é claro, via interpretação modal da análise real de segunda-ordem.

Como é usual para os fundamentos da mecânica quântica, podemos pensar em estados quânticos em termos de quadrado-integrável, funções de valorização-complexa em um dado espaço real. Além disso, tendo por base o espaço de Hilbert, temos uma coleção contável de funções contínuas. Como Hellman indica,[7] podemos representar estados quânticos arbitrários neste espaço por uma seqüência contábil de funções básicas, cada uma delas codificada por um número real. Resulta que obtemos – no nível de variáveis de segunda-ordem de análise real – não apenas operadores lineares nestas funções, como também subespaços fechados do espaço de Hilbert (que são identificados com operadores de projeção). Finalmente, se o espaço de Hilbert é separável, podemos identificar cada subespaço S com uma coleção contável $C = \{f\iota\}$ de vetores básicos tais que C transpõe S e C é denso em S. E, dado que podemos codificar cada $f\iota$ como um real, cada subespaço também pode ser codificado. Portanto, podemos representar qualquer medida de probabilidade como uma função de reais a reais, isto é, no nível da análise real de segunda ordem. Em outras palavras, não é necessário reificar o discurso matemático para formular a mecânica quântica. A *possibilidade* das estruturas relevantes na análise real de segunda ordem acrescida de instrumentos de codificação adequados é suficiente para a representação.

Convém notar que apenas a matemática é "desmodalizada" nessa estratégia. Pois, como dissemos acima, usando simplesmente a modalidade, não esvaziamos o conteúdo físico da teoria. Desse modo, o agnosticismo de Van Fraassen para com entidades inobserváveis na ciência (tais como elétrons, prótons, neutrinos etc.) é inteiramente compatível com esse avanço na filosofia da matemática.

Em outros termos, uma vez que desviemos a discussão da ciência para a abordagem semântica, torna-se claro que o conteúdo físico de uma teoria T *não* é removido modalizando-se a matemática. Provê-se o conteúdo físico por meio de um apropriado isomorfismo (parcial) entre os modelos da teoria e os modelos dos fenômenos. Ora, utilizando-se a abordagem de Hellman, o empirista dispõe de uma estratégia para adequar essa afirmação "estrutural" sem custos ontológicos. A noção de *isomorfismo* pode ser formulada na lógica de segunda ordem, e os *modelos* relevantes podem ser

7 Neste ponto, sigo Hellman, 1989, p. 112-3.

formulados em termos de uma interpretação modal-estrutural. O conteúdo físico de T surge da existência de morfismos apropriados entre tais modelos. Mas este é um fato *empírico* no sentido de depender, em primeiro lugar, dos fenômenos que estejamos tentando ajustar. Portanto, torna-se claro que o conteúdo físico de T não é "desmodalizado" pela modalização do quadro matemático subjacente.

Dessa forma, refuta-se a maior objeção de Field à idéia de que a modalidade possa ser um substituto geral para a ontologia. Além disso, dispomos aqui de um acondicionamento que permite ao empirista construtivo ser um anti-realista não só na ciência, como também na matemática.

Traduzido do original em inglês por Carolina Ferreira Ribeiro do Val

Otávio Bueno
Department of Philosophy
University of South Carolina
Columbia, SC 29208, EUA
obueno@sc.edu

ABSTRACT

According to the indispensability argument, we ought to be ontologically committed to mathematical entities, given that they are indispensable to our best scientific theories. Hartry Field (1980) has famously resisted the argument, developing a program to reformulate scientific theories without quantification over mathematical objects. In particular, Field worked out in detail the nominalization of Newtonian gravitacional theory, indicating how the theory could be formulated without quantification over real numbers. Field also provided an argument why the use of modal operators *doesn't* providean adequate strategy to nominalize scientific theories. In this paper, I discuss Field's argument against the claim that modality can be a general surrogate for ontology. After resisting this argument, I indicate an alternative picture that makes it clear why modality can play such a role.

Keywords • Semantic approach. Quantuum mechanics. Modality. Van Fraassen. Constructive empiricism.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Balaguer, M. *Platonism and anti-platonism in mathematics.* Nova Iorque, Oxford University Press, 1998.

Beltrametti, E. & Van Fraassen, B. (Ed.). *Current issues in quantum logic.* Nova Iorque, Plenum Press, 1981.

Bueno, O. Empirical adequacy: a partial structures approach. *Studies in History and Philosophy of Science,* 28, p. 585-610, 1997.

Chiara, M. L. dalla *et al.* (Ed.). *Structures and norms in science.* Dordrecht, Kluwer Academic , 1997.
Colodny, R. (Ed.), *Paradigms and paradoxes*. Pittsburgh, University of Pittsburgh Press, 1972.
Field, H. *Science without numbers*. Princeton, Princeton University Press, 1980.
______. *Realism, mathematics and modality*. Oxford, Basil Blackwell, 1989.
French, S. Partiality, pursuit and practice. In: Chiara, M. L. dalla *et al.* (Ed.). *Structures and norms in science.* Dordrecht, Kluwer Academic , 1997. p. 35-52.
French, S. & Ladyman, J. A semantic perspective on idealization in quantum mechanics. In: Shanks, N. (Ed.). *Idealization in contemporary physics*. Amsterdam, Rodopi, 1998. p. 51-73.
Hellman, G. *Mathematics without numbers.* Oxford, Clarendon Press, 1989.
Malament, D. Review of Field (1980). *Journal of Philosophy,* 79, p. 523-34, 1982.
Putnam, H. Mathematics without foundations. *Journal of Philosophy,* 64, p. 5-22, 1967.
______. *Philosophy of logic*. Nova Iorque, Harper and Row, 1971.
Shanks, N. (Ed.). *Idealization in contemporary physics*. Amsterdam, Rodopi, 1998.
Van Fraassen, B. C. A formal approach to the philosophy of science. In: Colodny, R. (Ed.). *Paradigms and paradoxes*. Pittsburgh, University of Pittsburgh Press, 1972, p. 303-66.
______. *The scientific image*. Oxford, Clarendon Press, 1980.
______. A modal interpretation of quantum mechanics. In: Beltrametti, E. & Van Fraassen, B. (Ed.). *Current issues in quantum logic.* Nova Iorque, Plenum Press, 1981. p. 229-58.
______. *Laws and simmetry*. Oxford, Clarendon Press, 1989.
______. *Quantum mechanics: an empiricist view.* Oxford, Clarendon Press, 1991.